

УДК 621.891

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ТРИБОЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗНОСОКОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ЦИЛІНДРИЧНИХ ШАРНІРІВ

Р. Сорокатиї

Доцент, канд. техн. наук,
Технологічний університет Поділля,
м. Хмельницький

Методом трибоелементів розв'язано задачу про спрацювання тонкого пружного шару, закріпленого на жорсткому валу² при зворотно-обертальному русі навколо жорсткої нерухої втулки.

моделювання, циліндричний шарнір, випадковий процес, метод трибоелементів

Циліндричні шарніри досить широко використовуються в машинобудівних конструкціях [4]. Серед особливостей функціонування таких трибоспряжень треба виділити основну — зміна напрямку та величини швидкості ковзання за цикл коливання. Реверсивний характер руху призводить до того, що точки елементів трибоспряження в процесі роботи мають різний шлях тертя, при цьому швидкість ковзання змінюється від нульових значень у крайніх точках циклу до максимального значення всередині.

Вищезазначені особливості є причиною того, що питання довговічності циліндричних шарнірів у теоретичному аспекті висвітлені недостатньо, оскільки застосування класичних аналітичних методів у цьому випадку є малоефективним. Для моделювання трибосистем такого типу доцільно застосувати числові методи. До таких методів належить метод трибоелементів (МТЕ). Застосування МТЕ для розв'язування зносоконтактних задач підшипників ковзання з тонкими покриттями [7 — 9] показало ефективність і достатню точність цього методу.

Мета цієї статті — аналіз спрацювання тонкого антифрикційного елемента, закріпленого на валу, при

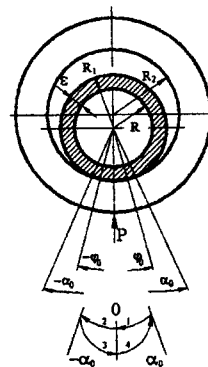


Рис. 1. Розрахункова схема

зворотно-обертальному русі відносно жорсткої нерухої втулки.

Розрахункова схема. Розглянемо (рис. 1) контакт антифрикційного шару товщиною ϵ , який зчеплений з жорстким циліндром радіусом R , і жорсткої втулки радіусом R_2 . Тіла стискаються силою P . Антифрикційний шар з циліндром робить зворотно-обертальний рух відносно нерухої втулки в межах кутів: 1 — $(\alpha_0, 0)$; 2

— $(0, -\alpha_0)$; 3 — $(-\alpha_0, 0)$; 4 — $(0, \alpha_0)$. Вважаємо, що спрацювувється тільки антифрикційний шар. Товщина антифрикційного шару $\epsilon \in$ малою, тому пружні властивості шару описуються моделлю Вінклерівської основи. Впливом сил тертя на кінематику руху шарніра нехтуємо.

Математична модель. При побудові математичної моделі, яка відповідає наведеній вище розрахунковій схемі, в першу чергу, слід врахувати, що геометрична форма зовнішньої поверхні антифрикційного шару в процесі функціонування через спрацювання відрізняється від циліндричної. Тому потрібно розглянути умову рівноваги, яка відповідає цій розрахунковій моделі.

У загальному випадку умова рівноваги має вигляд:

$$P = l \int_L p(\varphi, \varphi_0) \cos \varphi dL, \quad (1)$$

де P — зовнішня сила, що стискає тіла; L — довжина лінії поверхні антифрикційного шару; l — довжина шипа підшипника.

Довжина кривої в полярних координатах [3]:

$$L = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi, \quad (2)$$

де r — поточний радіус; $dr/d\varphi$ — похідна поточного радіуса.

В нашому випадку

$$r_i(\varphi) = R_1 - z_{i-1}(\varphi), \quad (3)$$

де $z_{i-1}(\varphi)$ — величина спрацювання антифрикційного шару в момент часу $t-1$; R_1 — радіус вала з антифрикційним шаром у початковий момент часу.

Враховуючи, що півкут контакту φ_0 є функцією часу, а нормальний контактний тиск залежить від значення поточного кута коливання і півкута контакту та залежність (3), умову рівноваги (1) запишемо так:

$$Q = \int_{-\varphi_0(t)}^{\varphi_0(t)} \sqrt{(R_1 - z_{i-1}(\varphi))^2 + \left(-\frac{dz_{i-1}(\varphi)}{d\varphi}\right)^2} \times p(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) \cos \varphi d\varphi, \quad (4)$$

де $Q = P/l$ — навантаження, віднесене до довжини шипа підшипника; $p(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t))$ — нормальний контактний тиск, $\varphi_0(t)$ — півкут контакту.

