

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОЯ И УПРУГОГО ЦИЛИНДРА С НАЧАЛЬНЫМИ (ОСТАТОЧНЫМИ) НАПРЯЖЕНИЯМИ

В статье в рамках линейризованной теории упругости [1-4] приводится решение смешанной задачи о давлении упругого цилиндрического штампа на слой с начальными (остаточными) напряжениями. Рассмотрим случаи, когда слой лежит на жестком основании без трения и слой скреплен с жестким основанием. Исследования выполнены в общем виде для теорий больших (конечных) начальных деформаций и различных вариантов теорий малых начальных деформаций при произвольной структуре упругого потенциала. Предполагается, что упругие потенциалы – дважды непрерывно-дифференцируемые функции алгебраических инвариантов тензора деформации Грина, и начальное состояние в слое – однородное. Все исследования проведены в координатах начального деформированного состояния y_i , которые связаны с лагранжевыми координатами (естественного состояния) отношениями $y_i = \lambda_i x_i$ ($i=1,2,3$), где λ_i – коэффициенты удлинения, что определяют перемещения начального состояния.

Кроме того, предположим, что действие штампа вызывает в слое малое возмущение основного напряженно-деформированного состояния, для которого выполняются условия

$$S_0^{11} = S_0^{22} \neq 0; \quad S_0^{33} = 0; \quad \lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$$

Величины, относящиеся к упругому штампу, записываем в принятых обозначениях теории упругости, а величины, относящиеся к предварительно напряженному слою, с начальными (остаточными) напряжениями в обозначениях [1,2].

Пусть в упругий слой с начальными напряжениями (которые возникают до контакта) вдавливаются упругий цилиндрический штамп высотой H под действием силы P . Сила приложена к упругому штампу так, что его свободный торец деформируется в направлении оси Oy_3 на одинаковую величину ε , а поверхности вне области контакта остаются свободными от напряжений. В системе круговых цилиндрических координат (r, θ, z_i) такой постановке соответствуют граничные условия.

На торце упругого штампа $z_i = n_i^{-1/2} H$

$$u_z = -\varepsilon; \quad \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq r \leq R). \quad (1)$$

На границе упругого слоя в области контакта $z_i = 0$

$$u_3 = u_z; \quad \tilde{Q}_{33} = \sigma_{zz} \quad \tilde{Q}_{3r} = \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq r \leq R). \quad (2)$$

На границе упругого слоя вне области контакта $z_i = 0$

$$\tilde{Q}_{33} = 0 \quad \tilde{Q}_{3r} = 0 \quad (R \leq r < \infty). \quad (3)$$

На боковой поверхности упругого штампа $r = R$

$$\sigma_{rr} = 0; \quad \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq z_i \leq H). \quad (4)$$

На нижней поверхности слоя, лежащего на жестком основании и скрепленного с основанием, $z_i = -\frac{\lambda_3 H_2}{\sqrt{n_i}} = -\frac{H_i}{\sqrt{n_i}}$

$$u_3 = 0 \quad \tilde{Q}_{3r} = 0 \quad (0 \leq r < \infty). \quad (5)$$

$$u_3 = 0 \quad u_r = 0 \quad (0 \leq r < \infty). \quad (6)$$

где $z_i = n_i^{-1/2} y_3$; H_2 – толщина слоя в естественном (недеформированном) состоянии; H_1 – толщина слоя в начальном деформированном состоянии; R – радиус штампа; n_i – корни разрешающего уравнения [3, формула (2,12)].

Для определения напряженно-деформированного состояния осесимметрической статической задачи в упругом цилиндре используем линеаризованные уравнения [2,3] из которых следуют выражения для компонент вектора перемещения и тензора напряжения.

