

ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ СПЕКТРОМ И МИНИМАЛЬНЫМ ПИК-ФАКТОРОМ

Показані результати досліджень залежності пік-фактора від початкових фаз спектральних складових сигналу. Запропоновано алгоритм знаходження початкових фаз спектральних складових сигналу з прямокутною обвідною спектра і мінімальним пік-фактором. Запропоновано для знаходження множини початкових фаз змінювати початкові фази вздовж лінії мінімумів пік-фактора відповідно до адаптивним методом.

Ключові слова: пік-фактор, сигнал з прямокутним спектром, завдання Мандельштама, початкова фаза, графік функції.

V.R. LUBCHIK, O.V. BOROVIK, A.V. BAULA L.V. KARPOV
Khmelnitsky National University, Khmelnytsky, Ukraine

FORMATION SIGNAL SPECTRUM AND C PRYAMOUHOLNYYM MYNYMAL-S PEAK FACTOR

Abstract – Results of research are shown how the crest factor depend from the initial phases of the spectral components of the signal. Algorithm of finding the initial phases of the spectral components of the signal with a rectangular envelope of the spectrum and the minimum crest factor is proposed. For finding the set of initial phases was proposed vary the initial phases along the line of minima of crest factor in accord with the adaptive method.

Keywords: crest factor, signal with a rectangular spectrum, maximum-minimum-problem, the initial phase, function graph.

Введення. Для вирішення завдань передачі інформації, визначення параметрів каналів зв'язу, радіолокації одним з найкращих сигналів є сигнал з прямокутним спектром виду $\text{sinc}(x)$ [1,2]. У загальному випадку такі сигнали неперіодичні, що ускладнює технічну реалізацію. У роботах [3,4] запропоновано взяти частину сигналу і періодично повторювати. Такий підхід дозволяє з мінімальними обчислювальними витратами формувати сигнали з прямокутним спектром, але такий сигнал має максимальне значення пік-фактора, що су-громадської обмежує можливості його застосування з енергетичної точки зору. Задачі перебування математичної моделі сигналу з прямокутною обвідною спектра і мінімальним пік-фактором присвячено ряд робіт [5,6]. Однак, рішення мінімаксної завдання в загальному вигляді не знайдено. Є кілька приватних рішень для сигналів з кількістю спектральних становлять не більше шести. Для подолання проблеми формування сигналу з прямо-вугільним спектром запропоновано ряд методів [7], які не дають оптимального значення пік-фактора.

Мета роботи дослідження залежності пік-фактора сигналу з прямокутною обвідною спектра і початкових фаз спектральних складових. Розробка алгоритму адаптивного знаходження множини початкових фаз сигналу, при якому спостерігається мінімальне значення пік-фактора.

Теоретична частина. У загальному випадку сигнал з прямокутною обвідною спектра можна описати математичним виразом:

$$s(t) = \sum_{i=1}^N \cos(i\omega t - \varphi_i), \quad (1)$$

де φ_i - початкова фаза гармоніки; ω - кругова частота першої гармоніки; t - час; N - кількість гармонік. Амплітуда всіх гармонійних складових дорівнює одиниці.

Як показано в роботі [7], зміною початкових фаз гармонік можна варіювати значення пік-фактора сигналу. Так, при нульових початкових фазах сигнал, який складається з п'яти гармонік, являє собою періодичну функцію $\text{sinc}(x)$ [1,2].

При зміні початкових фаз на $\pi/16$ форма сигналу змінюється, що призводить до зменшення пік-фактора. Зміна форми сигналу виявляється в тому, що локальні максимуми збільшуються, а максимальне значення функції зменшується (рис. 1).

