

## МОДЕЛІ ҐРУНТОВОГО СЕРЕДОВИЩА ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ОСНОВ ФУНДАМЕНТІВ АРХІТЕКТУРНИХ СПОРУД ТА МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗЕМЛЯНИХ РОБІТ ПРИ ЇХ СПОРУДЖЕННІ

*Під час розрахунку основ фундаментів архітектурних споруд та моделювання процесу земляних робіт при їх спорудженні необхідно підібрати модель, яка б найбільш повно відображала процеси, котрі відбуваються в робочому середовищі, тобто в ґрунті. Автором розглянуто існуючі моделі, що використовуються для описання деформування дискретних матеріалів з урахуванням властивих йому особливостей. Проведений аналіз дозволяє рекомендувати для моделювання процесів взаємодії робочих органів з ґрунтовым середовищем моделі нелінійної механіки ґрунтів. Вони враховують прояв як внутрішнього тертя, так і дилатансії. Задача зводиться до розв'язування системи нелінійних диференціальних рівнянь, причому тільки за допомогою методу послідовних наближень. На кожній ітерації розв'язується лінійна задача з урахуванням досягнутого рівня напруженого стану. Це дозволяє коригувати параметри даної моделі для кожної ітерації.*

*Ключові слова:* основа фундаменту; дискретне середовище; внутрішнє кулонове тертя; дилатансія.

O.A. DOROFEYEV

Khmelnytskyi National University

## MODELS OF SOIL ENVIRONMENT FOR CALCULATIONS OF THE FOUNDATIONS OF ARCHITECTURAL BUILDINGS AND MODELING OF THE PROCESS OF EARTHWORKS AT THEIR CONSTRUCTION

*When calculating the fundamentals of the bases of architectural structures and modeling the process of earthworks during their construction, it is necessary to choose a model that would most fully reflect the processes occurring in the working environment, that is, in the soil. Any soil from the positions of mechanics of a deformable body can be considered as an area filled with particles of solid material: granular, loose, granular, dispersed, etc. The particles interact with each other through a multitude of arbitrary oriented contacts that do not accept stretching efforts. Such an environment relies on the external load only due to the friction forces that arise in the contact zones of the particles. The author examines the existing models used to describe the deformation of discrete materials, taking into account peculiarities inherent to it. Models based on the premise of the theory of continuous deformable media can be divided into three groups: models with linear relationships between stresses and deformations; models with nonlinear physical dependencies, but which do not take into account the influence of internal friction; models of nonlinear soil mechanics that take into account the influence of internal friction and dilatation. The analysis allows recommending modes of nonlinear soil mechanics for modeling the processes of interaction of working parts with soil environment. Such modes take into account both internal friction and dilatation. The problem is reduced to solving a system of nonlinear differential equations, and only with the help of a method of successive approximations. At each iteration a linear problem is solved taking into account the achieved level of a strained condition. This allows you to adjust the parameters of this model for each iteration.*

*Key words:* base of foundation; discrete environment; internal coulomb friction; dilatation.

**Вступ.** Інтенсивне зростання міст за межі області з добре вивченими геомеханічними характеристиками ґрунту вимагає більш ретельного підходу до описання взаємодії ґрунту не тільки з фундаментами інженерних споруд, а й робочими та рушійними органами будівельних машин при виконанні землерийних робіт.

Кінцевою метою розрахунку будь-якої споруди є оцінка її загальної стійкості, перевірка міцності конструктивних елементів та визначення загальних деформацій (осідань, зсувів, кутів повороту).

На процес взаємодії робочого або рушійного органу, наприклад, землерийної машини з ґрунтом суттєво впливають фізико-механічні властивості ґрунту. При проектуванні подібної машини необхідно вірно вибрати потужність двигуна, що можливе тільки при відомому значенні горизонтальної сили, яка направлена на утворювання клину ґрунту. Але ця сила залежить від багатьох факторів, деякі з яких не те що врахувати, складно навіть визначити.

Складнощі, що виникають при подібних обчисленнях, змушують або використовувати дані натуральних досліджень, або використовувати моделі ґрунту.

Отже, виникає необхідність обґрунтування вибору механічної (реологічної) моделі середовища, яка б відображала принципові відмінності законів деформування ґрунтового середовища від класичних твердих тіл і була б забезпечена відповідним лабораторним устаткуванням для визначення необхідних розрахункових параметрів моделі.

