

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ КАНАЛЬНОГО КОДУВАННЯ ДАНИХ КОРИСТУВАЧА КОДАМИ LDPC ДЛЯ СИСТЕМ ЗВ'ЯЗКУ 5G

У роботі представлено результати дослідження енергетичної ефективності каналного кодування даних користувача кодами LDPC для систем зв'язку 5G. Розглянуті принципи узгодження швидкості і виконання гібридного автоматичного запиту на повторення (HARQ). Проведений аналіз структурної схеми і моделі каналу зв'язку з кодами LDPC. Дано основи кодів LDPC, що засновані на протографах, поняття розширення протографа і побудови графа Таннера. Розглянуті квазіциклічні коди QC-LDPC та базовий граф коду. Розглянутий алгоритм LDPC-кодування з гаусівським виключенням. Досліджена залежність коефіцієнту бітрової помилки від виду декодера. Досліджена залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції, різними версіями надлишковості (RV), різними швидкостями кодування.

Ключові слова: коди LDPC, коди QC-LDPC, енергетична ефективність, зв'язок стандарту 5G, транспортний канал.

I. PYATIN, J. BOIKO
Khmelnitskyi National University

INVESTIGATION OF ENERGY EFFICIENCY OF CHANNEL CODING OF USER DATA BY LDPC CODES FOR 5G COMMUNICATION SYSTEMS

LDPC codes are widely used in practice: they are used by DVB-T2, DVB-S2, DVB-C2, WiFi, WiMax, IEEE 802.15.3. It also provides for the transmission of user data of the transport channel using LDPC codes in 5G communication systems. The paper presents the results of the study of energy efficiency of channel coding of user data by LDPC codes for 5G communication systems. The principles of speed negotiation and execution of a hybrid automatic retry request (HARQ) are considered. The analysis of the structural scheme and model of the communication channel with LDPC codes is carried out. The basics of LDPC codes based on protographs, the concept of protograph extension and construction of the Tanner graph are given. The protograph (base graph) is a bipartite non-oriented multigraph consisting of a set of symbolic and test vertices. In order to obtain a Tanner graph, it is necessary to perform the extension procedure, which consists in the sequential execution of algorithms for copying and rearranging vertices. The quasicyclic QC-LDPC codes and the basic code graph are considered. QC-LDPC codes play an important role in 5G communication and have been adopted as a channel coding scheme for the 5M eMBB data channel. The binary code QC-LDPC can be characterized by the space of the array of rarefied circulators. The parity control matrix H of the QC-LDPC code can be determined by its base graph and shear coefficients. 5G uses two base graphs BG1 and BG2. BG1 is designed for longer block lengths and high speeds, while BG2 is designed for shorter block lengths and low speeds. The LDPC-coding algorithm with Gaussian exclusion is considered. The dependence of the bit error rate on the type of decoder is investigated. Decoders considered: belief dissemination; multilevel algorithm for spreading beliefs; Normalized algorithm for decoding the minimum amount; Algorithm for decoding the minimum amount with an offset. The dependence of the number of bit errors on the signal-to-noise ratio for the LDPC code with different types of modulation, different versions of redundancy (RV), different coding speeds, different length of the transport block is investigated.

Keywords: LDPC codes, QC-LDPC codes, energy efficiency, 5G communication, transport channel.

Вступ. Однією з ключових завдань, що вирішуються розробниками систем зв'язку є завдання виявлення і виправлення помилок, кількість яких в стільникових мережах визначається двома факторами - зовнішніми завадами, а також інтерференцією, що виникає від передавачів сусідніх базових станцій. Останній фактор є особливо важливим для систем мобільного зв'язку 4G-LTE і 5G [1].

Прийняті дані зазвичай відрізняються від даних, що передаються через помилки передачі, викликаних шумом, завадами і завмираннями. Для виправлення цих помилок системи стільникового зв'язку використовують каналні коди прямого виправлення помилок. Канальний кодер використовується в передавачі для перетворення кожного інформаційного блоку, що містить K бітів даних, в довший кодований блок, що містить $N > K$ кодованих бітів, які передаються. У приймачі додаткові $(N - K)$ бітів забезпечують надлишковість каналного декодера, яка дозволяє йому виявляти і виправляти помилки передачі в початкових K інформаційних бітах. Якщо шум, завади або завмирання є особливо інтенсивними, тоді для декодера каналу буде потрібна низька швидкість кодування $R = K/N$, щоб успішно виявляти і виправляти всі помилки передачі. Однак низька швидкість кодування має на увазі передачу великої кількості N кодованих бітів, які споживають час передачі, енергію і ресурси смуги пропускання. Отже, кращі каналні коди дозволяють успішно виявляти і виправляти помилки при швидкостях кодування R , які наближаються до теоретичної пропускної здатності каналу.

Однією зі складових радіоінтерфейсу системи рухомого радіозв'язку, що забезпечує задані характеристики її роботи, є структура логічних, транспортних і фізичних каналів. Логічний канал визначається типом інформації, яку він несе, і розрізняється як канал управління, який використовується для передачі інформації управління і конфігурації, і канал трафіку, який використовується для призначених для користувача даних. Транспортний канал визначається тим, як і з якими характеристиками інформація передається по радіоінтерфейсу. Дані по транспортному каналу організовані в транспортні блоки.

Загальний канал низхідної лінії зв'язку (Downlink Shared Channel, DL-SCH) – це основний транспортний канал, який використовується для передачі даних низхідної лінії зв'язку. Він підтримує ключові функції NR (New Radio), такі як динамічна адаптація швидкості і планування з урахуванням каналу, HARQ (Hybrid Automatic Repeat Request) і просторове мультиплексування [2–5].

Дані, що доставляються з рівня MAC на фізичний рівень, називаються транспортним блоком. Для спільно використовуваного каналу низхідної лінії зв'язку (DL-SCH) транспортний блок проходить етапи обробки, що представлені на рис. 1.

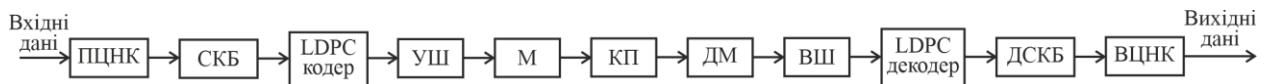


Рис. 1. Структурна схема каналу зв'язку з кодами LDPC (ПЦНК – прикріплення циклічного надлишкового коду (Attach CRC – Cyclic redundancy check); СКБ – сегментація кодового блоку (segmentation); УШ – узгодження швидкості (Rate Match); М – модулятор (Modulate); КП – канал передачі з адитивним білим гаусівським шумом (AWGN Channel); ДМ – демодулятор (Demodulate); ВШ – відновлення швидкості (Rate Recover); ДСКБ – десегментація кодового блоку (desegmentation); ВЦНК – вилучення циклічного надлишкового коду (Remove CRC))

Схеми модуляції в NR аналогічні LTE, включаючи двійкову і квадратурну фазову маніпуляцію (B/QPSK) і квадратурна амплітудна модуляція (QAM) порядків 16, 64 і 256 з двійковим кодом Грея. NR канали управління використовують блокові коди Ріда-Мюллера і перевірку циклічним надлишковим кодом (CRC) з допоміжними полярними кодами (в порівнянні з згортковими кодами з хвостовими бітами в LTE). Канали даних NR використовують квазіциклічні коди перевірки парності з низькою щільністю (LDPC) (в порівнянні з турбо-кодами в LTE [3]). Аналогічна обробка застосовується для UL-SCH, де фізичний спільно використовуваний канал висхідної лінії зв'язку (PUSCH) є одержувачем кодового слова UL-SCH.