Для визначення похідної функції спрацювання за кутом контакту $dz_{i-1}(\varphi)/d\varphi$ використано кубічний сплайн [1], яким, відповідно до МТЕ, апроксимується математичне сподівання величини спрацювання:

$$\frac{dz_{i-1}(\varphi)}{d\varphi} = \frac{1}{2f_n} (M_n(\varphi - \varphi_{n-1})^2 - M_{n-1}(\varphi_n - \varphi)^2) + \left(\frac{z_n - z_{n-1}}{f_n}\right) - \left(\frac{f_n}{6}(M_n + M_{n-1})\right), \quad (5)$$

де $f_n = \varphi_n - \varphi_{n-1}$.

Параметри M_n визначаються з розв'язків системи лінійних рівнянь [1]:

$$\frac{f_n}{6} M_{n-1} + \frac{f_n + f_{n+1}}{3} M_n + \frac{f_{n+1}}{6} M_{n+1} = \frac{z_{n+1} - z_n}{f_{n+1}} - \frac{z_n - z_{n-1}}{f_n}. \quad (6)$$

Рівняння тіла Вінклера, що зв'язує пружні переміщення і нормальний контактний тиск, має вигляд:

$$u_r(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) = k \cdot h(\alpha, \varphi, \varphi_0(t)) \cdot p(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)), \quad (7)$$

де коефіцієнт постелі $k = (1+\nu)(1-2\nu)/[(1-\nu)E]$; ν, E — коефіцієнт Пуасона і модуль Юнга матеріалу шару; $h(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t))$ — поточна товщина шару.

Умова контакту тіл

$$\Delta + z_{i-1}(\alpha(t-1), \varphi, \varphi_0(t-1)) + u_r(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) = \delta \cos \varphi, \quad (8)$$

де Δ — початковий радіальний зазор у спряженні; $\Delta = R_2 - R_1$; $z_{i-1}(\alpha(t-1), \varphi, \varphi_0(t-1))$ — величина лінійного спрацювання антифрикційного шару в момент часу $t-1$; δ — зближення тіл; $u_r(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t))$ — пружні переміщення.

Враховавши, що в точках $-\varphi_0, \varphi_0$ контактний тиск $p(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) = 0$ і відповідно пружні переміщення $u_r(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) = 0$, отримаємо:

$$p(\alpha(t), \varphi, \varphi_0(t)) = \frac{(\Delta + z_{i-1}(\alpha(t-1), \varphi, \varphi_0(t-1))) \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0(t)} - 1\right)}{k(\epsilon - z_{i-1}(\alpha(t-1), \varphi, \varphi_0(t-1)))}. \quad (9)$$

Оскільки величина спрацювання, відповідно до МТЕ, визначається спрацюванням трибоелемента (ТЕ), то рівняння (9), подамо, в дискретній формі:

$$p(\alpha_S(t), \varphi_i, \varphi_0(t)) = \frac{(\Delta + z_{i-1}(\alpha_S(t-1), \varphi_i, \varphi_0(t-1))) \left(\frac{\cos \varphi_i}{\cos \varphi_0(t)} - 1\right)}{k(\epsilon - z_{i-1}(\alpha_S(t-1), \varphi_i, \varphi_0(t-1)))}, \quad (10)$$

де $z_{i-1}(\alpha_S(t-1), \varphi_i, \varphi_0(t-1))$ — величина спрацювання в місці розташування i -го ТЕ з врахуванням поточного кута руху $\alpha_S(t-1)$, де φ_i — кут, що визначає положення i -го ТЕ, індекс $S = 1, 2, \dots, \alpha_0/\Delta\varphi_{TЭ}$ для кожної чверті циклу.