Для розрахунків основ фундаментів будівельних споруд використовують моделі інженерної механіки двох класів: контактні моделі і моделі механіки ґрунтів, які розглядають ґрунтову основу як суцільне середовище, що деформується за особливими нелінійними законами.

Контактні моделі найчастіше реалізуються у розрахунках балок на пружній основі. Вони використовують відому гіпотезу Вінклера-Фуса про пропорційність між тиском  $q$  на контактній поверхні та її переміщенням  $w$ :  $q = c \cdot w$ , де  $c$  – коефіцієнт деформації (коефіцієнт «постілі»).

Коефіцієнт постілі відображає не тільки деформаційні особливості ґрунтової основи, але й залежить від жорсткості фундаменту. Тому його величину принципово неможливо обґрунтовано призначити для проектування нової споруди.

Модель Вінклера-Фуса враховує переміщення  $w$  контактної поверхні тільки в точках, де прикладене навантаження  $q$ . Переміщення ж поверхні відбувається також за зоною навантаження. Для можливості відобразити цю особливість запропоновано багато модифікованих, комбінованих моделей, графічна інтерпретація найбільш відомих з них показана на рис. 1, а (модель І. Я. Штаєрмана), рис. 1, б (модель М. М. Філоненка-Бородича), рис. 1, в (модель В. З. Власова).

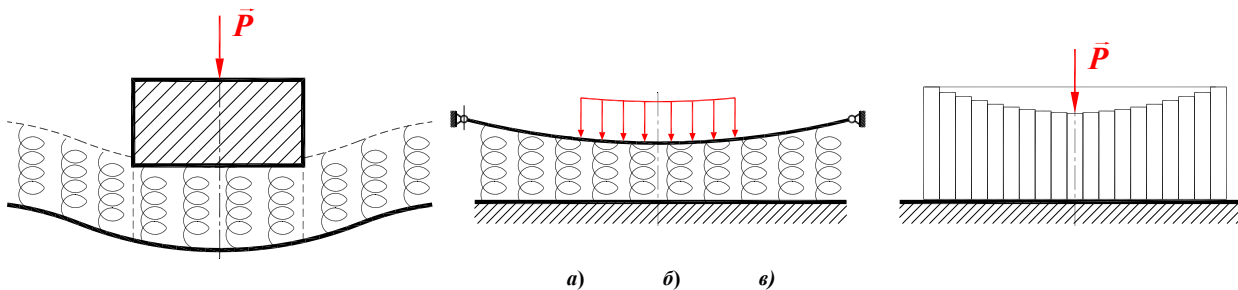


Рис. 1. Модифіковані контактні моделі:  
а) модель І. Я. Штаєрмана; б) модель М. М. Філоненка-Бородича; в) модель В. З. Власова

Модель основи І. Я. Штаєрмана є комбінацією моделей простору, що деформується та коефіцієнту постелі. Автор робить допущення, що дія нормального тиску на поверхні основи призводить до виникнення двох видів переміщень. Перші отримуються як загальні деформації середовища, що лінійно деформується, а другі враховують структурні деформації поверхні ґрунту, що «змінюється» та визначаються за допомогою гіпотези коефіцієнта постелі.

М. М. Філоненко-Бородич запропонував модель, яка базується на гіпотезі коефіцієнта постелі, але враховує роботу основи поза площиною завантаження. В даній моделі відбувається нерівномірне стискування всієї ділянки ґрунту, а не тільки тієї, що розташована безпосередньо під навантаженням.

Модель В. З. Власова ґрунтується на застосуванні загального варіаційного методу автора. Основа представляється у вигляді системи стовпчиків скінченної довжини, між якими діють сили опору зсуву.

Запропоновані контактні моделі не здатні достовірно описати особливості деформування ґрунтової основи, а отже, і оцінити загальну стійкість та визначити загальні деформації споруди. Крім цього, ці моделі важко використати для моделювання процесу землерийних робіт.

Більш афективним у цих випадках є використання моделей механіки ґрунтів.

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Детальний аналіз існуючих моделей для описання деформування дискретного середовища проведений авторами в [1, 2].