Тогда для равных корней $n_1 = n_2$ компоненты вектора перемещения имеют вид:

$$U_r = \frac{1}{v_1} \left(2D_0 r (2z_1 + 1) + \sum_{k=1}^{\infty} I_1(v_1 \gamma_k r) v_1 \gamma_k (B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{\infty} B_k J_1(\alpha_k r) \alpha_k (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) \quad (7)$$

$$U_3 = a_1 \left(4D_0 z_1 (z_1 + 1) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k + z_1 B_k) I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 S_1(v_1 \gamma_k z_1) - \right. \\ \left. \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 (S_2(\alpha_k z_1) + z_1 S_3(\alpha_k z_1)) \right) + a_2 \left(2A_0 - 4D_0 z_1 (2z_1 + 1) + \right. \\ \left. + 2D_0 r^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1 \gamma_k r) v_1 \gamma_k (2B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) - (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k (2S_5(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_2(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_3(\alpha_k z_1)) \right)$$

$$\text{где } a_1 = \begin{cases} \frac{w_{1111}}{w_{1133} + w_{1313}}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{1111}}{x_{1133} + x_{1313}}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_2 = \begin{cases} \frac{w_{3113}}{n_1 (w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{3113}}{n_1 (x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$$

Из (7) получаем выражения для определения составляющих вектора напряжений при $r = const$ в круговых цилиндрических координатах

$$Q_{rr} = a_3 \left(2D_0 (2z_1 + 1) + \sum_{k=1}^{\infty} (v_1 \gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_6(v_1 \gamma_k z_1) + B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1)) \left(I_0(v_1 \gamma_k r) - \frac{I_1(v_1 \gamma_k r)}{v_1 \gamma_k r} \right) v_1^2 \gamma_k^2 - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{\infty} \left(J_0(\alpha_k r) - \frac{J_1(\alpha_k r)}{\alpha_k r} \right) \alpha_k^2 (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) + a_4 \left(4D_0 (2z_1 + 1) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) + \frac{a_2}{a_1} \left(-4D_0 (4z_1 + 1) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (3B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (3S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) \right) + a_0' \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
Q_{r3} = & a_5 \left(4D_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (2B_k S_6(v_1 \gamma_k z_1) - v_1 \gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_1(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \\
& \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 (2S_5(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_2(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_3(\alpha_k z_1)) \right) + \\
& + a_6 \left(\sum_{k=1}^{\infty} (A_k + z_1 B_k) I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_1(v_1 \gamma_k z_1) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 (S_2(\alpha_k z_1) + z_1 S_3(\alpha_k z_1)) \right)
\end{aligned} \quad (9)$$

где $a_0' = \begin{cases} 0, & \text{сжимаемые тела} \\ p\lambda_1 q_1, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$ $a_0'' = \begin{cases} 0, & \text{сжимаемые тела} \\ p\lambda_3 q_3, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$

$$a_3 = \begin{cases} -\frac{w_{1111}}{v_1}, & \text{сжимаемые тела} \\ -\frac{x_{1111}}{v_1}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_4 = \begin{cases} \frac{w_{1111} w_{1133}}{v_1 (w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{1111} x_{1133}}{v_1 (x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$$

$$a_5 = \begin{cases} -\frac{w_{1313}}{n_1} + \frac{w_{3131} w_{3113}}{n_1 (w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ -\frac{x_{1313}}{n_1} + \frac{x_{3131} x_{3113}}{n_1 (x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_6 = \begin{cases} \frac{w_{1111} w_{1331}}{(w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{1111} x_{1331}}{(x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$$

при $u_3 = const$ в круговых цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned}
Q_{33} = & \frac{1}{v_1} \left(a_7 \left(2D_0 (2z_1 + 1) + \sum_{k=1}^{\infty} (v_1 \gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_6(v_1 \gamma_k z_1) + B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1)) \left(I_0(v_1 \gamma_k r) - \frac{I_1(v_1 \gamma_k r)}{v_1 \gamma_k r} \right) v_1^2 \gamma_k^2 - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} \left(J_0(\alpha_k r) - \frac{J_1(\alpha_k r)}{\alpha_k r} \right) \alpha_k^2 (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) + a_8 \left(4D_0 (2z_1 + 1) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) - a_9 \left(4D_0 (4z_1 + 1) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (3B_k S_1(v_1 \gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1 \gamma_k S_6(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (3S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) \right) \right) + a_0''
\end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
Q_{3r} = & a_5 \left(4D_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (2B_k S_6(v_1 \gamma_k z_1) - v_1 \gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_1(v_1 \gamma_k z_1)) - \right. \\
& \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 (2S_5(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_2(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_3(\alpha_k z_1)) \right) + \\
& + a_{10} \left(\sum_{k=1}^{\infty} (A_k + z_1 B_k) I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_1(v_1 \gamma_k z_1) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 (S_2(\alpha_k z_1) + z_1 S_3(\alpha_k z_1)) \right)
\end{aligned}$$