Рівняння рівноваги (4) замінимо квадратурами Сімсона [1], поділивши інтеграл на $2m$ однакових відрізків:

$$Q \cong \frac{2\varphi_0(t)}{6m} \times$$

$$\times (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{2m-1} + y_{2m}), \quad (11)$$

де

$$y_j = \sqrt{\left(R_1 - z_{t-1}(\varphi_j)\right)^2 + \left(\frac{dz_{t-1}(\varphi_j)}{d\varphi}\right)^2} \times \frac{\left(\Delta + z_{t-1}(\alpha_S(t-1), \varphi_j, \varphi_0(t-1))\right) \left(\frac{\cos \varphi_j}{\cos \varphi_0(t)} - 1\right)}{k(\varepsilon - z_{t-1}(\alpha_S(t-1), \varphi_j, \varphi_0(t-1)))} \times \cos(\varphi_j), \quad j = 0, \dots, 2m. \quad (12)$$

Вираз (12) зведемо до вигляду $F(\varphi_0) = 0$, для чого значення φ_j виразимо через максимальний кут контакту і кількість відрізків поділу інтеграла:

$$\varphi_j = \frac{(j-m)\varphi_0(t)}{m}, \quad j = 0, \dots, 2m. \quad (13)$$

Тоді (12) набуде вигляду:

$$y_j = \sqrt{\left(R_1 - z_{t-1}\left(\frac{(j-m)\varphi_0(t-1)}{m}\right)\right)^2 + \left(\frac{dz_{t-1}\left(\frac{(j-m)\varphi_0(t-1)}{m}\right)}{d\varphi}\right)^2} \times \frac{\Delta + z_{t-1}\left(\alpha_S(t-1), \left(\frac{(j-m)\varphi_0(t-1)}{m}\right), \varphi_0(t-1)\right)}{\varepsilon - z_{t-1}\left(\alpha_S(t-1), \left(\frac{(j-m)\varphi_0(t-1)}{m}\right), \varphi_0(t-1)\right)} \times \left(\frac{\cos\left(\frac{(j-m)\varphi_0(t)}{m}\right)}{\cos \varphi_0(t)} - 1\right) \cos\left(\frac{(j-m)\varphi_0(t)}{m}\right). \quad (14)$$

З урахуванням вищесказаного, (11) набуде вигляду:

$$Qk - \frac{\varphi_0(t)}{3m} \left[y_0 + y_{2m} + 4 \sum_{j=1,3,5,\dots}^{2m-1} y_j + 2 \sum_{j=2,4,6,\dots}^{2m-2} y_j \right] = 0. \quad (15)$$

У загальному випадку спрацювання антифрикційного елемента визначається в місцях розташування ТЕ і не збігається зі значеннями спрацювання на відрізках інтегрування, тому для визначення спрацювання на відрізках інтегрування використовується сплайн-функція [7].

Спрацювання ТЕ розглядається як випадковий процес марківського типу з дискретним часом і станами. В момент часу $t = 1$ ймовірності знаходження ТЕ в тому чи іншому стані визначаються як добуток вектора почат-

кового стану $[\pi_i]$ на матрицю перехідних ймовірностей (МПІ) $[W_{ij}(t)]$.

Ймовірності станів ТЕ в момент часу $t > 1$ визначаються як добуток $[\pi_i(t-1)]$ вектора безумовних ймовірностей у момент часу $t-1$ на МПІ, яка задає поведінку ТЕ в момент часу t .

Компоненти вектора початкового стану $[\pi_i(t=0)]$ визначаються з припущення, що в початковий момент часу ТЕ знаходились в першому стані.

Процеси накопичення трибопошкоджень належать до класу кумулятивних пошкоджень, тому для моделювання поведінки ТЕ використовується МПІ з одиничними переходами вгору і наявністю поглинального стану [2], яка досить повно відображає механічну сутність процесу спрацювання, а саме — послідовне руйнування шарів матеріалу.

Під поглинальним станом розуміють стан повного спрацювання антифрикційного шару. Компоненти $w_{ij}(t)$, згідно з [7], визначаються так:

$$w_{ij}(t) \cong \lambda_j(t) \Delta t, \quad (16)$$

де інтенсивність потоку спрацювання $\lambda_j(t) = V_j(t) / \Delta h$; Δt — проміжок часу, який визначає величину циклу навантаження; Δh — величина, яка вибирається з умови, що за один цикл навантаження ймовірність виникнення величини спрацювання понад Δh — мізерна; $V_j(t)$ — швидкість спрацювання в момент часу t .

За цикл навантаження доцільно прийняти час повороту ТЕ на кут $\Delta\varphi_{TЭ}$.