Коди LDPC. Коди LDPC сьогодні все ширше застосовуються на практиці: їх використовують стандарти DVB-T2, DVB-S2, DVB-C2, WiFi, WiMax, IEEE 802.15.3. Також передбачено передавання даних користувача транспортного каналу за допомогою кодів LDPC у системах зв'язку 5G. Коди LDPC пропонують кращу спектральну ефективність ніж турбо-коди, і підтримують високу пропускну здатність [1].

LDPC коди – це лінійні блокові коди, перевірючі біти для яких додаються в кінець інформаційного повідомлення – блоком. Процедура кодування (encoding) – є множення вектора інформаційного повідомлення довжиною K на породжувальну матрицю G [2–5]:

$$a = u \otimes G,$$

де a – вихідний сигнал кодера довжиною $1 \times N$; u – інформаційне повідомлення розміром $1 \times K$; G – породжувальна матриця розміром $K \times N$; \otimes – операція множення за модулем 2.

Породжувальна матриця складається з двох з'єднаних частин:

$$G = [I \quad P],$$

де P – парна (parity) частина розміром $K \times (N - K)$; I – одинична (identity) матриця розміром $K \times K$.

Породжувальна матриця безпосередньо пов'язана з іншою найважливішою матрицею, що використовується під час процедури декодування: з матрицею перевірки на парність (parity-check matrix).

Матриця перевірки на парність H має $(N - K)$ рядків і N стовпців, де N відповідає необхідній довжині кодового слова, K відповідає довжині повідомлення: $H = [P^T \quad I]$.

Пряма корекція помилок у системах зв'язку. Суть схеми FEC (Forward Error Correction) полягає в перетворенні переданих блоків даних в кодові слова (шляхом каналного кодування і внесення надлишкової інформації) таким чином, щоб надати приймачу можливість виявляти і відновлювати певну кількість бітів, спотворених при передачі.

Узгодження швидкості – Rate matching.

Узгодження швидкості являє собою функціональний модуль, що доповнює технологію прямої корекції помилок. Цей модуль виконує частину бітів з кодових слів, що формуються схемою FEC, зменшуючи їх довжину до необхідного розміру транспортного блоку. Тим самим, з одного боку знижується обсяг даних, який передається по каналу зв'язку, з іншого – зберігається достатня виправляюча здатність системи. На боці приймача в виколоті передавачем позиції вставляються фіктивні біти, після чого кодові слова відновленої довжини направляються на каналний декодер.

Схема з автоматичним запитом повторної передачі – ARQ (Automatic Repeat request)

Суть схеми ARQ полягає в обчисленні передавачем циклічного надлишкового коду (CRC – Cyclic Redundancy Check) переданого блоку даних, що дозволяє приймачу шляхом порівняння обчисленого і прийнятого значень CRC виявляти пакети, що містять спотворені дані і запитувати їх повторну передачу.

Гібридна схема з автоматичним запитом повторної передачі – HARQ (Hybrid ARQ)

Hybrid ARQ комбінує вищеприказані схеми, які застосовуються для корекції помилок. Відповідно до цього, передаюча сторона:

– здійснює кодування переданих даних FEC кодом (із застосуванням функції узгодження швидкості), що дозволяє приймачу відновлювати спотворені при передачі біти (в межах виправляючої здатності коду);

– обчислює код CRC і додає його до переданих даних, даючи можливість приймачу детектувати блоки, що містять невиправлені за допомогою FEC помилки, і запитувати їх повторну передачу.

Структура гібридної схеми з автоматичним запитом повторної передачі приведена на рис. 2.

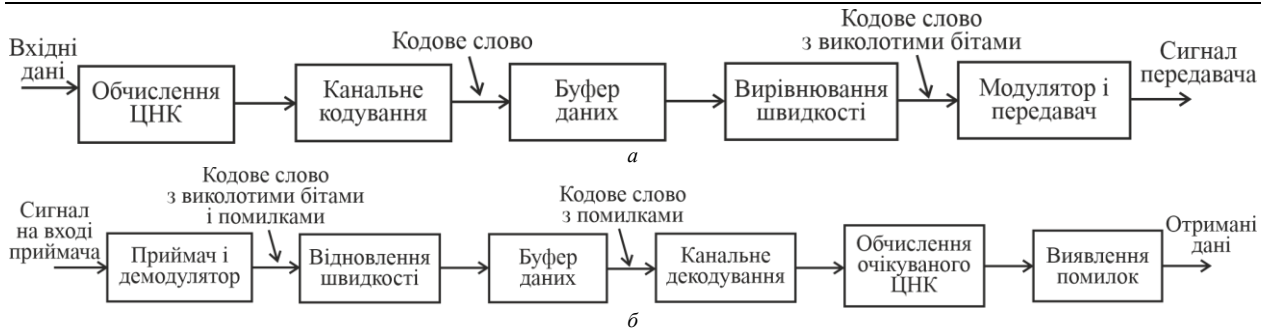


Рис. 2. Структура гібридної схеми з автоматичним запитом повторної передачі (HARQ): а) передавач; б) приймач

На фізичному рівні забезпечується реалізація математичних алгоритмів по обчисленню циклічного надлишкового коду (CRC – Cyclic Redundancy Check), каналне кодування (Channel coding) і вирівнювання швидкості (Rate matching):

Визначення CRC виконується модулем "CRC calculation". Даний модуль з біт вхідної послідовності $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{A-1}$ визначає CRC (або біти контролю парності $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots, p_{L-1}$) і формує вихідну послідовність $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots, b_{B-1}$

Коди LDPC є лінійними блоковими кодами, що задаються за допомогою перевірконої матриці H , що містить в основному нулі і відносно малу кількість одиниць. Коди LDPC характеризуються порівняно високою швидкістю декодування, що і зумовило їх вибір для використання на високошвидкісних трафікових каналах мереж 5G [6–8].

Узгодження швидкості є частиною схеми Incremental redundancy HARQ. При отриманні пакету з помилками, які не виправлені декодером каналу, приймач зберігає цей пакет в буфері прийому і запитує його повторну передачу. Передавач в рамках кожної повторної передачі (на вимогу приймача) передає пакет даних, що містить різні кодові послідовності. Кожна кодова послідовність створюється з незмінних інформаційних біт, але із застосуванням різних шаблонів для виколування бітів блоком узгодження швидкості (rate matching). Використовуваний шаблон визначається значенням Redundancy version (RV). Значення RV для кожної повторної передачі або попередньо визначено (для синхронного режиму), або транслюється в блоці керуючої інформації (DCI), переданому по каналу PDCCH (для асинхронного режиму). Також передавач може використовувати різні схеми модуляції при різних повторях. Після кожної повторної передачі приймаюча сторона формує комбінований пакет, що містить кодове слово більшої довжини в порівнянні з попередньою ітерацією, а, отже, з більш низькою швидкістю кодування і має більшу виправляючу здатність. Цей комбінований пакет і подається на вхід декодера.

При наявності значних завад, або високому рівні інтерференції кількість повторних передач пакетів даних може бути неприпустимо великою. Щоб обмежити результуючі затримки часу, Hybrid ARQ зазвичай налаштовується так, щоб обмежити максимальну кількість повторних передач, після чого блок визнається непоправно пошкодженим і відкидається. При цьому на більш високому рівні стека протоколів приймача (рівні RLC) проблема може бути виявлена і втрачений пакет буде запрошено повторно за допомогою базової схеми ARQ.

