

УДК 621.391

Ю.П. РЕШЕТНИК, О.М. ШИНКАРУК

Хмельницький національний університет

І.І. ЧЕСАНОВСЬКИЙ, І.С. КАТЕРИНЧУК

Національна академія державної прикордонної служби України, м. Хмельницький

## АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОЇ ОБРОБКИ В АСПЕКТІ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ КОРОТКОЇ ТРИВАЛОСТІ

*В статті проаналізовані сучасні методи спектрального представлення сигналів та проведено порівняльний аналіз щодо застосування їх при обробці сигналів короткої тривалості за такими критеріями ефективності як компактність представлення та похибка апроксимації при застосуванні вагових вікон.*

*The article analyzed the modern methods of spectral representation of signals and a comparative analysis of their use in processing signals of short duration on performance criteria such as compactness of representation and approximation error in the application of weighted windows.*

Ключові слова: перетворення Фур'є, метод Проні, короткий сигнал, вагове вікно, спектр сигналу.

### Вступ

Сучасні тенденції розвитку телекомунікаційних систем обумовлюються стрімким ростом швидкодії та обчислювальної потужності дискретних засобів. Збільшення швидкості передачі інформації, в першу чергу призводить до зменшення тривалості сигналів, а отже стає актуальним питання пошуку більш швидких та ефективних методів їх обробки [4]. Широко розповсюдженні та загальноприйняті методи спектрального представлення на основі гармонійних базисних функцій (перетворення Фур'є) стають малоефективними, оскільки при їх реалізації збільшується або громіздкість спектрального представлення, або похибка відтворення через застосування вагових вікон. При цьому, застосування негармонійних базисних функцій (функцій Хаара, Добеші і др.) при реалізації дискретного вейвлет-перетворення є ще менш ефективним ніж дискретне перетворення Фур'є через складність усунення часової надмірності.

### Результати аналізу методів спектральної обробки коротких сигналів

Для об'єктивного визначення проблематики базисного перетворення сигналів, необхідно визначити всі можливі варіації кінцевого результату, при цьому в якості критеріїв оптимальності доцільно прийняти мінімальну кількість гармонік та мінімальну похибку апроксимації. Для цього сигнал необхідно розглянути як певний часовий процес, який можна описати сумою функцій  $g_k(t, \nu_k, \{c_k\})$ . Кожну з цих функцій, у випадку представлення сигналу в гармонійному базисі, можна умовно назвати «гармонікою». Одним з її найважливіших параметрів є  $\nu_k$  – частота. Сукупність  $\{c_k\}$  характеризує параметри кожної гармоніки, такі як початковий фазовий зсув, амплітуда і т.д. При апроксимації, яка в даному випадку повинна здійснюватися для мінімізації спектрального представлення, підлягають визначенню всі перераховані параметри, а також кількість гармонік  $k$ . Залежно від правильності вибору сімейства функцій  $\{g_k(t, \nu_k, \{c_k\})\}$  можливі наступні варіанти:

1. Знайдеться один або декілька наборів з кінцевим числом гармонік, які забезпечують нульове значення помилки апроксимації при перетворенні. В іншому випадку можна вибрати варіант або з мінімальною похибкою, або з мінімальною шириною «спектру» ( $\max_k \nu_k - \min_k \nu_k$ ) при заданому  $k$ , при цьому спектр сигналу виходить лінійчатим.

2. Знайдеться один або декілька наборів з нескінченним, але парним числом «гармонік», які забезпечують нульове значення помилки апроксимації сигналу. Тут також при безлічі рішень можливий вибір одного з них, відповідного мінімальній ширині спектру сигналу. При цьому спектр також виходить лінійчатим, але з нескінченним числом спектральних ліній.

3. Для забезпечення точної апроксимації сигналу потрібне його представлення інтегралом  $y(t) = \int_0^{\infty} R(\nu)g(t, \nu, \{c\})d\nu$  з використанням гармонік, які є значеннями безперервної функції у відліках частоти  $\nu$  ( $R(\nu)$  – апроксимуюче вагове вікно). В цьому випадку спектр апроксимуючої функції по параметру  $\nu$  буде безперервним і мати нескінченну ширину.