Для знаходження особливостей зміни пік-фактора в результаті зміни початкових фаз гармонік сигналу

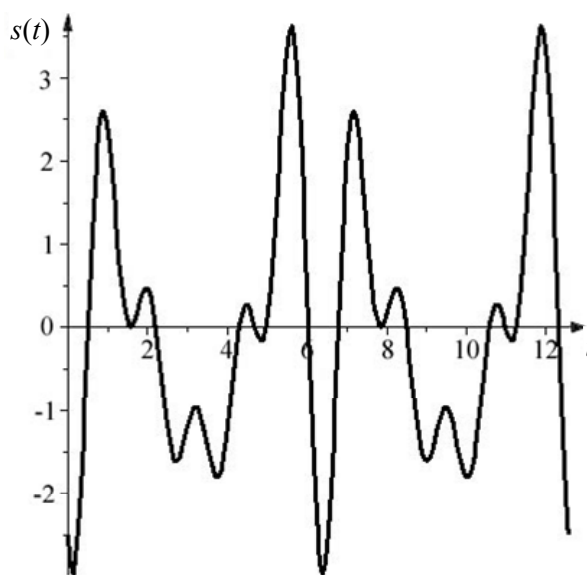


Рис. 1. Зміна форми сигналу $s(t)$ при зміні початкових фаз на $\pi/16$

проведено повний перебір початкових фаз і обчислення пік -фактора. В результаті був отриманий наступний результат. При двох гармоніках є два безлічі початкових фаз , при яких спостерігається мінімум пік -фактора. Це значення $\pi/2$ і $3\pi/2$ для другої гармоніки . Перша у всіх випадках має нульове значення початкової фази . При біль - шем кількості гармонік є чотири безлічі початкових фаз , при яких спостерігається мінімум пік -фактора. Для трьох гармонік всі значення початкових фаз представлені в таблиці .

Таблиця 1

Множини початкових фаз при трьох гармоніках

φ_{12}°	φ_{13}°	123,5°	236,5°
	16°	1,977	1,617
	164°	1,617	1,977
	196°	1,977	1,617
	344°	1,617	1,977

У загальному випадку на тривимірній залежності пік-фактора від значень початкових фаз для сигналу $s(t)$ для трьох гармонік є шість локальних мінімумів, але серед них тільки чотири мають найменше значення. Всі значення мінімумів з'єднуються лініями мінімумів пік-факторів. Ця лінія з'єднує мінімальні значення пік-факторів в розрізі по одній початковій фазі. Відзначимо, що ця лінія не монотонна, а осцилююча. В околицях од-ного з мінімумів графік лінії представлений на рис. 2.

Знайдені особливості зміни пік -факторів поширюються і на будь-яке інше кіль-кість гармонік в спектрі сигналу , але при цьому змінюється кількість локальних минимум -мов і серед них є тільки чотири множини, що відповідають найменшому значенню .

Осцилюючий характер лінії пік -факторів обумовлює складність у визначенні найменшого значення . Тому пропонується визначати тренд лінії. Для його знаходження оцінюється коефіцієнт регресії в деякому діапазоні значень , кількість яких бу - дет розглянуто нижче . При зміні значення з позитивного на негативне або навпаки можна приймати рішення про знаходження мінімального значення . Математичне моделювання показало , що досить використовувати від 6 до 10 значень . Найкращим , з точ -ки зору обчислювальних витрат , є використання 8 значень .

Таким чином , алгоритм знаходження множини початкових фаз для сигналу складається з наступних етапів. Перший етап - знаходження початкової фази для мінімуму пік -фактора при зміні значення початкової фази тільки однієї гармоніки . Другий етап полягає у зміні початкової фази наступної гармоніки на невелике значення . Доцільним є при - ріст значення на один градус , так як при такому кроці прирощення фази немає пропуску зміни пік -фактора і кількість кроків n алгоритму невелика. Менше значення приросту фази при - водить до невиправданого збільшення обчислень. Зміна кроку в два рази змінює кількість-ство кроків у 2^n раз . Більше значення кроку призводить до збільшення помилки у визначенні мі- нимума . Змінюючи значення початкової фази наступної гармоніки на один градус , знаходимо мінімум пік -фактора , використовуючи як початкову величину для пошуку мінімуму початкові фа -зи для попередніх гармонік знайдені на першому етапі. На другому етапі проводиться знаходжу -дення ще семи значень мінімумів. За цим значенням знаходимо коефіцієнт регресії . По- вторяючи процес знаходження мінімального значення пік-фактора при зміні початкової фази наступної гармоніки , використовуючи початкове значення для пошуку мінімуму початкової фази для попередньої гармоніки , знайдене на минулому кроці етапи. При зміні знака коефіцієнта регресії на протилежне робиться висновок про знаходження мінімального значення . Наступний етап - зміна початкової фази наступної гармоніки на невелике значення . Далі повторюємо другий етап до знаходження мінімального значення . Наступні етапи аналогічні попереднім . Кількість етапів визначається кількістю гармонік з спектрі сигналу.