Існуючі на даний час моделі дискретного середовища можна класифікувати наступним чином.

*Моделі зернистого середовища* – ґрунтуються на співвідношеннях Амонтона-Кулона для сил, котрі виникають в кожному мікроконтакті. Найбільш детальний опис моделей даного типу наведений у монографії І.І. Кандаурова. Окремі задачі розглянуті Р.А. Мюлером, Р.Д. Міндліним, Г. Дересевичем, В.В. Ковтуном.

*Моделі граничної рівноваги сипкого середовища*, в основу яких покладено припущення Кулона, завдяки якому сипке середовище розглядається як тверде тіло, не здатне сприймати розтягуючі напруження. В цих моделях припускається, що єдиними можливими деформаціями є зсув по поверхням розриву у граничному стані. Розв'язки подібних задач отримали Кулон, Кульман, Ребхан, Клейн, Голушкевич та інші.

Логічним розвитком цих моделей є *моделі статички сипкого середовища*, в яких припускається, що граничний стан одночасно досягається не тільки на поверхні розриву, але й в кожній точці розглядуваного об'єму. Значний вклад даної моделі в інженерні розрахунки зроблено В.В. Соколовським.

Одним з перших, хто запропонував *модель механіки ґрунтів деформаційного типу* був А.І. Боткін. В цих моделях використовуються незалежні закони деформування об'єму і форми. З моделями даного класу працювали Ф.М. Шихів, Г.А. Генієв, Ю.К. Зарецький, В.Г. Столяров та інші науковці.

Але найбільш перспективними моделями для описання поведінки дискретного середовища під дією зовнішнього навантаження є клас *моделей механіки ґрунтів пластичного плинку*. В цьому напрямку працювали Друккер та Прагер, Ю.М. Работнов, В.М. Ніколаєвський, А. Sawczuk, P. Stytz, А.С. Строганов, М.В. Малишев, Ю.К. Зарецький та інші.

**Постановка задачі досліджень.** Земляні роботи є найбільш поширеними та трудомісткими при будь-якому будівництві. Незалежно від того, чи земляні споруди є постійними (дамби, канали тощо), чи тимчасовими (котловани, траншеї, свердловини і т.і.), вони повинні бути міцними та повинні сприймати робочі навантаження. Будь-який ґрунт з позицій механіки деформівного тіла можна розглядати як область, заповнену частинками твердого матеріалу: зернистого, сипкого, гранульованого, дисперсного і т.п. Частинки взаємодіють між собою через безліч довільно орієнтованих контактів, які не сприймають розтягуючі зусилля. Таке середовище опирається зовнішнім навантаженням тільки за рахунок сил тертя, котрі виникають в зонах контакту частинок.

Як відомо, сили кулонового тертя пропорціональні нормальним притискним контактним зусиллям, тобто середовище опирається зовнішнім навантаженням переважно завдяки силам внутрішнього сухого

тертя. Під час взаємодії дискретного середовища із елементами споруд або машин воно деформується. Ці деформації відбуваються як за рахунок ущільнення масиву, так і за рахунок взаємного проковзування жорстких частинок.

Інженерні розрахунки, що пов'язані з оцінкою взаємодії середовища даного типу з контактуючими елементами та конструкціями, зводяться до аналізу напружено-деформованого стану середовища від дії зовнішніх силових або кінематичних збурень. Після проведеного автором аналізу існуючих моделей дискретного середовища, було запропоновано використовувати реологічну модель середовища, яка описувала б його стан на усіх етапах деформування, – а саме, моделі теорії пластичності з особливими, характерними для дискретних матеріалів, умовами пластичності. В основу математичної моделі необхідно покласти залежності між напруженнями та деформаціями або між зусиллями та переміщеннями, які враховували б характерні особливості законів деформування дискретних матеріалів і їх відповідність законам пластичного деформування твердих тіл, покладених в основу класичної теорії пластичності.

**Метою** досліджень є підбір розрахункової моделі ґрунтових основ фундаментів, яка враховувала б особливості деформування дискретних середовищ.

**Основний матеріал і результати.** При розрахунку загальної стійкості ґрунтового середовища використовується бездеформаційна модель теорії граничної рівноваги сипкого середовища. Для виконання міцнісних та деформативних розрахунків споруд використовуються моделі, що побудовані на визначених залежностях між напруженнями та деформаціями або між зусиллями та переміщеннями.