Звідси можна зробити висновок, що вибір класу і визначення властивостей базисних функцій  $\{g(t, \nu, \{c\})\}$  повинні здійснюватися з урахуванням властивостей сигналу, що досліджується, в іншому випадку апроксимація буде трудомістка і здійснена не достатньо ефективно. При цьому вираз для

апроксимуючої функції може вийти достатньо складним для застосування. Тому, наприклад, використання відомих вейвлет-функцій як базисних не завжди доцільно без попереднього аналізу досліджуваних сигналів. Апроксимуюча функція може вийти з щільнішим і ширшим вейвлет-спектром, ніж при використанні гармонійної апроксимації і так далі.

В даний час відомо декілька аналітичних способів визначення параметрів гармонік короткого сигналу. При чому, можна виділити три основних способи – це представлення аперіодичного процесу інтегралом Фур'є, розкладання періодичного процесу в ряд Фур'є і розкладання кінцевої послідовності відліків в ряд з використанням дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Для наближеного визначення спектру короткого сигналу можна використовувати також відомий спосіб розкладання дійсної функції з обмеженою варіацією на ряд гармонійних доданків і аперіодичну компоненту. Крім того, якщо апріорі відомо, що відрізок процесу складається тільки з гармонійних складових, то можливий точний розрахунок їх параметрів з використанням варіанту методу лінійного прогнозування (Проні) [3].

Розглянемо ці методи докладніше. У зв'язку з трудністю і громіздкістю отримання кількісних оцінок, при їх порівнянні використовуватимемо в основному якісні характеристики.

Якщо представити аперіодичний процес, що містить відрізок сигналу  $x(t)$  тривалістю  $T$ , інтегралом Фур'є:

$$y(t) = \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos(\omega t) + b(\omega) \sin(\omega t)] d\omega, \quad (1)$$

його спектр визначається двома безперервними сигналами:

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^T x(t) \cos \omega t dt; \quad b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^T x(t) \sin \omega t dt. \quad (2)$$

Слід вважати, що параметри (2) як функціональні залежності задовольняють умові мінімуму функціонала:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - y(t, a(\cdot), b(\cdot))]^2 dt, \quad (3)$$

для всіх видів цих залежностей. Тобто мірою точності розрахунку спектру є інтегральна середньоквадратична відстань між  $x(t)$  і  $y(t)$ . Складовими отриманого спектру (2) є незкінченна безліч ортогональних гармонік на інтервалі частот  $(-\infty, \infty)$ . Якщо апроксимувати  $x(t)$  дискретною послідовністю і інтеграл замінити відповідними сумами, то спектр вийде дискретним з рахунковою кількістю складових.

Інтегрування в межах часу означає, що сигнал має обмежену тривалість або аналізатор спектру працює кінцевий час. У такому випадку оцінка спектру (2) буде змінюватися при зміні довжини і положення інтервалу  $[0, T]$ . Спектр (2) як характеристика короткого сигналу є значно надлишковим. Особливо, якщо сигнал складається тільки з кінцевого набору гармонік. Спектральні складові спектру позбавлені фізичного сенсу по відношенню до сигналу. Тому такий спектр не стільки характеризує відрізок процесу, скільки повинен визначати частотну характеристику узгодженого фільтру, тобто аналогового пристрою, призначеного для прийому та обробки аперіодичного процесу, у даному випадку імпульсу з огинаючої  $x(t)$ . Збільшення інтервалу  $[0, T]$  наближає спектр до деякого граничного, але принципових змін в оцінку спектру відрізка не вносить. Це накладає певні обмеження на можливість використання такого алгоритму розрахунку спектру. Також для визначення спектру відрізка процесу можна використовувати вагове вікно, що дозволяє зменшити амплітуди високочастотних складових на краях спектру, але для ефективного вирішення кожного завдання гармонійного аналізу потрібно формувати окреме, оптимальне лише для цього випадку вагове вікно.

При застосуванні методу, який ґрунтується на розкладанні періодичного сигналу в ряд Фур'є, щоб отримати спектр сигналу необхідно припустити що існує деякий періодичний процес, одним періодом якого є відрізок  $x(t)$ . Апроксимуємо рядом Фур'є даний періодичний сигнал:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \cos\left(2\pi \frac{kt}{T}\right) + b_k \sin\left(2\pi \frac{kt}{T}\right) \right], \quad (4)$$

що складається з безлічі ортогональних гармонік з квадратурними складовими амплітуд:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt, \quad (5)$$

де  $k = 1, 2, \dots$ ;  $2\pi k/T = \omega_k$  – кругова частота.