Порівняння кількості кроків при знаходженні безлічі початкових фаз сигналу з прямо - вугільним спектром показує наступне . При повному переборі всіх початкових фаз з кроком в один градус необхідно кроків 360^N , де N - кількість гармонік. Як показало математичне моделювання , для знаходження множини початкових фаз для сигналу з двох гармонік витрачається 90 мс , при трьох гармоніках - 16,2 с; чотирьох гармоніках - 48 хв; п'яти гармоніках - 6 діб. При спробі знайти безліч початкових фаз для сигналу з шести гармонік необхідно 30 діб. Подальше збільшення кількості гармонік ще більше збільшує час нахожде - ня множини. При використанні адаптивного алгоритму час знаходження множин коливається від одиниць до

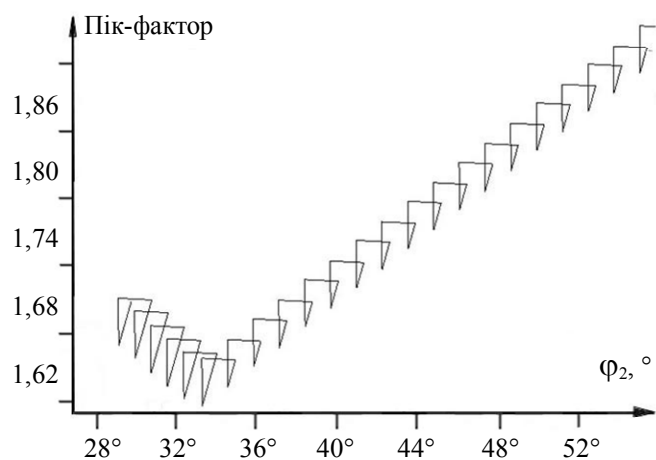


Рис. 2. Графік зміни лінії мінімумів пік -факторів в околиці мінімуму

десятих хвилин. Для обчислень використовувався комп'ютер з процесором Pentium Celeron 2,4 ГГц.

В результаті роботи програми, розробленої за адаптивному алгоритму, знайдено мно-дружність початкових фаз для сигналу, що складається з шести гармонік. Отримана множина наступна: $\varphi_{i2} = 73^\circ$, $\varphi_{i3} = 238^\circ$, $\varphi_{i4} = 332^\circ$, $\varphi_{i5} = 255^\circ$, $\varphi_{i6} = 132^\circ$. На рис. 3 представлений графік сигналу $s(t)$.

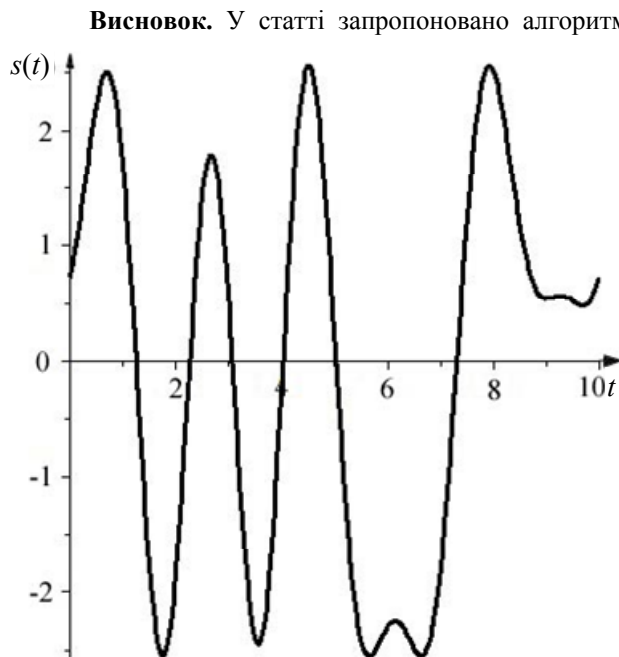


Рис. 3. Сигнал $s(t)$ при шести гармоніках

збільшенні числа гармонік в сигналі енергетичний виграв збільшується.