$$\text{где } a_7 = \begin{cases} -w_{3311}, & \text{сжимаемые тела} \\ -x_{3311}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_8 = \begin{cases} \frac{w_{1111}w_{3333}}{(w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{1111}x_{3333}}{(x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$$

$$a_9 = \begin{cases} \frac{w_{3333}w_{3113}}{n_1(w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{3333}x_{3113}}{n_1(x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_{10} = \begin{cases} \frac{w_{1111}w_{3131}}{(w_{1133} + w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{x_{1111}x_{3131}}{(x_{1133} + x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases}$$

$$p = a_{11} \left(4D_0(2z_1 + 1) + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) + v_1\gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_6(v_1\gamma_k z_1)) - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) - \frac{x_{3113}}{n_1} \left(4D_0(4z_1 + 1) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 (3B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) + v_1\gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_6(v_1\gamma_k z_1)) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 (3S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1 \alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) \right) \right) \quad (11)$$

$$a_{11} = \frac{1}{v_1} \left(\frac{x_{1111}}{\lambda_1 q_1} - \frac{x_{1133} - x_{1313}}{\lambda_3 q_3} \right), \quad z_i = n_i^{-1/2} y_3, \quad (i = \overline{1,3}).$$

Для неравных корней $n_1 \neq n_2$ компоненты вектора перемещения будут:

$$U_r = \left(4D_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1\gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 S_6(z_1 v_1 \gamma_k) - \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 S_4(z_1 \alpha_k) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2\gamma_k r) v_2^2 \gamma_k^2 S_6(z_2 v_2 \gamma_k) - \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 S_5(z_2 \alpha_k) \right) \\ U_3 = \frac{m_1}{v_1} \left(4D_0 z_1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(v_1\gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 S_1(v_1\gamma_k z_1) - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 S_2(\alpha_k z_1) \right) + \\ + \frac{m_2}{v_2} \left(4D_0 z_2 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_0(v_2\gamma_k r) v_2^2 \gamma_k^2 S_1(v_2\gamma_k z_2) - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^2 S_2(\alpha_k z_2) \right) \quad (12)$$

Из (12) получаем выражения для определения составляющих вектора напряжений при $y_3 = const$ и $r = const$ в круговых цилиндрических координатах

$$Q_{33} = C_{44} \left((1 + m_1) l_1 \left(4D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(v_1\gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_6(v_1\gamma_k z_1) - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_4(\alpha_k z_1) \right) + \right. \\ \left. + (1 + m_2) l_2 \left(4D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_0(v_2\gamma_k r) v_2^3 \gamma_k^3 S_6(v_2\gamma_k z_2) - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_5(\alpha_k z_2) \right) \right) + a_0'' \\ Q_{3r} = C_{44} \left(\frac{(1 + m_1)}{v_1} \left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1\gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_1(v_1\gamma_k z_1) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_2(\alpha_k z_1) \right) + \right. \\ \left. + \frac{(1 + m_2)}{v_2} \left(\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2\gamma_k r) v_2^3 \gamma_k^3 S_1(v_2\gamma_k z_2) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_3(\alpha_k z_2) \right) \right) \quad (13)$$

$$Q_{r3} = a_{13}^1 \left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_1(v_1 \gamma_k z_1) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_2(\alpha_k z_1) \right) + \quad (14)$$

$$+ a_{13}^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2 \gamma_k r) v_2^3 \gamma_k^3 S_1(v_2 \gamma_k z_2) + \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_3(\alpha_k z_2) \right)$$