Спектр отримується лінійчатим і при цьому складається з безлічі складових, віддалених одна від

одної на  $2\pi/T$  по частоті. Параметри виразу (5) можуть бути отримані шляхом мінімізації інтегралу (якщо  $K = \infty$ ) по різних видах цих параметрів як функцій. У точках відліку частот  $2\pi k/T$  значення коефіцієнтів  $a_k$  та  $b_k$  виразу (5) збігаються (з точністю до постійного множника) зі значеннями коефіцієнтів  $a_k$  та  $b_k$  виразу (2). За таким спектром, який представляє собою парне, але нескінченне число рівновіддалених за частотою гармонік, також важко оцінити реальний спектр розглянутого відрізка процесу.

Розглянутий спектр також занадто надлишковий, щоб характеризувати короткий дискретний сигнал. Це особливо очевидно, якщо розглядати сигнал, що складається з кінцевого набору гармонік. Але такий спектр може використовуватися для визначення частотної характеристики пристрою, налаштованого на прийом послідовності сигналів  $x(t)$ . Найбільш доцільним вважається створення оптимального вагового вікна для конкретного завдання, а не вибір одного з числа відомих.

Розглянемо випадок, коли спектр сигналу визначається за допомогою методу що побудований на розкладанні кінцевої послідовності відліків в ряд з використанням дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Для цього, розглянемо нескінченний періодичний дискретний процес, один період якого є сигнал  $\{x_n\}$ , що складається з  $N$  відліків. Представляючи процес коротким рядом Фур'є (зворотнє ДПФ) [1], отримуємо:

$$y_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ a_k \cos\left(2\pi \frac{kn}{N}\right) + b_k \sin\left(2\pi \frac{kn}{N}\right) \right], \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

Сукупність значень

$$a_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad b_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (7)$$

визначаються прямим ДПФ, можна вважати дискретним спектром сигналу. У цьому випадку спектр є лінійчатим, однак складається з  $N$  ортогональних рівновіддалених за частотою гармонік з параметрами  $a_k$  та  $b_k$  (вираз (7)). Якщо відома тривалість  $T$  відрізка послідовності, то  $2\pi k/T = \omega_k$  буде кругова частота  $k$ -ї гармоніки. Причому частоти будуть тільки парними  $N/2$ , якщо  $N$  парне. Слід зазначити, що вирази (7) це взяті в частотах  $0, 1/T, \dots, (N-1)/T$  відліки безперервного спектру Фур'є [5] сигналу  $\{x_n\}$ :

$$a(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{\omega T n}{N}\right), \quad b(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(\frac{\omega T n}{N}\right). \quad (8)$$

Відновлені з цього спектру значення процесу будуть визначатись як:

$$y_n = \frac{T}{2\pi N} \int_{-\pi N/T}^{\pi N/T} \left[ a(\omega) \cos\left(\frac{\omega T n}{N}\right) + b(\omega) \sin\left(\frac{\omega T n}{N}\right) \right] d\omega \quad (9)$$

Як видно з останнього виразу, відновленні значення  $y_n$  збігаються зі значеннями виразу (6). Однак якщо використовувати вирази (6) та (9) для інтерполяції в проміжних точках або екстраполяції за межами  $[0, T]$ , то вони будуть відрізнятись. Але при збільшенні  $N$  різниця зменшується.

Отриманий спектр визначає вихідний процес як нескінченну періодичну послідовність значень, кожен з періодів якої співпадає з сукупністю відліків  $\{x_n\}$ . Тобто, спектр відповідно виразу (7) визначає не тільки задані значення відрізка процесу, але і їх періодичне продовження. У даному випадку цей спектр, як і в перших двох випадках, володіє надмірністю. Він більше придатний для визначення характеристик певного цифрового приймального пристрою.

При розгляданні методу розкладання дійсної функції з обмеженою варіацією на ряд гармонійних складових і аперіодичну компоненту за інтегралом Фур'є припустимо, що ми маємо дійсну функцію  $x(t)$  з обмеженою варіацією [2]. Ця функція може бути представлена майже всюди як сума її середнього значення, періодичних доданків і аперіодичної компоненти:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t) + W(t), \quad (10)$$

де

$$A_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt; \quad A_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \omega_k t dt; \quad B_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \omega_k t dt. \quad (11)$$

При чому

$$a(\omega) = \frac{2}{T} \int_0^T W(t) \cos(\omega t) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0; \quad b(\omega) = \frac{2}{T} \int_0^T W(t) \sin(\omega t) dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0. \quad (12)$$

Значення параметрів (11) не дорівнюють нулю тільки для  $\omega = \omega_k$ . При цьому слід відмітити, що на доданки суми (назвемо її функцією  $V(T)$  – гармонійні складові) не накладаються вимоги взаємної ортогональності. Значення виразів (11) та (12) можна назвати параметрами спектру Фур'є сигналу  $x(t)$ . Він складається з неперервної і лінійчатої частин.