Висновок. У статті запропоновано алгоритм знаходження множини початкових фаз сигналів з прямокутною обвідної амплітудного спектра, при якому спостерігається мінімальне значення пік-фактора. Алгоритм дозволяє істотно скоротити час знаходження множин початкових фаз для будь-якої кількості гармонік в спектрі сигналу. Отримані сигнали можна застосовувати для вирішення різних завдань радіолокації, вимірювання параметрів каналів зв'язку, передачі інформації. При цьому потенційні енергетичні характеристики таких сигналів мають перевагу перед існуючими моделями сигналів з прямокутним спектром.

Таким чином, час знаходження безлічі початкових фаз гармонік сигналу з прямо-вугільної обвідної спектра і мінімальним пік-фактором істотно скорочується. Так, для сигналу, що складається з шести гармонік, час пошуку склало 0,9 с, що в 2880000 разів менше, ніж при використанні алгоритму повного перебору з кроком в 1 Гц.

З іншого боку, енергетичний виграв становить близько 2,6 раз для сигналу, перебуваючи-ного з шести гармонік. При

Література

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. — М.: Высшая школа, 1988. — 448 с.
2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. — 4-е изд., перераб. — М.: Радио и связь, 1986. — 512 с.
3. Любчик В.Р. Дослідження та аналіз деяких особливостей сигналів типу SIN (X) / X / / Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах (Технологічний університет Поділля, м. Хмельницький). — 1997. — №2. — С. 93-96.
4. Троцишин И.В. Применение измерительных сигналов с прямоугольной огибающей спектра для задач измерения и контроля каналов связи/ И.В. Троцишин, В.Р. Любчик// Вестник Технологического университета Подолья. — 2000. — №1. — С. 135 - 138.
5. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. Москва, — 1972. — 368 с.
6. Чебышев П.Л. Вопросы о наименьших величинах, связанных с приближенным представлением функций, Собр. соч., т.2, Изд. АН СССР — 1947. — С. 151 -238.
7. Абдуллаев Д. А., Левенталь И. Я. Контроль и измерение частотных характеристик каналов систем передачи сообщений. — Ташкент: Фан, — 1989. — 120 с.

References

1. Baskakov S.I. Radiotekhnicheskie cepi i signaly: uchebnik dlja vuzov. — M.: Vysshaja shkola, 1988. — 448 p.
2. Gonorovskij I. S. Radiotekhnicheskie cepi i signaly. — 4-e izd., pererab. — M.: Radio i svjaz', 1986. — 512 p.
3. Ljubchik V.R. Doslidzhennja ta analiz dejakih osoblivostej signaliv tipu SIN (X) / X / / Vimirjuval'na ta obchisljuval'na tehnika v tehnologichnih procesah (Tehnologichnij universitet Podillja, m. Hmel'nic'kij). — 1997. — №2. — S. 93-96.
4. Trocishin I.V. Primenenie izmeritel'nyh signalov s prjamougol'noj ogibajushhej spektra dlja zadach izmerenija i kontrolja kanalov svjazi/ I.V. Trocishin, V.R. Ljubchik// Vestnik Tehnologicheskogo universiteta Podol'ja. — 2000. — №1. — S. 135 - 138.
5. Dem'janov V.F., Malozemov V.N. Vvedenie v minimakp. Moskva, — 1972. — 368 p.
6. Chebyshev P.L. Voprosy o naimen'shij velichinah, svjazannyh s priblizhennym predstavleniem funkcij, Sobr. soch., t.2, Izd. AN SSSR — 1947. — С. 151 -238.
7. Abdullaev D. A., Levental' I. Ja. Kontrol' i izmerenie chastotnyh harakteristik kanalov sistem peredachi soobshhenij. — Tashkent: Fan, — 1989. — 120 p.

Рецензія/Peer review : 5.4.2014 p. Надрукована/Printed : 18.5.2014 p.