Значення величини спрацювання шару визначається через математичне сподівання \bar{m}_i знаходження ТЕ:

$$z_i = (\bar{m}_i - 1) \Delta h, \quad (17)$$

де $\bar{m}_i = \sum_{i=1}^K i \pi_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, K$ — математичне

сподівання; $\pi_i(t)$ — безумовні ймовірності станів ТЕ; $\Delta h = \varepsilon / (K - 1)$.

Числова реалізація. Для моделювання трибоспрацювання антифрикційний шар був поданий у вигляді $n = 360$ трибоелементів з кутовим розміром $\Delta\varphi_{TЭ} = 1^\circ$, кожний з ТЕ має $K = 5$ станів. Зміна станів відбувається в моменти фрикційної взаємодії ТЕ з втулкою на кути контакту $(-\varphi_0, \varphi_0)$. Поточне значення кута α змінювалося дискретно в межах $(-\alpha_0, \alpha_0)$, при цьому приймалося $\alpha_S = \Delta\varphi_{TЭ}$. При кожному переміщенні антифрикційного шару на кут α_S виконувався перерахунок кута контакту φ_0 , контактного тиску $p(\varphi, \varphi_0)$, з врахуванням чого формувалася відповідна матриця перехідних ймовірностей для кожного ТЕ, який у цей момент знаходився в контакт, і визначалося значення спрацювання в місці розташування ТЕ з врахуванням α_S . Проміжок часу Δt , що визначає величину циклу навантаження, приймався рівним часу, потрібному для повороту антифрикційного шару на кут α_S .

Як функцію швидкості спрацювання від контактного тиску та швидкості ковзання використовували залежність:

$$V_l = K_w V(\alpha)^B p(\alpha, \varphi, \varphi_0)^Y, \quad (18)$$

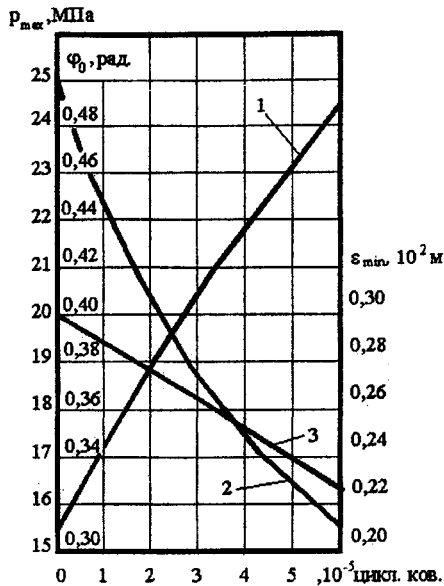


Рис. 2. Розподіл максимального контактного тиску (1), максимального кута контакту (2) і мінімальної товщини антифрикційного шару (3) при $\alpha_0=50^\circ$

де V_f — швидкість спрацювання; K_w — коефіцієнт інтенсивності спрацювання; $V(\alpha)$ — швидкість ковзання антифрикційного шару; $p(\alpha, \varphi, \varphi_0)$ — контактний тиск, β, γ — показники степеня.

Приймався синусоїдальний закон зміни швидкості ковзання, а поточне значення швидкості $V(\alpha)$ визначалось за формулою [9]

$$V(\alpha) = \frac{\pi}{2} V_{cp} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\alpha}{2\alpha_0}\right), \quad \alpha = -\alpha_0, \dots, 0, \dots, \alpha_0 \quad (19)$$

де V_{cp} — середня швидкість циклу.

Спочатку розглядався випадок, коли швидкість ковзання за цикл коливання залишалася сталою і рівною V_{cp} . Розрахунки проводились при значеннях: $k=0,9 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Н}$; $Q=6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$; $\varepsilon=3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\Delta=3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; $R_1=6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $K_w=10^{-15}$; $\beta=\gamma=1$; $V_{cp}=1 \text{ м/с}$.

Результати розрахунку наведені на рис. 2 — рис. 5.

Аналіз результатів показує, що при значеннях півкута реверсу, які перевищують півкут контакту ($\alpha_0 > \varphi_0$), максимальне спрацювання знаходиться в двох зонах, розташованих симетрично щодо лінії дії зовнішнього навантаження (рис. 4). При цьому, за цикл відбуваються зміни розподілу контактного тиску і кута контакту.