Вираз (10) представляється у вигляді суми ряду Фур'є функції  $V(T)$  відповідно виразу (4) та інтеграла Фур'є відповідно виразу (1) функції  $W(t)$ . При цьому передбачається існування інтегралів від модуля обох функцій на інтервалах  $[0, T]$  і  $[0, \infty)$  відповідно. Таким чином, спектр функції  $x(t)$  при кінцевому  $T$  можна наближено представити у вигляді розрахункового числа гармонік дискретного спектру відповідно виразу (11) функції  $V(t)$  і незкінченного числа гармонік безперервного спектру (12) функції  $W(t)$ . Тобто спектр виходить досить складним. При переході в виразі (11)  $T \rightarrow \infty$  має місце тотожність  $\omega_{i+1} - \omega_i \rightarrow 0$ , тобто звуження інтервалу між гармоніками функції  $x(t)$ . Тоді у виразі (10) будуть залишатися тільки ті з гармонік  $\omega_k$ , для яких значення параметрів виразів (11) відмінні від 0. Що стосується впливу функції  $W(t)$ , то її не можна представити у вигляді ряду Фур'є, оскільки вона аперіодична і виражається інтегралом Фур'є. Спектр сигналу можна визначити для кінцевого  $T$  шляхом задання очікуваного частотного діапазону, а потім для кожної його частоти  $\omega$  розраховуються складові амплітуди відповідно виразу (11).

Ще одним із способів представлення певного класу функцій  $x(t)$ , заданих  $N$  відліками на обмеженому часовому інтервалі, сумою з  $K$  гармонік, які необов'язково повинні бути ортогональними [2]:

$$y(t) = \sum_{k=1}^K (A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t). \quad (13)$$

Цей спосіб заснований на узагальненому методі Проні, за умови, що  $3K \leq N$ . Вважається, що постійна складова відсутня. Якщо  $3K < N$ , то спектр  $x(t)$  утворюється з гармонік з параметрами:

$$(A_1, B_1, \omega_1), (A_2, B_2, \omega_2), \dots, (A_K, B_K, \omega_K), \quad (14)$$

які визначаються за заданою вибіркою із рівновіддаленими відліку  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ . Для цього спочатку складаються спеціальні суми із зазначених параметрів і підібраних пар відліків:

$$x_{i+j} + x_{2K+i-j} = 2 \sum_{k=1}^K [A_k \cos \omega_k (K+i) + B_k \sin \omega_k (K+i)] \cos \omega_k (K-j), \quad (15)$$

де  $i = 1, 2, \dots, N - 2K$ ;  $j = 0, 1, \dots, K$ . При цьому:

$$\begin{aligned} \cos \omega_k (i+j) + \cos \omega_k (2K+i-j) &= 2 \cos \omega_k (K+i) \cos \omega_k (K-j); \\ \sin \omega_k (i+j) + \sin \omega_k (2K+i-j) &= 2 \sin \omega_k (K+i) \cos \omega_k (K-j). \end{aligned} \quad (16)$$

Для опису гармонік використовуються формули:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{i+1} + x_{2K+i+1} &= 2 \sum_{k=1}^K [A_k \cos \omega_k (K+i+1) + B_k \sin \omega_k (K+i+1)] \cos \omega_k (K), \\ x_{i+1+1} + x_{2K+i+1-1} &= 2 \sum_{k=1}^K [A_k \cos \omega_k (K+i+1) + B_k \sin \omega_k (K+i+1)] \cos \omega_k (K-1), \\ &\quad \bullet \bullet \bullet \\ x_{i+1+K} + x_{2K+i+1-K} &= 2 \sum_{k=1}^K [A_k \cos \omega_k (K+i+1) + B_k \sin \omega_k (K+i+1)] \cos \omega_k (K-K). \end{aligned} \right. \quad (17)$$