Протограф. В даний час постійно підвищуються вимоги до систем передачі даних, як в області пропускної здатності каналів, так і в напрямку інформаційної достовірності. Завдяки впровадженню ефективних алгоритмів завадостійкого кодування і декодування, серед яких слід особливо відзначити найбільш перспективні з точки зору практичної реалізації турбо і LDPC коди, ці завдання частково вирішуються. Однак, досі відкритим залишається питання підвищення енергетичного виграшу кодування (ЕВК) в області малих шумів, що особливо актуально для систем цифрового телебачення, оптичного зв'язку і зберігання даних. Розробка методів і алгоритмів синтезу кодів низької щільності за деяким набором критеріїв [1-4] є одним з можливих способів вирішення цієї проблеми. Варто відзначити, що більшість критеріїв формування перевірочних матриць спираються на цикли в графах Таннера і їх взаємозв'язок, що робить актуальним завдання швидкої ідентифікації циклів.

Протограф (базовий граф) $G_r = (V, C, E)$ є дводольним неорієнтованим мультиграфом, що складається з множини символічних (V) і перевірочних (C) вершин, а також множини гілок (E), які з'єднують вершини з V і C один з одним. Приклад простого протографа, що включає в себе елементи в кількості $|V| = 3$, $|C| = 2$, де оператор $| \cdot |$ – визначає розмір (потужність) множин, представлений на рис. 3.

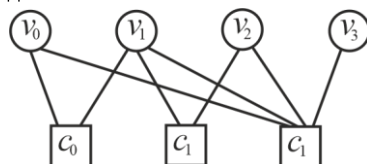


Рис. 3. Початковий протограф

Для того, щоб отримати граф Таннера з структури G_r необхідно виконати так звану процедуру розширення, яка полягає в послідовному виконанні алгоритмів копіювання і перестановки вершин, докладно розглянутих на рис. 4, де коефіцієнт масштабування $q = 3$.

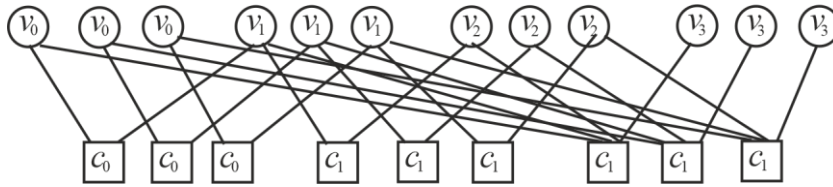


Рис. 4. Три копії початкового протографа

На окрему увагу заслуговує алгоритм перестановки вершин в зв'язку з тим, що він ґрунтується на використанні квадратних матриць π_{ij}^k розміром $[q, q]$, де i і j – номери перевірочних і символних вершин відповідно; k – коефіцієнт кратності паралельних гілок.

У найбільш простому випадку матриця перестановок π_{ij}^k вироджується в одиничну діагональну матрицю.

$$\pi_{11}^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Цикл довжиною g утворюється в розширеному графі тоді, коли виконується рівність виду:

$$\left(\sum_{k=0}^{g/2-1} \Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) \right) \text{mod}(q) = 0,$$

де $\Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) = (c_{i_k, j} - c_{i_{k+1}, j}) \text{mod}(q)$, $c_{i, j}$ – величина зсуву головної діагоналі квадранта, розташованого у i -у рядку і j -у стовпці перевірочної матриці [2–5].

Коди з малою щільністю перевірок на парність (LDPC) – коди, які визначаються матрицею, що містить переважно нулі і порівняно невелике число одиниць. Позначимо $d_v(d_c)$ – максимальну степінь вершини-символу (вершини-перевірки). Ми будемо розглядати нерегулярні LDPC -коди, для яких визначимо розподіл степенів графа Таннера за допомогою наступних поліномів: $\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$ і $\rho(x) = \sum_{i=2}^{d_c} \rho_i x^{i-1}$ для

вершин- символів і вершин-перевірок відповідно. Стандартний алгоритм ітеративного декодування, відомий як алгоритм поширення довіри (belief propagation), передає повідомлення по ребрах цього графа. Метою цього алгоритму є обчислення максимальної апостеріорної ймовірності (MAP) для кожного біта кодового слова, $P_i = P(c_i = 1 | N)$, що є ймовірністю того, що i -ий біт дорівнює одиниці за умови, що всі перевірки на парність задоволені. Повідомлення, що надсилається вершиною-символом вершині-перевірці уздовж ребра $e \in E$ є логарифмічне відношення правдоподібності (LLR) вершини-символу з урахуванням LLR вершин-перевірок u_i , отриманих за всіма ребрами $e \in E$, що входять. З урахуванням апріорного LLR каналу u_0 :

$$v = u_0 + \sum_{i \in e} u_i,$$

Аналогічно, повідомлення u , що виходить від вершини-перевірки уздовж ребра $e \in E$ - LLR вершини-перевірки з урахуванням LLR вершин-символів v_i отриманих за всіма, ребрами $e \in E$, що входять:

$$\text{tgh}\left(\frac{u}{2}\right) = \prod_i \text{tgh}\left(\frac{v_i}{2}\right)$$

Матриці LDPC-коду можуть бути побудовані за допомогою шаблону, який називають протографом. Протограф – це граф Таннера з невеликим числом вершин, з'єднаних невеликим числом ребер. LDPC -код будується з протографа шляхом копіювання протографа N разів і перестановки ребер між відповідних одному і тому ж типу вузлами початкового протографа. Приклад Графа Таннера наведений на рис. 5.

Отже, розподіл степенів вершин графа Таннера у побудованого таким чином LDPC-коду таке ж, як і у його протографа. Тому, досліджуючи протограф, можна оцінити ітеративний поріг декодування LDPC-коду.

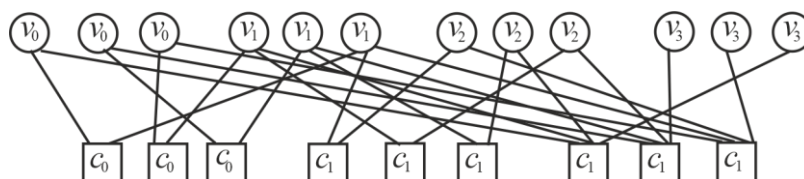


Рис. 5. Граф Таннера LDPC коду

Розглянемо цикл довжиною $g = 4$. При виконанні процедури розширення, за умовою того, що всі коефіцієнти c_{ij} однакові і дорівнюють нулю, отримуємо кратне q разів збільшення числа циклів в розширеному графі, в той же час використання різних значень для c_{ij} дозволяє збільшити довжину циклу в розширеному графі (див. рис. 5).

Коди QC-LDPC. Коди QC-LDPC грають важливу роль в 5G зв'язку і були прийняті в якості схеми каналного кодування для каналу даних 5G eMBB. LDPC коди визначаються їх перевірочними матрицями. Перевірочна матриця QC-LDPC коду задається як масив циркулянтів (перестановочних матриць). Циркулянт є квадратною матрицею $(b \times b)$, в якій кожний наступний рядок є циклічним зсувом вправо на одне місце попереднього рядка. Індекс зсуву визначає позицію «1» в першому рядку матриці. Ваги рядків і стовпців в циркулянті однакові, (наприклад $w = 1$). Для простоти можна сказати, що циркулянт має вагу Хеммінга w . Якщо $w = 1$, то циркулянт є циклічною перестановочною матрицею. Циркулянт повністю характеризується його першим рядком (або першим стовпцем), що називають генератором циркулянту. LDPC код визначається матрицею розміром $n \times m$ де n довжина коду і m число перевірочних бітів в код. Число інформаційних біт визначається як $K = n - m$. Перевірочна матриця H_{qc} QC-LDPC коду з розмірністю $t \times c$ де $n = b \times t$ і $m = b \times c$, може бути побудована шляхом з'єднання $t \times c$ циклічних перестановочних матриць розмірності $(b \times b)$.