Розподіл контактної тиску при максимальних значеннях кута реверсу вала $-\alpha_0, \alpha$, не симетричний щодо лінії дії навантаження (див. рис. 3, криві 4a, 4b), при цьому кут контакту φ_0 збільшується, а максимальний контактний тиск зменшується, у порівнянні з відповідними значеннями цього ж циклу при куті $\alpha=0$. Отримані результати добре узгоджуються з даними [4], де розглянуто формування двох зон спрацювання циліндричних шарнірів. Однак, як показали результати розрахунку, першопричиною утворення двозонної схеми спрацювання є

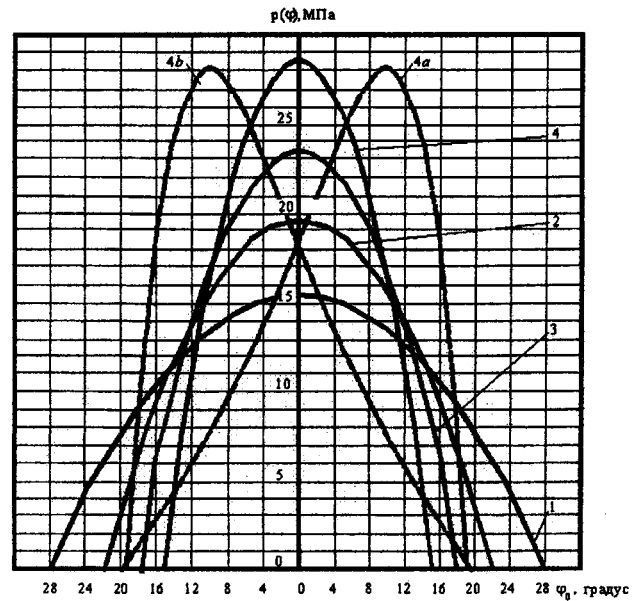


Рис. 3 Розподіл контактної тиску по площадці контакту в різні моменти часу: 1 — 0 цикл.; 2 — $2,5 \cdot 10^5$ цикл.; 3 — $5 \cdot 10^5$ цикл.; 4, 4a, 4b — $9 \cdot 10^5$ цикл.

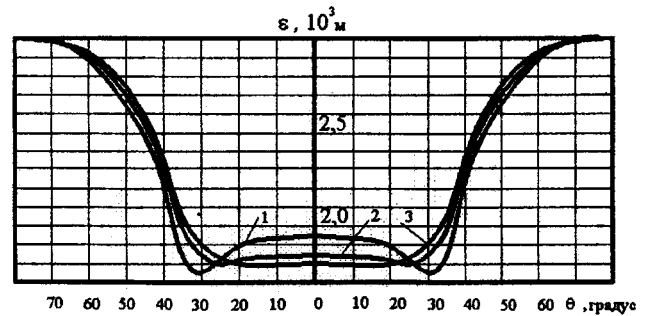


Рис. 4. Розподіл товщини антифрикційного шару при $\alpha_0=50^\circ$: 1 — $\beta=1$; 2 — $\beta=1,2$; 3 — $\beta=1,3$

особливості кінематики циліндричних шарнірів, а не наявність сил тертя.

При куті реверсу $\alpha_0 < \varphi_0$ максимальне спрацювання розташоване на лінії дії навантаження.

Подальший розрахунковий аналіз був спрямований на дослідження впливу зміни швидкості ковзання за цикл на кінетику процесу спрацювання циліндричного шарніра. При повороті вала на α_k за формулою (19) визначалося поточне значення швидкості ковзання і за виразом (18) — швидкість спрацювання V_f . Розрахунки проводились за алгоритмом, який наведено вище для значень $V_{cp}=1 \text{ м/с}$, $1 < \beta \leq 1,5$.

Аналіз отриманих результатів (див. рис. 4, криві 1, 2) показав, що при значеннях $\beta \leq 1,3$ і куті реверсу $\alpha_0 > \varphi_0$ максимальне спрацювання спостерігається в двох зонах поза лінією дії навантаження.

Зі збільшенням показника степеня $\beta > 1,3$ вплив зміни швидкості ковзання за цикл приводить до того, що максимальне спрацювання спостерігається на лінії дії зовнішнього навантаження (див. рис. 4, крива 3).