Розрахунки верхніх частин будь-яких споруд (гідротехнічних у тому числі) зазвичай виконуються за допомогою відомих методів будівельної механіки. Найчастіше використовуються моделі стрижневих систем, що базуються на лінійних або нелінійних фізичних залежностях між зусиллями та переміщеннями.

А ось для оцінки напружено-деформованого стану ґрунтових основ та засипок запропоновано багато розрахункових моделей. При цьому існує два принципово різних підходи – ґрунтовий масив розглядається як *суцільне* або як *дискретне* середовище. Перший підхід базується на добре відомому апараті суцільного середовища, хоча ґрунт є насправді дискретним. Моделі ж, котрі враховують дискретність, базуються на допущеннях, що відображають фізичні процеси, які відбуваються в ґрунтовому масиві, і, в решті решт, приходиться вертатись до понять суцільного середовища – напружень, деформацій тощо. Це є результатом слабо розвинутого апарату теорії дискретних середовищ.

Моделі, що опираються на передумови теорії суцільних деформованих середовищ, можна розбити на три групи:

- моделі з лінійними співвідношеннями між напруженнями та деформаціями;
- моделі з нелінійними фізичними залежностями, але які не враховують вплив внутрішнього тертя;
- моделі нелінійної механіки ґрунтів, що враховують вплив внутрішнього тертя та дилатансії.

#### Лінійні моделі основ

Для побудови моделі середовища, яке деформується лінійно, використовують три типи рівнянь: а) статичні рівняння (диференціальні рівняння рівноваги); б) геометричні рівняння (залежності Коші); в) фізичні рівняння (закон Гука). Рівняння утворюють замкнену систему.

Для розглядуваного нами сипкого середовища моделі лінійно пружного тіла використовуються з деякими обмеженнями:

- перед усім, ґрунтове середовище не є пружним;
- закони деформування ґрунтів описуються складними фізичними нелінійними співвідношеннями, причому ці залежності описують не криву, а поверхню деформування [3].

Але цей тип моделі зручний для використання з тої точки зору, що лінійне рішення завжди можна розглядати як перше наближення нелінійної задачі. Тобто виникає можливість використовувати для рішення задачі ітераційного процесу.

#### Моделі, що базуються на нелінійних залежностях між напруженнями та деформаціями

В цих моделях для аналізу напруженого стану ґрунтового середовища використовується апарат нелінійної теорії пружності, який опирається на такі допущення: деформації вважаються малими; закон зміни об'єму описується лінійною залежністю між кульовими тензорами напружень та деформацій; закон формозміни описується нелінійною залежністю між девіаторами напружень і деформацій.

В деформаційній теорії пластичності додатково приймаються допущення: про збіг головних осей тензорів напружень та деформацій; про лінійність закону формозміни при пасивному деформуванні і, іноді, про нестисливість матеріалу.

Для розв'язання задач нелінійної теорії пружності найчастіше використовується модель середовища із степеневою залежністю між напруженнями та деформаціями. В ході розв'язання пружно-пластичних задач доцільне використання моделі, основаної на білінійній залежності між напруженнями та деформаціями. Ця залежність добре апроксимує криволінійні залежності, характерні для твердих матеріалів.

Два вище розглянутих типи моделей об'єднує те, що вони в явній формі не враховують найважливішу особливість ґрунтового середовища, – вплив середнього напруження на величину деформацій зсуву. Тому для розрахунків основ, ґрунтових засипок і т. ін. становлять інтерес моделі, котрі враховують вплив внутрішнього тертя на процес деформування.

**Моделі механіки ґрунтів деформаційного типу**

В моделі А.І. Боткіна закон зміни об'єму прийнятий у вигляді лінійної залежності між кульовими тензорами

$$\sigma_0 = K \cdot \varepsilon_0 .$$

Закон формозміни враховує вплив середнього стискуючого напруження  $\sigma_0$  і записується у вигляді наступної дробово-лінійної функції

$$\frac{\tau_0}{\sigma_0} = \frac{A\gamma_0}{B + \gamma_0}, \tag{1}$$

де  $\sigma_0, \tau_0, \gamma_0$  – напруження і деформації по октаедричній площині в координатній системі напруження-деформації;  $A, B$  – параметри моделі конкретного дискретного матеріалу. Залежність (1) описує поверхню деформування у формі коноїда (рис. 2, а), яка може бути представлена в координатах (рис. 2, б) сімейством кривих, кожна з яких відповідає сталому значенню  $\sigma_0 = const$ .