Нехай Z буде розміром циркуляторної матриці перестановок, а $P_{i,j}$ – значенням зсуву. Для будь-якого цілочисельного значення $P_{i,j}$, $0 \leq P_{i,j} \leq Z$, матриця циркуляторних перестановок $Z \times Z$ зсуває матрицю I тотожності $Z \times Z$ вправо на $P_{i,j}$ разів для (i, j) -го не нульового елемента базової матриці. Цей бінарний циркулянт матриці перестановок позначається як $Q(P_{i,j})$. Розглядаючи $Q(1)$ в якості прикладу:

$$Q(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Для простих позначень $Q(-1)$ позначає нульову матрицю однакового розміру.

Бінарний код QC-LDPC може характеризуватися пустим простором масиву розріджених циркулянтів однакового розміру [2]. Беручи до уваги реалізацію, матриця контролю парності H коду QC-LDPC може бути визначена її базовим графом і коефіцієнтами зсуву $P_{i,j}$. Елементи 1 і 0 базового графу замінюються матрицею циркуляторних перестановок і нульовою матрицею розміром $Z \times Z$ відповідно. Для двох натуральних чисел m_b і n_b з $m_b \leq n_b$, припустимо – код QC-LDPC виражений таким $m_b \times n_b$ масивом $Z \times Z$ циркулянтів над полем Галуа GF(2):

$$H = \begin{bmatrix} Q(P_{1,1}) & Q(P_{1,2}) & \dots & Q(P_{1,n_b}) \\ Q(P_{2,1}) & Q(P_{2,2}) & \dots & Q(P_{2,n_b}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q(P_{m_b,1}) & Q(P_{m_b,2}) & \dots & Q(P_{m_b,n_b}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Експоненційна матриця H , яка є $E(H)$, має наступний вигляд:

$$E(H) = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \dots & P_{1,n_b} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \dots & P_{2,n_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m_b,1} & P_{m_b,2} & \dots & P_{m_b,n_b} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Кожен запис в матриці E називається значенням зсуву. Слід зазначити, що матриця перевірки на парність H в рівнянні (2) може бути побудована шляхом розширення матриці $E(H)$ показників степені $m_b \times n_b$. Ця процедура називається побудовою протографа.

На рис. 6 приведена загальна структура базового графу QC-LDPC коду. Стовпці розділені на три частини: інформаційні стовпці, основні стовпці парності і розширені стовпці парності. Рядки розділені на дві частини: рядки перевірки ядра і рядки перевірки розширення. Як показано на рисунку, базова матриця складається з п'яти підматриць, а саме, А, В, О, С і І [2]. Підматриця А відповідає систематичним бітам. Крім того, В відповідає першому набору бітів парності і являє собою квадратну матрицю з дводіагональною структурою: його перший стовпець має вагу 3, тоді як підматриця, що складається з інших стовпців після

першого стовпчика, має верхню дiагональну структуру, пiдматриця O є матрицею з усiма нулями. Для ефективної пiдтримки гiбридного автоматичного повторного запиту з iнкrementною надлишковiстю (IR-NARQ) використовується розширення на основi однiєї перевiрки парностi (SPC) для пiдтримки бiльш низьких швидкостей, як показано на рис. 6. Пiдматриця C відповідає рядкам SPC, а I одинична матриця, яка відповідає другому набору бiтiв парностi, тобто розширення SPC. Комбiнацiя A i B називається ядром, а iншi частини (O , C i I) називаються розширеннями. Ця структура коду схожа на Raptor-подiбне розширення, як описано в [2].

3GPP погодився розглянути два сумiсних по швидкостi базових графiв, позначених BG1 i BG2, для кодування каналу. Базовi графiв BG1 i BG2 мають схожi структури. Проте, BG1 призначений для великих довжин блокiв ($500 < K < 8448$) i бiльш високих швидкостей ($1/3 < R < 8/9$), тодi як BG2 призначений для менших довжин блокiв ($40 < K < 2560$) i бiльш низьких швидкостей ($1/5 < R < 2/3$). Базовий граф, який пiдтримує K_{max} , повинен пiдтримувати наступний набiр величин зсуву Z , де $Z = a \times 2^j$ для $E \{2,3,5,7,9,11,13,15\}$ i $0 < j < 7$.

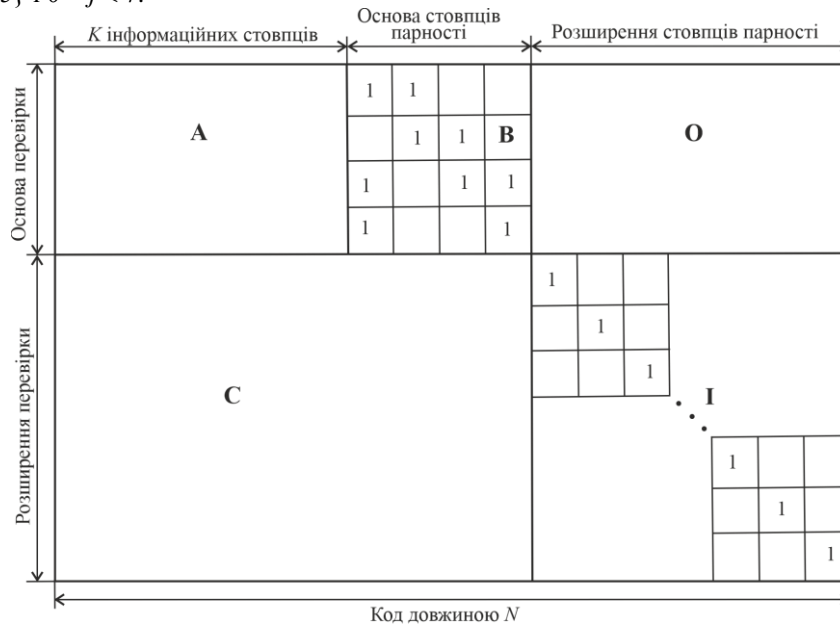


Рис. 6. Схема базової структури контролю парності для кодів 5G NR QC-LDPC.

Для базових графiв BG1 i BG2 число конструкцiй коефiциєнтiв змiщення дорiвнює 8. Всi розмiри пiдйому дiляться на всiм набiрiв на основi параметра a , де a використовується для визначення розмiру пiдйому $z_c = a \cdot 2^j$.

Значення зсуву $P_{i,j}$ може бути обчислено з використанням функцiї $P_{i,j} = f(V_{i,j}, Z)$, де $V_{i,j}$ – коефiциєнт зсуву (i, j) -го елементу у вiдповiднiй схемi зсуву. Функцiя f визначається як рiвняння (4), в якому mod позначає арифметику по модулю:

$$P_{i,j} = f(V_{i,j}, Z) = \begin{cases} -1 & V_{i,j} = 1 \\ \text{mod}(V_{i,j}, Z) & \text{для iнших } V_{i,j} \end{cases} \quad (4)$$

Наступнi процедури представляють собою етапи побудови матрицi перевiрки на парнiсть цiльового (N, K) коду QC-LDPC з заданим розмiром iнформацiйного блоку K i швидкiстю кодування $R = K/N$. Для базового графа, k_b позначає число iнформацiйних циркулянтних колонок; таким чином, якщо розмiр пiдйому дорiвнює z_c , $K = z_c \cdot k_b$.