Кожна з систем складається з  $K+1$  лінійних рівнянь. Якщо вважати вирази в квадратних дужках невідомими, кількість яких  $K$ , а множники при дужках постійними коефіцієнтами, то буде видно, що кількість рівнянь у системі перевищує кількість невідомих  $K+1 > K$ . Звідси випливає, що в виразі (17) ліві частини рівнянь і коефіцієнти при невідомих у правих частинах повинні бути лінійно залежні. Введемо допоміжні множники  $-1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{K-1}, 0.5\alpha_K$  і зв'яжемо ними залежні елементи в рівні лінійні комбінації. Замінюючи для лівих частин ці нулі значеннями можливих помилок (похибок)

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{N-2K}, \quad (18)$$

отримаємо з  $N - 2K$  систем (17) дві нові системи рівнянь

$$\{-x_{i+1} - x_{2K+i+1} + \alpha_K x_{i+1+K} + \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k (x_{i+1+k} + x_{2K+i+1-k}) = \varepsilon_i\}, \quad (19)$$

$$\{\cos K\omega_k - \sum_{i=1}^{K-1} \alpha_i \cos(K-k)\omega_k - 0.5\alpha_K = 0\}, \quad (20)$$

де  $i = 1, \dots, N - 2K$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ . Величини (18) можуть безпосередньо включати в себе малі помилки обчислень, невеликі шумові складові і спотворення відліків функції  $x(t)$ . Прийнято вважати, що кожне з значень ряду (18) є помилкою визначення поточного відліку по лінійній комбінації  $2K$  попередніх. Систему (19) можна розглядати як систему  $N - 2K$  лінійних рівнянь щодо  $K$  невідомих

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K. \quad (21)$$

Оскільки  $N - 2K > K$ , тобто число рівнянь більше числа невідомих (розмір вибірки більше  $3K$ ), то рішення шукається методом найменших квадратів. Для цього складається квадратична форма з помилок  $\varepsilon_i$ :

$$\sum_{i=1}^{N-2K} \varepsilon_i^2, \quad (22)$$

яка далі мінімізується по допоміжних параметрах (21) шляхом прирівнювання нулю часткових похідних:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_k} \sum_{i=1}^{N-2K} \varepsilon_i^2 = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (23)$$

З виразу (20) випливає, що будь-яка гармоніка функції  $x(t)$  повинна бути коренем одного і того ж тригонометричного рівняння ступеня  $K$ , а відповідно за знайденими коефіцієнтами ряду (21) можна скласти і розв'язати рівняння:

$$\cos K\omega - \sum_{k=1}^{K-1} \alpha_k \cos(K-k)\omega - 0.5\alpha_K = 0. \quad (24)$$

Отримані корені  $\omega_1, \omega_2, \dots$ , яких має бути  $K$ , приймаються за частоти гармонійних складових відрізка функції  $x(t)$ . Далі параметри знайдених частот – амплітуди з (14) визначають з використанням методу найменших квадратів. Для цього відповідний вираз

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ x_n - \sum_{k=1}^K (A_k \cos \omega_k \frac{nT}{N} + B_k \sin \omega_k \frac{nT}{N}) \right]^2 \quad (25)$$

мінімізується по кожному параметру з  $\{A_k, B_k\}$  з урахуванням знайдених частот  $\{\omega_k\}$ . Нарешті, за раніше розрахованими множниками (21) і відліками  $\{x_n\}$  можна обчислити сумарне значення помилок.

Проте, результати, що отримуються по розглянутому методу Проні, не мають недоліків, властивих першим трьом методам. Тут за межами  $[0; T]$  поведінка функції (13), яку можна відтворити по параметрах гармонік (14), нічим апріорі не зумовлюється. Тобто безліч відліків функції  $x(t)$  бере участь за допомогою розрахованих параметрів (14) тільки у формуванні основи апроксимуючої функції (13) і лише на інтервалі  $[0; T]$ .

### Висновки

Проведений порівняльний аналіз показує, що існуючі методи спектрального представлення сигналів на основі ортогональних базисних функцій є малоефективними при обробці сигналів короткої тривалості, оскільки є громіздкими, або дають велику похибку апроксимації при застосуванні вагових вікон для більш компактного представлення. Поряд з цим, застосування методу лінійного передбачення (Проні), в основу якого покладено застосування не обов'язково ортогональних базисних функцій, дає змогу досягти меншої похибки апроксимації при достатньо компактному представленні.