$$Q_{rr} = -v_1 a_3 \left(4D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \left(I_0(v_1 \gamma_k r) - \frac{I_1(v_1 \gamma_k r)}{v_1 \gamma_k r} \right) v_1^3 \gamma_k^3 S_6(v_1 \gamma_k z_1) - \right.$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} \left(J_0(\alpha_k r) - \frac{J_1(\alpha_k r)}{\alpha_k r} \right) \alpha_k^3 (S_4(\alpha_k z_1) + S_5(\alpha_k z_2)) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \left(I_0(v_2 \gamma_k r) - \frac{I_1(v_2 \gamma_k r)}{v_2 \gamma_k r} \right) v_2^3 \gamma_k^3 S_6(v_2 \gamma_k z_2) \left. \right) +$$

$$+ \frac{a_{12}}{r} \left(4D_0 r + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1 \gamma_k r) v_1^2 \gamma_k^2 S_6(v_1 \gamma_k z_1) - \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r) \alpha_k^2 (S_4(\alpha_k z_1) + S_5(\alpha_k z_2)) + \right.$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2 \gamma_k r) v_2^2 \gamma_k^2 S_6(v_2 \gamma_k z_2) \left. \right) + \lambda_3 v_1 \frac{a_4}{a_1} \left(\frac{m_1}{n_1} \left(4D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(v_1 \gamma_k r) v_1^3 \gamma_k^3 S_6(v_1 \gamma_k z_1) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_4(\alpha_k z_1) \right) + \frac{m_2}{n_2} \left(4D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k I_0(v_2 \gamma_k r) v_2^3 \gamma_k^3 S_6(v_2 \gamma_k z_2) - \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r) \alpha_k^3 S_4(\alpha_k z_2) \right) \right) + a_0'$$

$$\text{где } a_{12} = \begin{cases} w_{1122}, & \text{сжимаемые тела} \\ x_{1122}, & \text{несжимаемые тела} \end{cases} \quad a_{13}^i = \begin{cases} \frac{\lambda_3 w_{1313} + w_{1331} m_i}{v_i}, & \text{сжимаемые тела} \\ \frac{\lambda_3 x_{1313} + x_{1331} m_i}{v_i}, & \text{сжимаемые тела} \end{cases}$$

$$S_1 = C_k \sin(\gamma_k v_i z_i) + D_k \cos(\gamma_k v_i z_i), \quad S_2 = E_k sh(\alpha_k z_i) + F_k ch(\alpha_k z_i),$$

$$S_3 = N_k sh(\alpha_k z_i) + M_k ch(\alpha_k z_i), \quad S_4 = E_k ch(\alpha_k z_i) + F_k ch(\alpha_k z_i), \quad (15)$$

$$S_5 = N_k ch(\alpha_k z_i) + M_k sh(\alpha_k z_i), \quad S_6 = C_k \cos(\gamma_k v_i z_i) - D_k \sin(\gamma_k v_i z_i)$$

Таким образом, в работе получены аналитические зависимости, которые отображают влияние начальных напряжений на напряженно-деформированное состояние системы упругого штампа и слоя с начальными напряжениями. Исследован вопрос о влиянии начальных напряжений на закон распределения контактных усилий в слое с начальными напряжениями и упругом штампе. Отмечено значительное влияние начальных напряжений на характер и величину распределения напряжений и перемещений в области контакта и упругого штампа.

ЛІТЕРАТУРА

1. Guz A.N., Rudnitsky V.B. Fundamentals of the contact interaction theory of elastic bodies with initial (residual) stresses. - Khmel'nitskiy, Software the Miller "Scientific editions". - 2006. – p. 710.
2. Guz A.N., Rudnitsky V.B. Contact problems for elastic bodies with initial (residual) stresses. - Khmel'nitskiy, Software the Miller "Scientific editions". - 2004. – p. 682.
3. Гузь А. Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. - Киев: Наук. думка, 1983. – 286 с.
4. V. B. Rudnitsky, N. O. Yaretska Contact interaction of resilient die and cylindrical die with initial (residual) tension. // Вісник Хмельницького національного університету. Науковий журнал: Технічні науки. – Хмельницький: ХНУ, 5.2007, – с. 136-137.

РУДНИЦЬКИЙ Вячеслав Брониславович – д. т. н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики Хмельницкого национального университета.

Научные интересы:

- механика твердого деформируемого тела.

ЯРЕЦКАЯ Наталия Александровна – аспирантка, преподаватель кафедры высшей математики Хмельницкого национального университета.

Научные интересы:

- механика твердого деформируемого тела.