1. Отримати базовий граф BG1 або BG2 i визначити значення k_b для заданих K i R . Для BG1, $k_b = 22$. Для BG2, $k_b = 10$.
2. Визначте z_c , так що $k_b \cdot z_c \geq K$.
3. Пiсля визначення величини Z пiдйому вiдповiдна матриця коефiциєнтiв змiщення потiм вибирається вiдповiдно до набору z_c .
4. Розрахувати значення коефiциєнта змiщення $P_{i,j}$ за допомогою операцiї по модулю, за рiвнянням (4).
5. Замiнити кожний запис в кiнцевiй матрицi показникiв вiдповiдною матрицею циркулянтних перестановок або нульовою матрицею розмiром $z_c \times z_c$. Побудова коду QC-LDPC завершено, i отримана матриця перевiрки на парнiсть N розмiром $m_b z_c \times n_b z_c$. У кодах 5G QC-LDPC виконується укорочення i виколування для отримання бажаної довжини iнформацiї та адаптацiї швидкостi. На рис. 7 представлена iлюстрацiя процесу кодування цих кодiв.



Рис. 7. Укорочення шляхом заповнення нулями і виколовання стандартних кодів 5G QC-LDPC.

Алгоритми кодування LDPC. З огляду на матрицю перевірки парності H , метою кодування LDPC є рішення рівнянь парності:

$$HC^T = 0^T,$$

де C – систематичне кодове слово, яке складається з інформаційного біта-вектора S і кодового вектора парності P .

LDPC-кодування з гаусівським виключенням

Гаусове виключення є найбільш загальноприйнятим методом кодування кодів LDPC, який виконується шляхом множення матриці G -генератора і містить квадратичну складність по довжині блоку [19]. Невідома генераторна матриця G може бути отримана з перевіркою матриці H . Генераторна матриця для коду з перевіркою матрицею H може бути отримана шляхом виконання виключення Гаусса–Жордана на H в такій формі:

$$H = [A \quad I_{N-K}], \tag{5}$$

де A – $(N-K) \times K$ двійкова матриця, а I_{N-K} – одинична матриця порядку $(N-K)$. Матриця генератора виглядає наступним чином:

$$G = [I_k \quad A^T] \tag{6}$$

Кодове слово C потім виходить шляхом множення матриці G генератора на систематичні біти S наступним чином:

$$C = SG. \tag{7}$$

Послідовний LDPC-кодер, заснований на збільшенні матриці G , вимагає ПЗУ для зберігання матриці генератора, використовуваної для обчислення кодового слова C . Основний недолік цього підходу полягає в тому, що, на відміну від матриці H перевірки на парність, відповідна матриця G генератора не буде розрідженою. Складність цього простого алгоритму кодування становить $O(N^2)$, де N – кількість бітів в кодовому слові. Отже, реалізація множення матриць у кодері призводить до дуже високої складності. Для довільної матриці перевірки на парність слід уникати побудови G і виконувати кодування з використанням зворотної заміни на H .

Дослідження залежності коефіцієнта бітової помилки коду LDPC від виду декодера. Досліджено чотири алгоритми декодування LDPC.

Алгоритм поширення переконань (Belief propagation)

Згідно з алгоритмом поширення переконань, для переданого кодового слова $c = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$, на вхід декодера надходять значення логарифмічного відношення правдоподібності (LLR),

$$L(c_i) = \log \left(\frac{P(c_i | u = 1)}{P(c_i | u = 0)} \right),$$

де $P(c_i | u = 1)$ – умовна ймовірність приймання c_i , якщо була передана логічна одиниця; $P(c_i | u = 0)$ – умовна ймовірність приймання c_i , якщо був переданий логічний нуль.

На кожній ітерації ключові компоненти алгоритму оновлюються на основі наступних рівнянь:

$$L(r_{ji}) = 2 \operatorname{arctgh} \left(\prod_{i \in V_j \setminus i} \operatorname{tgh} \left(\frac{1}{2} L(q_{ij}) \right) \right),$$

$$L(q_{ij}) = L(c_i) + \sum_{j \in C_i \setminus j} L(r_{ji}), \text{ Ініціалізований як } L(q_{ij}) = L(c_i) \text{ до першої ітерації,}$$

$$L(Q_i) = L(c_i) + \sum_{j \in C_i} L(r_{ji})$$

В кінці кожної ітерації $L(Q_i)$ є оновленою оцінкою значення LLR для переданого біта c_i .

Значення $L(Q_i)$ є виходом м'якого рішення для c_i . Якщо $L(Q_i) < 0$, вихід жорсткого рішення для c_i дорівнює 1. В іншому випадку вихід дорівнює 0.

Набори індексів $C_i \setminus j$ і $V_j \setminus i$ засновані на матриці контролю парності (МКП). Набори індексів C_i і V_j відповідають всім ненульовим елементам в стовпці i і рядку j МКП, відповідно.

Коли аргумент «ім'я-значення» «Завершення» встановлено на «max», декодування завершується після числа ітерацій \maxNumIter . Коли «Завершення» встановлено на «ранне», декодування припиняється, коли всі перевірки на парність виконані ($Hc^T = 0$) або після виконання \maxNumIter кількості ітерацій.

Багаторівневий алгоритм поширення переконань (Layered belief propagation)

Згідно з багаторівневим алгоритмом поширення переконань, цикл декодування повторюється по підмножини рядків (шарів) МКП. Для кожного рядка m на рівні i кожного бітового індексу j реалізація оновлює ключові компоненти алгоритму на основі наступних рівнянь:

$$L(q_{mj}) = L(q_j) - R_{mj} \quad (8)$$

$$A_{mj} = \sum_{n \in N(m)} \psi(L(q_{mn})), \quad (9)$$

$$s_{mj} = \prod_{n \in N(m)} \text{sign}(L(q_{mn})), \quad (10)$$

$$R_{mj} = -s_{mj} \cdot \psi(A_{mj}) \quad (11)$$

$$L(q_j) = L(q_{mj}) + R_{mj} \quad (12)$$

Для кожного рівня рівняння декодування працює на комбінованому вході, отриманому з поточних входів LLR $L(q_{mj})$. І попередній рівень оновлень R_{mj} .

Структурна схема декодера LDPC коду приведена на рис. 8.

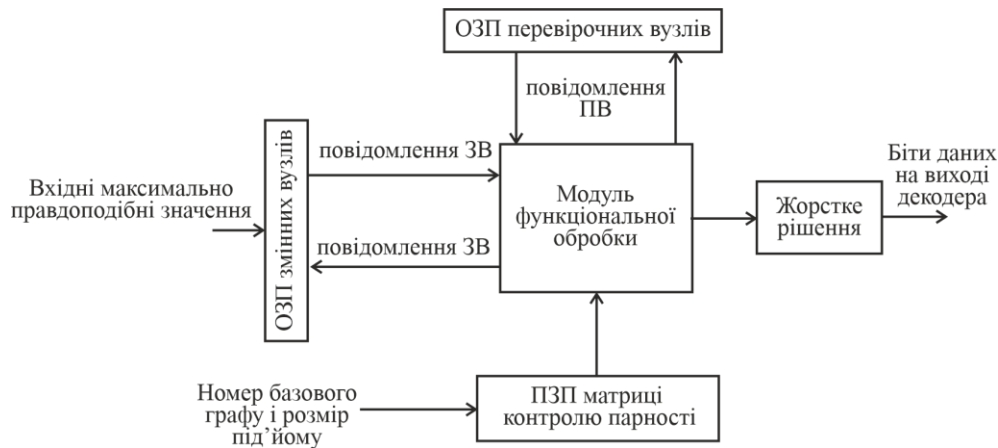


Рис. 8. Структурна схема декодера LDPC коду (ОЗП – оперативний запам'ятовуючий пристрій; ПЗП – постійний запам'ятовуючий пристрій; ПВ – перевірочні вузли; ЗВ – змінні вузли)

Блок Functional Processing Unit обчислює повідомлення змінних вузлів (ЗВ) і повідомлення перевірочних вузлів (ПВ) на основі багаторівневого поширення переконань за допомогою алгоритму апроксимації мінімальної суми.