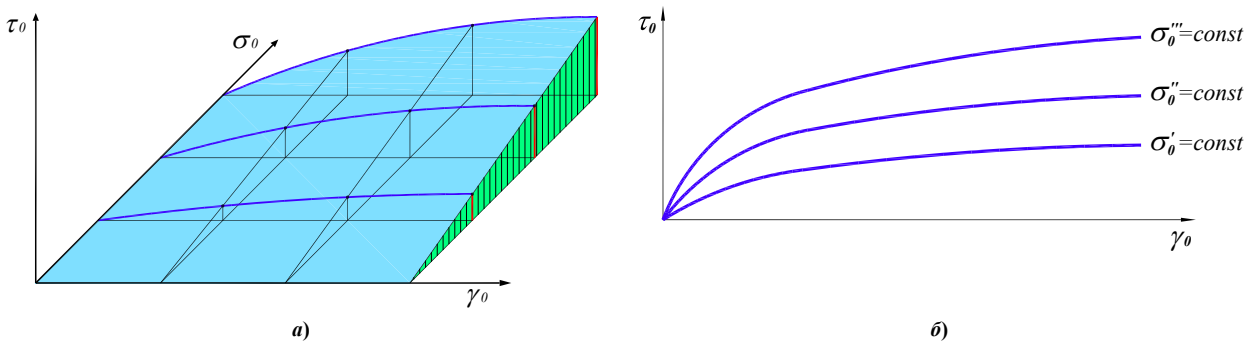


Рис. 2. Графічна інтерпретація залежностей А.І. Боткіна  
 а) поверхня деформування б) зрізи поверхні площинами  $\sigma_0 = const$

Модель А.І. Боткіна задовільно відображає особливості деформування матеріалів з суттєвим внутрішнім тертям, тобто ґрунтів, але не враховує прояв дилатансії. Крім того, їй притаманні недоліки усіх моделей теорії пластичності деформаційного типу, а саме фізичні рівняння зв'язують напруження з досягнутими (кінцевими) деформаціями, що не дозволяє описати вплив послідовності навантаження, оскільки одним і тим самим напруженням, в залежності від "шляху" навантаження можуть відповідати різні кінцеві деформації.

До моделей розглядуваного типу належать моделі Ф.М. Шихієва, Г.А. Генієва, Ю.К. Зарецького, В.Г. Столярова та інших.

Звертає на себе увагу, що фізичні співвідношення моделей механіки ґрунтів зв'язують між собою не напруження з деформаціями, а відношення дотичних і нормальних напружень до деформацій по площинкам зсуву, що відображає вплив внутрішнього кулонового тертя не тільки в граничній, але й у дограничній стадіях деформування. Моделі не описують ефект дилатансії.

Частково прояв дилатансії, але тільки в умовах плоскої задачі, описує модель, запропонована О.В. Багрій та В.В. Ковтуном [4]. Фізичні співвідношення моделі пов'язують закони деформування об'єму і форми дискретних матеріалів, а для практичних розрахунків з використанням моделі запропоновані лабораторні прилади, які дозволяють визначити необхідні для розрахунків параметри моделі.

Отже, моделі механіки ґрунтів деформаційного типу можуть відтворити вплив внутрішнього тертя на деформування дискретного матеріалу, але не враховують прояв дилатансії. Тому вони не в повній мірі відображають специфічні особливості деформування дискретних матеріалів. Крім того, деформаційні моделі не відтворюють послідовність навантаження – можливу появу залишкових деформацій.

