

## МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ЩОДО ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ, ЩО ВИЗНАЧАЮТЬ РІВЕНЬ БЕЗВІДМОВНОСТІ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

В статті запропоновано показник імовірності правильного функціонування РТС, під яким слід розуміти умовну імовірність безвідмовної роботи об'єктів в заданому проміжку часу. Визначено систему диференціальних рівнянь для визначення імовірностей перебування РТС у формалізованих станах. Сформульовано основні показники готовності РТС.

In the paper the index of probability of correct functioning of the RTS under which the conditional probability should be understood uptime objects in a given period of time. The system of differential equations to determine the probabilities of being formalized in the RTS state. The main indicators of readiness RTS.

Ключові слова: радіотехнічні системи; стаціонарна імовірність; показник імовірності функціонування; адаптивні заходи технічної експлуатації; імовірність правильного функціонування.

### Вступ

Реалізація заходів адаптивної системи технічної експлуатації [1,2,3] радіотехнічних систем (РТС) і оцінка довговічності передбачає визначення реального рівня їх поточного стану. З цією метою авторами запропоновано показник імовірності правильного функціонування РТС, під яким слід розуміти умовну імовірність безвідмовної роботи об'єктів в заданому проміжку часу при умові, що протягом цього часу значення визначальних параметрів їх технічного стану перебуватимуть у встановлених межах і за цей час не відбудеться жодної раптової відмови [4].

### Основна частина

Дана умова істотно впливає на стохастичні залежності, якими виражаються показники надійності РТС [5], наприклад, функція готовності, або стаціонарний коефіцієнт готовності та інші. У даній статті приводяться формули основних показників готовності РТС, що ґрунтуються на моделі марківського процесу, їх правильного функціонування. Граф станів цього процесу показаний на рис. 1.

Відповідно до приведеного на рис. 1 графа, складена система диференціальних рівнянь для визначення імовірностей перебування відповідних об'єктів у формалізованих вище станах, що має наступний вигляд:

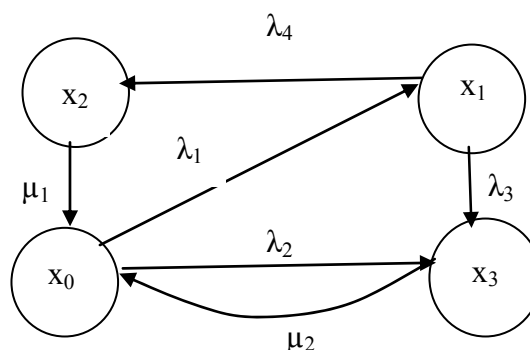


Рис. 1 – Граф станів та переходів РТС в процесі експлуатації:  $x_0$  – стан правильного функціонування об'єкта;  $x_1$  – стан неправильного функціонування об'єкта (відбувся вихід значення будь-якого визначального параметра за встановлені межі, але факт виходу не виявлений технічним персоналом);  $x_2$  – стан відновлення об'єкта після виявлення виходу значення будь-якого визначального параметра за встановлені межі;  $x_3$  – стан відновлення РТС після раптової відмови

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt} &= -(\lambda_1 + \lambda_2)p_0(t) + \mu_1 p_2(t) + \mu_2 p_3(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} &= \lambda_1 p_0(t) - (\lambda_3 + \lambda_4)p_1(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} &= \lambda_4 p_1(t) - \mu_1 p_2(t); \\ \frac{dp_3(t)}{dt} &= \lambda_2 p_0(t) + \lambda_3 p_1(t) - \mu_2 p_3(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $p_i(t)$  – шукані імовірності станів  $x_i$ ;

$\lambda_1, \mu_1 > 0$  – умовні щільності перехідних імовірностей.

Лінійна диференціальна система (1) може бути вирішена загальним методом [5]. Однак його застосування приводить до трудомістких і громіздких викладень. Коротшим і простішим, на думку автора, є спосіб, при якому на підставі нормувальної умови:

$$\sum_{i=0}^3 p_i(t) = 1, \quad (2)$$

вихідна система спочатку зводиться до трьох рівнянь із шуканими імовірностями  $p_0(t)$ ,  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ , а потім

перетворюється в лінійне неоднорідне диференційне рівняння 3-го порядку:

$$\frac{d^3 p_0(t)}{dt^3} + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \mu_1 + \mu_2) \frac{d^2 p_0(t)}{dt^2} + [(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1 + \mu_1 \mu_2) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)(\lambda_3 + \lambda_4)] \frac{dp_0(t)}{dt} + [(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4) \mu_1 \mu_2 + \mu_1 \lambda_1 \lambda_4 + \mu_1 (\lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_4)] p_0(t) = \mu_1 \mu_2 (\lambda_3 + \lambda_4), \quad (3)$$

відносно шуканої функції  $p_0(t)$ .