Оскільки на рівні оновлюється тільки підмножина вузлів, багаторівневий алгоритм поширення переконань швидше в порівнянні з алгоритмом поширення переконань.

Нормалізований алгоритм декодування мінімальної суми (Normalized min-sum)

Реалізація нормалізованого алгоритму декодування мінімальної суми виходить з багаторівневого алгоритму поширення переконань із заміною рівняння (9) на рівняння:

$$A_{mj} = \min_{n \in N(m)} (|L(q_{mn})| \cdot \alpha),$$

де α знаходиться в діапазоні $[0, 1]$ і є коефіцієнтом масштабування, заданим ScalingFactor. Це рівняння є адаптацією рівняння (4), представленого в [4].

Алгоритм декодування мінімальної суми з зміщенням (Offset min-sum)

Реалізація алгоритму декодування мінімальної суми з зміщенням виходить з багаторівневого алгоритму поширення переконань із заміною рівняння (9) на рівняння:

$$A_{mj} = \max \left(\min_{n \in N(m)} (|L(q_{mn})| - \beta), 0 \right),$$

де $\beta \geq 0$ визначає зміщення.

Залежність кількості бітових помилок від відношення «сигнал–шум» для коду LDPC з різними алгоритмами роботи декодера для модуляції QPSK [9-13] наведена на рис. 9.

Алгоритм Layered Belief Propagation для коду QC-LDPC з модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum за енергетичним критерієм на рівні BER = 10^{-5} . Найменшу енергетичну ефективність має алгоритм Normalized min-sum.

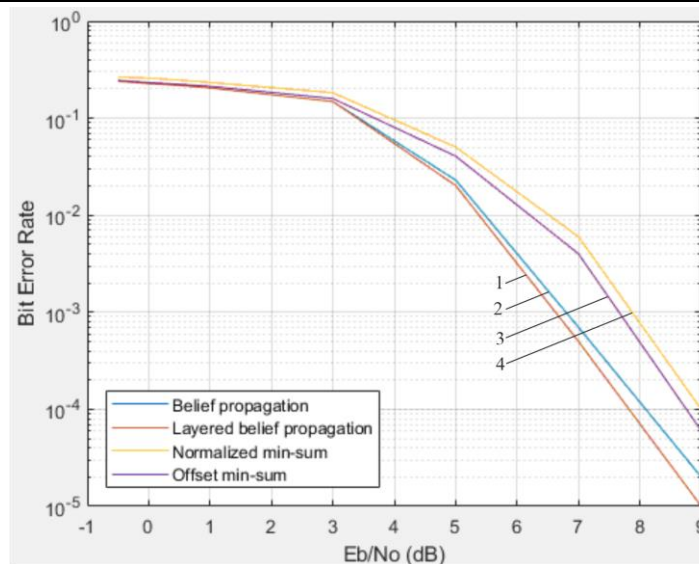


Рис. 9. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними алгоритмами роботи декодера для модуляції QPSK (1 – алгоритм Belief propagation; 2 – алгоритм Layered belief propagation; 3 – алгоритм Normalized min-sum; 4 – алгоритм Offset min-sum)

Дослідження енергетичної ефективності LDPC кодів. Основними критеріями ефективності різних видів модуляції і кодування є критерії спектральної та енергетичної ефективності. Енергетична ефективність характеризує енергію, яку необхідно затратити для передачі інформації із заданою вірогідністю (ймовірністю помилки). Спектральна ефективність характеризує смугу частот, необхідну для того, щоб передавати інформацію з певною швидкістю.

Розглянемо коди LDPC з різними видами модуляції. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції приведена на рис. 10.

Найкращу енергетичну ефективність має модуляція QPSK. Модуляція 16QAM на 6 дБ енергетично ефективніша модуляції 64QAM, але має у 1,5 разів меншу спектральну ефективність [6–8].

Кількість доступних ресурсів для передачі може динамічно змінюватись в системі стільникового зв'язку, і коди 5G LDPC повинні підтримувати функціональність узгодження швидкості для вибору довільної кількості переданих бітів. Операція HARQ (Hybrid Automatic Repeat Request) і відповідна операція узгодження швидкості кодів 5G LDPC управляються версією надлишковості (RV) від 0 до 3. Кожна версія надлишковості відповідає певній позиції стовпчика базового графа, який ділить базовий граф, виключаючи дві проколоті колони на чотири частини. Передані біти, що відповідають певній версії надлишковості, складаються з вихідного сигналу кодера, починаючи з певної позиції стовпчика.

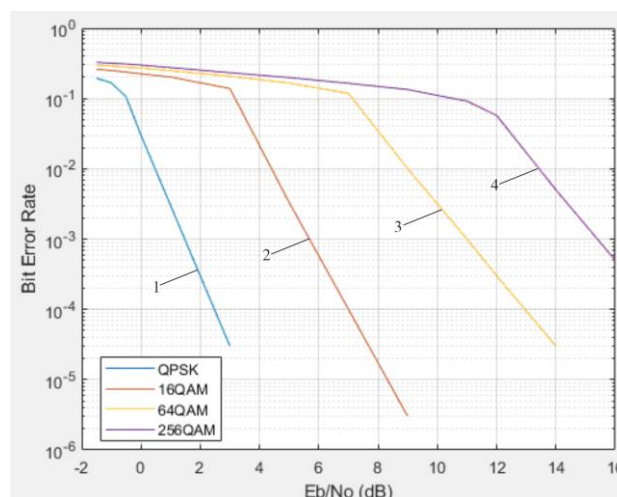


Рис. 10. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції (1 – модуляція QPSK; 2 – модуляція 16QAM; 3 – модуляція 64QAM; 4 – модуляція 256QAM)

Довжина передачі для кожної версії надлишковості визначається кількістю доступних ресурсів передачі. Початкова передача повинна починатися з версії надлишковості 0, що відповідає третьому стовпцю базового графа. Через різну кількість доступних ресурсів кожна повторна передача може мати або не мати стовпців, що перекриваються. Якщо довжина передачі, що починається з позиції стовпчика певної версії надлишковості, перевищує розмір матриці перевірки на парність (або її частина, якщо діє обмеження буфера HARQ), то така передача включає в себе вихідні дані кодера більш ранніх стовпців після обходу,

виключаючи проколоти перші дві колонки. Вихідні дані кодеру, відповідні проколотим першим двом стовпчикам, ніколи не передаються.

У 5G кодах LDPC подальша операція перемежування бітів застосовується після вибору переданих бітів, який виконується перемежувачем рядків-стовпців. Однією з головних завдань цього перемежувача є розподіл інформаційних бітів для кращого розташування бітових каналів.

Операція узгодження швидкості кодів LDPC управляються версією надлишковості (RV) від 0 до 3. Кожна версія надлишковості відповідає певній позиції стовпчика базового графа. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надлишковості зображена на рис. 2.

Дослідження енергетичної ефективності модуляції QPSK з різними версіями надлишковості (rv). Залежності кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надлишковості і швидкостями $R = 0,44$ і $R = 0,25$ для модуляції QPSK наведені на рис. 11 та рис. 12.