Висновки. Методом трибоелементів отримано розв'язок задачі про спрацювання тонкого пружного

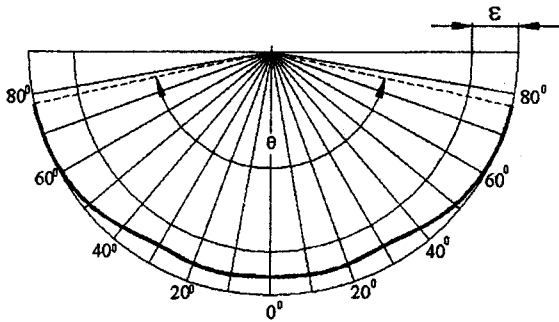


Рис. 5. Схема зносу антифрикційного шару при $\alpha_0 = 50^\circ$

шару, закріпленого на валу, при зворотно-обертальному русі навколо жорсткої нерухомої втулки.

При значеннях півкута реверсу, що перевищують півкут контакту $\alpha_0 > \varphi_0$, максимальне спрацювання утворюється в двох зонах, розташованих симетрично щодо лінії дії зовнішнього навантаження. При цьому, за цикл відбуваються зміни значень і форми розподілу контактного тиску. Врахування синусоїдального характеру зміни швидкості ковзання за цикл показав, що лише при значеннях показника степеня $\beta > 1,3$ максимальне спрацювання від периферії зміщується до лінії дії зовнішнього навантаження.

Література

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учебн. пособ. — М.: Наука, 1987. — 600 с.
2. Богданов Дж., Козин Ф. Вероятностные модели накопления повреждений / Пер. с англ. — М.: Мир, 1989.

3. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. — М.: Физматгиз, 1963. — 872 с.

4. Клочихин В.И. К вопросу об исследовании износостойкости тяжело нагруженных цилиндрических шарниров // Трение и износ. — 1990. — Т.11. — №3. — С. 480—489.

5. Усов П.П., Галахов М.А. Контактные задачи с учетом износа для сферического и цилиндрического подшипников скольжения с тонким вкладышем // Машиноведение. — 1986. — №3. — С. 81—88.

6. Стецькив О.П., Шкоронад О.В. О геометрии контакта упроченных пар трения возвратно-вращательного движения и влияния амплитуды колебаний на интенсивность их изнашивания // Трение и износ. — 1990. — Т.11. — №1. — С. 77—84.

7. Сорокатый Р.В. Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. — 2002. — Т. 23, №1. — С. 16—22.

8. Сорокатый Р.В. Решение задачи об изнашивании жестким подшипником тонкого упругого слоя малой толщины, закрепленного на жестком валу, методом трибоэлементов // Проблемы трибологии. — 1998. — № 2. — С. 3—7.

9. Сорокатый Р.В. Дослідження кінетики зношування циліндричних шарнірів // Проблеми трибології. — 2003. — №1. — С. 140—144.

Отримана 22.04.03

R. Sorokatyi

Using the method of triboelements for the solving tribocontact problems of cylindrical joint

Technical University Podillia, Khmelnytskyj

The problem of wear of a thin elastic layer, fixed on the rigid shaft at swinging movement around rigid, fixed bush, is solved by means of the method of triboelements.

XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics

August 15 — 21, 2004, Warsaw, Poland

It is our great pleasure to invite you to participate in the 21st Congress in the year 2004 in Warsaw. Our invitation is on behalf of International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Polish National Committee of IUTAM, Institute of Fundamental Technological Research Polish Academy of Sciences, and Warsaw University of Technology. Several Polish universities, institutes and institutions having a long-standing tradition of research and international collaboration in the area of mechanics support our invitation.

To obtain future announcements please, fill now our Pre-Registration Form.

FOR FUTURE DETAILS REMEMBER THE CONGRESS HOME PAGE

<http://ictam04.ippt.gov.pl>

and E-mail address: ictam04@ippt.gov.pl

IF YOU HAVE TRANSFER PROBLEMS, PLEASE TRY OUR BACKUP HOME PAGE:

<http://fluid.ippt.gov.pl/ictam04>

Mini Symposia

Smart materials and structures
Tissue, cellular and molecular biomechanics
Mechanics of thin films and nanostructures
Microfluidics
Microgravity flow phenomena
Atmosphere and ocean dynamics