При цьому слід відмітити, що рішення рівняння (3) наочне шляхом приведення до функції:

$$p_0(t) = const = \frac{\mu_1 \mu_2 (\lambda_3 + \lambda_4)}{(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4) \mu_1 \mu_2 + \mu_2 \lambda_1 \lambda_4 + \mu_1 (\lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_4)}. \quad (4)$$

З виразу (4) виходить загальне рішення рівняння (3) і просто інтегрується друге і третє рівняння системи (1), а функція  $p_3(t)$  визначається з рівності (2).

Враховуючи викладене,ведемо остаточні формули для визначення імовірності перебування РТС у станах, що представлені на рис. 1.

$$\left. \begin{aligned} p_0(t) &= c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t} + c_3 e^{k_3 t} + \frac{\mu_1 \mu_2 (\lambda_3 + \lambda_4)}{\gamma}; \\ p_1(t) &= \frac{\lambda_1 c_1 e^{k_1 t}}{k_1 + \lambda_3 + \lambda_4} + \frac{\lambda_1 c_2 e^{k_2 t}}{k_2 + \lambda_3 + \lambda_4} + \frac{\lambda_1 c_3 e^{k_3 t}}{k_3 + \lambda_3 + \lambda_4} + \frac{\lambda_1 \mu_1 \mu_2}{\gamma}; \\ p_2(t) &= \frac{\lambda_1 \lambda_4 c_1 e^{k_1 t}}{(k_1 + \mu_1)(k_1 + \lambda_3 + \lambda_4)} + \frac{\lambda_1 \lambda_4 c_2 e^{k_2 t}}{(k_2 + \mu_1)(k_2 + \lambda_3 + \lambda_4)} + \frac{\lambda_1 \lambda_4 c_3 e^{k_3 t}}{(k_3 + \mu_1)(k_3 + \lambda_3 + \lambda_4)} + \frac{\lambda_1 \lambda_4 \mu_2}{\gamma}; \\ p_3(t) &= 1 - p_0(t) - p_1(t) - p_2(t), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де  $k_1, k_2, k_3$  – дійсні, різні (причому, негативні) корені характеристичного рівняння:

$$k^3 + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 \mu_1 + \mu_2) k^2 + [(\lambda_1 \mu_1 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1 + \mu_1 \mu_2) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)(\lambda_3 + \lambda_4)] k + [(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4) \mu_1 \mu_2 + \mu_2 \lambda_1 \lambda_4 + \mu_1 (\lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_4)] = 0, \quad (6)$$

де  $c_1, c_2, c_3$  – параметри, що визначаються по початковим умовам процесу;

$p_0(0)=1, p_1(0)=p_2(0)=p_3(0)=0$ , із системи (5) та виражаються співвідношеннями.

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{(\gamma - \mu_1 k_2 k_3)(k_1 + \mu_2)(k_1 + \lambda_3 + \lambda_4)}{\gamma - (k_1 - k_3)(k_1 - k_2)}; \\ c_2 &= \frac{(\gamma - \mu_1 k_1 k_3)(k_2 + \mu_2)(k_2 + \lambda_3 + \lambda_4)}{\gamma - (k_2 - k_1)(k_2 - k_3)}; \\ c_3 &= \frac{(\gamma - \mu_1 k_1 k_2)(k_3 + \mu_2)(k_3 + \lambda_3 + \lambda_4)}{\gamma - (k_3 - k_2)(k_3 - k_1)}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де

$$r = (\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4) \mu_1 \mu_2 + \mu_2 \lambda_1 \lambda_4 + \mu_1 (\lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_4). \quad (8)$$

Представленими формулами (5) – (8) цілком вирішується поставлена задача.

Функцією  $p_0(t)$  визначається імовірність того, що в поточний момент часу  $t$  технічний пристрій знаходиться в працездатному стані й у повному обсязі та якісно виконує задані функції. Імовірність  $p_0(t)$  – це нестационарний коефіцієнт готовності об'єкта в режимі правильного функціонування.

Функцією  $p_1(t)$  визначається імовірність того, що в момент  $t$  об'єкт, хоча і знаходиться в робочому стані, але задані функції виконує або не в повному обсязі, або неякісно. Якщо мова йде про електронні засоби спостереження і зв'язку, то мається на увазі спотворення інформації, що надходить, часткова втрата сигналу та інші недоліки у функціонуванні системи.

Сумою функцій  $p_2(t) + p_3(t)$  виражається нестационарний коефіцієнт простою РТС, при цьому ймовірністю  $p_2(t)$  – за рахунок відновлення виробу по поступовим відмовам, ймовірністю  $p_3(t)$  – по раптовим.