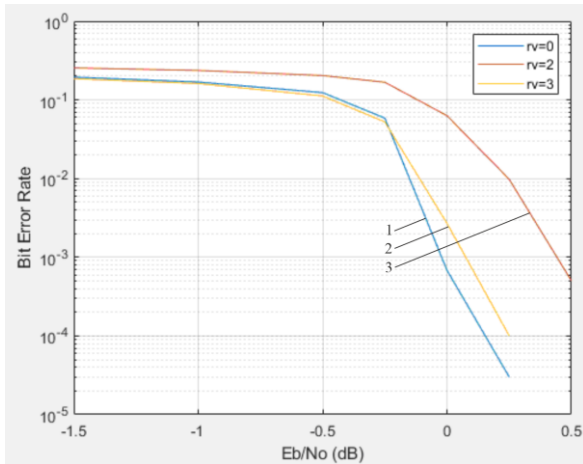


Рис. 11. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надлишковості і швидкістю $R = 0,44$ для модуляції QPSK (1 – RV= 0; 2 – RV = 3; 3 – RV = 2)

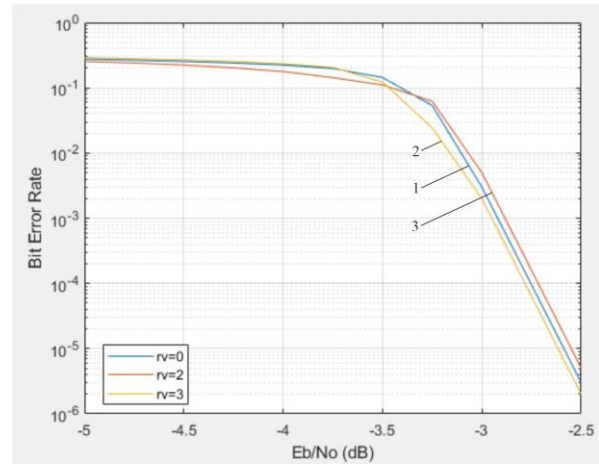


Рис. 12. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надлишковості і швидкістю $R = 0,25$ для модуляції QPSK (1 – RV= 0; 2 – RV = 3; 3 – RV = 2)

Енергетично вигравшим є використання версії надлишковості $RV=0$ і $RV=3$. Збільшення швидкості LDPC коду з $R= 0,25$ до $R= 0,44$ потребує збільшення потужності передавача на 2,5 дБ.

Залежності кількості бітових помилок від відношення «сигнал-шум» для коду LDPC з різними швидкостями коду і модуляцією QPSK зображена на рис. 13 та рис. 14.

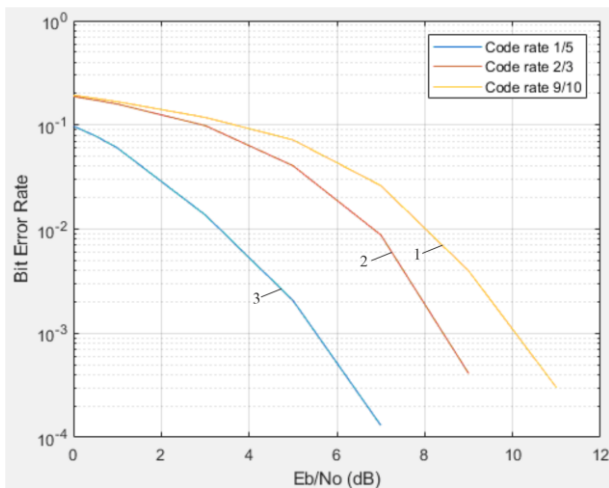


Рис. 13. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними швидкостями для модуляції QPSK (1 – $R=9/10$; 2 – $R=2/3$; 3 – $R=1/5$)

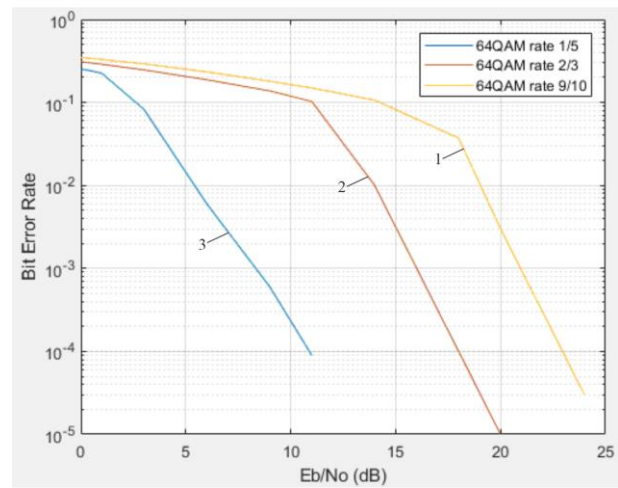


Рис. 14. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними швидкостями для модуляції 64QAM (1 – $R=9/10$; 2 – $R=2/3$; 3 – $R=1/5$)

Чим менша кодова швидкість системи зв'язку з кодуванням LDPC, тим вище енергетична ефективність. Для модуляції QPSK перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 4 дБ.

При переході від модуляції QPSK до модуляції 64QAM з кодовою швидкістю 2/3 необхідно збільшувати потужність передавача на 10 дБ. Для модуляції 64QAM перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 11 дБ.

Залежність кількості бітових помилок від відношення «сигнал–шум» для коду LDPC з різною довжиною транспортного блоку і модуляцією QPSK зображена на рис. 4.

Залежність кількості бітових помилок від відношення «сигнал–шум» для коду LDPC з різною довжиною транспортного блоку для модуляції QPSK наведена на рис. 15.

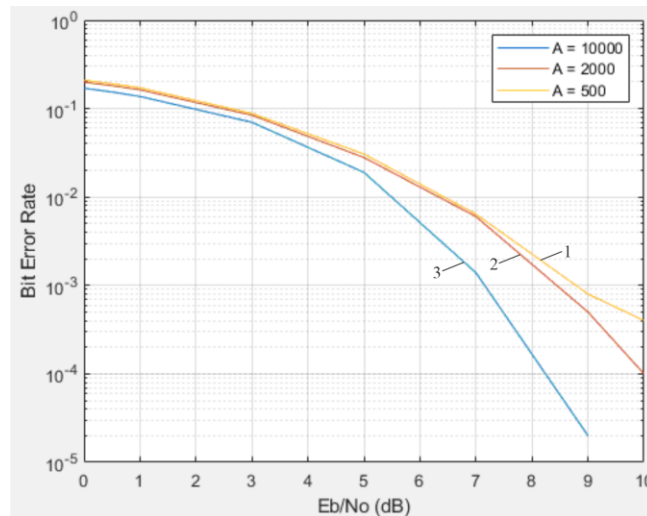


Рис. 15. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різною довжиною транспортного блоку для модуляції QPSK (1 – A=500; 2 – A=2000; 3 – A=10000)
З збільшенням довжини блоку збільшується енергетична ефективність системи зв'язку.

При збільшенні довжини транспортного блоку з A=2000 до A=10000 енергетична ефективність підвищується на 1,5 дБ.

Висновки. В роботі представлено результати дослідження енергетичної ефективності каналного кодування даних користувача кодами LDPC для систем зв'язку 5G. Проведений аналіз структурної схеми і моделі каналу зв'язку з кодами LDPC. Досліджена залежність коефіцієнта бітової помилки коду LDPC від виду декодера. Алгоритм Layered Belief Propagation для коду QC-LDPC з модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum за енергетичним критерієм на рівні BER=10⁻⁵. Найменшу енергетичну ефективність має алгоритм Normalized min-sum. Досліджена залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції. Найкращу енергетичну ефективність має модуляція QPSK. Модуляція 16QAM на 6 дБ енергетично ефективніша модуляції 64QAM, але має у 1,5 рази меншу спектральну ефективність. Досліджена енергетична ефективність модуляції QPSK з різними версіями надлишковості (RV). Енергетично вигідним є використання версії надлишковості RV=0 і RV=3. Збільшення швидкості LDPC коду з R= 0,25 до R= 0,44 потребує збільшення потужності передавача на 2,5 дБ. Досліджені 5G-LDPC коди з різними швидкостями і модуляцією QPSK. Чим менша кодова швидкість системи зв'язку з кодуванням LDPC, тим вище енергетична ефективність. Для модуляції QPSK перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 4 дБ. При переході від модуляції QPSK до модуляції 64QAM з кодовою швидкістю 2/3 необхідно збільшувати потужність передавача на 10 дБ. Для модуляції 64QAM перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 11 дБ. З збільшенням довжини блоку збільшується енергетична ефективність системи зв'язку. При збільшенні довжини транспортного блоку з A=2000 до A=10000 енергетична ефективність підвищується на 1,5 дБ.