**Моделі механіки ґрунтів пластичного плинину**

В теорії пластичності, крім моделей деформаційного типу, існує клас моделей пластичного плинину, фізичні співвідношення яких формулюються як залежності між напруженнями і швидкостями деформацій, а не між напруженнями і досягнутими деформаціями. Аналогічні моделі запропоновані в механіці ґрунтів. Ці моделі принципово спроможні врахувати усі особливості деформування дискретного середовища. Вплив внутрішнього тертя на деформування дискретних матеріалів в моделях механіки ґрунтів на відміну від класичних моделей теорії пластичності відображається тим, що їх фізичні співвідношення записуються у формі залежностей між відношенням напружень  $\frac{\tau}{\sigma}$  і швидкостей деформацій  $\{d\varepsilon\}$ , а не просто між дотичними напруженнями  $\tau$  і деформаціями зсуву  $\gamma$ .

Однак, експериментальна перевірка моделі виявила неспівпадіння теоретичної величини швидкості дилатансії  $\lambda$  х експериментальним значенням.

Частково вказані розбіжності ліквідовуються шляхом введення досить складних співвідношень

"комбінованих" моделей пластичного плину, багатопверхневих або моделей критичного стану.

Характерною особливістю усіх моделей механіки ґрунтів пластичного плину є те, що їх потенціальні функції зв'язують відношення напружень з відношенням швидкостей об'ємних та зсувних деформацій. Це дозволяє відобразити вплив на деформування середовища як внутрішнього тертя, так і дилатансії.

**Висновки.** Всі розглянуті в даній роботі моделі в тій чи в іншій мірі можуть бути застосовані для розв'язання конкретних інженерних задач. Найбільш повно особливості деформування ґрунтового середовища відображають моделі нелінійної механіки ґрунтів, що враховують прояв внутрішнього тертя та дилатансії. Розрахунок ґрунтових основ та засипок за їхньою допомогою приводить до необхідності розв'язувати систему нелінійних диференціальних рівнянь, причому характеристики середовища, поведінка якого моделюється, самі є функціями досягнутого напруженого стану. Такі розрахунки можна виконувати тільки з використанням методу послідовних наближень, коли на кожній ітерації розв'язується лінійна задача з урахуванням рівня напруженого стану, досягнутого на попередній стадії.

### Література

1. Дорофєєв О. А. Математична модель взаємодії елементів машини з дискретним середовищем та методи її реалізації : дис. ... канд. техн. наук : 01.05.02 / Дорофєєв Олександр Анатолійович; Мін-во освіти і науки України, Хмельницький національний університет. – Хмельницький, 2004. – 168 с.
2. Ковтун В.В. Вибір класу механічних моделей для описання деформування дискретного середовища. / В. В. Ковтун, О. А. Дорофєєв // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 3. – С. 142–146.
3. Ковтун В.В. Вплив внутрішнього кулонового тертя та дилатансії на деформування дискретного середовища в умовах плоскої деформації. / В. В. Ковтун, О. А. Дорофєєв // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – № 3. – С. 15–20.
4. Багрій О.В. Плоска задача механіки дискретного середовища / О.В. Багрій, В.В. Ковтун // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2012. – № 3. – С. 24–29.

### References

1. Dorofeyev O. A. Matematychna model' vzayemodiyi elementiv mashyny z dyskretnym seredovyshech ta metody yiyi realizatsiyi: dys. ... kand. tekhn. nauk: 01.05.02 / Dorofeyev Oleksandr Anatoliyovych; M-vo osvity i nauky Ukrainy, Khmel'nyts'kyi natsional'nyy universytet. – Khmel'nyts'kyi, 2004. – 168 s.
2. Kovtun V.V. Vybir klasu mekhanichnykh modeley dlya opysannya deformuvannya dyskretnoho seredovyshecha. / V. V. Kovtun, O.A. Dorofeyev // Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. – 2014. – Issue 3. – S.142-146.
3. Kovtun V.V. Vplyv vnutrishn'oho kulonovoho tertya ta dylatansiyi na deformuvannya dyskretnoho seredovyshecha v umovakh ploskoyi deformatsiyi. / V. V. Kovtun, O. A. Dorofeyev // Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. – Issue 3. – S.15-20.
4. Bahriy O.V. Ploska zadacha mekhaniky dyskretnoho seredovyshecha / O.V. Bahriy, V.V. Kovtun // Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. – 2012. – Issue 3. – S. 24-29.

Рецензія/Peer review : 20.04.2018 р.                      Надрукована/Printed :09.05.2018 р.  
Стаття рецензована редакційною колегією