Фінальні (стаціонарні) імовірності можна визначити за допомогою виразу (5) граничним переходом при  $t \rightarrow \infty$ . Оскільки  $k_i < 0$ , то наочно, що:

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= \frac{\mu_1 \mu_2 (\lambda_3 + \lambda_4)}{\gamma}, p_1 = \frac{\lambda_1 \mu_1 \mu_2}{\gamma}; \\ p_2 &= \frac{\lambda_1 \lambda_4 \mu_2}{\gamma}, p_3 = \frac{\gamma - \mu_1 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4) - \lambda_1 \lambda_4 \mu_2}{\gamma}, \end{aligned} \right\} (9)$$

де  $p_0(t)$  – стаціонарний коефіцієнт готовності;

$p_2 + p_3$  – стаціонарний коефіцієнт простою.

Алгоритмізація задачі та її програмне забезпечення не викликають труднощів.

Приведемо приклад розрахунків, який можна використовувати для налагодження програми, стосовно до РЛС конкретного типу по наступним вихідним значенням:

$$\lambda_1 = 0,00323 \text{ 1/г/го} \quad \lambda_2 = 0,001 \text{ 1/г/го} \quad \lambda_3 = 0,002 \text{ 1/г/го}$$

$$\mu_1 = 0,0027 \text{ 1/г/го} \quad \mu_2 = 0,028 \text{ 1/г/го}$$

1. Складається характеристичне рівняння (6) і знаходяться його корені. Для вибраних вихідних даних отримуємо:

$$k^3 + 0,31 k^2 + 0,021 k + 0,0004 = 0$$

$$k_1 = -0,226, \quad k_2 = -0,029, \quad k_3 = -0,056.$$

2. По формулах (7) обчислимо значення параметрів моделі. Одержимо

$$c_1 = -0,004, \quad c_2 = 0,03, \quad c_3 = 0,076.$$

3. По формулах (9) знаходимо значення фінальних імовірностей:

$$p_0 = 0,896, \quad p_1 = 0,055, \quad p_2 = 0,012, \quad p_3 = 0,036.$$

4. Записуємо вираз (5) нестационарних імовірностей станів стаціонарного марківського процесу:

$$\left. \begin{aligned} p_0(t) &= -0,0043e^{-0,231t} + 0,034e^{-0,03t} + 0,07e^{-0,05t} + 0,89 \\ p_1(t) &= -0,0001e^{-0,231t} + 0,0044e^{-0,03t} - 0,06e^{-0,05t} + 0,05 \\ p_2(t) &= -0,0042e^{-0,231t} + 0,0011e^{-0,03t} + 0,017e^{-0,05t} + 0,01 \\ p_3(t) &= -0,04e^{-0,31t} + 0,0015e^{-0,05t} + 0,06 \end{aligned} \right\} (10)$$

Неважно переконалися, що імовірності функції з прийнятою точністю обчислень і округлень результатів рахунка задовольняються рівняннями (1) і початкових умовам задачі.

### Висновки

Таким чином, однією з задач теорії та практики забезпечення надійності РТС є виявлення характерних тенденцій процесу зміни їх технічного стану, що необхідно для реалізації адаптивних профілактико-відновлювальних заходів і, тим самим, уповільнення швидкості протікання деградаційних процесів з метою оцінки та забезпечення довговічності за станом РТС. Визначення значень представлених вище інформаційно-аналітичних показників, їх математична апроксимація та прогнозування характерних трендів покладено в основу визначення рівня довговічності за станом РТС.

### Література

1. Барзилович Е.Ю., Воскобоев В.Ф. Эксплуатация авиационных систем по состоянию / Под ред. Е.Ю. Барзиловича. – М.: Транспорт, 1981, – 196 с.
2. Смирнов Н.Н., Ицкович А.А. Обслуживание и ремонт авиационной техники по техническому состоянию / Под ред. Н.Н. Смиронова. – М.: Транспорт, 1980. – 232 с.
3. Шинкарук О.Н. Методические основы исследования статистико-вероятностных закономерностей правильного функционирования РТС при оценке их долговечности по состоянию // Збірник наукових праць НАПВУ № 16, частина 2. – Хмельницький: Вид. НАПВУ, 2001, стор.115-120.
4. Шинкарук О.М. Методологічні основи оцінки та забезпечення довговічності за станом радіотехнічних засобів Прикордонних військ України. Дисертація на здобуття наук. ступ. д.т.н. – Хмельницький: НАПВУ, 2001. – 331 с.
5. Эльсгольц А.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / А.Э. Эльсгольц. – М.Наука. 1969 – 42 с.

Надійшла до редакції  
26.11.2010 р.