Література

1. J. Bae, A. Abotabl, H. Lin, K. Song, and J. Lee, "An overview of channel coding for 5G NR cellular communications," APSIPA Trans. on Signal and Inform. Proces., 8, E17, June 2019. <https://doi.org/10.1017/ATSIP.2019.10>.
2. T.T.B. Nguyen, Tan, T. Nguyen and H. Lee, "Efficient QC-LDPC Encoder for 5G New Radio," Electronics, 8, 668, June 2019. <https://doi.org/10.3390/electronics8060668>.
3. J. Boiko, I. Kovtun and S. Petrashchuk, "Productivity of telecommunication systems with modified signal-code constructions," 2017 IEEE 4th Inter. Scientific-Practical Conf. Problems of Infocom. Science and Technology (PIC S&T), Kharkov, 2017, pp. 173-178, <https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2017.8246374>.
4. J. Boiko, I. Pyatin, O. Eromenko and M. Stepanov, "Method of the adaptive decoding of self-orthogonal codes in telecommunication," Indones. Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol. 19, no. 3, pp. 1287-1296, Sept. 2020, <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v19.i3.pp1287-1296>.
5. Y. Fang, G. Bi, Y. L. Guan and F. C. M. Lau, "A Survey on Protograph LDPC Codes and Their Applications," in IEEE Commun. Surveys & Tutorials, vol. 17, no. 4, pp. 1989-2016, Fourthquarter 2015, <https://doi.org/10.1109/COMST.2015.2436705>.

6. J. Boiko, O. Eromenko, "Signal Processing in Telecommunications with Forward Correction of Errors," Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol.11, no. 3, pp. 868–877, Sept. 2018 DOI: <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v11.i3.pp.868-877>.

7. Бойко Ю. М. Теоретичні аспекти підвищення завадостійкості й ефективності обробки сигналів в радіотехнічних пристроях та засобах телекомунікаційних систем за наявності завад: монографія / Ю. М. Бойко, В. А. Дружинін, С. В. Толюпа. – Київ : Логос, 2018. – 227 с.

8. Бойко Ю. М. Дослідження ефективності алгоритмів канального кодування в захищених телекомунікаційних системах передавання інформації / Ю. М. Бойко, Д. А. Макаришкін, О. І. Пасічник // Зв'язок: загальногалуз. наук.-вироб. журн. – Київ, 2016. – № 5. – С. 56–67.

9. A. D. Liveris, Z. Xiong and C. N. Georghiades "Compression of binary sources with side information at the decoder using LDPC codes," IEEE communications letters, vol. 6, no. 10, pp. 440–442, 2002.

10. S. Myung, Y. Kyeongcheol, and K. Jaeyoel. "Quasi-cyclic LDPC codes for fast encoding." IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51, no. 8, pp. 2894–2901, 2005.

11. D. E. Hocevar, "A reduced complexity decoder architecture via layered decoding of LDPC codes." IEEE Workshop on Signal Processing Systems, 2004. SIPS 2004. IEEE, 2004.

12. M. Yang, W. E. Ryan, Y. Li, "Design of efficiently encodable moderate-length high-rate irregular LDPC codes," IEEE Transactions on Communications, vol. 52, no. 4, pp. 564–571, 2004.

13. J. Boiko, I. Pyatin and O. Eromenko, "Farrow Interpolator Features in QPSK Telecommunication Devices." 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). IEEE, 2020. DOI: 10.1109/TCSET49122.2020.235410.

Reference

1. J. Bae, A. Aboatl, H. Lin, K. Song, and J. Lee, "An overview of channel coding for 5G NR cellular communications," APSIPA Trans. on Signal and Inform. Proces., 8, E17, June 2019. <https://doi.org/10.1017/ATSIP.2019.10>.

2. T.T.B. Nguyen, Tan, T. Nguyen and H. Lee, "Efficient QC-LDPC Encoder for 5G New Radio," Electronics, 8, 668, June 2019. <https://doi.org/10.3390/electronics8060668>.

3. J. Boiko, I. Kovtun and S. Petrashchuk, "Productivity of telecommunication systems with modified signal-code constructions," 2017 IEEE 4th Inter. Scientific-Practical Conf. Problems of Infocom. Science and Technology (PIC S&T), Kharkov, 2017, pp. 173-178, <https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2017.8246374>.

4. J. Boiko, I. Pyatin, O. Eromenko and M. Stepanov, "Method of the adaptive decoding of self-orthogonal codes in telecommunication," Indones. Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol. 19, no. 3, pp. 1287-1296, Sept. 2020, <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v19.i3.pp1287-1296>.

5. Y. Fang, G. Bi, Y. L. Guan and F. C. M. Lau, "A Survey on Protograph LDPC Codes and Their Applications," in IEEE Commun. Surveys & Tutorials, vol. 17, no. 4, pp. 1989-2016, Fourthquarter 2015, <https://doi.org/10.1109/COMST.2015.2436705>.

6. J. Boiko, O. Eromenko, "Signal Processing in Telecommunications with Forward Correction of Errors," Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol.11, no. 3, pp. 868-877, Sept. 2018 DOI: <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v11.i3.pp868-877>.

7. Bojko Ju. M. Teoretichni aspekti pidvishhennja zavadostijkosti j effektivnosti obrobki signaliv v radiotekhnichnih pristrojah ta zasobah telekomunikacijnih sistem za najavnosti zavad: monografija / Ju. M. Bojko, V. A. Druzhinin, S. V. Toljupa. - Київ : Logos, 2018. – 227 s.

8. Bojko Ju. M. Doslidzhennja effektivnosti algoritmiv kanal'nogo koduvannja v zahishhenih telekomunikacijnih sistemah peredavannja informacii / Ju. M. Bojko, D. A. Makarishkin, O. I. Pasichnik // Zv'jazok: zagal'nogaluz. nauk.-virob. zhurn. – Київ, 2016. – № 5. – С. 56–67.

9. A. D. Liveris, Z. Xiong and C. N. Georghiades "Compression of binary sources with side information at the decoder using LDPC codes," IEEE communications letters, vol. 6, no. 10, pp. 440–442, 2002.

10. S. Myung, Y. Kyeongcheol, and K. Jaeyoel. "Quasi-cyclic LDPC codes for fast encoding." IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51, no. 8, pp. 2894-2901, 2005.

11. D. E. Hocevar, "A reduced complexity decoder architecture via layered decoding of LDPC codes." IEEE Workshop on Signal Processing Systems, 2004. SIPS 2004. IEEE, 2004.

12. M. Yang, W. E. Ryan, Y. Li, "Design of efficiently encodable moderate-length high-rate irregular LDPC codes," IEEE Transactions on Communications, vol. 52, no. 4, pp. 564-571, 2004.

13. J. Boiko, I. Pyatin and O. Eromenko, "Farrow Interpolator Features in QPSK Telecommunication Devices." 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). IEEE, 2020. DOI: 10.1109/TCSET49122.2020.235410.

Надійшла / Paper received: 11.05.2020

Надрукована / Paper Printed : 02.06.2020