Слід зауважити, що перераховані методи не досить ефективні при аналізі дуже коротких сигналів  $x(t)$  з причини негативних особливостей отримуваних спектрів, що проявляються зокрема через розриви на кінцях сигналу. Одним із парадоксів цих спектральних представлень є те, що процес  $x(t)$ , існуючий на кінцевому інтервалі  $[0, T]$ , розкладається на гармонійні складові, що починаються від  $-\infty$  і закінчуються в  $+\infty$ , тобто до початку і після завершення процесу. Крім того, жоден з них не може забезпечити прийнятної значення помилки апроксимації коротких сигналів обмеженим набором гармонік. Причиною

тому є надмірності спектру спричинені різним описом спектрального складу коротких сигналів. Це особливо наочно проявляється на прикладі коливального сигналу.

Підсумовуючи викладене, можна зробити висновок, що на сьогодні існує потреба створення окремих спеціальних методів спектрального представлення сигналів короткої тривалості шляхом розробки нових або комплексного застосування існуючих.

### Література

1. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 547 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 720 с.
3. Гармонические естественные спектры и аппроксимация коротких сигналов [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://short-signal-sp.pochta.ru/>.
4. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – М.: Питер, 2002. – 608 с.
5. Голденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов. – М.: Сов. Радио, 1990. – 312 с.

Надійшла 23.2.2010 р.

УДК 621.396.96

О.А. МЯСІЩЕВ, Л.В. КАРПОВА  
Хмельницький національний університет  
І.І. ЧЕСАНОВСЬКИЙ

Національна академія Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького

## ОЦІНКА ПОТЕНЦІЙНОГО СТУПЕНЯ РОЗРІЗНЕННЯ ІМПУЛЬСНИХ ЗОНДУЮЧИХ РАДІОСИГНАЛІВ З УРАХУВАННЯМ КУТОВОЇ НЕСТАБІЛЬНОСТІ ГЕНЕРАТОРА НВЧ

*В статті досліджено властивості імпульсних радіолокаційних сигналів на предмет трансформування функції невизначеності при врахуванні їх внутрішньої фазочастотної нестабільності. Досліджено надвисокочастотні радіосигнали, згенеровані імпульсним багато резонаторним магнетроном. Сформульовано модель їх комплексної огинаючої з урахуванням флуктуаційних фазочастотних процесів, на основі якої досліджено їх функцію невизначеності.*

*The article investigates the properties of pulsed radar signals in terms of transforming the function of uncertainty in view of their internal fazochastotnoyi instability. Investigated microwave radio frequency pulse generated many cavity magnetron. ffered their complex envelope fazochastotnyh subject to fluctuation processes on which they investigated the function of uncertainty.*

Ключові слова: розрізнення радіосигналів, кутова нестабільність.

Внесення внутрішньої модуляції в імпульс збільшує його інформативність в будь-якому разі, незалежно від її глибини [1, 2]. В радіолокаційних сигналах, підвищення їх інформативності призводить до підвищення завадостійкості, через наявність додаткового параметру в сигналі (комплексної огинаючої певної, відомої форми), крім того, внесення додаткової динаміки в форму комплексної згинаючої дозволяє модифікувати форму її кореляційної функції, що по-перше, дозволяє застосувати алгоритми оптимальної узгодженої фільтрації з "зжиманням" сигналу; по-друге, дозволяє підвищити ступінь розрізнення сигналів, що при активній радіолокації призводить до підвищення роздільної здатності.

В теорії радіотехніки, ступінь розрізненості сигналів, як правило, визначають через побудову та аналіз тіла функції невизначеності в двох вимірах – частотному та часовому [1, 3].

Метою даної роботи є дослідження ступеня трансформування функції невизначеності простого радіоімпульсу при врахуванні фазової та частотної нестабільності його внутрішнього НВЧ заповнення.

*Результати дослідження.* В загальному випадку, імпульсний радіолокаційний сигнал, можна представити у вигляді:

$$u(t, T_m) = U(t) \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \theta(T_m)) , \quad (1)$$

де  $U(t)$  – модулюючий сигнал по амплітуді;  $\omega_0$  – номінальна частота генератора НВЧ;  $\theta(t)$  – кутова динамічна складова нестабільності НВЧ колювання;  $\theta_0(T_m)$  – постійний фазовий зсув внаслідок випадкової початкової фази НВЧ колювання в  $m$ -ому періоді зондування.

Якщо вважати, що форма комплексної обвідної визначається тільки одним динамічним параметром – модулюючим по амплітуді прямокутним імпульсом вигляду: