

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем

Кафедра телекомунікацій та радіотехніки

ДИПЛОМНА РОБОТА

Другий (Магістерський)

Освітній рівень

Галузь знань 17 Електроніка та телекомунікації

Шифр і назва спеціальності

Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка

Шифр і назва спеціальності

на тему Застосування методів матстатистики для оцінювання міцності виробів РЕА

ДРТР.215003.01.12.ПЗ

Виконав: студент 2 курсу, група ТР_м-19-2


підпис

В.В. Пирожок
Ініціали, прізвище

Керівник: канд. техн. наук, доц.


підпис

Л.В. Карпова
Ініціали, прізвище

До захисту допускаю:

Зав. кафедри: д-р техн. наук, проф.


підпис

Ю.М. Бойко
Ініціали, прізвище

"02" грудня 2020 р.

Хмельницький, 2020

Хмельницький національний університет

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем

Кафедра телекомунікацій та радіотехніки

Освітній рівень другий (магістерський)

Галузь знань 17 – Електроніка та телекомунікації

Спеціальність 172 – Телекомунікації та радіотехніка

Освітня-професійна програма Телекомунікації та радіотехніка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедрою _____ ТР

_____ Бойко Ю.М.

«07» _____ вересня _____ 2020 р.

**ЗАВДАННЯ
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ**

Пирожку Василю Васильовичу

1 Тема роботи: «Застосування методів матстатистики для оцінювання міцності виробів РЕА»

керівник роботи Карпова Леся Вікторівна, к.т.н, доцент

Затверджено наказом по університету від «1» вересня 2020 р. № 118

2 Строк подання студентом роботи на кафедру: 02.12.2020 р.

3 Вихідні дані (характеристика об'єкта, умов дослідження та ін.)

Мета роботи: підвищення міцнісної надійності РЕА за рахунок розробки і удосконалення методів статистичної обробки емпіричних даних вимірювань параметрів РЕА

Об'єкт дослідження: механічна надійність керамічних резисторів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю

Предмет дослідження: методи обробки результатів вимірювань параметрів міцності елементів РЕА, що базуються на методах математичної і прикладної статистики

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити):

- огляд проблеми статистичної обробки виміряних даних про параметри міцності виробів РЕА;
- теоретичне обґрунтування методу обробки статистичних матеріалів, які мають багатомадальний закон розподілу;
- статистична обробка даних про характеристики міцності деяких матеріалів і елементів РЕА;
- визначення фізико-механічних характеристик ситала, полікора та кераміки.

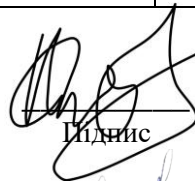
Завдання отримав _____

Науковий керівник _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів (розділів) дипломної роботи	Строк виконання етапів дипломної роботи	Примітка
1	1. Огляд проблеми статистичної обробки вимірних даних про параметри міцності виробів РЕА	15.09.2020	<i>виконано</i>
2	Формулювання задач досліджень	20.09.2020	<i>виконано</i>
3	2.1 Метод декомпозиції полімодальних сумішей імовірнісних розподілів	07.10.2020	<i>виконано</i>
4	2.2 Метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних	14.10.2020	<i>виконано</i>
5	2.3 Призначення допустимих значень параметрів з певною надійністю	25.10.2020	<i>виконано</i>
6	3. Статистична обробка даних про характеристики міцності деяких матеріалів і елементів РЕА	31.10.2020	<i>виконано</i>
7	4. Визначення фізико-механічних характеристик ситала, полікора та кераміки	5.11.2020	<i>виконано</i>
8	Формулювання висновків до роботи	15.11.2020	<i>виконано</i>
9	Оформлення пояснювальної записки до ДР	25.11.2020	<i>виконано</i>
10	Оформлення презентаційних матеріалів	30.11.2020	<i>виконано</i>

Студент



Підпис

В.В. Пирожок

Ініціали, прізвище

Керівник роботи



Підпис

Л.В. Карпова

Ініціали, прізвище

РЕФЕРАТ

Тема роботи: Застосування методів матстатистики для оцінювання міцності виробів РЕА

Автор роботи: Пирожок Василь Васильович

Керівник роботи: Карпова Леся вікторівна

Пояснювальна записка: 92 с., 19 рис., 19 табл., 2 дод., 46 джерел.

Графічна частина: 15 плакатів.

Ключові слова: параметри РЕА, статистичний розподіл, полімодальний закон, гістограми, щільність імовірностей, суміш розподілів, керамічний резистор, допустимі значення

Об'єктом дослідження є механічна надійність керамічних резисторів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю.

Предметом дослідження є методи обробки результатів вимірювань параметрів міцності елементів РЕА, що базуються на методах математичної і прикладної статистики.

Мета роботи полягає у підвищенні міцнісної надійності РЕА за рахунок розробки і удосконаленні методів статистичної обробки емпіричних даних вимірювань параметрів РЕА.

У роботі використані такі методи дослідження та апаратура:

- математичної і прикладної статистики для обробки результатів експериментів,
- методи опору матеріалів, експериментальні методи механічних випробувань,
- методи математичної статистики;
- експериментальні дослідження із застосуванням тензOMETричної апаратури зі спеціально розробленою схемою температурної компенсації;
- допоміжні методи і засоби для проведення експериментів, випробувальна машина для навантаження.

Експериментальні дослідження проводились у лабораторії статичної і динамічної міцності виробів радіоелектроніки Хмельницького національного університету (ауд. 3-100).

Результати роботи можуть бути використані при конструюванні і виробництві елементів РЕА: керамічних резисторів, герметизованих компаундом керамічних елементів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю. Розроблені методи статистичної обробки даних з полімодальною щільністю розподілу можуть бути використані у будь-яких вимірюваннях електричних та інших величин з метою підвищення точності отриманих результатів. Окрім того результати роботи можуть бути використані у навчальному процесі студентів галузі знань «Електроніка та телекомунікації» під час вивчення фахових дисциплін, що стосуються питань надійності, конструювання і технології виробництва елементів і компонентів електронної техніки.

Практична значимість отриманих результатів полягає у тому, що запропоновані методи і підходи до статистичної обробки результатів вимірювань механічних характеристик елементів РЕА, які дають змогу підвищити точність отриманих результатів вимірювань та виявити причини виникнення полімодальності, дадуть можливість підвищити міцність і надійність виробів РЕА, які експлуатуються у складних умовах зміни атмосферного тиску, температури, вібраційних навантажень тощо.

ABSTRACT

Topic of the graduate work: Application of matstatistics methods to assess the strength of CEA products

Author of the work: Pyrozhok Vasyl Vasyliovych

Supervisor: Karpova Lesya Viktorivna

Explanatory note: 92 pages, 19 figures, 19 tables, 2 appendices, 46 sources.

Graphic part: 15 posters.

Keywords: REA parameters, statistical distribution, polymodal law, histograms, probability density, distribution mixture, ceramic resistor, admissible values

The object of research is the mechanical reliability of ceramic resistors and elements made by fiberglass technology.

The subject of research is the methods of processing the results of measurements of strength parameters of CEA elements, based on the methods of mathematical and applied statistics.

The purpose of the work is to increase the strength reliability of REA by developing and improving methods of statistical processing of empirical data of measurements of REA parameters.

The following research methods and equipment are used in the work:

- mathematical and applied statistics for processing the results of experiments,
- methods of resistance of materials, experimental methods of mechanical tests,
- methods of mathematical statistics;
- experimental researches with the use of strain gauge equipment with a specially developed scheme of temperature compensation;
- auxiliary methods and means for conducting experiments, test machine for loading.

Experimental studies were conducted in the laboratory of static and dynamic strength of radio electronics products of Khmelnytsky National University (room 3-100).

The results can be used in the design and manufacture of CEA elements: ceramic resistors, compound-sealed ceramic elements and elements made by fiberglass technology. The developed methods of statistical data processing with polymodal distribution density can be used in any measurements of electrical and other quantities in order to increase the accuracy of the results. In addition, the results of the work can be used in the educational process of students in the field of knowledge "Electronics and Telecommunications" in the study of professional disciplines related to the reliability, design and technology of production of elements and components of electronic technology.

The practical significance of the obtained results is that the proposed methods and approaches to statistical processing of measurement results of mechanical characteristics of CEA elements, which increase the accuracy of measurement results and identify the causes of polymodality, will increase the strength and reliability of CEA products used in complex conditions of change of atmospheric pressure, temperature, vibration loads, etc.

	С
ВСТУП	7
1 ОГЛЯД ПРОБЛЕМИ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ВИМІРЯНИХ ДАНИХ ПРО ПАРАМЕТРИ МІЦНОСТІ ВИРОБІВ РЕА.....	13
1.1 Сучасні методи статистичної обробки емпіричних даних.....	13
1.2 Особливості статистичної обробки результатів вимірювань параметрів і характеристик РЕА.....	20
1.3 Полімодальність реальних емпіричних даних про параметри і характеристики РЕА.....	25
1.4 Висновки. Постановка задач.....	31
2 ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ ОБРОБКИ СТАТИСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ, ЯКІ МАЮТЬ БАГАТОМАДАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ.....	33
2.1 Метод декомпозиції полімодальних сумішей імовірнісних розподілів.....	33
2.2 Метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних.....	38
2.3 Призначення допустимих значень параметрів з певною надійністю.....	43
2.4 Висновки.....	53
3 СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ ПРО ХАРАКТЕРИСТИКИ МІЦНОСТІ ДЕЯКИХ МАТЕРІАЛІВ І ЕЛЕМЕНТІВ РЕА.....	54
3.1 Порівняння міцності ЕРЕ і герметиків різних модифікацій і вплив на їх міцність різних технологічних операцій.....	54
3.2 Порівняння міцності кераміки резисторів.....	56
3.3 Вплив операцій з підготовки резисторів до монтажу.....	62
3.4 Висновки.....	66
4 ВИЗНАЧЕННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИТАЛА, ПОЛІКОРА ТА КЕРАМІКИ.....	67

4.1	Визначення модуля пружності ситала і полікора.....	67
4.1.1	Вибір методики визначення модуля пружності для пластин, виготовлених з ситала і полікора.....	67
4.1.2	Визначення модуля пружності ситала і полікора, оцінювання точності вимірювань.....	69
4.1.3	Результати випробувань.....	70
4.1.4	Статистична обробка даних експерименту.....	74
4.2	Визначення границі міцності ситала и полікора.....	77
4.2.1	Методика випробувань.....	77
4.2.2	Результаты випробувань.....	78
4.2.3	Статична обробка даних експерименту.....	81
4.3	Визначення модуля пружності кераміки.....	84
4.3.1	Методика визначення модуля пружності і оцінка точності вимірювання.....	84
4.3.2	Результаты випробувань.....	89
4.3.3	Статистична обробка даних експерименту.....	90
4.4	Висновки.....	90
	ВИСНОВКИ.....	93
	ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	95
	ДОДАТКИ.....	100
	Додаток А. Презентаційні матеріали за результатами виконання дипломної роботи.....	100
	Додаток Б. Матеріали апробації наукових результатів отриманих у дипломній роботі.....	115

ВСТУП

Значна частина радіоелектронної апаратури (РЕА) експлуатується в умовах зміни атмосферного тиску, температури, вологості, вібраційного навантаження та інших дестабілізуючих факторів. Елементи такої РЕА піддаються статичному і динамічному механічному навантаженню. На жаль, за різними даними близько 40% таких радіоелементів виходять з ладу з причини механічних поломок [1]. На відміну від галузі машинобудування, у приладобудуванні для багатьох конструкцій елементів РЕА відсутні норми міцності та загалом приділяється недостатня увага до забезпечення міцності конструкцій. Однією з причин такого стану речей є застосування у виробництві РЕА нових матеріалів з недостатньо вивченими фізико-механічними характеристиками. Через об'єктивні і суб'єктивні причини виміряні на реальному об'єкті параметри, які характеризують якість роботи радіоелектронної системи, міцнісні характеристики матеріалів елементів РЕА, властивості матеріалів тощо, як правило, мають розкид значень, тобто можуть набувати довільних значень у деяких числових інтервалах. Дослідження показують, що розкид значень таких характеристик може складати сотні відсотків, що часто і не дає можливість забезпечити задану міцність конструкцій елементів РЕА [2-6].

Однією з актуальних задач на шляху вирішення проблеми підвищення надійності РЕА є розробка і удосконалення розрахунково-експериментальних методів випробувань РЕА, зокрема методів статистичної обробки результатів вимірювань. Маючи дані про реалізацію цих випадкових величин, можна з певною точністю оцінити їх істинні значення, наприклад методом довірчих інтервалів. Застосування дослідниками параметричних статистичних гіпотез (нормального, логарифмічно нормального, експоненціального закону, закону Вейбулла, Гамма-розподілу тощо) виправдане їх достатньою вивченістю та можливістю отримання спроможних, незміщених і відносно високоефективних оцінок параметрів. Однак вказані вище типові закони

розподілу не мають необхідного різноманіття форм, тому їх застосування не дає необхідної загальності подання випадкових величин, які зустрічаються при дослідженні реальних систем РЕА. Якщо апроксимація на основі типових розподілів не дає бажаної точності статистичних оцінок, у нагоді може стати непараметричний підхід, описаний, наприклад, у роботах [7, 8]. Одним із недоліків непараметричних критеріїв є низька статистична потужність у порівнянні зі стандартними параметричними критеріями. Ріст статистичної потужності можливий лише з ростом об'єму вибірки.

Серед всіх задач статистичної оцінки параметрів можна виокремити клас задач, в якому оцінці підлягають емпіричні дані, сформовані під дією декількох домінуючих причин, причому виявити ці причини і розділити вибірку на відповідні до них підвибірки не видається можливим. Зокрема, такі задачі часто виникають на виробництві при статистичній оцінці параметрів деякої вибірки елементів РЕА, які потрапили на підприємство із різних партій. Щільність розподілу (ЩР) ймовірностей досліджуваних параметрів може бути полімодальною. Розробка методів обробки полімодальних даних дасть можливість підвищити точність оцінювання міцності елементів РЕА, а отже і підвищити її надійність.

В Україні цю проблему досліджували Ройзман В.П, Горошко А.В. Аналіз напрацювань цих вчених показав, що їх наукові і практичні результати потребують узагальнення і розвитку. Отже, проблема статистичної обробки результатів вимірювань для підвищення ефективності оцінювання параметрів РЕА є актуальною.

Об'єкт дослідження – механічна надійність керамічних резисторів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю.

Предмет дослідження – методи обробки результатів вимірювань параметрів міцності елементів РЕА, що базуються на методах математичної і прикладної статистики.

Метою дослідження є підвищення міцнісної надійності РЕА за рахунок розробки і удосконалення методів статистичної обробки емпіричних даних вимірювань параметрів РЕА.

Задачі дослідження:

1. Проаналізувати сучасний стан існуючих методів статистичної обробки експериментальних даних вимірних значень параметрів і характеристик елементів РЕА та виявити невирішені задачі.

2. Обґрунтувати представлення результатів вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан).

3. Розробити метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів з наступним статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші.

4. Розробити метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та обґрунтувати вибір кроку побудови гістограм багатомодальних розподілів.

5. Розробити метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності ймовірностей.

6. Проаналізувати та оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів на міцність кераміки резисторів різних модифікацій ЕРЕ та компаунда.

7. Дослідити причини зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ.

8. Експериментально встановити реальні значення характеристик міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, та кераміки резисторів.

У дослідженнях, викладених у роботі, використовувались методи математичної і прикладної статистики для обробки результатів експериментів, методи опору матеріалів, експериментальні методи механічних випробувань, методи математичної статистики; експериментальні дослідження із застосуванням тензометричної апаратури зі спеціально розробленою схемою температурної компенсації; допоміжні методи і засоби для проведення експериментів, випробувальна машина для навантаження. Експериментальні дослідження проводились у лабораторії статичної і динамічної міцності виробів радіоелектроніки Хмельницького національного університету (ауд. 3-100).

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

1. *Вперше* розроблено метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів, який полягає у апроксимації емпіричної щільності імовірностей сумішшю унімодальних законів розподілу імовірностей, з наступною її декомпозицією і статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші, що дало змогу підвищити точність і ефективність визначення механічних характеристик виробів РЕА.

2. *Вперше* розроблено метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та науково-обґрунтований вибір кроку побудови гістограм полімодальних розподілів, що дало можливість одержувати точніші значення шуканих параметрів з гарантованою надійністю і використовувати їх при проектуванні елементів РЕА.

3. *Удосконалено* метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності імовірностей, що дає можливість одержати більш точні значення вимірних параметрів з гарантованою надійністю.

Робота виконувалась в межах науково-дослідної роботи 2Б-2017 «Розробка наукових основ захисту виробів радіоелектроніки, закріплених на об'єднувальних платах, від деформацій плат, а плат від динамічних і

теплових навантажень» та ЗБ-2020 «Неруйнівний контроль, діагностування та прогнозування технічного стану електронних систем методом акустичної емісії в виробках військової і невійськової техніки».

Практичне значення отриманих результатів:

1. Представлення результатів вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів дало змогу точніше описати розподіл параметрів, що виникли у елементах однієї вибірки під дією різних домінуючих факторів.

2. Результати досліджень дали можливість оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів, таких як операції зачистки, формування, лудіння тощо, на міцність кераміки резисторів та порівняти вплив на міцність різних модифікацій ЕРЕ або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-виготовлювача, марки ЕРЕ або компаунда тощо). Експериментально встановлено, що заготовки резисторів є істотно міцнішими за виготовлені з них резистори.

3. Обґрунтовано, що у процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних плівок, напресовування ковпачків, підгонка опору тощо і це призводить до зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ. Правильна оцінка впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга.

4. Експериментально з використанням розроблених методів статистичної обробки встановлено, що:

- границя міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, має надзвичайно великий розкид значень σ_U для пластин з ситалу (більше 300 %) і полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень;

- модулі пружності пластин, відповідно, для ситала–32 – $E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм²;
- модуль пружності кераміки резисторів має значний розкид значень (майже 200% від їх мінімальних значень), що пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених зразків кераміки.

Результати роботи можуть бути використані при конструюванні і виробництві елементів РЕА: керамічних резисторів, герметизованих компаундом керамічних елементів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю. Розроблені методи статистичної обробки даних з полімодальною щільністю розподілу можуть бути використані у будь-яких вимірюваннях електричних та інших величин з метою підвищення точності отриманих результатів. Окрім того результати роботи можуть бути використані у навчальному процесі студентів галузі знань «Електроніка та телекомунікації» під час вивчення фахових дисциплін, що стосуються питань надійності, конструювання і технології виробництва елементів і компонентів електронної техніки.

Практична значимість отриманих результатів полягає у тому, що запропоновані методи і підходи до статистичної обробки результатів вимірювань механічних характеристик елементів РЕА, які дають змогу підвищити точність отриманих результатів вимірювань та виявити причини виникнення полімодальності, дадуть можливість підвищити міцність і надійність виробів РЕА, які експлуатуються у складних умовах зміни атмосферного тиску, температури, вібраційних навантажень тощо.

Апробація результатів дослідження – публікація наукової статті «Статистична обробка результатів вимірювань з полімодальною щільністю розподілу» у журналі «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах», № 1, 2020, - С. 34-40 [9].

1 ОГЛЯД ПРОБЛЕМИ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ВИМІРЯНИХ ДАНИХ ПРО ПАРАМЕТРИ МІЦНОСТІ ВИРОБІВ РЕА

1.1 Сучасні методи статистичної обробки емпіричних даних

Статистичні методи аналізу даних використовують завжди, коли необхідно отримати і обґрунтувати будь-які судження про групу (об'єктів або суб'єктів) з деякою внутрішньою неоднорідністю. Результати вимірювань будь яких величин носять випадковий характер. Для їх обробки застосовують апарат математичної і прикладної статистики [10-13].

Доцільно виділити три види наукової і прикладної діяльності в області статистичних методів аналізу даних (за ступенем специфічності методів, поєднаних з конкретними проблемами):

- а) розробка і дослідження методів загального призначення, без урахування специфіки галузі застосування;
- б) розробка і дослідження статистичних моделей реальних явищ і процесів відповідно до потреб тієї чи іншої області діяльності;
- в) використання статистичних методів і моделей для статистичного аналізу конкретних даних в розв'язанні прикладних задач, наприклад, з метою проведення вибіркового досліджень.

Числові статистичні дані вимірювань параметрів РЕА - це числа, вектора, функції. Їх можна складати, множити на коефіцієнти. Тому в числовій статистиці велике значення мають різноманітні суми. Математичний апарат аналізу сум випадкових елементів вибірки - це (класичні) закони великих чисел і центральні граничні теореми.

Статистична обробка результатів вимірювань - обробка вимірювальної інформації з метою отримання достовірних даних. Різноманітність завдань, що вирішуються за допомогою вимірювань, визначає і різноманітність видів статистичної обробки їх результатів.

Завдання статистичної обробки результатів багаторазових вимірювань полягає в знаходженні оцінки вимірюваної величини і довірчого інтервалу, в якому знаходиться істинне значення.

Статистична обробка використовується для підвищення точності вимірювань з багаторазовими спостереженнями, а також визначення статистичних характеристик випадкової похибки.

Для прямих одноразових вимірювань статистична обробка є менш складною і громіздкою, що значно спрощує оцінювання похибок.

Статистичну обробку результатів непрямих вимірювань здійснюють, як правило, методами, що базуються на окремій обробці аргументів і їх похибок, і методах лінеаризації.

Найбільш поширені спільні вимірювання обробляються різними статистичними методами. Серед них широко відомим і таким, що часто застосовується, є метод найменших квадратів.

Необхідність в багаторазових спостереженнях деякої фізичної величини виникає при наявності в процесі вимірювань значних випадкових похибок. При цьому завдання обробки полягає в тому, щоб за результатами спостережень визначити найкращу (оптимальну) оцінку вимірюваної величини і інтервал, в якому вона знаходиться, з заданою вірогідністю. Таке завдання може бути вирішене способом статистичної обробки результатів спостережень, що базується на гіпотезі про розподіл похибок результатів за нормальним законом.

Порядок такої обробки повинен відповідати державному стандарту і рекомендаціям з метрології.

Отже, розглянемо групу з n незалежних результатів спостережень випадкової величини x , що підкоряється нормальному розподілу. Оцінка розсіювання одиничних результатів спостережень в групі щодо їх середнього значення обчислюється за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n-1}}$$

Оскільки кількість спостережень в групі, на підставі результатів яких виконано обчислення середнього арифметичного, є обмеженою, то, повторивши заново серію спостережень цієї ж величини, ми отримали б нове значення середнього арифметичного. Повторивши багаторазово спостереження і обчислюючи кожен раз їх середнє арифметичне значення, яке приймається за результат спостережень (вимірювань), виявимо розсіювання середнього арифметичного значення.

Характеристикою цього розсіювання є середній квадрат відхилення середнього арифметичного:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного використовується для оцінювання похибки результату вимірів з багаторазовими спостереженнями.

Теорія показує, що якщо розсіювання результатів спостереження в групі підпорядковується нормальному закону, то і їх середнє арифметичне теж підпорядковується нормальному закону розподілу при досить великій кількості спостережень ($n > 50$). Звідси при однаковій довірчій ймовірності довірчий інтервал середнього арифметичного є у \sqrt{n} вужчим, ніж довірчий інтервал результату спостережень. Теоретично випадкову похибку результату вимірювань можна було б звести до 0, проте практично це неможливо, та й не має сенсу, оскільки при зменшенні значення випадкової

похибки визначальним в сумарній похибці стає значення невиключених залишків систематичної похибки.

При нормальному законі розподілу щільності ймовірностей результатів спостережень і невеликій кількості вимірювань середнє арифметичне підкоряється закону розподілу Ст'юдента з тим же середнім арифметичним m_x . Особливістю цього розподілу є те, що довірчий інтервал зі зменшенням числа спостережень розширюється в порівнянні з нормальним законом розподілу при цій же довірчій ймовірності. У формулі для оцінки довірчих інтервалів випадкової похибки це відображається введенням коефіцієнта t_q замість t :

$$\Delta x(P) = t\sigma = t_q\sigma$$

Коефіцієнт розподілу Ст'юдента залежить від кількості спостережень і обраної довірчої ймовірності і знаходиться за таблицею. Наприклад, для $n=4$ и $P_d=0,95$ $t_q=3,182$; $n=5$ при $P_d=0,95$ $t_q=2,776$; для $n=10$ $t_q=2,262$; $n=15$ $t_q=2,145$ при тій же $P_d=0,05$.

Правила обробки результатів вимірювання з багаторазовими спостереженнями враховують такі чинники:

- обробляється група з n спостережень (тобто група обмежена);
- результати спостережень можуть містити систематичну похибку;
- в групі спостережень можуть зустрічатися грубі похибки;
- розподіл випадкових похибок може відрізнятися від нормального.

Обробка результатів спостереження проводиться в такій послідовності:

- 1) виключити відомі систематичні похибки з результатів спостереження (введенням поправки);
- 2) обчислити середнє арифметичне виправлених результатів спостережень, прийняте за результат спостережень:

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

3) Обчислити оцінку середнього квадратичного відхилення результату спостереження:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - X)^2}{n-1}}$$

Визначивши σ , доцільно перевірити наявність в групі спостережень грубих похибок, пам'ятаючи, що при нормальному законі розподілу жодна випадкова похибка $x_i - X$ з ймовірністю, що практично дорівнює 1, не може вийти за межі $\pm 3\sigma$. Спостереження, що містять грубі похибки, виключають з групи і заново повторюють обчислення X і σ .

4) Обчислити оцінку середнього квадратичного відхилення середнього арифметичного $S_{\bar{x}}$ за формулою

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

5) Перевірити гіпотезу про те, що результати вимірювань підпорядковуються нормальному розподілу.

Наближено про характер розподілу можна судити, побудувавши гістограму. Існують і більш жорсткі методи перевірки гіпотез про той чи інший характер розподілу випадкової величини з використанням спеціальних критеріїв. Про це докладніше можна дізнатися в книзі [14].

При числі спостережень $n < 15$ приналежність їх до нормального розподілу не перевіряють, а довірчі інтервали випадкової похибки результату

визначають лише в тому випадку, якщо достовірно відомо, що результати спостережень належать нормальному закону.

6) Обчислити довірчі інтервали ε випадкової похибки результату вимірювання при заданій ймовірності P

$$\varepsilon = t_g S_{\bar{x}}$$

де t_g - коефіцієнти Ст'юдента.

7) Обчислити границі сумарної невиключеної систематичної похибки (НСП) результату вимірювання.

НСП результату вимірювань утворюється з невиключених залишків вимірювань, похибок, поправок тощо.

При підсумовуванні ці складові розглядаються як випадкові величини. При відсутності даних про вид розподілів НСП, їх розподіли приймають за рівномірні.

При рівномірному розподілі НСП границі НСП обчислюють за формулою:

$$\theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2}$$

де θ_i - границя i -тої НСП, k – коефіцієнт, який визначається прийнятою довірчою ймовірністю (при $P_d=0,95$ $k=1,1$); m – число невиключену складових систематичної похибки.

Довірчу ймовірність для обчислення інтервалів НСП приймають такою ж, як при обчисленні границь випадкової похибки результату вимірів.

8) Обчислити довірчі інтервали похибки результату вимірювання.

Аналіз співвідношення між НСП і випадковою похибкою показує, що якщо $\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} < 0,8$, то НСП можна знехтувати і прийняти інтервал похибки результату $\Delta = \pm \varepsilon$.

Якщо $\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} > 8$, то випадковою похибкою можна знехтувати і прийняти $\Delta = \pm \theta$.

Якщо обидві нерівності не виконані, обчислюють середнє квадратичне відхилення результату як суму НСП і випадкової похибки в наступному вигляді:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3} + S_{\bar{x}}^2},$$

а границі похибки результату вимірювання в цьому випадку обчислюють за формулою:

$$\Delta = \pm k S_{\Sigma},$$

де k – коефіцієнт, який визначається як

$$k = \frac{\varepsilon + \theta}{S_{\bar{x}} + \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\theta_i^2}{3}}}$$

9) Записати результат вимірювання в регламентованій стандарті формі:

а) при симетричному довірчому інтервалі похибки результату вимірювання $x \pm \Delta, P$, де x – результат вимірювань;

б) за відсутності даних про вид функції розподілу складових похибки результату або при необхідності використання даних для подальшої обробки результатів, результат представляють у формі: X, S_x, n, θ

З умови, що при $\frac{\theta}{S_x} > 8$ випадковою похибкою можна знехтувати, слідує

оцінка максимальної доцільної кількості спостережень в експерименті:

$$\frac{\theta}{S_x} = 8 \Rightarrow n_{\max} = \left(\frac{8\sigma}{\theta}\right)^2, \text{ де } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - X)^2}{n-1}}$$

1.2 Особливості статистичної обробки результатів вимірювань характеристик і параметрів виробів РЕА

При впровадженні стандартів серії ISO важливе місце відводиться правильності метрологічного забезпечення виконуваних вимірювань. Для забезпечення уніфікації вимірювань потрібно значення вимірюваних величин подавати в одиницях фізичних величин, що застосовуються в Україні. Згідно ДСТУ 3651.1-97. «Метрологія. Одиниці фізичних величин» основними одиницями є: метр (м) - одиниця довжини; кілограм (кг) - одиниця маси; секунда (с) - одиниця часу; ампер (А) - одиниця сили струму; коливаний (К) - одиниця термодинамічної температури; моль (моль) - одиниця кількості речовини; кандела (кд) - одиниця сили світла. Відповідь на питання "як вимірюємо?" міститься в розгляді видів і методів вимірювання. Залежно від способу обробки експериментальних даних вимірювань для отримання результату розрізняють наступні види вимірювань - прямі, непрямі, спільні, сукупні і вимірювання кореляційно пов'язаних величин.

Пряме вимірювання - це вимірювання, при якому значення величини знаходять безпосередньо з отриманих в результаті виконання вимірювання

даних. Приклад прямого вимірювання - вимірювання вольтметром напруги джерела. Непряме вимірювання - це вимірювання, при якому шукане значення величини знаходять на підставі відомої залежності між цією величиною і величинами, що піддаються прямим вимірюванням. При непрямому вимірюванні значення вимірюваної величини отримують шляхом розв'язання рівняння $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, де x_1, x_2, \dots, x_n - значення величин, отримані у результаті прямих вимірювань [15].

Приклад непрямого вимірювання - опір резистора знаходять з виразу $R = \frac{U}{I}$, в яке підставляють результат прямих вимірювань падіння напруги U і протікає через резистор струму I .

Для визначення похибок вимірювання при непрямому вигляді вимірювань використовується залежність:

$$\Delta y = \frac{|dy|}{|dx_1|} \Delta x_1 + \frac{|dy|}{|dx_2|} \Delta x_2 + \dots,$$

де $\frac{|dy|}{|dx_1|}$, $\frac{|dy|}{|dx_2|}$ - модулі частинних похідних функції по змінних x_1, x_2, \dots, x_n . Δx_1 , Δx_2 - абсолютні похибки прямих вимірювань.

Спільні вимірювання - одночасні вимірювання значень декількох неоднорічних величин для визначення залежності між ними. Наприклад, потрібно визначити градувальну характеристику термоопору. Вибирається залежність виду $R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$. Вимірюється опір при трьох різних значеннях температури. Із системи трьох рівнянь визначають R_0 , A , і B .

Сукупні вимірювання - одночасні вимірювання кількох значень однойменних величин, при яких шукане значення знаходять розв'язанням систем рівнянь, складених за результатами прямих вимірювань та різних поєднань значень цих величин. Наприклад, необхідно виміряти опори

R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} , що увімкнені за схемою трикутника. Прямими методами вимірюють опори $R_{\text{ex}1}, R_{\text{ex}2}, R_{\text{ex}3}$ (рис. 1.1), складають систему рівнянь з трьохма невідомими:

$$R_{\text{ex}1} = \frac{(R_{bc} + R_{ca})R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; R_{\text{ex}2} = \frac{(R_{ab} + R_{ca})R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; R_{\text{ex}3} = \frac{(R_{ab} + R_{bc})R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}.$$

Розв'язок системи рівнянь дає змогу знайти шукані опору R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} .

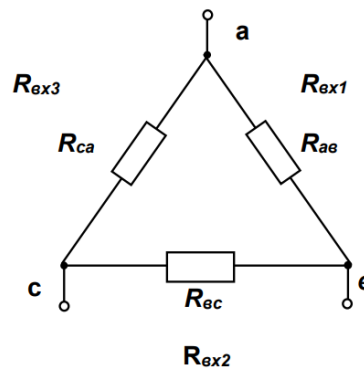


Рис. 1.1 – Схема для прикладу сукупного методу вимірювань

Вимірювання кореляційно пов'язаних величин – вимір значень сімейства функцій $x_k(t)$ і $y_k(t)$, які є реалізаціями процесів P_x і P_y з метою встановлення взаємозв'язку між ними. Наявність взаємозв'язку виражається в тому, що в певний момент часу t_0 існує такий параметр, при якому реалізації процесів P_x і P_y поєднуються найкращим способом. Параметр, що характеризує «зв'язок» між двома процесами, виражається коефіцієнтом кореляції. Для дискретно заданих реалізацій процесів коефіцієнт кореляції ρ визначається наступною залежністю

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k(t) y_k(t)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_k(t)|^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |y_k(t)|^2}},$$

де n – кількість складових реалізацій фізичного процесу.

Якщо $\rho=1$, то випадкові функції $x(t)$, $y(t)$ називаються повністю корельованими, якщо $\rho=0$, то процеси є некорельованими між собою.

При методі безпосереднього оцінювання значення вимірюваної величини визначається за відліком пристрою вимірювального приладу, шкала якого заздалегідь проградуєрована за допомогою багатозначної міри. Методи порівняння з мірою базуються на застосуванні в схемі вимірювання наперед відомої величини, однорідної з вимірюваною. При нульовому методі вимірювання різниця вимірюваної і відомої величин зводиться до нуля, що фіксується нуль-індикатором - високочутливим приладом. При високій точності приладів і високій чутливості нуль-індикатора може бути досягнута висока точність вимірювань. Широке застосування цей метод знайшов для вимірювання опорів за допомогою одинарних мостів постійного струму. Одинарними мостами називають мости з чотирма плечами з живленням від джерела постійного струму. Вони застосовуються для точних вимірювань опорів.

Принципальна схема моста Р-333 приведена на рис.1.2.

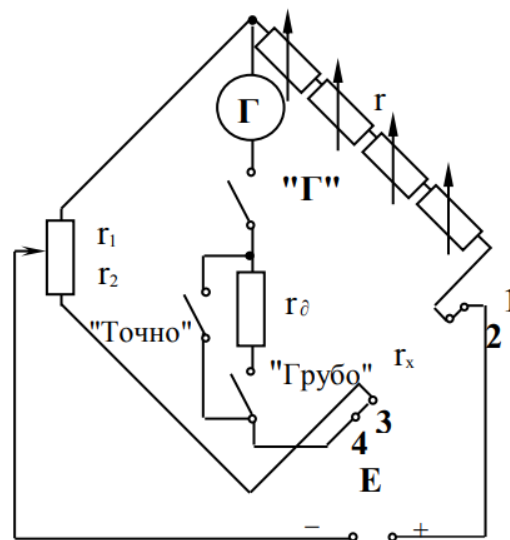


Рис. 1.2 - Принципова схема одинарного моста Р-333

Опором r_x , r_1 , r_2 і r і домагаються рівноваги моста (відсутність струму). Порівнювальне плече r є чотиридекадним магазином опорів з плавним регулюванням з верхньою межею вимірювання 9999 Ом ($1000 \times 9 + 100 \times 9 + 10 \times 9 + 9$). Відношення плечей r_1/r_2 містять вісім котушок опорів. За допомогою перемикача плечей різні комбінації з'єднань цих котушок дають можливість отримати $r_1/r_2 = n = 100; 10; 1; 0,01; 0,001; 0,0001$. У діагоналі моста включаються джерело живлення і нуль-індикатор. Внутрішня батарея живлення, що складається з п'яти елементів, розташована в касеті на передній панелі моста. Як нуль-індикатор в міст вмонтований магнітоелектричний гальванометр, що вмикається в схему за допомогою кнопок "Г" і "Грубо" або "Т" і "Точно". Вимірювальний опір підключається до мосту за допомогою затискачів "1 – 2 – 3 – 4".

Вимірювання опору r_x полягає в тому, що при кнопці "Г", а потім "Т" змінюють r , r_1 , r_2 і домагаються рівноваги моста (відсутність струму гальванометра).

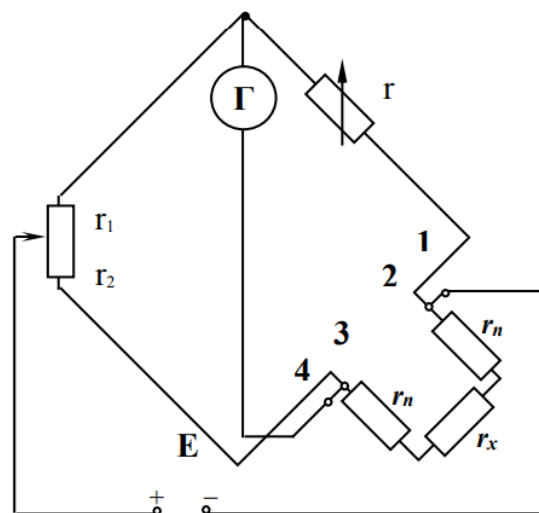


Рис. 1.3 - Двопровідна схема увімкнення моста

При диференціальному методі різниця вимірюваної величини і величини відомої визначається за допомогою вимірювального приладу.

Широке застосування диференційний метод знайшов в компенсаційних приладах.

При методі заміщення проводиться почергове підключення на вхід приладу вимірюваної і відомої величин, за двома показниками приладу оцінюється значення відомої величини. Висока точність вимірювання досягається в тому випадку, коли прилад на виході дає однакові показання вимірюваної і відомої величин. Прикладом методу заміщення є схема для вимірювання невідомого опору електронним осцилографом за вимірюваному падінню напруги на зразковому та невідомому опором.

1.3 Полімодальність реальних емпіричних даних про параметри і характеристики

Через об'єктивні і суб'єктивні причини виміряні на реальному об'єкті параметри, які характеризують якість роботи радіоелектронної системи, міцнісні характеристики матеріалів елементів РЕА, властивості матеріалів тощо, як правило, мають розкид значень, тобто можуть набувати довільних значень у деяких числових інтервалах [16-18]. Ця обставина дає можливість приймати їх за випадкові величини, що підпорядковані деяким законам розподілу. Маючи дані про реалізацію цих випадкових величин, можна з певною точністю оцінити їх істинні значення, наприклад методом довірчих інтервалів, як це було показано у п. 1.1.

Крім призначення допустимих параметрів з заданою достовірністю, проблему дослідження законів розподілу доводиться вирішувати при ідентифікації електромагнітних сигналів [19], розробці нормативної документації, контролі якості продукції РЕА, що випускається [20], прогнозуванні ресурсу РЕА і в низці інших задач забезпечення надійності електронної апаратури, де значення контрольованих величин визначають,

випробовуючи дослідні зразки з наступною обробкою експериментальних матеріалів методами математичної статистики [6].

Найчастіше дослідники обробляють емпіричні дані, виходячи із параметричних статистичних гіпотез. Перевага застосування типових законів розподілу (нормального, логарифмічно нормального, експоненціального закону, закону Вейбулла, Гамма-розподілу тощо) полягає в їх достатній вивченості та можливості отримання спроможних, незміщених і відносно високоефективних оцінок параметрів. Однак вказані вище типові закони розподілу не мають необхідного різноманіття форм, тому їх застосування не дає необхідної загальності подання випадкових величин, які зустрічаються при дослідженні реальних систем РЕА.

Якщо апроксимація на основі типових розподілів не дає бажаної точності статистичних оцінок, у нагоді може стати непараметричний підхід, описаний, наприклад, у роботах [7, 8]. Методи непараметричної статистики є досить ефективними у багатьох задачах, які достатньо часто виникають на практиці, коли дослідник обробляє відносно малочисельні вибірки, нічого не знаючи про параметри досліджуваної генеральної сукупності [7]. Одним із недоліків непараметричних критеріїв є низька статистична потужність у порівнянні зі стандартними параметричними критеріями. Ріст статистичної потужності можливий лише з ростом об'єму вибірки.

Серед всіх задач статистичного оцінювання параметрів можна виокремити клас задач, в якому оцінюванню підлягають емпіричні дані, сформовані під дією декількох домінуючих причин, причому виявити ці причини і розділити вибірку на відповідні до них підвибірки не видається можливим. Зокрема, такі задачі часто виникають на виробництві при статистичному оцінюванні параметрів деякої вибірки деталей, які потрапили на підприємство із різних партій. Щільність розподілу (ЩР) ймовірностей досліджуваних параметрів може бути полімодальною.

Останнім часом з'явилося багато практичних задач, що вказують на те, що нормальний закон розподілу ймовірностей не володіє тією універсальністю, яку йому приписували раніше. Ситуації, що виникають при вивченні механічних причин пошкоджуваності елементів РЕА свідчать про те, що багато їх параметрів мають відмінну від нормальної, а часто навіть багатoverшинну функцію ЩР. Тому виникає необхідність більш поглиблено вивчити фізику процесів, що в свою чергу, змушує розробляти теоретичні схеми імовірнісних явищ.

Вивчення гістограм, побудованих за результатами вимірювань, наприклад, руйнівальних зусиль деякого досить великої кількості резисторів після виготовлення або після експлуатації, показує, що щільність ймовірностей можна добре наблизити одновершинною кривою тільки після виготовлення і монтажу в ідентичних умовах і при однакових умовах експлуатації. Зусилля руйнування же однотипних елементів РЕА, зібраних в партії, наприклад, з різними виробничими або експлуатаційними умовами, мають яскраво виражені багатoverшинні гістограми (рис. 1.4).

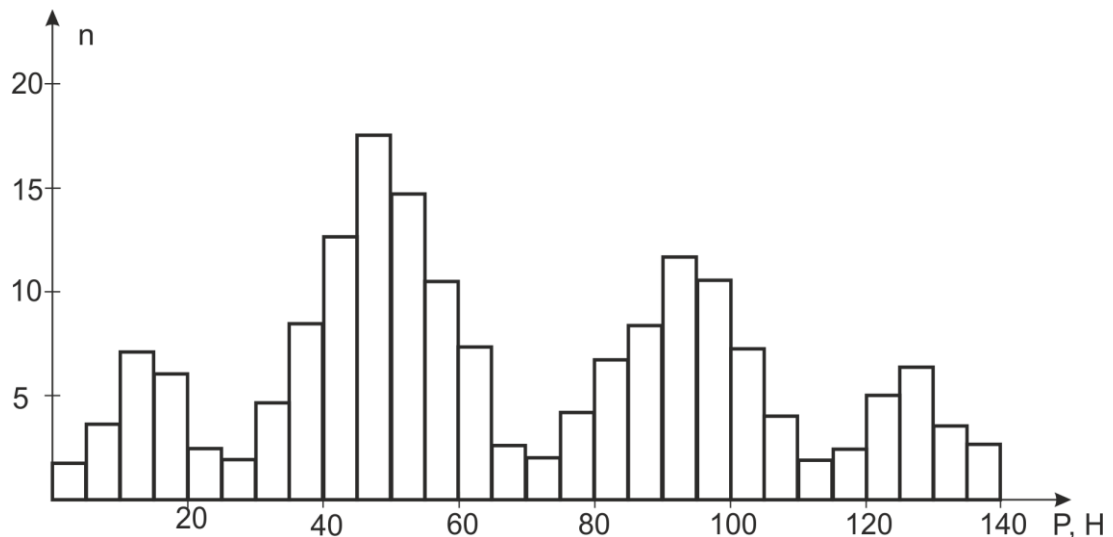


Рис. 1.4 - Гістограма розподілу руйнівальних зусиль кераміки резисторів ОМЛТ

Фізичну сутність такого багатомодального розподілу можна пояснити, мабуть, наявністю різних домінуючих причин, що впливають на досліджувані показники. Наприклад, елементи РЕА одного і того ж типу виготовляють на декількох поточних лініях, кожна з яких має свою домінуючу характеристику і визначає параметри закону розподілу руйнівальних зусиль елементів РЕА. Комплектацію партій готових елементів здійснюють за радіотехнічними ознаками (величиною ємності, опору тощо) незалежно від міцнім них характеристик. Таким чином партії мають багатомодальний закони розподілу руйнівальних зусиль (напружень), оскільки вибірка випробовуваних виробів розпадається на кілька підвбірок, кожна з яких об'єднана деяким типом домінуючого фактора.

Очевидно, що через ненормальність ЩР апроксимація нормальним законом розподілу буде неефективною. Більш того, апроксимація ЩР іншими відомими параметричними законами, як це продемонстровано на рис. 1.5, часто є невдалою і призводить до занадто широких довірчих інтервалів досліджуваної вимірної величини, що веде до збільшення похибок і розкиду значень шуканих величин у математичній моделі [21].

Застосування непараметричного підходу не дає відповіді про причини полімодальності і не зможе розкрити внутрішню структуру даних з урахуванням можливої полімодальності законів їх розподілу.

Ці проблеми також тягнуть також за собою труднощі зі встановленням допусків експериментально досліджуваних параметрів, оскільки для того, щоб похибка пішла у «запас», розрахункові границі допусків занадто звужуються. Інколи такі допуски не відповідають реальному стану речей, тобто природному розкиду характеристик досліджуваних елементів.

Розв'язання задачі статистичної обробки даних з полімодальними імовірнісними розподілами можна здійснювати, апроксимуючи емпіричну ЩР сумішшю відомих одно модальних законів розподілу ймовірностей, з

наступною її декомпозицією і статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші (рис. 1.5). Для цього є принаймні два важливі аргументи.

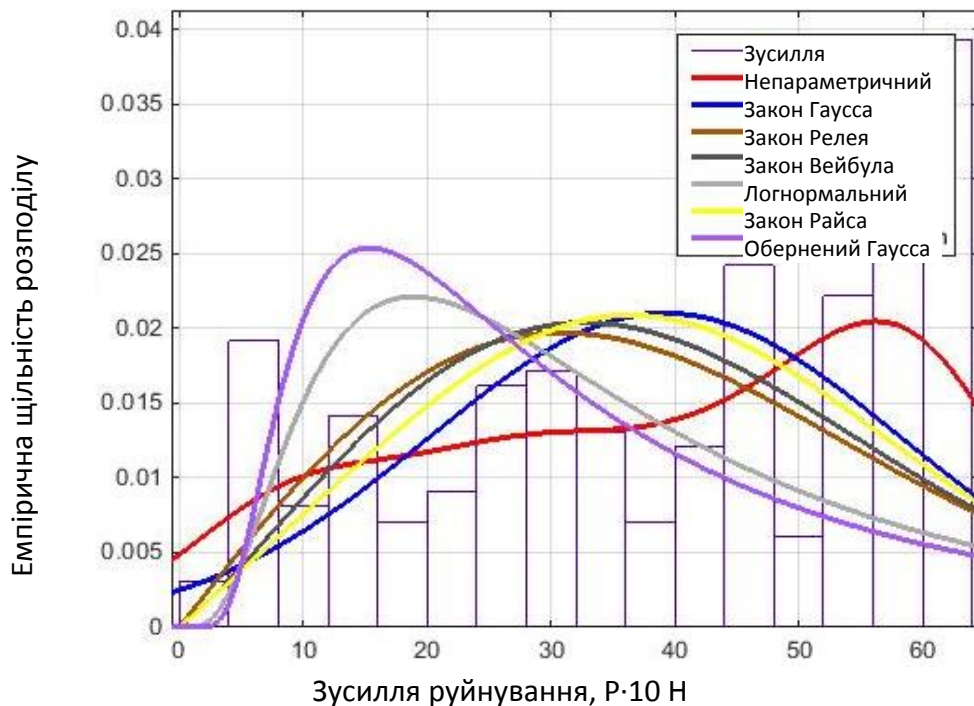


Рис. 1.5. Апроксимація щільності розподілу унімодальними розподілами

1. На відміну від непараметричного підходу, запропонований підхід дає правила роботи з такими статистичними матеріалами, зокрема, методи визначення обґрунтованих допустимих значень досліджуваних параметрів.

2. Запропонований підхід в умовах серійного виробництва і змішування партій деталей дає змогу реалізувати селективний підбір матеріалів і деталей для їх ефективнішого використання, що приводить до збільшення економічної ефективності виробництва.

Отже, досліджувана характеристика може розглядатись як випадкова величина, що являє собою алгебраїчну суму великої кількості незалежних і рівномірно обмежених випадкових величин, кожна з яких визначається одним з таких факторів, як властивості матеріалу, сировинна база, особливості обладнання, технологія виробництва тощо.

Зауважимо, що далеко не завжди причини, які викликають розкид значень досліджуваного параметра, є очевидними і можуть бути знайдені. Тому виникає проблема пошуку методів обробки таких полімодальних емпіричних законів розподілу.

Проведений аналіз багатьох робіт, зокрема [22-26] показав, що існуючі підходи та методи вирішення задачі обробки статистичних даних, які підпорядковані полімодальним законам розподілу, мають суттєві недоліки, що обмежує їх застосування в задачах обробки емпіричних даних. У зв'язку з цим вимагають розробки методи обробки таких даних. Поряд з вирішенням проблеми розділення сумішей розподілів випадкових величин потребують вирішення й інші завдання, зокрема забезпечення стійкості розв'язків, створення методів побудови гістограм.

Математично полімодальні закони розподілу, які називають сумішами функцій розподілу, можна описати наступним чином [27]. Нехай у наведеному вище прикладі розподілу руйнівальних зусиль резисторів кількість умов виробництва, які формують домінуючі причини появи підвибірок, дорівнює k , а імовірність того, що резистор був виготовлений при i -й умові дорівнює ρ_i ($i = \overline{1, k}$; $\sum_{i=1}^k \rho_i = 1$), руйнівальне зусилля є випадковою величиною з ЩР $f_i(x, \mu_i, \sigma_i)$, $x \in \mathbb{R}$, де μ_i і σ_i – математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення i -ї підвибірки. Маємо випадкову величину X ; про умови досліду, в результаті якого вона набуває певне значення, можна утворити k взаємовиключних гіпотез: H_1, H_2, \dots, H_k . Імовірності гіпотез є відомими: $P(H_i) = \rho_i \quad \forall i = \overline{1, k}, \sum_{i=1}^k \rho_i = 1$.

Якщо має місце гіпотеза H_i , функція розподілу X дорівнює $F_i(x)$. Знайдемо повну («усереднену») функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X з врахуванням випадковості її закону розподілу.

За визначенням $F(x) = P\{X < x\}$. Знайдемо цю імовірність за формулою повної імовірності з гіпотезами H_1, H_2, \dots, H_k

$$F(x) = \sum_{i=1}^k P(H_i)F_i(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i F_i(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

де функції розподілу $F_i(x)$ – компоненти суміші;

ρ_i – ваги відповідних компонент.

Дискретній суміші розподілів $F(x)$ відповідає дискретна ЩР

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \mu_i, \sigma_i), \quad x \in \mathbb{R}.$$

1.4 Висновки. Постановка задач

Проведений у розділі огляд методів статистичної обробки результатів вимірювань електричних і міцнісних параметрів елементів РЕА дав змогу сформулювати нерозв'язані задачі, розв'язання яких дасть можливість підвищити надійність елементів електронної техніки:

1. Проаналізувати сучасний стан існуючих методів статистичної обробки експериментальних даних виміряних значень параметрів і характеристик елементів РЕА та виявити невирішені задачі.

2. Обґрунтувати представлення результатів вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан).

3. Розробити метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів з наступним статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші.

4. Розробити метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та обґрунтувати вибір кроку побудови гістограм полімодальних розподілів.

5. Розробити метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності ймовірностей.

6. Проаналізувати та оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів на міцність кераміки резисторів різних модифікацій ЕРЕ та компаунда.

7. Дослідити причини зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ, для керамічних компаундованих РЕА.

8. Експериментально встановити реальні значення характеристик міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, та кераміки резисторів.

2 ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ ОБРОБКИ СТАТИСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ, ЯКІ МАЮТЬ БАГАТОМАДАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ

2.1 Метод декомпозиції полімодальних сумішей імовірнісних розподілів

Наявність яскраво вираженої багатoverшинної гістограми приводить до необхідності наближати їх деякими полімодальними розподілами. Такий розподіл може мати місце, якщо в якості наближувальної апроксимувальної функції ρ_i взяти, наприклад, лінійну комбінацію функцій щільності ймовірностей Гауса з ваговими коефіцієнтами: $\rho_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$. Тоді частку кожної з підвбірок в загальній вибірці можна визначити відповідним коефіцієнтом, а саму гістограму наблизити функцією виду:

$$f(N, a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N - a_i)^2}{2S_i^2} \right\}, \quad (2.1)$$

де a_i, S_i – постійні невідомі параметри розподілу i -ї підвбірки.

При побудові статистичних моделей розподілу найважливішим етапом розв'язання ОЗ є декомпозиція (розщеплення) сумішей, оскільки структура отриманих при вибіркових спостереженнях даних, як правило, є невідомою. Це задача визначення кількості k , ваги ρ_i і вектора параметрів μ_i, σ_i кожної із підвбірок (партій, що змішуються) в загальній вибірці (змішаному розподілі).

Суть запропонованого у цій роботі імовірнісного методу обробки експериментальних даних, що підпорядковані полімодальним законам розподілу, полягає у наступному:

- деякий параметр об'єкта розглядається як випадкова величина X ;

- кожна вибірка реалізацій може бути представлена у вигляді об'єднання k підвбірок;

- кожна підвбірка є вибіркою x_i із генеральної сукупності реалізацій випадкової величини з ЩР f_i з вектором параметрів θ_i (компонент суміші), $i = \overline{1, k}$, $2 \leq k < \infty$.

Для подальшої обробки результатів слід визначити зазначені параметри. Існує багато способів їх визначення залежно від обраного критерію наближення і необхідної точності розрахунків.

Якщо імовірність того, що X набуває значення, яке належить x_i , дорівнює ρ_i , то для наступної обробки статистичних даних пропонується представляти і обробляти емпіричну ЩР у вигляді суперпозиції k функцій з ЩР f_i , в якій f_i – унімодальні, у вигляді

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \theta_i), \quad 2 \leq k < \infty, \quad x \in \mathbb{R},$$

де ρ_i – апіорна імовірність (ваговий коефіцієнт) i -ї компоненти суміші.

В загальному випадку умова приналежності $\forall i, f_i(X, \theta_i)$ до однієї параметричної сім'ї не ставиться.

Одним із способів є інтерполяція на деякому точковому просторі [28-32]. Це означає, що невідомі параметри слід шукати з умов збігу значень функції f в деяких характерних точках, наприклад, в вершинах і западинах, зі значеннями апроксимальної функції, графік якої плавною кривою огинає побудовану гістограму. Для однозначного визначення $3n$ невідомих параметрів кількість точок в зазначеній безлічі має бути не менше, ніж $3n-1$.

Для знаходження невідомих a_i , S_i і ρ_i необхідно скласти і розв'язати систему рівнянь виду:

$$f(N_i, a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_i - a_i)^2}{2S_i^2} \right\}, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \rho_i = 1, \quad j = 1, 2, \dots, 3n - 1.$$

Знаходження описаних параметрів можна здійснити і способом найменших квадратів, суть якого полягає в тому, що функція квадратичних відхилень значень апроксимальної функції від оригінальної гистограми на деякій множині точок є мінімальною. Для реалізації цього способу складають функцію:

$$G = \sum_{i=1}^{3n-1} \left[q(N_i) - \sum_{j=1}^n \frac{\rho_j}{S_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_i - a_j)^2}{2S_j^2} \right\} \right]^2, \quad (2.3)$$

і прирівнюють до нуля її частинні похідні по кожному з параметрів, де $q(N_i)$ – значення оригінальної функції в обраних точках.

У роботі пропонується при розв'язанні аналогічної задачі використовувати метод моментів, що зводиться до розв'язання рівнянь виду:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot \alpha_{ki} \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n N_j^k, \quad k = 1, 2, \dots, 3n - 1,$$

$$\text{де } \alpha_{ki} = \frac{1}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (N - a_i)^k \exp \left\{ -\frac{(N - a_i)^2}{2S_i^2} \right\} dN.$$

Оскільки підрахунок емпіричних моментів, що стоять в правій частині рівнянь, призводить для великих до значних похибок, то описаний спосіб пропонується застосовувати для попередніх оцінок шуканих величин. Уточнення цих оцінок слід здійснювати, мінімізуючи функцію максимальної правдоподібності:

$$J = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_j}{S_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_i - a_j)^2}{2S_j^2} \right\},$$

прирівнюючи до нуля її частинні похідні по шуканим параметрам.

У будь-якому випадку завдання зводиться до розв'язання системи трансцендентних рівнянь, яке повинно виконуватися на комп'ютері.

Розв'язання системи (2.2) еквівалентно мінімізації функції виду:

$$\begin{aligned} f(a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) = \\ = \sum_{j=1}^{3n-1} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_j - a_i)^2}{2S_i^2} \right\} - q(N_j) \right]^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Для мінімізації цієї функції використовуємо поєднання двох методів оптимізації: методу градієнтів - на початковій стадії, і методу Ньютонна - в околиці точки мінімуму, де градієнтний метод сходиться повільно [33].

Нехай вектор \bar{y} визначається як $\bar{y} = \{a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}$, де $\rho_n = 1 - \sum_{i=1}^{3n-1} \rho_i$. Необхідно побудувати послідовність векторів $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n$, що задовільняють умові $F(\bar{y}_1) > F(\bar{y}_2) > F(\bar{y}_3) > \dots > F(\bar{y}_e)$. Точки послідовності r_k обчислюємо за формулою: $\bar{y}_{k+1} = \bar{y}_k + \zeta_k \cdot \bar{\tau}_k$, де $\bar{\tau}_k$ - напрямок спуску, а ζ_k - довжина кроку уздовж цього напрямку.

За спрямовуючу силу спуску беремо вектор антиградієнта - $F'(\bar{y}_k)$, який спрямований в бік найшвидшого спадання функції $F(\bar{y})$. Таким чином, розв'язання задачі зводимо до ітераційного процесу виду:

$$\bar{y}_{k+1} = \bar{y}_k - \zeta_k \cdot F'(\bar{y}_k), \quad \zeta_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

У координатній формі цей процес можна записати в такий спосіб:

$$\bar{y}_{k+1}^i = \bar{y}_{ik}^i - \zeta_k \frac{\partial y(\bar{y}_k)}{\partial y_i}, i = 1, 2, \dots, 3n - 1.$$

У методиці градієнтного спуску з дробленням кроку його величину вибираємо так, щоб була виконана наступна нерівність:

$$F(\bar{y}_k - \zeta_k \cdot \bar{F}'(\bar{y}_k)) - F(\bar{y}_k) \leq \varepsilon \cdot \zeta_k \|\bar{F}'(\bar{y}_k)\|^2, \quad (2.6)$$

де $0 < \varepsilon < 1$ – довільно обрана постійна. Сенс цієї нерівності полягає в тому, що функція повинна спадати від ітерації до ітерації. Процес (2.5) з вибором кроку, який задовольняє нерівності (2.6), протікає в такий спосіб. Вибираємо число $\zeta > 0$ один і той же для всіх ітерацій. На k -й ітерації перевіряємо виконання нерівності (2.6) при $\zeta_k = \zeta$. Якщо воно виконано, то вважаємо $\zeta_k = \zeta$ і переходимо до наступної ітерації. Якщо ні, то крок ζ_k дробиться до тих пір, поки воно не виконається.

Початкові значення координат вектора $\bar{y}_0 \{ \bar{a}_1^0, \bar{a}_2^0, \dots, \bar{a}_n^0; S_1^0, S_2^0, \dots, S_n^0; \rho_1^0, \rho_2^0 \}$, вибираємо з наступних міркувань.

Розглянемо щільність нормального закону розподілу ймовірності:

$$\varphi(x; a; S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot S} \exp \left\{ -\frac{(x-a)^2}{2S^2} \right\}. \quad (2.7)$$

Нормальний розподіл є симетричним відносно прямої $X = a$. Із зростанням абсолютної величини відхилення $x - a$ ордината кривої $\varphi(x; a; S)$ швидко спадає; найбільша ордината - ордината вершини кривої, що відповідає значенню $x = a$, має величину $\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot S} = \varphi(x; a; S)$. Тоді a – це

абсциса вершини функції розподілу ймовірності, а S можна знайти за формулою $S = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \varphi(x; a; S)}$. На основі цих міркувань і, виходячи з виду

конкретної кривої, що плавно огинає задану гістограму, вибираємо початкові наближення для методу градієнтів.

В околиці точки мінімуму градієнтний метод сходиться повільно. Тому доцільно використовувати метод Ньютона, який в загальному випадку має надлінійну швидкість збіжності. Ітераційний процес, виражений методом Ньютона, має вигляд:

$$\bar{y}_{k+1} = y_k - (F''(\bar{y}_k))^{-1} \cdot \bar{F}'(\bar{y}_k), \quad (2.8)$$

де F'' – матриця других похідних функції (2.4). Звернення матриці других похідних здійснюємо методами Гаусса-Жордана, використовуючи алгоритм 120б із [2].

2.2. Метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних

Оскільки нормалізована гістограма (щільність відносної частоти) при певних умовах є емпіричною ЩР, побудованою для вибірки, апроксимація буде тим точнішою, чим краще побудована нормалізована гістограма буде наближатись до функції ЩР імовірностей генеральної сукупності.

У будь-якому випадку задача зводиться до розв'язання системи трансцендентних рівнянь. Цю процедуру виконують за допомогою спеціальних програм на комп'ютері. Проведений огляд (див., наприклад роботи [34, 35]) відомих підходів до розв'язання таких задач, показав їх недоліки і, незважаючи на високу теоретичні цінність, при вирішенні практичних завдань їх важко застосувати, оскільки суміші ЩР, як правило,

здаються не графіками, а деякими кінцевими вибірками реалізацій випадкової величини, які подаються в зручному для обробки вигляді, наприклад, у вигляді гістограми. Якщо для двох і тривимірних законів розподілу статистичні дані зручно представляти у вигляді кластерів, то для аналізу одновимірних розподілів їх найзручніше візуалізувати у вигляді гістограм. Сама по собі гістограма дає можливість прогнозувати величину досліджуваного параметра лише на обмеженому інтервалі. Для побудови статистичної моделі розподілу і обґрунтованого прогнозування в області малих ймовірностей необхідно наближати її деякою аналітичною функцією з продовженням останньої на числову вісь. Отже, вибір статистичної моделі розподілу визначається видом гістограми, який, у свою чергу, залежить від способу її побудови, і, особливо, від обраного кроку інтервалу значень.

При побудові нормалізованих гістограм перед дослідниками природно постає питання, яким же повинен бути крок розбиття h при побудові гістограм ?

Важливість обґрунтованого вибору кількості інтервалів при побудові гістограми підкреслена, наприклад у [14], де зазначено, що задача вибору оптимальної кількості інтервалів при побудові гістограми – це задача оптимальної фільтрації, а оптимальною кількістю інтервалів є така, коли максимально можливе згладжування випадкових флуктуацій даних узгоджуються з мінімальним спотворенням від згладжування самої кривої шуканого розподілу.

Рекомендації щодо вибору кроку розбиття інтервалу значень досліджуваної випадкової величини, які є в літературі з теорії ймовірностей і математичної статистики, носять чисто емпіричний характер (наприклад, правило Штюргеса). Е. С. Вентцель [32] відмічає, що кількість кроків не має бути занадто великою, в іншому разі ряд розподілу стає невиразним, і частоти виявляють в ньому нерівномірні коливання; з іншої сторони він не має бути занадто малим, адже при малій кількості кроків властивості

розподілу описуються статистичним рядом занадто грубо. У багатьох роботах (див., наприклад, огляд у роботах [10]) теж дані рекомендації із вибору кількості інтервалів, але незважаючи на широке практичне використання вказаних рекомендацій, лишається відкритим питання обґрунтованого вибору кроку розбиття інтервалу значень досліджуваної випадкової величини таким чином, щоб побудований статистичний ряд і гістограма відповідали дійсній структурі даних і забезпечували розкриття цієї структури, зокрема, наявності суміші розподілів.

На рис. 2.1 проілюстровано вплив кроку на характер гістограми, зокрема кількість мод, для однієї і тієї ж вибірки емпіричних даних ($n = 150$) суміші трьох гаусіан $N_i(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, 2, 3$, з параметрами відповідно $\mu_1 = 10, \sigma_1 = 2$; $\mu_2 = 20, \sigma_2 = 5$; $\mu_3 = 40, \sigma_3 = 4$; $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 1/3$.

З рис. 2.1 видно, що з ростом кількості інтервалів гістограма не буде наближатись до ЩР. Отже, існує деякий оптимальний крок h_{opt} побудови гістограм, при якому її апроксимація функцією (2.1) дасть оцінки параметрів ρ_i , θ_i , найближчі до їх справжніх значень.

Також є очевидним, що кількість компонент суміші k , визначених за гістограмою, залежить від кроку h . Для визначення h пропонується розглянути різні варіанти його значень, а отже і різні значення кількості компонент суміші k , і надалі вибрати оптимальне значення h_{opt} , виходячи із деяких критеріїв якості. Одним із способів може бути перебір всіх можливих значень h , k і оцінювання отриманої моделі, максимізуючи деякі критерії, але такий спосіб є занадто ресурсовитратним.

Слід також пам'ятати, що з ростом k буде збільшуватись і вірогідність моделі (2.1), оскільки більш гнучка модель може краще пояснити досліджувані дані, тому цю задачу неможливо розв'язати, просто шукаючи k із умови максимуму вірогідності і включивши його до шуканих параметрів.

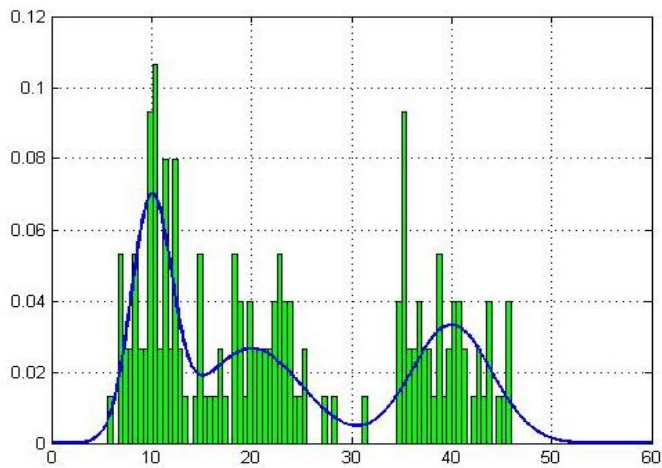
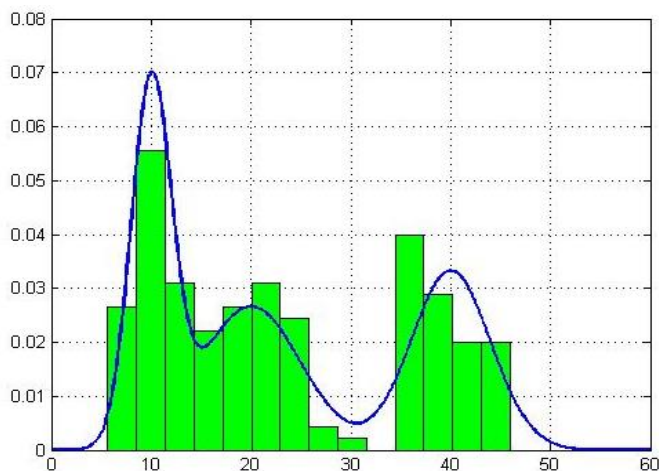
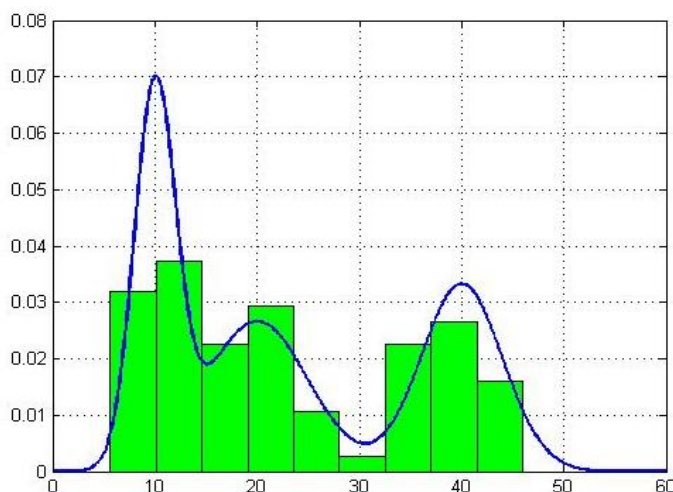
а) $h=0,5$ б) $h=3$ в) $h=5$

Рис. 2.1 - Функція ЦР суміші гаусіан і гістограми розподілу емпіричних даних з різними кроками h їх побудови

Для вибору оптимального кроку h_{opt} автором запропонований наступний метод.

На початку необхідно задатись початковим кроком h . Крок має бути мінімальним, але не меншим за точність вимірювання параметра ε . Оскільки справжня кількість мод є невідомою, пропонується вибирати початкову кількість компонент k в (2.1) наперед більшою, наприклад такою, що дорівнює кількості локальних максимумів функції $f(x)$. Далі запропонованим раніше методом необхідно визначити невідомі параметри $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{i-1}$, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$.

Якщо в результаті розрахунків один або декілька вагових коефіцієнтів ρ_i виявляться меншими за деяку наперед задану порогову величину β (рівня значущості), то відповідними членами у лінійній комбінації (2.1) можна знехтувати.

Дійсно, інтегральна функція розподілу з ЩР (2.1) має вигляд

$$F(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i \int_{-\infty}^x f_i(x, \theta_i) dx.$$

Нехай, наприклад, $\rho_1 < \beta$. Тоді після відкидання першого доданку в лінійній комбінації нова інтегральна функція розподілу може бути записана у

$$\text{вигляді } \bar{F}(x) = \sum_{i=2}^k \rho_i \int_{-\infty}^x f_i(x, \theta_i) dx. \text{ Оцінимо різницю:}$$

$$|F(x) - \bar{F}(x)| = \rho_1 \int_{-\infty}^x f_1(x, \theta_1) dx \leq \rho_1 \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x, \theta_1) dx \leq \beta.$$

Причому, отримана оцінка є справедливою для довільного x . Правомірність застосування такого підходу до емпіричної функції розподілу ймовірностей $F_n(x)$ підтверджується тим, що відповідно до теореми Гливенка [3635] при великих n рівномірно по $x \in \mathbb{R}$ виконується співвідношення $F_n(x) \approx F(x)$.

Наприклад, якщо функція розподілу ймовірностей повинна вимірюватись з точністю до $\varepsilon=0,01$, то значення порога достатньо взяти $\beta=0,005$.

Далі крок гістограми можна збільшувати доти, доки кількість вершин (локальних максимумів) не стане дорівнювати кількості членів k у лінійній комбінації (2.1) після відкидання її малих членів. Знову застосовуючи той же метод розв'язання, але вже для меншої кількості невідомих, можна визначити їх уточнене значення і відкинути малі члени.

Такий процес слід продовжувати поки ρ_i не стануть порівнювальні з вибраним рівнем значимості β . Отриманий при цьому крок може бути взятий за оптимальний h_{opt} . Фізично цей процес означає, що підвибірки з малим ρ_i вносять досить незначний внесок у загальну вибірку і тому їх можна

об'єднати з однією із підвбірок виробів з близькими величинами досліджуваного параметра.

Модифікацією запропонованого алгоритму може бути попереднє визначення кількості компонент суміші k одним із відомих методів, наприклад за Байєсовським інформаційним критерієм [35], і виконання ітераційного алгоритму до його зупинки при досягненні рівності кількості компонент знайденому значенню k . При цьому одержаний крок побудови гістограми може бути взятий за оптимальний h_{opt} .

2.3 Призначення допустимих значень параметрів з певною надійністю

Одержання закону розподілу імовірності досліджуваного параметра у вигляді (2.1) дає можливість перейти до розв'язання однієї із важливих практичних задач – призначення допустимого значення цього параметра з певною надійністю. Як відомо, допустиме значення параметра, який характеризує властивості або якість роботи нових виробів і матеріалів, які не мають вивчених аналогів, встановлюється випробуванням однієї партії. При цьому для виробів (матеріалів) створюються критичні, найбільш несприятливі для їх роботи ситуації, за яких ці вироби (матеріали) ще здатні виконувати покладені на них функції, і визначають значення досліджуваного параметра. Допустимі значення параметрів з певною надійністю визначаються методами математичної статистики на основі отриманих експериментальних даних. Наприклад, при дослідженні механічної міцності керамічних виробів (резисторів) їх піддають випробуванням шляхом прикладання різного виду навантажень: розтягування, згину, крученню. Одночасно вимірюють величини тих навантажень, які призводять до руйнування тіла виробів.

Як відомо, розсіювання значень досліджуваного параметра залежить від прийнятого способу виготовлення виробу. Межі інтервалів розсіювання

визначаються законами розподілу параметра, який розглядається як випадкова величина, що є сумою випадкових величин, кожна з яких викликається одним з нездоланих чинників. Якщо кількість доданків у сумі є досить великою, то може виникнути два варіанти при призначенні функції розподілу параметра.

У разі, коли величина кожної зі складових у описаній раніше сумі мала в порівнянні з її величиною, за центральною граничною теоремою [32] розподіл суми є близьким до нормального. Фізично ця умова малості кожного доданка означає, що жоден з факторів, що обумовили появу відповідної випадкової величини, не має переважного значення.

Якщо ж серед зазначених факторів з'являються один або кілька домінуючих, то відповідні доданки мають переважне значення в сумі і закон розподілу суми стає полімодальним.

У разі нормального закону розподілу параметра, його допустиме значення встановлюється на основі отриманих реалізацій параметра з таких міркувань.

Точковою оцінкою для математичного сподівання в силу закону великих чисел є вибіркоче середнє арифметичне \bar{x} . Нижня и верхня довірчі границі для математичного сподівання мають вигляд $\bar{x} - t_\gamma \cdot \sigma / \sqrt{n}$ і $\bar{x} + t_\gamma \cdot \sigma / \sqrt{n}$ відповідно. Тут \bar{x} – вибіркоче середнє арифметичне досліджуваного параметра, t_γ – квантиль розподілу Стюдента, взятий із таблиці для заданої довірчої імовірності γ і числа ступенів вільності $n - 1$,

$\sigma = \sqrt{(n - 1)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^n (\bar{x} - x_j)^2}$ – вибіркоче середнє квадратичне відхилення

(виправлене), n – об'єм вибірки.

Тоді із довірчою імовірністю γ можна стверджувати, що допустиме значення параметра знаходиться у межах

$$\bar{x} - t_\gamma \cdot \sigma / \sqrt{n} \leq x \leq \bar{x} + t_\gamma \cdot \sigma / \sqrt{n}.$$

В багатьох практичних задачах дослідження параметрів статистичних розподілів і довірчих інтервалів для того, щоб можлива помилка пішла у запас, за допустиме значення параметра доцільно взяти лівий кінець довірчого інтервалу, тобто

$$[X] = \bar{x} - t_\gamma \cdot \sigma / \sqrt{n}.$$

Слід відмітити, що у разі ненормальності результатів спостережень необхідно застосовувати непараметричний підхід, згідно якого замість квантилі розподілу Ст'юдента слід підставляти число $U(p)$, задане рівністю $\Phi(U(p)) = (1+p)/2$, де $\Phi(x)$ – функція стандартного нормального розподілу з математичним сподіванням 0 і дисперсією 1. При цьому отримані довірчі інтервали будуть дещо вузкими [6].

У разі, якщо отримана гістограма описується полімодальним законом розподілу, подальші дії з призначення допустимого значення досліджуваного параметра вимірних величин можуть здійснюватись двома шляхами.

1. Метод екстремальних характеристик. Розглядається підвиборка з мінімальним (або максимальним) параметром a . Очевидно, що характеристика цієї підгрупи є мінімальною (або максимальною). Отже, певна характеристика для таких виробів може бути прийнята і для всієї партії виробів, оскільки одержувані при цьому похибки підуть в запас міцності.

В цьому випадку подальшу обробку експериментальних даних можна здійснювати тільки для зазначеної нормально розподіленої підвибірки з параметрами розподілу a_1 , S_1 , так як описано в [28] у відповідності з наступними міркуваннями.

$$P \left\{ \left| N - \bar{N} \right| \leq \frac{ST}{\sqrt{n}} \right\} = W, \quad (2.9)$$

де

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n N_j, \quad (2.10)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{N} - N_j)^2}. \quad (2.11)$$

Тоді з ймовірністю W можна стверджувати, що дані значення математичного очікування характеристики досліджуваної величини знаходяться в межах:

$$\bar{N} - T \frac{S}{\sqrt{n}} \leq N \leq \bar{N} + T \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (2.12)$$

Для практичного застосування в якості значення математичного сподівання характеристики доцільно приймати один з кінців довірчого інтервалу (2.12) в залежності від її фізичної сутності.

Найчастіше істинне значення вимірюваної величини вважають рівним її математичному сподіванню. У таких випадках границю довірчого інтервалу (2.12) приймаємо за значення самої характеристики. Наприклад, якщо визначається $\sigma_{\text{гр}}$ матеріалу (виробу), то в якості його значення приймається ліва межа, оскільки в цьому випадку похибка, що виникає, піде в запас міцності виробу, тобто:

$$\sigma_{\text{пред}} = \bar{\sigma} - T \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (2.13)$$

Обсяг вибірки виробів для визначення шуканого значення характеристики призначається з тієї умови, що різниця між цим значенням характеристики и \bar{N} не перевищує заданої величини η , тобто:

$$|N - \bar{N}| \leq \eta. \quad (2.14)$$

Поклавши в (2.14) $\eta = T \frac{S}{\sqrt{n}}$, можна отримати:

$$n = \frac{T^2 \cdot S^2}{\eta^2}. \quad (2.15)$$

Для уточнення шуканого значення вимірювальної величини встановимо довірчі границі математичного очікування і середнього квадратичного відхилення Ω з вірогідністю, що відповідно дорівнює \tilde{W}_1 і \tilde{W}_2 за формулами (2.12) для N і:

$$S(1 - \chi) < \Omega < (1 + \chi)S, \quad (2.16)$$

для Ω де значення χ визначається по таблиці для заданої ймовірності та числа ступенів свободи $n-1$ [2].

Потім, припускаючи, що події, які полягають у тому, що виконуються нерівності (2.14) і (2.16), є незалежними, з ймовірністю \tilde{W}_1 і \tilde{W}_2 за математичне очікування і середнє квадратичне відхилення приймемо ліві (або праві, або комбінації лівих і правих) межі в (2.12) и (2.16). Тоді:

$$\bar{N} - T\Omega \leq N \leq \bar{N} + T\Omega. \quad (2.17)$$

Якщо є можливість розділити вихідну вибірку на підвибірки, об'єднані одним домінуючим фактором, то аналогічні операції з обробки експериментальних даних слід проводити для кожної підвибірки, оскільки тим самим можна уникнути зайвого запасу міцності.

2. Метод інтегральних характеристик. Знайдені вище параметри дають можливість записати інтегральну функцію розподілу у вигляді:

$$\begin{aligned}
F(N) &= \int_{-\infty}^N f(N, a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) dN = \\
&= \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^N \exp\left\{-\frac{(N-a_i)^2}{2S_i^2}\right\} dN_i,
\end{aligned} \tag{2.18}$$

яку, як і гауссову випадкову величину, за допомогою ЕОМ можна задати таблично. Для кожного значення величини N , яка змінюється через певний числовий інтервал, наприклад, через 0,1, за таблицею розподілу $\Phi(x)$ нормованого нормального розподілу [28] можна визначити ймовірності:

$$W_i = \frac{1}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^N \exp\left\{-\frac{(N-a_i)^2}{2S_i^2}\right\} dN_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{N-a_i}{S_i}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx \tag{2.19}$$

для всіх $i = 1, 2, \dots, n$ і потім значення інтегральної функції:

$$F(N) = \sum_{i=1}^n \rho_i W_i. \tag{2.20}$$

Це і означає, що функція $F(N)$ буде задана таблицею. Отримана таблиця дозволяє не тільки за значенням аргументу N визначати величину функції $F(N)$, але і навпаки - за заданим значенням функції визначати величину аргументу.

Отже, для заданої довірчої ймовірності можна визначати шукані значення характеристики N^* із співвідношення:

$$W = P\{N \leq N^*\} = F(N^*) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{N^*} \exp\left\{-\frac{(N-a_i)^2}{2S_i^2}\right\} dN, \tag{2.21}$$

складеного на підставі визначення інтегральної функції розподілу випадкової величини граничних зусиль, напружень, деформацій і ін. з ЦР (2.1).

Метод інтегральних характеристик більш точний, тому що він враховує функції розподілу підвибірок, більш універсальний, тому що з його допомогою можна вирішити поставлене завдання в разі будь-якого розподілу, якщо попередньо скласти для нього таблицю залежності довірчої ймовірності і аргументу інтегральної функції розподілу розглянутої величини.

Метод інтегральних характеристик визначення величини характеристики при багатомодальному законі розподілу випадкової величини поширюється, як окремий випадок, і на унімодальних закон. Дійсно, якщо при визначенні параметрів закону виявляється, що в порівнянні з одним з вагових коефіцієнтів, наприклад, ρ_i , близьким до одиниці, всі інші малі і ними можна знехтувати, то в рамках заданої точності можна вважати закон розподілу одномодальним (зокрема - нормальним). У цьому випадку відпадає необхідність створення таблиці залежності довірчої ймовірності від величини випадкової функції, оскільки в якості останньої може бути використана готова таблиця для гаусового нормального розподілу з відповідними ρ_i параметрами. Більш того, визначення величини характеристики за допомогою інтегральної функції в цьому окремому випадку може служити навіть доповненням і уточненням способу розв'язання аналогічної задачі при унімодальному законі розподілу характеристики, що передбачає, що істинне значення вимірюваної величини збігається з її математичним очікуванням.

Щоб не вимагати виконання останньої умови і отримати значення шуканої величини менше (або більше) і в цьому сенсі більш надійне, ніж розраховане із зазначеним припущенням, слід прийняти лівий (або правий) кінець довірчого інтервалу за математичне сподівання, а правий (або лівий) кінець довірчого інтервалу для Ω – за середнє відхилення і застосувати

спосіб призначення характеристики за допомогою інтегральної функції для одноmodalних законів з отриманими, зазначеним вище чином, параметрами.

Приклад. Порівняємо ефективність використання параметричного і не-параметричного методів та методу представлення вибірки як суміші гауссіан. Для цього змодельюємо суміш $F(x)$ об'ємом вибірки $n = 21$ двох нормальних розподілів $F_1(x)$ та $F_2(x)$ типу $N(\mu, \sigma^2)$, де $\mu_1 = 74$, $\sigma_1 = 6,6$, $\mu_2 = 81$, $\sigma_2 = 5,7$, з відповідними вагами у суміші $\rho_1 = 66 \%$, $\rho_2 = 34 \%$

$$\{72,33; 77,03; 72,05; 71,15; 71,83; 72,53; 72,57; \\ 74,46; 73,49; 75,51; 71,81; 76,06; 70,12; 76,25; \\ 80,42; 81,40; 76,31; 77,97; 83,81; 85,84; 80,34\}.$$

Графік функції емпіричної ЩР ймовірностей суміші $F(x)$, представлена на рис. 2.2 а), «нагадує» графік щільності розподілу закону Гаусса. Тести Ліллієфорса і Яркі-Бера на непротириччя розподілу генеральної сукупності значень випадкової величини нормальному закону показали позитивний результат. Параметри нормального закону, який може описати досліджувану вибірку, дорівнюють $\mu = 75,9$, $\sigma = 4,4$, де μ – точкова оцінка математичного сподівання, σ – точкова оцінка СКВ (рис. 2.3). При цьому значення від'ємного логарифму функції максимальної правдоподібності дорівнює – 60,35. Для порівняння, значення від'ємного логарифму функції максимальної правдоподібності для закону Вейбулла дорівнює – 62,90, тобто закон Вейбулла навіть краще описує досліджувану вибірку.

Після декомпозиції суміші за допомогою EM-алгоритму, були одержані наступні її характеристики: $\mu_1 = 73,6$; $\sigma_1 = 5,0$; $\rho_1 = 71 \%$; $\mu_2 = 81,3$, $\sigma_2 = 8,6$, $\rho_2 = 29 \%$. Графік функції ЩР імовірності суміші $\tilde{F}(x)$, що складається з двох законів Гаусса з ідентифікованими вище параметрами, представлений на рис. 2.2 (б).

Внаслідок похибок декомпозиції (відновлення), одержана ЩР дещо відрізняється від початкової. Значення від'ємного логарифму функції правдоподібності суміші дорівнює – 88,78.

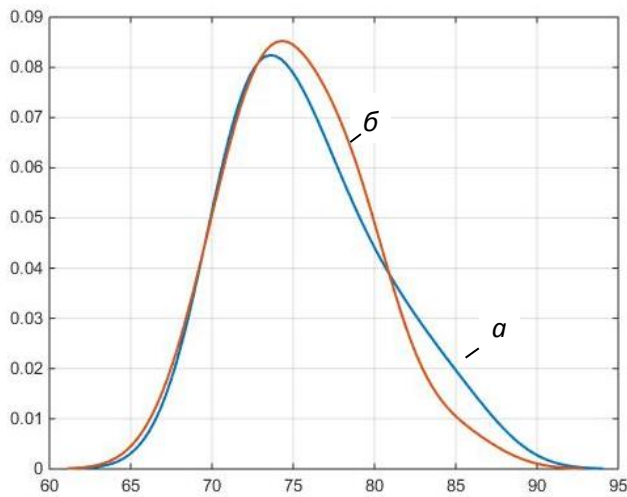


Рис. 2.2 - Графіки функцій ЩР:
а) початкової суміші $F(x)$
б) ідентифікованої суміші $\tilde{F}(x)$

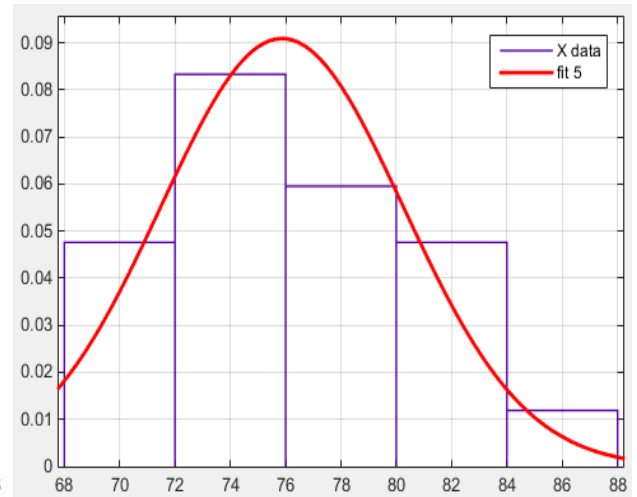


Рис. 2.3 - Графік нормального розподілу,
що з прийнятною точністю описує
імовірнісний розподіл вибірки

Отже, не зважаючи на правомірність апроксимації досліджуваної вибірки нормальним розподілом, суміш нормальних розподілів у 1,5 рази краще описує досліджувану вибірку даних. Побудована таблиця значень інтегральної характеристики типу (2.20) показала, що значення імовірності попадання випадкової величини у заданий інтервал для суміші є точнішим, ніж для нормального розподілу. На практиці це означає, що моделі, в які входять одержані характеристики, а отже, і ідентифіковані за ними значення динамічних характеристик будуть точнішими.

Описані методи і наукові підходи можуть отримати своє застосування для визначення дійсних значень фізико-механічних характеристик конкретних матеріалів або виробів РЕА. При виготовленні реальних

матеріалів або виробів дійсні значення їх фізико-механічних характеристик можуть відрізнятися від номінальних значень для різних партій сировини, що надходить, або виробів, а для розглянутих матеріалів (пластмас, склопластиків, кераміки) ця різниця має велике значення. Дійсно, якщо звернутися до нормативних матеріалів та довідкової літератури, то можна виявити, що, наприклад, для компаунда ЭЗК–10 в [38] – $\alpha = 30 \cdot 10^{-6}$ град. $^{-1}$, в [39] – $\alpha = 36 \cdot 10^{-6}$ град. $^{-1}$, в [40] – $\alpha = 105 \cdot 10^{-6}$ град. $^{-1}$ (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 - Фізико-механічні характеристики компаундів для заливки

Марка компаунда	$\alpha \cdot 10^{-6}$, град. $^{-1}$						$\sigma \cdot 10^{-4}$, МПа				
	Номер літературного джерела										
	38	39	40	41	42	43	38	39	40	41	42
ЭЗК			90	30		30–34			1,15	1,15	
ЭЗК			170	56					0,35	0,35	
ЭЗК	30	30			50	30	0,485				0,485
ЭЗК		36	105	35	40	40		1,0	1,0	1,0	0,714
ЭЗК–10 (ГТФА)	40	36	90	30			0,714		1,2	1,2	
ЭЗК–11		35			55						0,503
ЭЗК–24		53	110	36				0,95	0,95	0,95	
ЭЗК–25 (ЭК–16Б)	50					18	0,503				
ЭЗК–31 (ЭД–П)		44	90	30				1,3	1,25	1,25	
ЭЗК–12	35				65	35					
ЭЗК–31 (ГТФА)			90	30						1,25	1,25

Для з'ясування можливих причин зазначеного невідповідності, шляхом випробування 500 виготовлених із зазначеного матеріалу однакових зразків різних партій, що відрізняються часом виготовлення (в межах двох місяців), заводами-виробниками, заводами-постачальниками компонентів, за участі автора було встановлено, що значення зазначених характеристик лежать в межах $\alpha = (34...44) \cdot 10^{-6}$ град. $^{-1}$; $\sigma_g = 7,3...28,0$ МПа; $\alpha = (34...44) \cdot 10^{-6}$ град. $^{-1}$. Ці значення охоплюють зазначені в різних нормативних документах і довідковій літературі значення фізико-механічних характеристик.

Для кожної партії зразків на основі описаних вище методів були визначені довірчі інтервали, в яких з ймовірністю 0,95 лежать справжні значення перерахованих характеристик.

2.4 Висновки

1. Запропоновано представляти результати вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан).

2. Запропоновані методи декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів, апроксимуючи емпіричну ЩР сумішшю законів розподілу імовірностей, з наступною її декомпозицією і статистичною оцінкою параметрів компонентів суміші.

3. Розроблено метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та науково-обґрунтований вибір кроку побудови гістограм.

4. Розроблено метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності імовірностей, що дає можливість одержати більш точні значення вимірних параметрів з гарантованою надійністю

3 СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ ПРО ХАРАКТЕРИСТИКИ МІЦНОСТІ ДЕЯКИХ МАТЕРІАЛІВ І ЕЛЕМЕНТІВ РЕА

3.1 Порівняння міцності ЕРЕ і герметиків різних модифікацій і вплив на їх міцність різних технологічних операцій

У тих випадках, коли виникає необхідність оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів (наприклад, операцій зачистки, формування, лудіння тощо) на міцність кераміки резисторів або порівняти вплив на міцність різних модифікацій ЕРЕ або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-виготовлювача, марки ЕРЕ або компаунда тощо) можна також застосовувати методи математичної статистики.

Нехай міцність конструкції характеризується параметром x і нехай значення цього параметра для кожного з двох порівнюваних варіантів позначені x_{ij} – значення j -го параметра, взятого при i -му варіанті ($i = 1, 2; j = 1, \dots, K$ при $i = 1; j = 1, \dots, M$ при $i = 2$). В загальному випадку ($K \neq M$).

Можна вважати, що той варіант кращий, у якого середнє

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^K x_{1i}, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_{2j} \quad (3.1)$$

є меншим (більшим). Таке припущення є правомірним, якщо ці параметри отримані в однакових умовах і, отже, закони їх розподілу можна вважати однаковими. У подальших викладках для простоти приймаємо цей закон нормальним.

Після обчислення \bar{x}_1 і \bar{x}_2 необхідно визначити, випадковою чи закономірною є їх відмінність. Для цього обчислюємо дисперсії вибірок:

$$S_1^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^K (\bar{x}_{1i} - \bar{x}_1)^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (\bar{x}_{1j} - \bar{x}_2)^2, \quad (3.2)$$

а за ними параметри $Q_g = \sqrt{\frac{(K-1)S_1^2 + (M-1)S_2^2}{K+M-2}}$ і тоді:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{Q_g} \sqrt{\frac{k \cdot m}{k+m}}. \quad (3.3)$$

Якщо $K = M$, то

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \sqrt{k}. \quad (3.4)$$

Величину T порівнюємо з критичним значенням $T^* = T(W; k+m-2)$, де W – ймовірність, з якою потрібно впевнитися у справедливості гіпотези щодо співвідношення між \bar{x}_1 і \bar{x}_2 .

Для нормального закону розподілу вибірок величини знаходимо за таблицями [43]. Якщо $T > T^*$, то співвідношення між \bar{x}_1 і \bar{x}_2 є не випадковим і параметру, для якого отримано менше (більше) середнє, слід віддати перевагу. Якщо $T < T^*$, то з прийнятою ймовірністю можна віддати перевагу одному з параметрів. В цьому випадку слід зменшити W (якщо це допустимо), або збільшити кількість зразків, або провести оцінювання за критерієм Фішера [43]

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}. \quad (3.5)$$

За цим критерієм перевіряється гіпотеза про найменшу дисперсію, тобто про найменший розкид параметрів. Значення дисперсій беремо так, щоб $F \geq 1$. Значення F порівнюємо з $F^*(W, k+m-2)$, яке знаходимо за таблицями (наприклад, в [28]), розмірковуючи так само, як для T і T^* .

Кількість зразків, за якими необхідно охарактеризувати кожен з технологічних процесів, операцій або параметрів для отримання достовірних даних обчислюємо за формулою (3.6).

Нехай попередньо відомі значення досліджуваного параметра (наприклад, зусиль, що руйнують кераміку резисторів, взятих з однієї партії резисторів). За (3.1) обчислюємо \bar{x} , за (3.2) – S . За таблицею, наприклад, в [28] знаходимо T .

Необхідну кількість зразків підраховуємо за формулою

$$n = \frac{T^2 S^2}{(x - \bar{x})^2}, \quad (3.6)$$

де x – справжнє значення параметра.

Природно, що при порівнянні ефективності варіантів важливу роль відіграє економічний бік питання. Тому, якщо обраний варіант веде до значного подорожчання РЕА, а відмінність у міцності після застосування одного з найкращих варіантів є несуттєвим, то слід віддавати перевагу більш економічному.

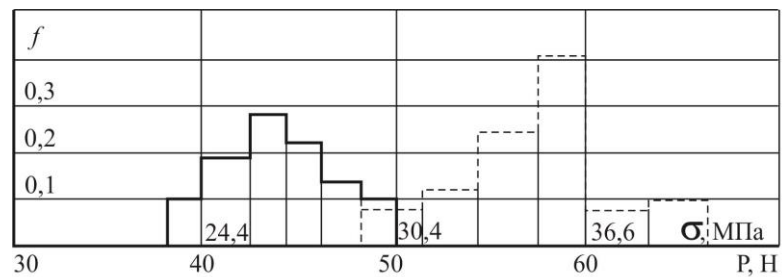
В наступних підрозділах наведені деякі конкретні реалізації статистичних методів, розроблених раніше у розділі 2.

3.2 Порівняння міцності кераміки резисторів

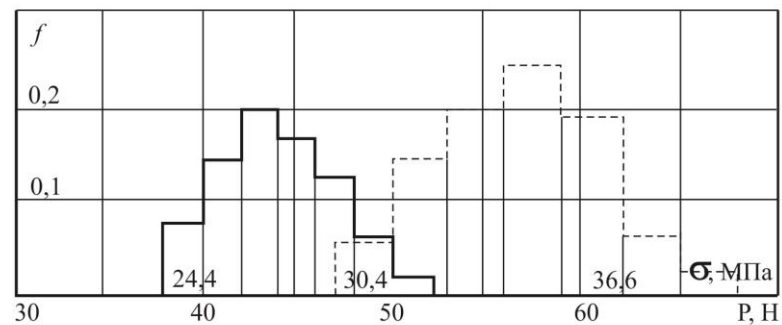
Необхідність досліджень, наведених в цьому підрозділі, обумовлена відмовами мікромодулів (ММ) через механічні пошкодження резисторів. Попередні дослідження показали, що кількість відмов залежить від значень опорів застосованих резисторів, заводу-виготовлювача і стану обладнання, на якому виробляли і здійснювали підготовку резисторів до монтажу. Гістограми розподілу зусиль, що руйнують кераміку резисторів, мали як одновершинний, так і багатoverшинний характер. Якщо хоча б одна з порівнюваних гістограм мала багатoverшинний характер, то для порівняння використовувалась підвибірка з мінімальним значенням a_1 .

Для порівняння міцності кераміки резисторів, виготовлених на Полтавському і Одеському заводах, випробуванню на розтяг і згин

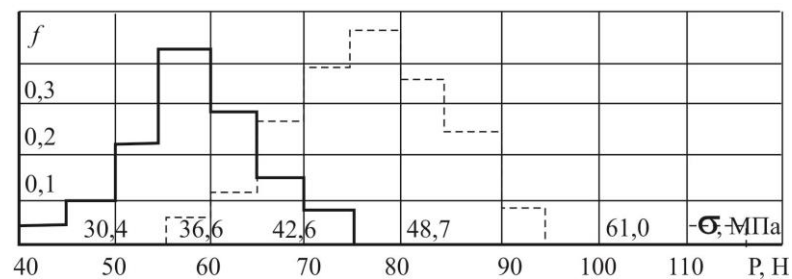
піддавались по 100 резисторів, випадково вибраних з партій з однаковими номіналами, що найчастіше застосовуються в ММ (56 Ом, 560 кОм, 2 МОм). Випробування проводили за методикою, описаною в розділі 2. Приклади гістограм зусиль, що руйнують кераміку резисторів, наведені на рис. 3.1. По осі абсцис відкладені величини зусиль, виміряні при випробуваннях, а по осі ординат - частота появи величин руйнівальних зусиль в i -му інтервалі значень цих зусиль.



а – а - резисторы ОМЛТ-0,125 - 56 Ом



б – б - резисторы ОМЛТ-0,125 - 2,0



в – в - резисторы ОМЛТ-0, 125-47

Рис. 3.1. - Гістограми зусиль, що руйнують кераміку резисторів
(виготовлені на Полтавському і Одеському заводах)

Аналіз наведених гістограм показує, що вибірки значень підпорядковуються нормальним законам розподілу. Зведені характеристики вибірок наведені в таблиці 3.1. З надійністю $P = 0,99$ критичним значенням коефіцієнта Ст'юдента для числа ступенів свободи $n = 198$ є $T^* = 2,6$.

Аналіз матеріалів, що містяться в таблиці 3.1, показує, що резистори всіх порівнюваних номінальних опорів, виготовлені на Одеському заводі, істотно міцніше аналогічних резисторів, виготовлених на Полтавському заводі.

В результаті аналізу відмов, викликаних руйнуванням керамічних основ резисторів було встановлено, що на кількість поломок впливає і номінальне значення опорів.

Таблиця 3.1 - Порівняння міцності кераміки резисторів, виготовлених на різних заводах

Завод	Опір і тип резистора												Вид випробування
	ОМЛТ-0,125-47±5 %				ОМЛТ-0,125-560кОм±5 %				ОМЛТ-0,125-2,0кОм±5 %				
	Характеристики вибірок												
	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$S^2 \cdot 10^{-2}$, Н2	Т	Т*	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$S^2 \cdot 10^{-2}$, Н2	Т	Т*	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$S^2 \cdot 10^{-2}$, Н2	Т	Т*	
Одеський	7,1	2,94	12,22	2,60	5,8	0,13	26,0	26,0	5,8	0,27	21,67	2,60	Згин
Нижньогор одський	4,9	0,33			4,5	0,09			4,5	0,12			
Одеський	8,1	1,47	14,29		6,6	0,12	24,0		6,5	0,18	22,0		Розтяг
Нижньогор одський	6,1	0,52			5,4	0,10			5,4	0,13			

Попередні якісні дослідження показали, що резистори з опором до 1 кОм не мають підгінних спіральних нарізок, в той час, як резистори опором до 1 МОм і більше мають, відповідно, одно- і двозаходну спіральну нарізку.

Зазначені нарізки призводять до зменшення площі поперечного перерізу резистора і виникненню концентраторів напружень.

При порівнянні для кожного типу резисторів для кожного заводу-виготовлювача були відібрані по сто резисторів кожного з номіналів, що найчастіше зустрічаються. Спочатку порівнювалися резистори різних номіналів в діапазоні до 1 кОм, потім від 1 кОм до 1 МОм, потім вище 1 МОм, причому кожна з двох порівнюваних груп резисторів була виготовлена на одному і тому ж заводі і мала один і той же тип.

Розрахунки показали, що незалежно від типу і заводу-виробника, в межах кожної із зазначених груп з надійністю $P=0,99$ міцність резисторів має несуттєву відмінність. Тому для порівняння далі були відібрані резистори типу ОМЛТ-0125, виготовлені на Одеському заводі, опором 47 Ом, 560 кОм, 2 МОм.

Порівняння руйнівальних зусиль при згині і розтягуванні для трьох зазначених груп показало, що резистори опором вище 1 кОм з надійністю $P=0,99$ несуттєво відрізняються за міцністю, в той час як резистори до 1 кОм є істотно міцнішими. Порівняння міцності резисторів зазначених номіналів проведено на основі даних, наведених у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 - Порівняння міцності кераміки резисторів різних опорів

Опір резистора	Характеристика вибірки			
	σ_s , МПа	S^2 , МПа ²	T	T^*
ОМЛТ-0,125-47 Ом	149	1296	-	-
ОМЛТ-0,125-560 кОм	122	57,3	7,39	2,6
ОМЛТ-0,125-2,0 МОм	-	-	-	-

Деякі ЕРЕ, володіючи близькими за величиною розмірами і електричними характеристиками, мають різні механічні властивості. З метою з'ясування, наскільки істотною є ця відмінність для резисторів різних типів були відібрані по 50 резисторів опором 56 Ом кожного з типів, виготовлених на Одеському заводі, які піддавалися випробуванню на згин (рис. 3.2).



Рис. 3.2 - Резистори С2–23–0,062

Обробка результатів експерименту показала, що найбільш міцними є резистори типу С2–23–0,062; найменш міцними – резистори типу ОМЛТ–0,125; резистори типу ОСМЛМ–0,125 є істотно менш міцними, ніж резистори типу С2–23–0,062 і істотно більш міцними, ніж резистори ОМЛТ–0,125. Характеристики кожної вибірки наведені в табл. 3.3. Значення T вибирали для ймовірності $P=0,99$. Число ступенів свободи при виборі T брали таким: у разі порівняння напружень, що підкоряються одномодальним законам - 98; у разі, коли один із законів є полімодальним - сумі кількостей елементів, що утворюють підвибірки з мінімальним математичним очікуванням, без двох.

Таблиця 3.3 - Порівняння граничних напружень, що виникають в кераміці резисторів різних типів

Тип резистора	Характеристика вибірки				
	σ_s , МПа	S , МПа ²	n	T	T^*
ОМЛТ–0,125	155	661,5	50	9,95	3,42
ОСМЛМ–0,125	197	22,05	33		
ОМЛТ–0,125	155	661,5	50	6,17	2,63
С2–23–0,062	246	61,7	50		
ОСМЛМ–0,125	197	22,05	33	45,88	3,42
С2–23–0,062	246	61,7	50		

Приклад порівняння напружень, що виникають в кераміці при руйнуванні, наведено для резисторів типів ОСМЛМ–0,125 і С2–23–0,062.

Гістограми, побудовані за результатами випробування на міцність при згині резисторів зазначених типів, наведені на рис. 3.3. Аналіз цих гістограм показує, що отримані в вибірках значення руйнівних напружень для резисторів ОСМЛМ–0,125 мають тривершинну функцію ЩР ймовірностей, а для резисторів С2–23–0,062 – нормальний закон розподілу. Відповідно до методики, викладеної у попередньому розділі, тривершинна гістограма апроксимується лінійною комбінацією трьох гауссових функцій щільності ймовірностей (рис. 3.4).

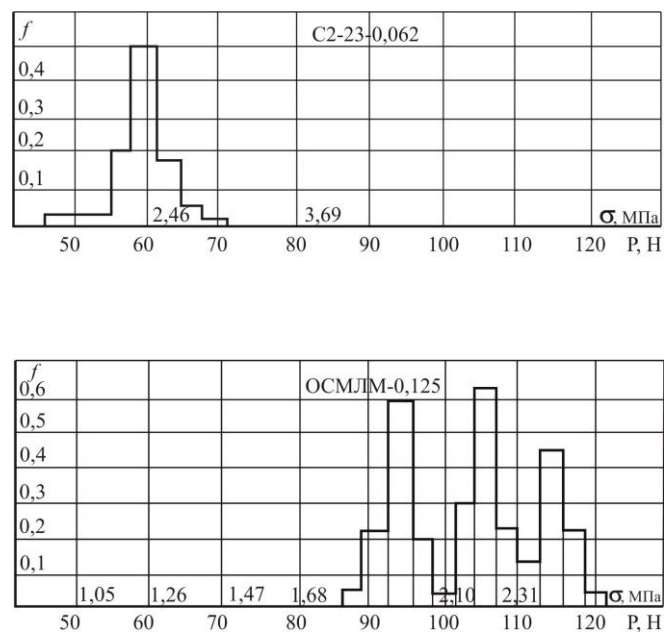


Рис. 3.3. – Гістограми зусиль, що руйнують кераміку резисторів С2–23–0,062 і ОСМЛМ–0,125 при статичному згині

Для подальшої обробки результатів випробувань на основі наявної гістограми необхідно визначити дев'ять невідомих параметрів тримодального закону розподілу ($a_i, S_i, \rho_i, i = 1, 2, 3$). Для цього застосуємо метод інтерполяції на восьмиточковій множині. Вузли інтерполяції, а також значення шуканої функції в цих вузлах наведені в таблиці 3.4.

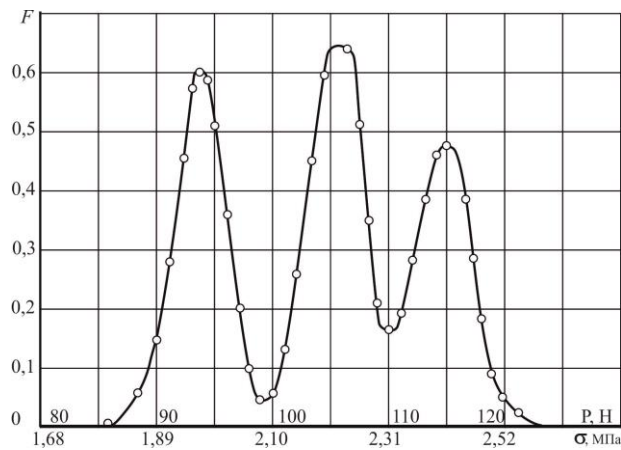


Рис. 3.4 – Апроксимувальна функція

Таблиця 3.4 - Порівняння міцності кераміки резисторів ОСМЛМ–0,125 і С2–23–0,062

$\sigma \cdot 10,$ МПа	18,38	19,64	21,53	22,16	23,41	24,05	25,31	20,90
$f(x)$	0,067	0,6	0,333	0,67	0,167	0,467	0,067	0,067
a_1 Н	a_2 Н	a_3 Н	S_1 Н ²	S_2 Н ²	S_3 Н ²	ρ_1	ρ_2	ρ_3
19,68	22,09	24,07	22	23	24	0,33	0,39	0,28

3.3 Вплив операцій з підготовки резисторів до монтажу

У процесі підготовки до монтажу резистори піддаються дії механічних і температурних навантажень. Правильне оцінювання впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга і зміною руйнівальних зусиль контролювати стан (налаштування) автоматів.

Для визначення впливу операції зачистки виводів, резистори ОМЛТ-0,125-4,3 кОм Одеського заводу, взяті з однієї партії, випробували на згин до руйнування кераміки в стані поставки і після зачистки виводів на установці ГГ-2294. Для визначення впливу зачистки і формування виводів резисторів на міцність їх кераміки резистори, взяті з однієї партії, випробували на

згин до руйнування в стані поставки і після зачистки і формування виводів. Для того, щоб оцінити вплив зачистки, формування і лудіння виводів резисторів на величину зусиль, що руйнують їх кераміку, резистори, взяті з однієї партії, піддавались згину до руйнування в стані поставки і після завершення останньої з перелічених операцій.

Для визначення впливу формування виводів резисторів на величину зусиль, які руйнують їх кераміку, резистори, взяті з однієї партії, випробовували на згин до руйнування після зачистки і після формування виводів. Така операція правомочна, якщо знехтувати накопиченням дефектів, що утворюються в результаті всіх операцій, які передують формуванню.

Для визначення впливу лудіння виводів на міцність кераміки резисторів порівнювали результати випробування вибірок резисторів після формування і після лудіння виводів. При цьому резистори також, як в попередніх випадках, брали з однієї партії.

Приклади гістограм зусиль, що руйнують кераміку резисторів при згині, наведені на рис. 3.5. Обробка результатів експерименту проводилася за методикою, описаної раніше. Результати обробки наведені у таблиці 3.5, причому в якості надійності висновків взято значення $P = 0,99$, обсяг кожної з вибірок $n_i = 50$, критичне значення коефіцієнта Ст'юдента $T^*(0,99; 98) = 2,63$. Порівняння значень коефіцієнта Ст'юдента з його критичним значенням показує, що кожна з операцій (зачистка, формування, а також їх сумарний вплив) несуттєво знижує міцність кераміки резисторів; операція лудіння істотно знижує міцність кераміки досліджених резисторів.

В процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних плівок, напресовування ковпачків, підгонка опору тощо. Це призводить до зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ.

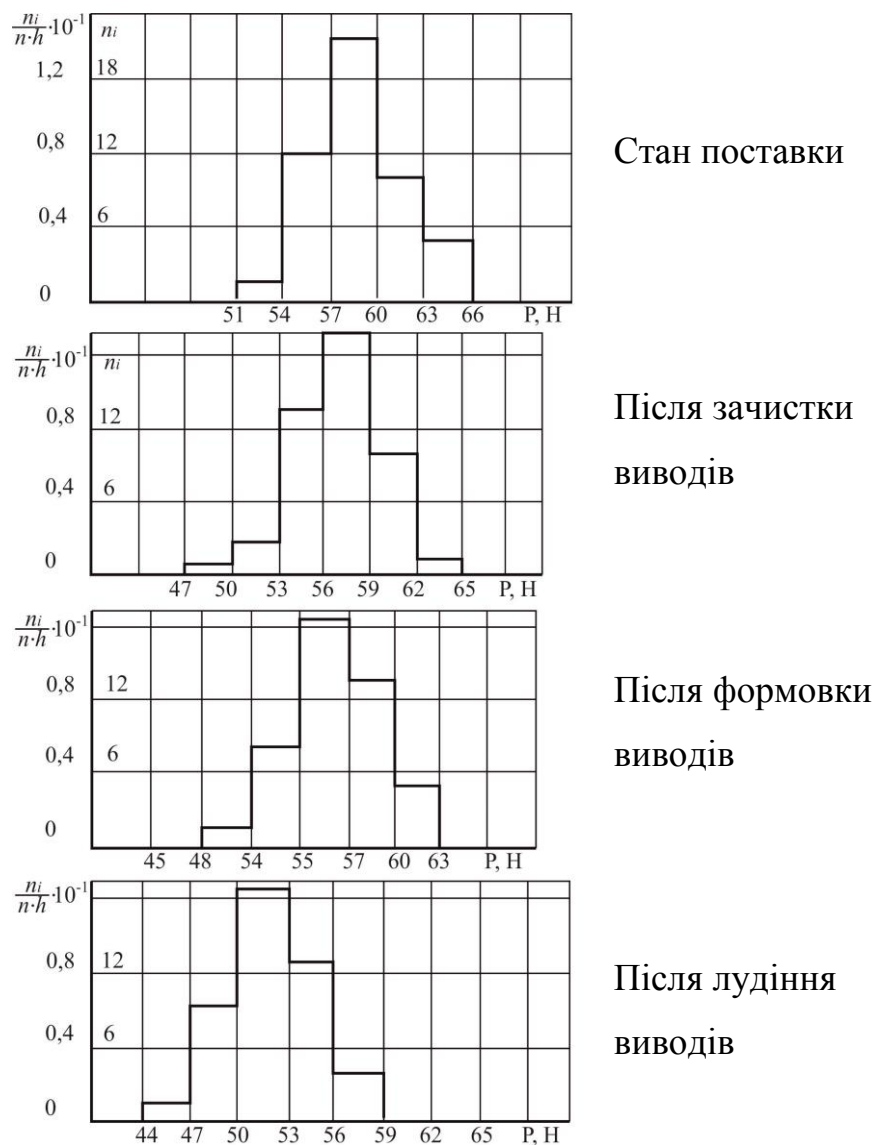


Рис. 3.5 - До оцінювання впливу операцій з підготовки резисторів до монтажу на міцність їх кераміки

Нижче наводиться визначення коефіцієнта зниження граничних зусиль кераміки резисторів після їх виготовлення. Методика визначення цього коефіцієнта ілюструється на прикладі резисторів типу ОМЛТ-0,125-470 кОм. Випробуванню на згин до руйнування піддавали вибірки керамічних заготовок і готових резисторів обсягом по 50 штук кожна. Результати обробки експериментів наведені в таблиці 3.6. Аналіз матеріалів, що містяться в цій таблиці, показує, що заготовки є істотно міцнішими виготовлених з них резисторів. При цьому в якості коефіцієнта зниження

міцності приймаємо відношення вибірових середніх, визначених для резисторів і заготовок, у даному прикладі, $K = 0,68$.

Таблиця 3.5 - Вплив операцій підготовки резисторів до монтажу на міцність їх кераміки

Стан резистора	Характеристика вибірки		
	\bar{x} , Н	s , Н ²	T
Поставка	58	28	1,72
Після зачистки	57	30	
Після поставки	58	28	2,52
Після зачистки і формовки	56,5	31	
Поставка	58	28	13,61
Після зачистки, формовки і лудіння	49	31	
Після зачистки	57	30	0,81
Після зачистки и формовки	56,5	31	
Після зачистки и формовки	56,5	31	12,08
Після зачистки, формовки и лудіння	49	31	

Таблиця 3.6 - Порівняння міцності кераміки заготовок і резисторів ОМЛТ–О,125–470 кОМ

Об'єкт дослідження	Характеристика вибірки			
	\bar{x} , Н	S , Н ²	T	T^* (0,99; 98)
Резистори	60	82	20,00	2,63
Заготовки	88	16		

Коефіцієнти зниження міцності для інших номіналів і типів резисторів наведені в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7 - Коефіцієнт зниження міцності резисторів

Тип резистора	Коефіцієнт
ОМЛТ-0,125-130	0,94-0,97
ОМЛТ-0,125-470	0,68-0,71
ОМЛТ-0,125-1,2	0,62-0,63
ОСМЛМ-0,125-130	0,96-0,98
ОСМЛМ-0,125-470	0,72-0,75
ОСМЛМ-0,125-1,2	0,70-0,73
С2-23-062-130	0,94-0,96
С2-23-062-470	0,59-0,62
С2-23-062-1,2	0,60-0,62

3.4 Висновки

1. Розроблено методику оцінювання впливу різних конструкторсько-технологічних факторів (наприклад, операцій зачистки, формування, лудіння тощо) на міцність кераміки резисторів та порівняння впливу на міцність різних модифікацій ЕРЕ або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-виготовлювача, марки ЕРЕ або компаунда тощо).

2. Експериментально встановлено, що заготовки резисторів є істотно міцнішими за виготовлені з них резистори.

3. Обґрунтовано, що у процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних плівок, напресовування ковпачків, підгонка опору тощо і це призводить до зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ. Правильна оцінка впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга.

4 ВИЗНАЧЕННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИТАЛА, ПОЛІКОРА ТА КЕРАМІКИ

Матеріали типу неорганічного скла, що володіють таким суттєвим недоліком, як надзвичайно висока крихкість, мають разом з тим низку дуже цінних властивостей: високу опірність стисненню, жорсткість, низьку питому щільність, радіопрозорість, високу стійкість проти дії агресивних середовищ. Наукове обґрунтування раціонального використання скла і ситалів як конструкційного матеріалу для виготовлення деталей РЕА можливо тільки на базі досліджень питань міцності, в т.ч. випробувань матеріалів для отримання їх механічних характеристик. При використанні деталей з ситала, полікора і скла в з'єднаннях з іншими матеріалами через різницю у фізико-механічних характеристиках виникають залишкові температурні напруження. Навіть при теоретично однакових значеннях температурних коефіцієнтів лінійного розширення велике значення має розкид фізико-механічних характеристик матеріалів, що з'єднуються. З іншого боку ці ж механічні характеристики можуть залежати і від технології виробництва деталей, їх розмірів, старіння, стану поверхні тощо. Тому доцільно визначати механічні характеристики на зразках, близьких до натурних деталей.

У цьому розділі розглянуто питання, пов'язані з особливостями визначення характеристик пластин розміром $60 \times 50 \times 1$, виготовлених з ситала-32 і полікора. Тут розроблені і описані методика і пристосування для визначення модуля пружності тонких пластин і наведені результати випробувань для ситала-32 і полікора.

4.1 Визначення модуля пружності ситала і полікора

4.1.1 Вибір методики визначення модуля пружності для пластин, виготовлених з ситала і полікора. У довідниках і літературі, що наводять дані про механічні характеристики ситалів, міститься суттєва різниця в

величинах механічних характеристик для одних і тих же матеріалів. Так в [44] величина модуля пружності для ситалів різних марок становить $E = (8,1...13,2) \cdot 10^3$ кгс/мм², а границя міцності при згині $\sigma_U = (10,4...17,9)$ кгс/мм². В роботі [45] ці величини складають $E = 8,85 \cdot 10^3$ кгс/мм² і $\sigma_U = 15,7$ кгс/мм², відповідно, а в роботі [46] – $E = (9,8...17,4) \cdot 10^3$ кгс/мм² і $\sigma_U = (10,0...18,5)$ кгс/мм².

Всі випробування для визначення механічних характеристик проводилися на зразках з площею поперечного перерізу від 26 мм² до 50 мм² з товщиною зразка більше 4,5 мм. Це дозволило проводити випробування зразка на стиск і розтяг, оскільки несоосність прикладання зусиль до зразка в кілька десятих міліметра давала більш-менш задовільні результати. При визначенні ж механічних характеристик пластин з розмірами 60×50×1, несоосність в прикладанні сил до зразка навіть у десяті частки міліметра при розтягуванні і стисненні дає істотні похибки. Домогтися прикладання зусиль до зразка з неспіввісністю менш десятих часток міліметра технічно не є можливим з низки причин, пов'язаних з закріпленням зразка у кріпленнях і прикладанням навантаження.

З огляду на викладені міркування, для визначення механічних характеристик була використана наступна схема. Пластину піддавали поперечному згину (рис. 4.1).

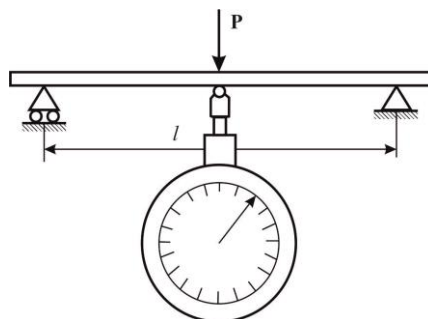


Рис. 4.1 - Схема навантаження і вимірювання прогину пластини

Навантаження прикладалося посередині пластини, опертої по краях на опори, а з допомогою індикатора вимірювався прогин пластини під місцем прикладання навантаження. Потім за відомою формулою визначали модуль пружності першого роду: $E = Pl^3 / 48fJ_0$, де E – модуль пружності першого роду, кгс/мм²; P – навантаження, кгс; f – прогин, мм; l – відстань між опорами, мм; J_0 – осьовий момент інерції, мм⁴.

4.1.2 Визначення модуля пружності ситала і полікора, оцінювання точності вимірювань. Визначення модуля пружності 1-го роду проводилося на машині МІП-10-1 (рис. 4.2), що дає точність навантаження 5 г сили, прогин вимірювали індикатором з ціною поділки 0,001 мм, що дало змогу виміряти прогин з точністю до 0,25 мкм. Величина прогину при визначенні величини модуля пружності змінювалася в межах 15-40 мкм. Дуже важливо було домогтися паралельності між опорами пластини і ножем, за допомогою якого додавалася навантаження. Непаралельність усувалася шляхом установки прокладок під пристосування для опор. Непаралельність між опорами балки і ножем становила не більше 0,01 мм на всю ширину пластини.



Рис. 4.2 - Машина МІП–10–1 з пристосуванням для навантаження і вимірювання прогину пластини

З огляду на викладене, можна оцінити точність величини вимірювання в 5–10 %.

Порядок проведення експерименту був таким:

- посередині пластини з обох сторін наносили олівцем лінію прикладання навантаження;

- пластину встановлювали на опори пристосування;

- прикладали обтискувальним навантаження близько 400-600 г.;

Коректували установку пластини таким чином, щоб поєднати лезо ножа з проведеної посередині лінією. Далі знімали вихідний показ індикатора. Додавали навантаження в 1 кгс і знімали показ індикатора. Після цього пластину перевертали на 180° , тобто нижня сторона ставала верхньою і випробування повторювалося, а значення модуля пружності визначали як середнє між отриманими в двох зазначених вище положеннях пластини. Це знижувало величину похибки у визначенні модуля пружності через кривизну пластини. Було встановлено, що пластини, які мали кривизну, давали найбільшу розбіжність між двома результатами вимірювань у двох зазначених положеннях.

4.1.3 Результати випробувань. Результати випробувань з визначення модуля пружності 1-го роду для пластин ситала-32 і для пластин полікора представлені в таблицях 4.1 і 4.2.

Таблиця 4.1 - Результати випробувань з визначення модуля пружності 1-го роду для пластин ситала–32

Умовна назва матеріалів пластини	Товщина пластини, мм	Дзеркальна сторона				Середнє значення модуля пружності $E \cdot 10^3$, кгс/мм ²
		зверху		знизу		
		Прогин f , мкм	Модуль пружності $E = \cdot 10^3$, кгс/мм ²	Прогин f , мкм	Модуль пружності $E \cdot 10^3$, кгс/мм ²	
1	2	3	4	5	6	7

Продовження таблиці 4.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
I-I 12	1,015	33,5	15,1	40	14,9	15
I-I 19	0,995	39	16,3	41	15,4	15,85
I-I 30	0,960	43	16,4	43	16,4	16,4
I-I 13	0,995	38,5	16,4	38	16,6	16,5
I-I 30	0,970	43	15,9	42	16,3	16,1
I-I 28	0,970	46,5	15,1	43	15,9	15,5
I-2 04	1,040	34	16,4	33	17,1	16,75
I-2 13	1,002	37	16,8	35,5	17,5	17,15
I-2 13	0,998	41	15,3	38	16,5	15,9
I-2 22	0,982	40	16,5	38	17,3	16,9
I-2 17	0,985	38,5	17,0	38,5	17,0	17,0
I-2 16	0,995	38	16,7	38	16,7	16,7
I-2 14	0,997	46,5	13,6	39	7,62	14,9
I-2 17	0,990	37	15,4	39	16,5	16,95
II-I 12	1,000	38,5	16,2	38,5	16,2	16,2
II-I 31	0,958	45	15,8	42,5	16,7	16,25
II-I 24	0,982	42	15,7	40	16,5	16,1
II-I 11	1,025	35	16,6	36	16,1	16,35
II-I 18	1,010	36,5	16,6	37	16,1	16,35
II-I 08	1,025	36	16,1	-	-	16,1
II-I 09	1,025	35,5	16,3	36,5	15,9	16,1
II-I 17	1,000	39	16,0	39	16,0	16,0
II-I 00	1,025	42,5	13,7	35,5	16,3	15,0
II-2 09	1,022	38	15,4	36	16,2	15,8
II-2 18	1,012	36	16,7	37	16,2	16,45
II-2 08	1,010	35	17,3	38	15,9	16,6
II-2 11	1,002	43	14,4	38	16,3	15,35
II-2 19	1,025	37	15,6	37	15,6	15,6
II-2 09	1,025	37	15,3	37	15,6	15,6
II-2 06	1,022	36	16,2	36	16,2	16,2
II-2 13	1,020	37,5	15,7	38	15,4	15,55
II-2 10	1,015	37	16,1	37	16,1	16,1
III-I 10	1,008	38	16,0	37	16,4	16,2
III-I 18	1,005	38	16,2	39	15,7	15,95
III-I 19	1,008	41,5	14,7	37	16,4	15,55
III-I 18	1,008	37	16,8	38	16,3	16,55
III-I 12	1,015	38	15,85	37,5	16,05	15,95

Продовження таблиці 4.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
III-I 16	1,005	38	16,3	40	15,6	15,95
III-I 09	1,020	41	14,4	35	16,8	15,6
III-I 06	1,015	40	14,9	37	16,1	15,5
III-I 19	1,005	39	15,8	39	15,8	15,8
III-I 11	1,005	43,5	14,1	39	15,8	14,95
III-2 13	1,000	38	16,4	38,5	16,2	16,3
III-2 13	1,010	37,5	16,1	38	16,0	16,05
III-2 12	1,008	40	15,6	38	16,0	15,8
III-2 12	1,002	37	16,8	38	16,3	16,55
III-2 15	1,004	38,5	16,0	40	15,4	15,7
III-2 12	1,000	41	15,2	38	16,4	15,8
III-2 13	1,006	37,5	16,4	38	16,1	16,25
III-2 10	1,000	43	14,5	40	15,6	15,05
III-2 13	1,000	38	16,4	37	16,9	16,65
III-2 20	0,978	41	16,3	41	16,3	16,3

Таблиця 4.2 - Результати випробувань з визначення модуля пружності 1-го роду для пластин полікора

Умовна назва матеріалів пластини	Дзеркальна сторона				Середнє значення модуля пружності $E = \cdot 10^3$ кгс/мм ²
	зверху		знизу		
	Прогин f , мкм	Модуль пружності $E = \cdot 10^3$, кгс/мм ²	Прогин f , мкм	Модуль пружності $E = \cdot 10^3$ кгс/мм ²	
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
I-I 1	16,5	37,9	16,5	37,9	37,9
I-I 2	17	36,8	16,5	37,9	37,35
I-I 3	18,5	33,8	17	36,8	35,3
I-I 4	16	39,0	16,5	37,9	38,45
I-I 5	17,5	35,7	16,5	37,9	36,8
I-I 6	17	36,8	16,0	39,0	37,9
I-I 7	18	34,85	18,5	33,7	34,77
I-I 8	16	39,0	18	34,7	36,85
I-2 1	16	39,0	16,5	37,9	38,45
I-2 2	16	39,0	16	39,0	39,0
I-2 3	17	36,8	19	32,9	34,85
I-2 4	17	36,8	20	31,2	34,0
I-2 5	17	36,8	18,5	33,7	35,25

Продовження таблиці 4.2

<i>1</i>		<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
I-2	6	16	39,0	16	39,0	39,0
I-2	7	16,5	37,9	16	39,30	38,45
I-2	8	17	36,8	17	36,8	36,8
I-3	1	16	39,0	15	41,7	40,35
I-3	2	16	39,0	16	39,0	39,0
I-3	3	16	39,0	17	36,8	37,9
I-3	4	18	34,85	17,5	35,7	358,27
I-3	5	17	36,8	17	36,8	36,8
I-3	6	16	39,0	16	39,0	39,0
I-3	7	15,5	40,3	15,3	40,3	40,3
I-3	8	16	39,0	16	39,0	39,0
II-I	1	16,5	37,9	16,5	37,9	37,9
II-I	2	16	39,0	16	39,0	39,0
II-I	3	18	34,85	17	36,8	35,82
II-I	4	17,5	35,7	17,5	35,7	35,7
II-I	5	15,5	40,3	16	39,0	39,65
II-I	6	19	32,9	17	36,8	34,85
II-I	7	16,5	37,9	17	36,8	37,35
II-I	8	16	39,0	15,7	39,8	39,4
II-2	1	16,5	37,9	17	36,8	37,35
II-2	2	16	39,0	16,5	37,9	38,45
II-2	3	18	34,85	17	36,8	35,82
II-2	4	18	34,85	18	34,85	34,85
II-2	5	16	39,0	16,5	37,9	38,45
II-2	6	17	36,8	17	36,8	36,8
II-2	7	16	39,0	16	39,0	39,0
II-2	8	16	39,0	16	39,0	39,0
II-3	1	16	39,0	16	39,0	39,0
II-3	2	16	39,0	16	39,0	39,0
II-3	3	16	39,0	16,5	37,9	38,45
II-3	4	16	39,0	16,5	37,9	38,45
II-3	5	17,5	35,7	16	39,0	37,35
II-3	6	16	39,0	17	36,8	37,9
II-3	7	16	39,0	16,5	37,9	38,45
II-3	8	17	36,8	17	36,8	36,8
III-1	1	17	36,8	16,5	37,9	37,35

Продовження таблиці 4.2

III-1	2	16	39,0	16	39,0	39,0
III-1	3	16	39,0	16,5	37,9	38,45
III-1	4	15	41,7	15	41,7	41,7
III-1	5	16,5	37,9	16	39,0	38,45
III-1	6	15	41,7	14,5	42,1	41,9
III-1	7	16	39,0	16	39,0	39,0
III-1	8	15	41,7	15,5	40,3	41,0
III-2	1	16	39,0	15	41,7	40,35
III-2	2	15,5	40,3	15,5	40,3	40,3
III-2	3	16	39,0	16,5	37,9	38,45
III-2	4	16	39,0	17	36,8	37,9
III-2	5	15	41,7	14,5	42,1	41,9
III-2	6	15	41,7	15	41,7	41,7
III-2	7	16	39,0	16,5	37,9	38,45
III-2	8	16	39,0	15,5	40,3	39,65
III-3	1	16	39,0	16	39,0	36,90
III-3	2	16,5	37,9	16,5	37,9	37,9
III-3	3	17	36,8	16	39,0	37,9
III-3	4	15	41,7	15,7	39,7	40,7
III-3	5	16	39,0	16	39,0	39,0
III-3	6	15	41,7	15	41,7	41,7
III-3	7	16	39,0	16	39,0	39,0
III-3	8	15,5	40,3	16	39,0	39,65

4.1.4 Статистична обробка даних експерименту. Оскільки модулі пружності можуть приймати довільні значення в деяких інтервалах числової осі, їх можна прийняти за випадкові величини, що мають певні функції розподілу. Оскільки всі випробування проводилися практично в однакових умовах, можна припустити, що значення модулів пружності мають нормальний закон розподілу. Однак остаточний висновок про це слід робити з певною надійністю на основі наявних кінцевих вибірок їх значень, представлених у таблицях 4.3 і 4.4.

Чисельним методом оцінювання, чи належить дана вибірка до генеральної сукупності з нормальним розподілом, є застосування критерію χ^2

Пірсона, що базується на порівнянні емпіричного розподілу вибірки, вираженого накопиченими частотами згрупованого ряду вимірювань, з прогнозованим теоретичним розподілом відповідної генеральної сукупності. Залежно від величини відхилення емпіричного розподілу від теоретичного висунута гіпотеза про нормальність приймається або відкидається.

Для обчислення значень критерію заповнюються таблиці 4.3 и 4.4.

Таблиця 4.3 - Перевірка нормальності закону розподілу для значень модуля пружності ситала -32

Границя інтервалу	h_m	$\alpha = \frac{Q_m - \mu}{\sigma}$	$\Phi(\alpha_m)$	P_m	nP_m	$(h_m - nP_m)^2$	$\frac{(h_m - nP_m)^2}{nP_m}$
$Q_{m-1} - Q_m$							
15–15,5	7	-0,926	0,176	0,176	9,15	4,62	0,5
15,5–16,0	17	0	0,50	0,324	16,85	0,02	0,001
16–16,5	18	0,926	0,824	0,324	16,85	1,32	0,078
16,5–17	10	1,85	0,968	0,144	7,49	6,3	0,84

Таблиця 4.4 - Перевірка нормальності закону розподілу для значень модуля пружності полікора

Границя інтервалу	h_m	$\alpha = \frac{Q_m - \mu}{\sigma}$	$\Phi(\alpha_m)$	P_m	nP_m	$(h_m - nP_m)^2$	$\frac{(h_m - nP_m)^2}{nP_m}$
$Q_{m-1} - Q_m$							
34–36	11	-1,52	0,064	0,064	4,61		
36–38	19	-0,51	0,305	0,241	17,35	64,64	2,94
38–40	31	0,51	0,695	0,890	28	9	0,32
40–42	11	1,552	0,936	0,241	17,35	40,32	2,32

У перший стовпець цих таблиць вписуються границі k інтервалів $[Q_{m-1}, Q_m]$, на які розбитий мінімальний інтервал, що містить всі значення

наявної вибірки, у другій - кількість значень h_m параметрів, що належать цьому інтервалу. Як значення μ и σ приймаються значення емпіричних математичного очікування $\mu = \bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i$ і середнього квадратичного

відхилення: $\sigma = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{E} - E_i)^2}$, де n – кількість реалізацій вибірки.

Для розглянутого випадку значення цих характеристик вибірок наведені в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 - Значення емпіричних характеристик вибірок для модуля пружності ситала-32 и полікора

Матеріал	Емпіричне математичне очікування $E \times 10^3$, кгс/мм ²	Середнє квадратичне відхилення S	Обсяг вибірки n
Ситал–32	16	0,54	52
Полікор	39	1,97	72

На основі цих значень визначаються $\alpha = \frac{1}{\sigma}(Q_m - \mu)$, записуються в стовпець 3 таблиць 4.3 і 4.4, за якими з таблиць нормального розподілу знаходяться ймовірності P_m m -го інтервалу (стовпець 5). Після заповнення стовпчика 5, отримання наступних стовпців 6-9 є очевидним.

Слід зауважити, що якщо $nP_m < 5$, то значення стовпця 6 підсумовуються до тих пір, поки не буде вірною обернена нерівність. При цьому підсумовуються значення стовпця 1, що означає об'єднання відповідних інтервалів розбиття. Тому значення стовпців 7-8 обчислюються вже для об'єднаних інтервалів розбиття. Сума всіх значень стовпця 8 дає змогу обчислити величину критерію $\chi^2 = \sum_{m=1}^k \frac{1}{nP_m} (h_m - nP_m)^2$, який порівнюється при $m=1$ з критичним значенням χ_α , $k=1$, що визначається за таблицею для обраної ймовірності помилки α і числа ступенів свободи $k = 1$. Якщо

$\chi^2 \leq \chi_{\alpha, k-1}$ то гіпотеза про нормальність розподілу приймається. В іншому випадку вона відхиляється. У нашому випадку для ситала-32 $k = 4$, для полікора – $k = 3$.

Аналіз матеріалів таблиць показує, що з імовірністю правильності виведення, що дорівнює 0,99, можна вважати, що досліджувані модулі пружності підкоряються нормальному закону розподілу.

Припускаючи, що істинні значення вимірюваних нормально розподілених величин збігаються з їх математичним очікуванням, наближені значення яких наведені в таблиці 4.5, будемо довірчі інтервали, в яких з ймовірністю 99,73% знаходяться всі значення досліджуваних випадкових величин виду $\bar{E} - 3S < E < \bar{E} + 3S$.

У цьому випадку для ситала-32 – $14,38 < E < 17,62$; полікора – $33,09 < E < 44,71$. Модулі пружності пластин, відповідно, для ситала-32 – $E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм².

4.2 Визначення границі міцності ситалу и полікору

4.2.1 Методика випробувань. Для визначення границі міцності використовувалися пластини розміром $60 \times 50 \times 1$, тобто натурні заготовки плат, надані замовником.

Випробування проводилися за схемою поперечного згину (див. рис. 4.3) на машині МИП-100-2 (рис. 4.4), має точність вимірювання величини навантаження 2%. Непаралельність між опорами і ножем усувалася шляхом установки прокладок під пристосування для опор і ця непаралельність становила не більше 0,01 мм на всю ширину пластини.

З огляду на викладене можна оцінити точність вимірюваної величини в 5–10 %.

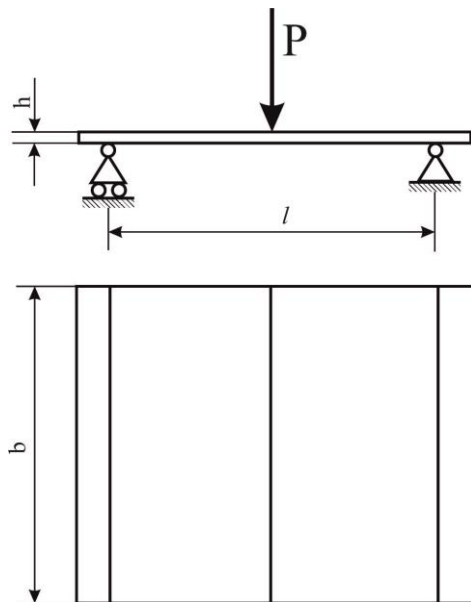


Рис. 4.3 - Схема навантаження пластини і нанесення ліній розмітки

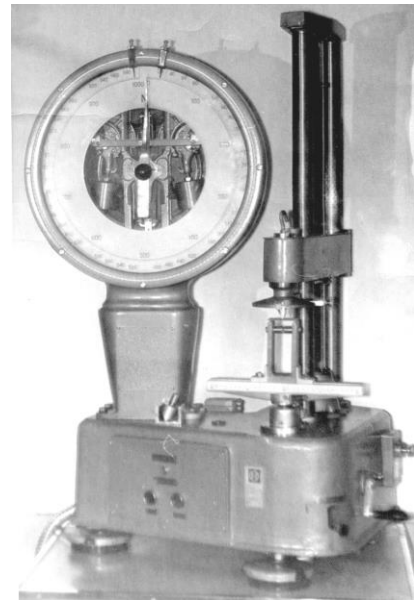


Рис. 4.4 - Машина МІП100-2 з пристосуванням для визначення границі міцності

Границя міцності σ_U визначали за формулою: $\sigma_U = 3Pl_{раз} / \nu h^2$, де σ_U – границя міцності при згині; P – зусилля руйнування; $l_{раз}$ – відстань від опори до лінії руйнування; ν – ширина пластини; h – товщина пластини.

Порядок проведення експерименту був наступний.

На пластину м'яким олівцем наносили лінії прикладання навантаження (див. рис. 4.3). Пластину встановлювали на опори пристосування, поєднуючи нанесені лінії з опорами і лезами ножа. Здійснювали навантаження зі швидкістю 0,2–0,3 кгс/с до руйнування пластини. Фіксували величину руйнівного навантаження і вимірювали відстань лінії руйнування від найближчої опори. Обробляли отримані результати.

4.2.2 Результати випробувань. Результати випробувань з визначення границі міцності для пластин ситала-32 полікора представлені у таблицях 4.6 і 4.7.

Таблиця 4.6 - Результати випробувань з визначення границі міцності для пластин ситала-32

Умовне позначення матеріалу пластини		Товщина пластини b , мм	Руйнівне зусилля P , кгс	Відстань від опори до місця руйнування $l_{раз}$, мм	Границя міцності σ_U , кгс/мм ²
I		2	3	4	5
I-I	13	0,995	6,2	25	930
I-I	30	0,99	7,8	25	1170
I-I	17	0,99	9,0	24	1270
I-I	28	0,97	7,1	25	1080
I-2	16	0,995	7,3	21	900
I-2	17	0,998	7,4	24	1060
I-2	21	0,979	8,8	19	1000
I-2	22	0,998	7,8	24	1060
II-I	19	1,000	8,2	23	1130
II-I	13	1,000	8,4	18	950
II-I	09	1,025	9,2	25	1380
II-2	06	1,022	7,8	18	840
II-2	11	1,013	8,6	24	1240
II-2	17	1,000	8,8	21	1110
II-2	16	1,000	9,4	25	1410
III-1	19	1,005	9,6	16	920
III-1	11	1,000	7,02	23	1090
III-1	18	1,008	9,2	25	1380
III-1	19	1,008	7,6	17	770
III-2	13	1,005	8,6	23	1190
III-2	10	1,000	8,0	20	960
III-2	20	1,000	8,02	25	1230
III-2	13	1,000	10,0	22,5	1350

Таблиця 4.7 - Результати випробувань з визначення границі міцності для пластин полікора

Умовне позначення матеріалу пластини	Руйнівальне зусилля Р, кгс	Відстань від опори до місця руйнування $l_{раз}$, мм	Границя міцності σ_U , кгс/мм ²
I-I	11,6	255	1740
I-I	9,0	25	1350
I-I	11,2	23	1550
I-2	12,4	23	1600
I-2	13,2	23,5	1860
I-3	10,4	23,5	1460
I-3	10,8	25	1620
I-3	11,2	25	1680
II-1	10,4	24	1500
II-1	11,0	24	1580
II-2	11,6	24	1670
II-2	12,4	23	1610
II-2	13,6	25	2040
II-3	14,2	23	1960
II-3	12,0	24	1730
II-3	12,2	25	1830
III-1	12,0	24,5	1760
III-1	10,2	24	1470
III-1	9,4	25	1410
III-2	11,4	25	1710
III-2	11,8	24	1700
III-2	10,8	25	1620
III-3	12,0	24,5	1760
III-3	10,0	23	1380
III-3	10,6	23	1460

4.2.3 Статична обробка даних експерименту. Оскільки границя міцності може приймати довільні значення в інтервалах числової осі, їх можна прийняти за випадкові величини, що мають певні функції розподілу. Оскільки всі випробування проводилися практично в однакових умовах, можна припустити, що значення границі міцності мають нормальний закон розподілу. Однак остаточний висновок про це слід робити з певною надійністю базуючись на кінцевих вибірках їх значень, представлених у табл. 4.8 і 4.9.

Чисельним методом оцінювання, чи належить дана вибірка генеральної сукупності з нормальним розподілом, є застосування критерію χ^2 Пірсона, що базується на порівнянні емпіричного розподілу вибірки, вираженого накопиченим рядом вимірювань, з передбачуваним теоретичним розподілом відповідної генеральної сукупності. Залежно від величини відхилення емпіричного розподілу від теоретичного висунута гіпотеза про нормальність приймається або відкидається. Для обчислення значень критерію заповнюються таблиці 4.8 і 4.9.

Таблиця 4.8 - Перевірка нормальності закону розподілу для значень границі міцності ситала-32

Границя інтервалу $Q_{m-1} - Q_m$	h_m	$\alpha = \frac{Q_m - \mu}{\sigma}$	$\Phi(\alpha_m)$	P_m	nP_m	$(h_m - nP_m)^2$	$\frac{(h_m - nP_m)^2}{nP_m}$
770–870	2	-1,32	0,093	0,013	2,13		
870–970	5	-0,79	0,215	0,122	2,81	9,13	0,017
970–1070	2	-0,26	0,397	0,1852	4,19		
1070–1170	4	0,26	0,603	0,206	4,74		
1170–1270	4	0,79	0,785	0,182	4,19		
1270–1370	2	1,32	0,907	0,122	2,81	13,1	0,774
1370–1470	4	1,84	0,967	0,060	1,38		

Таблиця 4.9 - Перевірка нормальності закону розподілу для значень межі міцності полікора

Границя інтервалу	h_m	$\alpha = \frac{Q_m - \mu}{\sigma}$	$\Phi(\alpha_m)$	P_m	nP_m	$(h_m - nP_m)^2$	$\frac{(h_m - nP_m)^2}{nP_m}$
$Q_{m-1} - Q_m$							
1350–1400	2	-1,37	0,085	0,085	2,125		
1400–1450	1	-1,09	0,138	0,53	1,325	5,3	0,49
1450–1500	3	-0,8	0,212	0,074	1,85		
1500–1550	1	-0,5	0,310	0,098	2,45		
1550–1600	2	-0,23	0,409	0,099	2,475	6,6	0,16
1600–1650	4	-0,06	0,476	0,067	1,675		0,024
1650–1700	2	0,343	0,633	0,157	3,925		
1700–1750	4	0,629	0,736	0,103	2,575		
1750–1800	2	0,919	0,821	0,085	2,125	6,5	0,25
1800–1850	1	1,2	0,885	0,064	1,6		
1850–1900	1	1,48	0,931	0,046	1,15		
1900–1950	0	1,77	0,962	0,031	0,775	6,35	0,123
1950–2000	1	2,06	0,980	0,018	0,45		0,019
2000–2050	1	2,343	0,990	0,010	0,25		

У перший стовпець цих таблиць вписуються границі k інтервалів $[Q_{m-1}, Q_m]$, на який розбитий мінімальний інтервал, що містить всі значення експериментів, в другій – кількість значень n_m параметрів, що належать цьому інтервалу. За значення μ і σ приймаються значення емпіричних математичного очікування: $\mu = \bar{\sigma}_U = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{U_i}$ і середньоквадратичного

відхилення $\sigma = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\sigma}_U - \sigma_{U_i})^2}$, де n – кількість реалізацій вибірки. Для

розглянутого випадку значення характеристик вибірок наведені в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 - Значення емпіричних характеристик вибірок для границі міцності ситала-32 і полікора

Матеріал	Емпіричне математичне сподівання σ_U , кгс/мм ²	Середнє квадратичне відхилення S	Обсяг вибірки n
Ситал-32	1120	190	23
Полікор	1640	175	25

На основі цих значень визначаються $\alpha = \frac{1}{\sigma}(Q_m - \mu)$, записуються в стовпчик 3 таблиці, за якими з таблиць нормального розподілу знаходяться ймовірності P_m m -го інтервалу (стовпець 5). Після заповнення стовпчика 5, отримання наступних стовпців 6–9 є очевидним.

Варто відмітити, що якщо $nP_m < 5$, то значення стовпця 6 підсумовується до тих пір, поки не буде вірним зворотня нерівність. При цьому підсумовуються і відповідні значення стовпця 1, що означає об'єднання відповідних інтервалів розбиття. Тому значення стовпців 7-8 обчислюються вже для об'єднаних інтервалів розбиття. Сума всіх значень стовпця 8 дозволяє обчислити величину критерію: $\chi^2 = \sum_{m=1}^k \frac{1}{nP_m}(h_m - nP_m)^2$, який порівнюється з критичним значенням $\chi_{\alpha, k-1}$, що визначається за таблицею для обраної ймовірності помилки α і числа ступенів свободи $k-1$.

Якщо $\chi^2 \leq \chi_{\alpha, k-1}$ то гіпотеза про нормальність розподілу приймається. В іншому випадку вона відхиляється. У нашому випадку для ситала-32 $k = 2$, для полікора $k = 4$. Аналіз матеріалів таблиць показує, що з ймовірністю правильності виведення рівного 0,99 можна вважати, що досліджувані границі міцності підпорядковуються нормального закону розподілу.

Припускаючи, що істинні значення вимірюваних нормально розподілених величин збігаються з їх математичним очікуванням, наближені значення яких приведені в табл. 4.10, будемо довірчі інтервали, в яких з ймовірністю 99,73 % знаходяться всі значення досліджуваних випадкових величин виду $\bar{\sigma}_U - 3S < \sigma_U < \bar{\sigma}_U + 3S$.

В даному прикладі для ситала-32: $55 < \sigma_U < 169$; для полікора $110 < \sigma_U < 218$.

Аналіз матеріалів, що містяться в таблицях 4.8 і 4.9 і результати статистичної обробки свідчать про надзвичайно великий розкид значень σ_U для пластин з ситалу (більше 300 %) і дещо нижчий для полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень. Такий розкид не можна пояснити впливом похибок вимірювання і він пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених пластин з ситалу і полікора. Причина цієї нестабільності може ховатись у внутрішніх вадах матеріалу або наявності мікротріщин при його розрізуванні на пластини, а також в початковій кривизні пластин. Через це приблизно половина пластин з ситалу зруйнувалась не за місцем дії максимального згинального моменту, тобто під точкою прикладання сили, а на деякій відстані від неї, де напруження падало до 64% від максимального.

В цілому слід підкреслити значний вплив технології виробництва і обробки більшою мірою для ситалу і в меншій мірі для полікора на їх міцність.

4.3 Визначення модуля пружності кераміки

4.3.1 Методика визначення модуля пружності і оцінювання точності вимірювання. Матеріали типу кераміки, що володіють таким істотним недоліком, як надзвичайно висока крихкість, мають разом з тим низку дуже цінних властивостей: високу опірність стисненню і жорсткість,

низьку питому щільність, радіопрозорість, високу стійкість проти дії агресивних середовищ. Наукове обґрунтування раціонального використання кераміки як конструкційного матеріалу для виготовлення деталей РЕА можливо тільки на базі досліджень питань міцності, в тому числі випробувань матеріалів для отримання їх механічних характеристик.

При використанні деталей з кераміки в з'єднаннях з іншими матеріалами через різницю в фізико-механічних характеристиках виникають температурні напруження. Навіть при теоретично однакових значеннях температурних коефіцієнтів лінійного розширення велике значення має розкид фізико-механічних характеристик з'єднувальних матеріалів. З іншого боку ці ж механічні характеристики можуть залежати і від технології виробництва деталей, їх розмірів, старіння, стану поверхні тощо. Тому доцільно визначати механічні характеристики на зразках, близьких до натурних деталей РЕА. Для визначення механічних характеристик замовник представив зразки розміром $30 \times 5,2 \times 2,2$ мм.

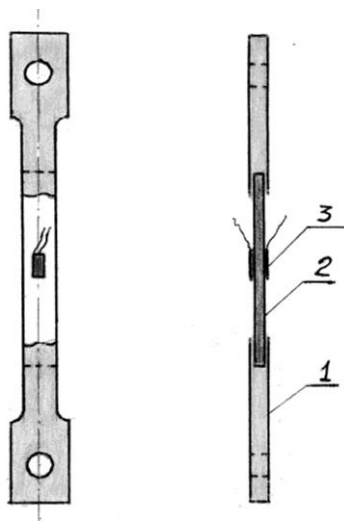


Рис. 4.5 – Зразок для випробувань:

- 1 – компаунд;
- 2 – зразок;
- 3 – датчик опору
(тензорезистор)

Для закріплення зразків у випробувальній машині останні з двох сторін були залиті компаундом і в цілому випробувальний зразок набув форму, показану на рис. 4.5.

Спроби визначити на представлених замовником зразках границю міцності і коефіцієнт Пуассона були неуспішними, оскільки наступало руйнування компаунда, а не кераміки. До того ж при значеннях розтягувальних зусиль і деформацій, при яких відбувалося руйнування кераміки, похибка вимірювання коефіцієнта Пуассона ставала співвимірною з вимірювальною величиною. Тому в даному підрозділі були розроблені і описані методика і пристосування для

визначення тільки модуля пружності кераміки на зразках, виготовлених замовником, і наведені результати цих випробувань.

Визначення модуля пружності крихких матеріалів, зокрема кераміки, при розтягуванні проводиться вкрай рідко, тому що через крихкість кераміки навіть мала неспіввісність в прикладанні навантаження веде до вигину зразка і це негативно впливає на достовірність отриманих результатів.

Відомо, що напруження σ є пропорційним відносному видовженню $\sigma = E \cdot \varepsilon$, де E – модуль пружності.

Напруження визначається за формулою: $\sigma = P / F$, де P – навантаження, яке діє на зразок; F – площа поперечного перерізу зразка.

Відносне видовження ε визначається за допомогою датчиків опору за формулою $\varepsilon = \Delta R / SR$, де R – опір датчика; ΔR – зміна опору при прикладанні навантаження; S – коефіцієнт чутливості датчика. Тоді $E = \frac{P}{F\varepsilon}$.

Зазвичай випробування для визначення модуля пружності проводяться на спеціально виготовлених зразках, поверхня яких шліфується, розміри витримані з досить високою точністю, непаралельність між гранями зведена до мінімуму, щоб уникнути вигину зразка. Крім цього площа поперечного перерізу є досить великою і за формою близькою до квадрату зі стороною понад 4,5 мм. Це дозволяло проводити випробування зразків на стиск і розтяг при несоосності в кілька десятих міліметра. Треба було провести випробування на зразках з кераміки з розміром поперечного перерізу 5,2×2,2 мм, склеєної з компаундом (див. рис. 4.5). З'єднання компаунда з керамічним зразком створює деяку непаралельність між площинами зразка і компаунда, що викличе згин при прикладанні сили, що розтягує.

Для зменшення впливу згину і виключення несоосності в прикладеному навантаженні була запропонована наступна схема навантаження. У компаунді, строго по осі симетрії зразка, просвердлили два отвори діаметром 5 мм. У них продівалися кільця з дроту, які потім вішалися

на гачки випробувальної машини (рис. 4.6). Кільця виконували роль шарнірів.

Таким чином, істотно усувалася несоосність в прикладанні навантаження. Щоб виключити вплив згину при вимірах на протилежні сторони зразка наклеювали два однакових тензодатчика. Якщо зразок при прикладанні розтягувального навантаження піддається одночасно згину і розтягуванню, то відносне подовження датчиків $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ складається з відносного видовження від вигину ε_{32} і відносного видовження від розтягування $\varepsilon_{розт}$ і $\varepsilon_1 = \varepsilon_{32}^{розт} + \varepsilon_{розт}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_{32}^{см} + \varepsilon_{розт}$, але відомо, що $\varepsilon_{32}^{розт} = -\varepsilon_{32}^{см}$, відповідно $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2\varepsilon_{розт}$ або $\varepsilon_{расм} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{SR_2}$, але $\varepsilon_1 = \frac{\Delta R_1}{SR_1}$, а $\varepsilon_2 = \frac{\Delta R_2}{SR_2}$, оскільки датчики мають практично однаковий опір R і чутливість S можна відносне видовження визначати за формулою $\varepsilon_{расм} = \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{2SR}$. Тому датчики опору вмикались у діагональ вимірювального моста приладу послідовно і знімалися показання $\Delta R_1 - \Delta R_2$.

Визначення модуля пружності проводилося на машині МП10-1 (див. Рис. 4.6), що дає точність вимірювання 5 г сили, що при навантаженні 6 кгс викликало похибку в 0,08 %.

Вимірювання опору датчиків проводилося за мостовою схемою з точністю до 0,001 Ом. Опір під час випробувань змінювалося в межах 0,015–0,026 Ом, отже, похибка становила 4–7 %. Максимальна похибка тензодатчика опору 5П-0,5-100 Б-23 за паспортом склала 6 %.

З огляду на викладене, можна оцінити похибку вимірювання величини в (10–13) %.

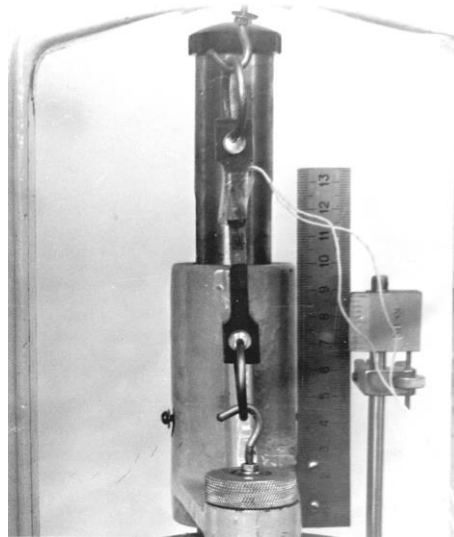


Рис. 4.6 - Машина МІП10–1 зі зразком для визначення модуля пружності

Порядок проведення експерименту:

1. На осі симетрії зразка в компаундних пластинах просвердлювали два отвори діаметром 5 мм.
2. На протилежні сторони зразка наклеювали датчики опору.
3. Зразок встановлювали в випробувальну машину МІП10-1.
4. Прикладали попереднє навантаження в 1,5 кгс і вимірювали опір датчиків.
5. Збільшували навантаження на 6 кгс і вимірювали опір датчиків.
6. Потім зменшували навантаження на 6 кгс і вимірювали опір датчиків.

Пункти 5 і 6 повторювали кілька разів для уточнення отриманої величини зміни опору.

4.3.2 Результати випробувань. Результати випробувань з визначення модуля пружності 1-го роду для кераміки представлені в таблиці 4.11.

Таблиця 4.11 - Результати випробувань з визначення модуля пружності 1-го роду для кераміки

Номер партії	Опір датчиків R , Ом	Зміна опору ΔR , Ом	Відносне видовження, $E \times 10^{-6}$, о.е.д.	Модуль пружності E , кгс/мм ²
1	200,211	0,019	45,0	1,16
1	200,403	0,015	35,5	1,48
1	200,303	0,018	45,0	1,16
2	199,889	0,0205	48,3	1,086
2	200,037	0,016	38,0	1,38
2	199,985	0,020	47,4	1,11
3	199,814	0,22	52,1	1,00
3	199,010	0,21	49,8	1,05
3	199,535	0,020	47,4	1,11
3	199,456	0,019	45,0	1,16
4	199,010	0,022	52,1	1,00
4	199,923	0,0235	55,9	0,938
4	200,378	0,021	49,8	1,05
4	200,018	0,022	52,1	1,00
5	200,123	0,019	45,0	1,16
5	199,167	0,019	45,0	1,16
5	200,059	0,024	56,9	0,92
5	200,113	0,021	49,8	1,05
6	200,066	0,018	42,6	1,23
6	200,075	0,018	42,6	1,23
6	200,088	0,017	40,3	1,30
6	200,132	0,019	45,0	1,16
9	199,111	0,026	61,6	0,85
9	199,154	0,021	49,8	1,05
9	200,093	0,020	47,4	1,11
9	200,064	0,022	52,1	1,00

4.3.3 Статистична обробка даних експерименту. Оскільки модулі пружності можуть набувати довільні значення в деяких інтервалах числової осі, їх можна прийняти за випадкові величини, що мають певні функції розподілу. Оскільки всі випробування проводилися практично в однакових умовах, можна припустити, що значення модулів пружності мають нормальний закон розподілу. Однак остаточний висновок про це слід робити з певною надійністю на основі наявних кінцевих вибірок їх значень, представлених в таблиці 4.11.

Чисельним методом оцінювання, чи належить дана вибірка до генеральної сукупності з нормальним розподілом, є застосування критерію X^2 Пірсона, що базується на порівнянні емпіричного розподілу вибірки, вираженого накопиченими частотами згрупованого ряду вимірювань, з передбачуваним теоретичним розподілом відповідної генеральної сукупності. Залежно від величини відхилення емпіричного розподілу від теоретичного висунута гіпотеза про нормальність приймається або відкидається.

Для обчислення значень критерію заповнюється таблиця 4.11.

У перший стовпець цієї таблиці вписуються границя k інтервалів $[Q_{m-1}, Q_m]$, на які розбитий мінімальний інтервал, що містить всі значення наявної вибірки, у другій - кількість значень h_m параметрів, що належать цьому інтервалу.

Як значення μ і σ приймаються значення емпіричного математичних очікування: $\mu = \bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i$ і середнього квадратичного відхилення:

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{E} - E_i)^2}, \text{ де } n - \text{кількість реалізацій вибірки.}$$

Для розглянутого випадку значення цих характеристик вибірок наведені в табл. 4.11.

На основі цих значень визначаються $\alpha = \frac{1}{\sigma}(Q_m - \mu)$, записуються в стовпець 2 таблиці, за якими з таблиці нормального розподілу знаходяться ймовірності інтервалу (стовпець 5). Після заповнення стовпчика 5, отримання наступних стовпців 6-9 є очевидним. Слід зауважити, що якщо $nP_m < 5$, то значення стовпця 6 підсумовуються до тих пір, поки не буде вірною зворотна нерівність. При цьому підсумовуються і відповідні значення стовпця 1, що означає об'єднання відповідних інтервалів розбиття. Тому значення стовпців 7-8 обчислюються вже для об'єднаних інтервалів розбиття. Сума всіх значенні стовпця 8 дозволяє обчислити величину критерію:

$$\chi^2 = \sum_{m=1}^k \frac{1}{nP_m} (h_m - nP_m)^2, \text{ який порівнюється з критичним значенням } \chi_\alpha, k=1,$$

що визначається за таблицею для обраної ймовірності помилки α і числа степенів вільності $k-1$. Якщо $\chi^2 \leq \chi_\alpha^2, k=1$ то гіпотеза про нормальність розподілу приймається. В іншому випадку вона відхиляється. У нашому випадку $k = 3$.

Аналіз матеріалів таблиці показує, що з імовірністю правильності виведення, що дорівнює 0,99 можна вважати, що досліджувані модулі пружності підкоряються нормальному закону розподілу. Припускаючи, що дійсні значення вимірюваних нормально розподілених величин збігаються з їх математичним очікуванням, наближені значення яких наведені в таблиці 4.11, будемо довірчі інтервали, в яких з ймовірністю 99,73% знаходяться всі значення досліджуваних випадкових величин виду: $\bar{E} - 3S < E < \bar{E} + 3S$. В нашому випадку: $0,71 < E < 1,53$.

Аналіз матеріалів, що містяться в таблиці 4.11 і результати статистичної обробки свідчать про великий розкид значень модуля пружності E (майже 200% від їх мінімальних значень). Такий розкид не можна віднести за рахунок похибок вимірювання і він пояснюється нестабільністю міцності властивостей досліджених зразків кераміки.

Таблиця 4.11 - Перевірка нормальності закону розподілу для значень модуля пружності кераміки резисторів

Границя інтервалу $Q_m - Q_{m-1}$	h_m	$d_m = \frac{Q_m - \mu}{\sigma}$	$\hat{O}(\alpha_m)$	P_m	nP_m	$h_m - nP_m$	$(h_m - nP_m)$	$\frac{(h_m - nP_m)^2}{nP_m}$
0,8–0,9	1	-1,629	0,064	0,064	1,671			
0,9–1,0	2	-0,888	0,186	0,122	3,182	11,45	0,2025	0,0177
1,0–1,1	8	-1,148	0,440	0,253	6,596	0,45		
1,1–1,2	9	0,592	0,722	0,282	7,332	1,6680	2,7822	0,3795
1,2–1,3	3	1,333	0,908	0,185	4,830	7,1526		
1,3–1,4	2	2,074	0,980	0,072	1,887	1,11526	1,3285	0,1857
1,4–1,5	1	2,814	0,997	0,016	0,434			

Причина цієї нестабільності може бути пов'язана з технологією виробництва керамічних зразків: з внутрішніми вадами матеріалу або наявністю мікротріщин при його різанні на пластини тощо.

Отже, з довірчою ймовірністю 99,73% модуль пружності, виготовлених з кераміки зразків дорівнює $E = (0,71 - 1,53) \cdot 10^6$ кг/см².

4.4 ВИСНОВКИ

У розділі представлені методика проведення і результати випробувань, згідно яких експериментально встановлено, що

- границя міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, має надзвичайно великий розкид значень σ_U для пластин з ситалу (більше 300 %) і полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень;

- модулі пружності пластин, відповідно, для ситала–32 складають $E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм²;

- модуль пружності кераміки резисторів має значний розкид значень (майже 200% від їх мінімальних значень), що пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених зразків кераміки.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано представляти результати вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан), що дало змогу точніше описати розподіл параметрів, що виникли у елементах однієї вибірки під дією різних домінуючих факторів.

2. Вперше розроблено метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів, апроксимуючи емпіричну щільність імовірностей сумішшю унімодальних законів розподілу імовірностей, з наступною її декомпозицією і статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші.

3. Вперше розроблено метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та науково-обґрунтований вибір кроку побудови гістограм багатомодальних розподілів.

4. Вперше розроблено метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності імовірностей, що дає можливість одержати більш точні значення вимірних параметрів з гарантованою надійністю.

5. Розроблено методику оцінювання впливу різних конструкторсько-технологічних факторів (наприклад, операцій зачистки, формування, лудіння тощо) на міцність кераміки резисторів та порівняння впливу на міцність різних модифікацій ЕРЕ або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-виготовлювача, марки ЕРЕ або компаунда тощо). Експериментально встановлено, що заготовки резисторів є істотно міцнішими за виготовлені з них резистори.

6. Обґрунтовано, що у процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних плівок, напресовування ковпачків, підгонка опору тощо і це призводить до зниження

зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ. Правильна оцінка впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга.

7. Експериментально з використанням розроблених методів статистичної обробки встановлено, що:

- границя міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, має надзвичайно великий розкид значень σ_U для пластин з ситалу (більше 300 %) і полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень;

- модулі пружності пластин, відповідно, для ситала-32 – $E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм²;

- модуль пружності кераміки резисторів має значний розкид значень (майже 200% від їх мінімальних значень), що пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених зразків кераміки.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Кофанов Ю.Н., Ройзман В.П. Методы системного анализа вибрационной прочности изделий / Монография - Москва: изд. Радио и связь, 2007, 178 с.
2. Механика в электронике. Монография: [в 3 т.] Т. 2 : Динамическая прочность / Ройзман В. П. - Хмельницкий : ХНУ – 2015. - 313 с.
3. Лопухин В.А. Обеспечение точности электронной аппаратуры: Конструкторско-технологические методы. Л.: Машиностроение. Ленинградское отд-ие, 1980. - 269 с.
4. Гусев В.П. и др. Расчет электрических допусков радиоэлектронной аппаратуры / Под ред. В.П. Гусева и А.В. Фомина. М.: Сов. Радио, 1963. 367с.
5. Горошко А.В. Стан проблеми забезпечення якісного проектування структурно-складних технічних виробів та технологічних процесів їх виготовлення / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. - 2012. №5. - С. 59-68.
6. Горошко А.В., Ройзман В.П. Про задачу обробки статистичних матеріалів, що не підкоряються одномодальним законам розподілу. Современные достижения в науке и образовании : сб. тр. VII междунар. Науч. Конф., посвящ. 50-летию Хмельниц. Нац. Ун-та, 25 авг.-1 сент.2012 г., г. Опатия (Хорватия). - Хмельницкий : ХНУ; ФОП Сторожук О.В.-2012.-107 с. (укр., рус., англ.). ISBN 966-96180-35-43. С. 58-66.
7. Орлов А. И. Прикладная статистика : учебник. М. : Экзамен, 2004. 656 с.
8. Owen A. Empirical likelihood ratio confidence regions // The annals of statistics. 1990. Vol. 15, No. 1. P. 90–120.
9. Горошко А.В. Статистична обробка результатів вимірювань з полімодальною щільністю розподілу / А.В. Горошко, В.В. Пирожок // Вісник Хмельницького національного університету. - 2020. №6. - С. 34-40

10. Плескунин В.И., Воронина Е.Д. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте / Под. ред. Башарина А.В., Л.: Изд-во ЛГУ, 1979. - 232с.
11. Бережной, В. П. Выявление причин отказов РЭА / В. П. Бережной, Л. Г. Дубицкий. – М. : Радио и связь, 1983. – 364 с.
12. Писарев, В. Система испытаний – основа обеспечения надежности РЭА / В. Писарев, М. Критенко, В. Постнов // Электроника – НТБ. – 2002. – № 5. – С. 24–27.
13. О некоторых проблемах надежно-ориентированного проектирования бортовых РЭС / С. И. Фролов, Н. В. Горячев, Г. В. Таньков, И. И. Кочегаров, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 2 (18). – С. 3–8.
14. Новицкий П. Ф., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л. : Энергоатомиздат, 1985. - 248 с.
15. Казачков В. С. и др. Электрические измерения и способы обработки результатов наблюдения: Учебное пособие / В. С. Казачков, А. А. Кузнецов, С. И. Петров, В. Т. Черемисин // Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск. - 2002. - 130 с.
16. Бородачев Н.А. Основные вопросы теории точности производства. М.: Изд-во АН СССР, 1950. - 416 с.
17. Райнкше К. Модели надежности и чувствительности систем: Пер. с нем. М.: Мир, 1979. - 452 с.
18. Иыуду К.А. Оптимизация устройств автоматики по критерию надежности / К.А. Иыуду. М.: Л. Энергия, 1966. - 194 с.
19. Ройзман В. П., Горошко А. В. Метод ідентифікації параметрів моделей складних технічних систем // Вібрації в техніці та технологіях. № 3 (79). 2015. - С. 44–49.

20. Зайцев Г. Н., Любомудров С. А., Федюкин В. К. Нормирование точности геометрических параметров машин : учеб. пособ. для студ. высш. учеб. заведений / под ред. В. К. Федюкина. М. : Академия, 2008. 368 с.
21. Горошко А. В. Уточнения метода обработки статистических данных / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Сер. : Військові та технічні науки .[гол. ред. Олексієнко Б. М.]. – Хмельницький : Видавництво НАДПСУ, 2014. – № 1(61). С. 304–313.
22. Апраужева Н. Н., Сорокин С. В. Об унимодальности простейшей гауссовой смеси // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44, № 5. С. 838–846.
23. Ветров Д. П., Кропотов Д. А., Осокин А. А. Автоматическое определение количества компонент в EM-алгоритме восстановления смеси нормальных распределений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50, № 4. С. 770–783.
24. Горшенин А. К. Асимптотические свойства статистических процедур анализа смесей вероятностных распределений : автореф. дис. на соиск. наук. степени канд. физ.-мат. наук : 01.01.05. М., 2011. 22 с.
25. Колчев А. А., Недопекин А. Е. Об одной модели смеси распределений вероятностей в радиотехнических измерениях // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 3. С. 563–568.
26. Справочник по прикладной статистике. В 2 т. Т. 2 / пер. с англ. ; под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, С. А. Айвазяна, Ю. Н. Тюрина. М. : Финансы и статистика, 1990. 526 с.
27. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для втузов. – 2-е изд., стер.-М.: Высш шк., 2000.- 480с.: ил.
28. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества / Р. Шторм. – М. : Мир. 1970. – 378 с.

29. Методика расчета надежности изделий с учетом постепенных отказов / Гос.ком.стандартов Сов.Мин.СССР. М.: 1976. 33с.
30. Захарова Т.Н. К вопросу о статистической природе усталостной повреждаемости сталей и сплавов // Проблемы прочности. 1974, №4.
31. Королев В.Ю. Вероятностно-статистический анализ хаотических процессов с помощью смешанных гауссовых моделей. Декомпозиция волатильности финансовых индексов и турбулентной плазмы. – М.: ИПИ РАН, 2007. – 363 с.
32. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
33. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. – М. : Наука, 1973. – Т. I. – 631 с.
34. Горошко А. В., Ройзман В. П. Об одном параметрическом методе обработки экспериментальных данных // Современные достижения в науке и образовании : сб. тр. VIII междунар. науч.-метод. конф. (г. Париж (Франция), 28 апреля – 5 мая 2013 г.). Хмельницкий : ХНУ, 2013. С. 42–45.
35. Королев В. Ю. EM-алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений. Теоретический обзор. М. : изд-во ИПИ РАН, 2007. 102 с.
36. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности : справ. изд. / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин ; под ред. С. А. Айвазяна. М. : Финансы и статистика, 1989. 607 с.
37. Агеев М. И. Библиотека алгоритмов : справ. пособие / М. И. Агеев, В. П. Амек, Ю. И. Марков. – М. : Сов. радио. 1978. – 128 с.
38. ОСТ 4ГО.029.003. Материалы полимерные для герметизации изделий электронной аппаратуры. Основные свойства и применение. – 1980.
39. ОСТП 028.006–74. Компаунды эпоксидные, разрешенные к применению в изделиях электронной техники. – 1980.
40. Кан К. Н. Оценка работоспособности полимерных компаундов / К. Н. Кан. – Л. : ЛДНТП. – 18 с.

41. Кан К. Н. Герметизация изделий полимерными материалами / К. Н. Кан, А. Ф. Ни-колаевич, Л. Д. Гинзбург. – Л. : Химия, 1976. – 78 с.
42. Фридман Е. И. Герметизация радиоэлектронной аппаратуры / Е. И. Фридман. – М. : Энергия, 1978. – 360 с.
13. Герметизация полимерными материалами в радиоэлектронике / Б. М. Тареев, Л. В. Яманова, В. А. Волков, Н. Н. Ивлиев. – М. : Энергия, 1974. – 302 с.
43. Худсон Д. Статистика для физиков / Д. Худсон. – М. : Мир, 1967. – 242 с.
44. Машиностроительные материалы : справочник. – М. : Машиностроение, 1980.
45. Исаханов Г. В. Прочность армированных пластиков и ситаллов / Г. В. Исаханов, А. Е. Журавлев. – М. : Машиностроение, 1981.
46. Писаренко Г. С. Конструкционная прочность стекол и ситаллов / Г. С. Писаренко. – К. : Наукова думка, 1979.

ДОДАТКИ

Додаток А. Презентаційні матеріали за результатами виконання дипломної роботи

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра телекомунікацій і радіотехніки



Застосування методів матстатистики для оцінювання міцності виробів РЕА

ДИПЛОМНА РОБОТА

Галузь знань 17 Електроніка та телекомунікації
Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка

Виконав: ст. гр. ТРМ-2 Пирожок В.В.
Керівник: канд. техн. наук, доц. Карпова Л.В.

Загальна проблема, на вирішення якої спрямовано дослідження - проблема статистичної обробки результатів вимірювань для підвищення ефективності оцінювання параметрів елементів РЕА

Метою дослідження є підвищення міцності надійності РЕА за рахунок розробки і удосконалення методів статистичної обробки емпіричних даних вимірювань параметрів РЕА

Об'єкт дослідження – механічна надійність керамічних резисторів та елементів, виготовлених за технологією склоспаю.

Предмет дослідження — методи обробки результатів вимірювань параметрів міцності елементів РЕА, що базуються на методах математичної прикладної статистики.

Актуальність теми досліджень

Поліомодальність реальних емпіричних даних про параметри і характеристики



Рис. 1 – Гістограма розподілу руйнівальних зусиль кераміки резисторів ОМЛГ

$$F(x) = \sum_{i=1}^k P(H_i) F_i(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i F_i(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \mu_i, \sigma_i), \quad x \in \mathbb{R}$$



Рис. 2 - Резистори C2-23-0,062

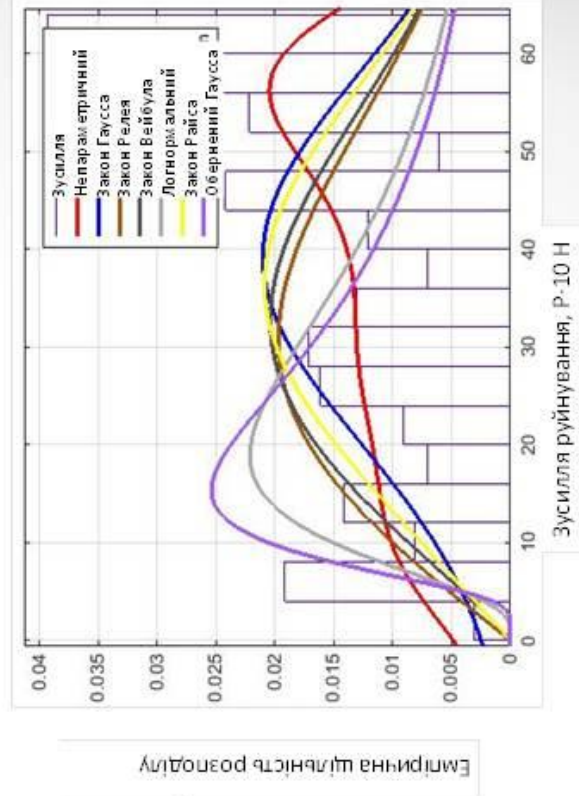


Рис. 3 - Апроксимація щільності розподілу унімодальними розподілами

Задачі дослідження:

Проведений у розділі огляд методів статистичної обробки результатів вимірювань електричних і міцнісних параметрів елементів РЕА дав змогу сформулювати нерозв'язані задачі, розв'язання яких дасть можливість підвищити надійність елементів електронної техніки:

1. Проаналізувати сучасний стан існуючих методів статистичної обробки експериментальних даних вимірних значень параметрів і характеристик елементів РЕА та виявити невирішені задачі.
2. Обґрунтувати представлення результатів вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан).
3. Розробити метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів з наступним статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші.
4. Розробити метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та обґрунтувати вибір кроку побудови гістограм полімодальних розподілів.
5. Розробити метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності ймовірностей.
6. Проаналізувати та оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів на міцність кераміки резисторів різних модифікацій ЕРЕ та компаунда.
7. Дослідити причини зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ, для керамічних компаундованих РЕА.
8. Експериментально встановити реальні значення характеристик міцності ситау і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, та кераміки резисторів.

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ ОБРОБКИ СТАТИСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ, ЯКІ МАЮТЬ БАГАТОМАДАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ

$f(N, a_1, a_2, \dots, a_n; S_1, S_2, \dots, S_n; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{S_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N - a_i)^2}{2S_i^2} \right\}$,
 лінійна комбінація функцій
 щільності ймовірностей Гауса

$$\sum_{i=1}^n \rho_i = 1, j = 1, 2, \dots, 3n - 1.$$

Знаходження описаних параметрів можна здійснити способом найменших квадратів

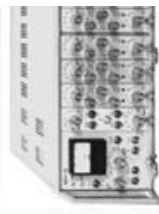
$$G = \sum_{i=1}^{3n-1} \left[q(N_i) - \sum_{j=1}^n \frac{\rho_j}{S_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_i - a_j)^2}{2S_j^2} \right\} \right]^2,$$

Метод моментів

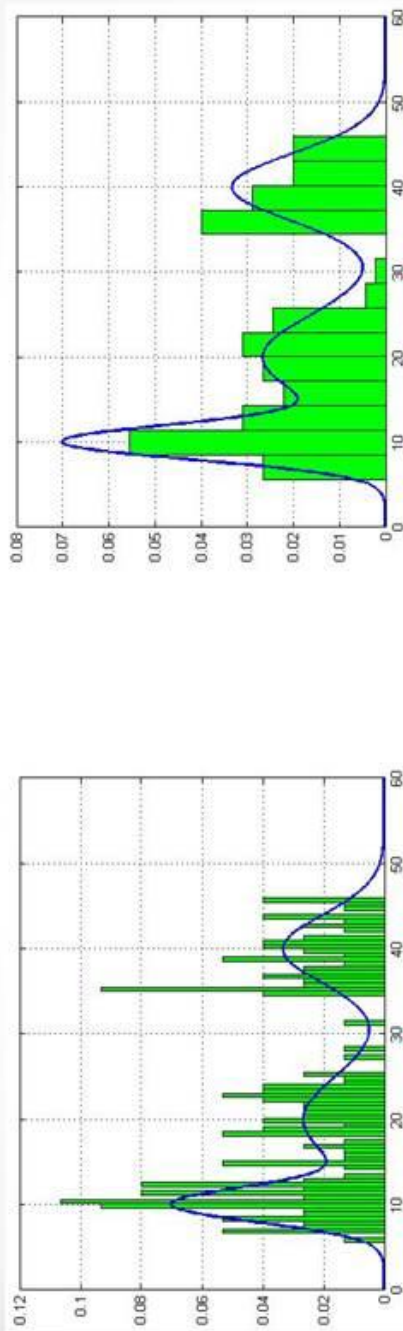
$$\alpha_k = \sum_{i=1}^n \rho_i \alpha_{ki} \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n N_j^k, \quad k=1, 2, \dots, 3n-1, \quad \alpha_{ki} = \frac{1}{S_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (N - a_i)^k \exp \left\{ -\frac{(N - a_i)^2}{2S_i^2} \right\} dN.$$

Уточнення цих оцінок слід здійснювати, мінімізуючи функцію максимальної правдоподібності:

$$J = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_j}{S_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_i - a_j)^2}{2S_j^2} \right\},$$

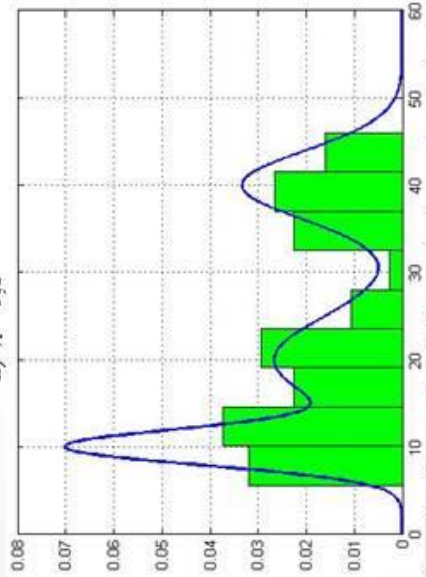


ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ ОБРОБКИ СТАТИСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ, ЯКІ МАЮТЬ БАГАТОМАДАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ



б) $h=3$

а) $h=0,5$



в) $h=5$

Рис. 1 - Функція ЩР суміші гаусіан і гістограми розподілу емпіричних даних з різними кроками

Запропоновано метод побудови гістограм

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ ПРО ХАРАКТЕРИСТИКИ МІЦНОСТІ ДЕЯКИХ МАТЕРІАЛІВ І ЕЛЕМЕНТІВ РЕА

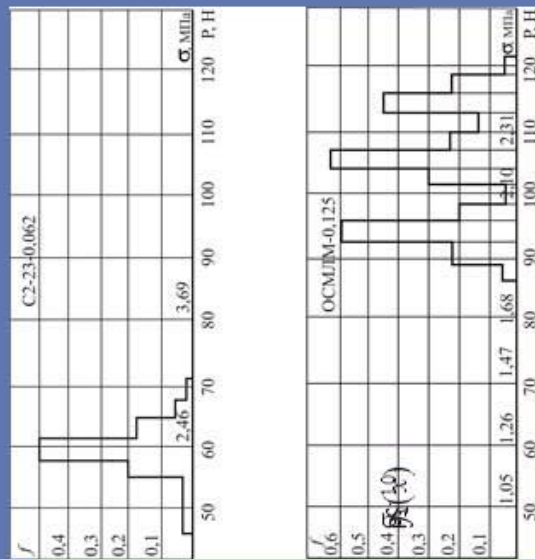


Рис. 1 – Гістограми зусиль, що руйнують кераміку резисторів С2-23-0,062 і ОСМЛМ-0,125 при статичному згині

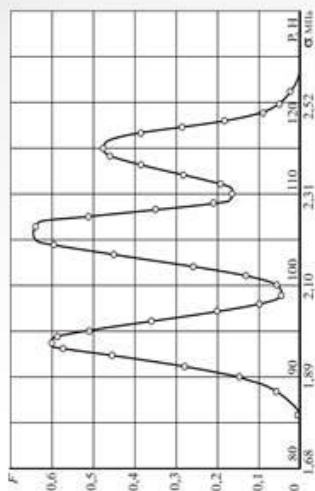


Рис. 3.4 – Апроксимувальна функція

Таблиця 1 - Порівняння міцності кераміки резисторів ОСМЛМ-0,125 і С2-23-0,062

МПа	18,3	19,6	21,5	22,1	23,4	24,0	25,3	20,9
	8	4	3	6	1	5	1	0
	0,06	0,6	0,33	0,67	0,16	0,46	0,06	0,06
	7		3		7	7	7	7
a ₁ Н	a ₂ Н	a ₃ Н	S ₁ Н ²	S ₂ Н ²	S ₃ Н ²			
19,68	22,0	24,0	22	23	24	24	0,33	0,39
	9	7					0,28	

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ ПРО ХАРАКТЕРИСТИКИ МІЩНОСТІ ДЕЯКИХ МАТЕРІАЛІВ І ЕЛЕМЕНТІВ РЕА

Таблиця 1 - Порівняння міцності кераміки заготовок і резисторів ОМЛТ-0,125-470 КОМ

Об'єкт дослідження	Характеристика вибірки		
	\bar{x} , Н	S , Н ²	T
Резистори	60	82	20,00
Заготовки	88	16	2,63

Таблиця 2 - Коефіцієнт зниження міцності резисторів

Тип резистора	Коефіцієнт
ОМЛТ-0,125-130	0,94-0,97
ОМЛТ-0,125-470	0,68-0,71
ОМЛТ-0,125-1,2	0,62-0,63
ОСМЛМ-0,125-130	0,96-0,98
ОСМЛМ-0,125-470	0,72-0,75
ОСМЛМ-0,125-1,2	0,70-0,73
С2-23-062-130	0,94-0,96
С2-23-062-470	0,59-0,62
С2-23-062-1,2	0,60-0,62

ВИЗНАЧЕННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИТАЛА, ПОЛІКОРА ТА КЕРАМІКИ

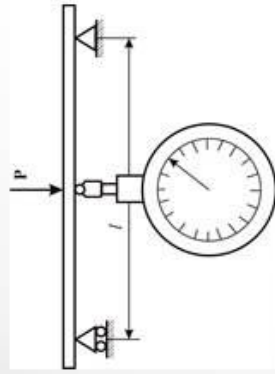


Рис. 1 - Схема навантаження і вимірювання прогину пластини

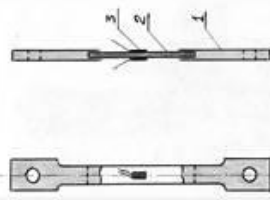


Рис. 4 – Зразок для випробувань:
1 – компаунд;
2 – зразок;
3 – датчик опору (тензорезистор)

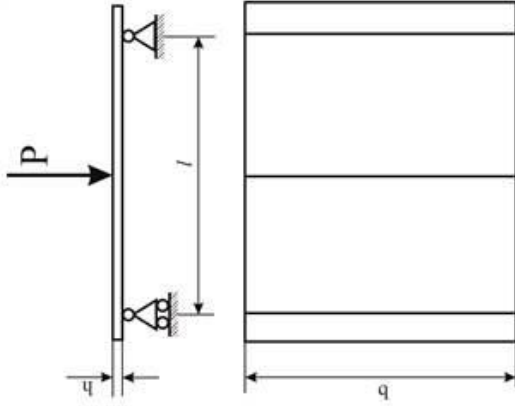


Рис. 2 - Схема навантаження пластини і нанесення ліній розмітки

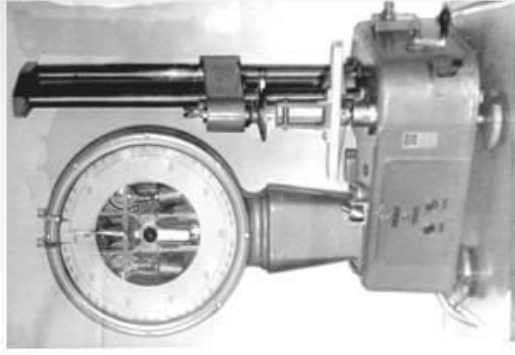


Рис. 3 - Машина МП100-2 з пристосуванням для визначення границі міцності

Надзвичайно великий розкид значень для пластин з ситалу (більше 300 %) і дещо нижчий для полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень. Такий розкид не можна пояснити впливом похибок вимірювання і він пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених пластин з ситалу і полікора. Причина цієї нестабільності може ховатись у внутрішніх вадах матеріалу або наявності мікротріщин при його розрізуванні на пластини, а також в початковій кривизні пластин. Через це приблизно половина пластин з ситалу зруйнувалась не за місцем дії максимального згинального моменту, тобто під точкою прикладання сили, а на деякій відстані від неї, де напруження падало до 64% від максимального.

Наукова новизна отриманих результатів

1. Вперше розроблено метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів, який полягає у апроксимації емпіричної щільності імовірностей сумішшю унімодальних законів розподілу імовірностей, з наступною її декомпозицією і статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші, що дало змогу підвищити точність і ефективність визначення механічних характеристик виробів РЕА.
2. Вперше розроблено метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та науково-обґрунтований вибір кроку побудови гістограм полімодальних розподілів, що дало можливість одержувати точніші значення шуканих параметрів з гарантованою надійністю і використовувати їх при проектуванні елементів РЕА.
3. Удосконалено метод призначення допустимих значень вимірних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності імовірностей, що дає можливість одержати більш точні значення вимірних параметрів з гарантованою надійністю.

Практичне значення отриманих результатів

1. Представлення результатів вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів дало змогу точніше описати розподіл параметрів, що виникли у елементах однієї вибірки під дією різних домінуючих факторів.
2. Результати досліджень дали можливість оцінити вплив різних конструкторсько-технологічних факторів, таких як операції зачистки, формування, лудіння тощо, на міцність кераміки резисторів та порівняти вплив на міцність різних модифікацій EPE або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-вироблювача, марки EPE або компаунда тощо). Експериментально встановлено, що заготовки резисторів є істотно міцнішими за виготовлені з них резистори.
3. Обґрунтовано, що у процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних півок, напрусування ковчків, підгонка опору тощо і це призводить до зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ. Правильна оцінка впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга.
4. Експериментально з використанням розроблених методів статистичної обробки встановлено, що:

- границя міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві PEA, має надзвичайно великий розкид значень для пластин з ситалу (більше 300 %) і полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень;
- модулі пружності пластин, відповідно, для ситала $-E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм²;
- модуль пружності кераміки резисторів має значний розкид значень (майже 200% від їх мінімальних значень), що пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених зразків кераміки.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано представляти результати вимірювань значень параметрів і характеристик електронних елементів у вигляді суміші нормальних розподілів (гаусіан), що дало змогу точніше описати розподіл параметрів, що виникли у елементах однієї вибірки під дією різних домінуючих факторів.
2. Вперше розроблено метод декомпозиції сумішешей імовірнісних розподілів, апроксимуючи емпіричну щільність імовірностей сумішешю унімодальних законів розподілу імовірностей, з наступною її декомпозицією і статистичним оцінюванням параметрів компонентів суміші.
3. Вперше розроблено метод побудови діаграм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних та науково-обґрунтований вибір кроку побудови гістограм багатомодальних розподілів.
4. Вперше розроблено метод призначення допустимих значень виміряних параметрів з певною надійністю при довільних (зокрема полімодальних) розподілах щільності імовірностей, що дає можливість одержати більш точні значення виміряних параметрів з гарантованою надійністю.
5. Розроблено методику оцінювання впливу різних конструкторсько-технологічних факторів (наприклад, операції зачистки, формування, лудіння тощо) на міцність кераміки резисторів та порівняння впливу на міцність різних модифікацій ЕРЕ або компаунда (наприклад, в залежності від заводу-виготовлювача, марки ЕРЕ або компаунда тощо). Експериментально встановлено, що заготовки резисторів є істотно міцнішими за виготовлені з них резистори.

ВИСНОВКИ (продовження)

6. Обґрунтовано, що у процесі виготовлення резисторів керамічні основи піддаються впливу різних механічних і температурних навантажень при проведенні таких операцій, як нанесення резистивних півок, надресовування ковпачків, підгонка опору тощо і це призводить до зниження зусиль, що руйнують кераміку резисторів, в порівнянні з аналогічними зусиллями, які руйнують заготовки керамічних основ. Правильна оцінка впливу цих навантажень на міцність резисторів дає можливість знайти найбільш слабкі ланки технологічного ланцюга.

7. Експериментально з використанням розроблених методів статистичної обробки встановлено, що:

- границя міцності ситалу і полікору, які застосовуються у виробництві РЕА, має надзвичайно великий розкид значень для пластин з ситалу (більше 300 %) і полікора (майже 200%) від їх мінімальних значень;
- модуль пружності пластин, відповідно, для ситала–32 $E = (14,38...17,62) \cdot 10^3$ кгс/мм²; полікора – $E = (33,09...44,71) \cdot 10^3$ кгс/мм²
- модуль пружності кераміки резисторів має значний розкид значень (майже 200% від їх мінімальних значень), що пояснюється нестабільністю міцнісних властивостей досліджених зразків кераміки.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

Додаток Б. Матеріали апробації наукових результатів отриманих у дипломній роботі

УДК 519.25

КАРПОВА Л.В.
ГОРОШКО А. В.
ПИРОЖОК В. В.,

Хмельницький національний університет

Статистична обробка результатів вимірювань характеристик міцності керамічних резисторів з полімодальною щільністю розподілу

Анотація. В статті представлені результати досліджень щодо підвищення міцності герметичних мікромодулів, направлених на виявлення причин розкиду значень характеристик міцності керамічних резисторів, виготовлених різними виробниками. Для статистичної обробки результатів вимірювань міцнісних характеристик резисторів запропоновано метод обробки полімодальних сумішей щільності розподілу ймовірностей.

Ключові слова: статистична обробка, щільність розподілу, суміш розподілів, закон Гаусса

KARPOVA L.V.,
GOROSHKO A. V.,
PYROZHOK V.V.
Khmelnytskyi National University

STATISTICAL PROCESSING OF MEASUREMENT RESULTS STRENGTH CHARACTERISTICS OF CERAMIC RESISTORS WITH POLYMODAL PROBABILITY DISTRIBUTION

Abstract. The article presents the results of studies on increasing the strength of sealed micromodules aimed at identifying the causes of the spread in the strength characteristics of ceramic resistors manufactured by various manufacturers. For statistical processing of the results of measuring the strength characteristics of resistors, a method for processing polymodal mixtures of the probability distribution is proposed. The method consists in representing the mixture in the form of a superposition of Gaussian laws, followed by the decomposition of the mixture. Proposed effective methods of decomposition. The method was applied to determine the strength characteristics of resistors manufactured by three different factories. It has been substantiated that the features of production significantly affect the spread of values in the characteristics. The method has been tested and shown to be satisfactory. The developed method of statistical processing is more versatile than the existing parametric methods. In the case when empirical data formed under the influence of several dominant reasons are subject to assessment, and it is impossible to identify these reasons and divide the sample into corresponding subsamples, the method is more accurate than the existing ones.

Keywords: statistical processing, distribution density, mixture of distributions, Gauss's law

Постановка проблеми. Значна частина радіоелектронної апаратури (РЕА) експлуатується в умовах зміни атмосферного тиску, температури, вологості, вібраційного навантаження та інших дестабілізуючих факторів. Елементи такої РЕА піддаються статичному і динамічному механічному навантаженню. За різними даними близько 40% таких радіоелементів виходять з ладу з причини механічних поломок [1]. На відміну від галузі машинобудування, у приладобудуванні для деяких конструкцій елементів РЕА відсутні норми міцності та загалом приділяється недостатня увага до забезпечення міцності конструкцій. Однією з причин такого стану речей є застосування у виробництві РЕА нових матеріалів з недостатньо вивченими фізико-механічними характеристиками. Через об'єктивні і суб'єктивні причини виміряні на реальному об'єкті параметри, які характеризують якість роботи радіоелектронної системи, міцнісні характеристики матеріалів елементів РЕА, властивості матеріалів тощо, як правило, мають розкид значень, тобто можуть набувати довільних значень у деяких числових інтервалах. Дослідження показують, що розкид значень таких характеристик може складати сотні відсотків, що часто і не дає можливість забезпечити задану міцність конструкцій елементів РЕА [2-6].

Однією з актуальних задач на шляху вирішення проблеми підвищення надійності РЕА є розробка і удосконалення експериментальних методів випробувань РЕА, зокрема методів статистичної обробки результатів вимірювань. Маючи дані про реалізацію цих випадкових величин, можна з певною точністю оцінити їх істинні значення, наприклад методом довірчих інтервалів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Через об'єктивні і суб'єктивні причини виміряні на реальному об'єкті параметри, які характеризують якість роботи радіоелектронної системи, міцнісні характеристики матеріалів елементів РЕА, властивості матеріалів тощо, як правило, мають розкид значень, тобто можуть набувати довільних значень у деяких числових інтервалах [7-9]. Це дає можливість приймати їх за випадкові величини, підпорядковані деяким законам розподілу. Маючи дані про реалізацію цих випадкових величин, можна з певною точністю оцінити їх істинні значення, наприклад методом довірчих інтервалів. Крім призначення допустимих параметрів з заданою достовірністю, проблему дослідження законів розподілу доводиться вирішувати при ідентифікації електромагнітних сигналів [10], розробці нормативної документації, контролі якості продукції РЕА, що випускається [11], прогнозуванні ресурсу РЕА і в низці інших

задач забезпечення надійності РЕА, де значення контрольованих величин визначають, випробовуючи дослідні зразки з наступною обробкою експериментальних матеріалів методами математичної статистики [12].

Застосування багатьма дослідниками параметричних статистичних гіпотез (нормального, логарифмічно нормального, експоненціального закону, закону Вейбулла, Гамма-розподілу тощо) виправдане їх достатньою вивченістю та можливістю отримання спроможних, незміщених і відносно високоефективних оцінок параметрів [7-9]. Однак вказані вище типові закони розподілу не мають необхідного різноманіття форм, тому їх застосування не дає необхідної загальності подання випадкових величин при дослідженні реальних систем РЕА. Якщо апроксимація на основі типових розподілів не дає бажаної точності статистичних оцінок, у нагоді може стати непараметричний підхід, описаний, наприклад, у роботах [12, 13]. Одним із недоліків непараметричних критеріїв є низька статистична потужність у порівнянні зі стандартними параметричними критеріями. Ріст статистичної потужності можливий лише з ростом об'єму вибірки.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Серед всіх задач статистичної оцінки параметрів можна виокремити клас задач, в якому оцінці підлягають емпіричні дані, сформовані під дією декількох домінуючих причин, причому виявити ці причини і розділити вибірку на відповідні до них підвибірки не видається можливим. Зокрема, такі задачі часто виникають на виробництві при статистичній оцінці параметрів деякої вибірки деталей, які потрапили на підприємство із різних партій. Щільність розподілу (ЩР) ймовірностей досліджуваних параметрів може бути полімодальною.

Під час проведення досліджень, спрямованих на підвищення міцнісної надійності і недопущення відмов мікромодулів (рис. 1) через механічних пошкоджень резисторів встановлено, що кількість відмов залежить від значень опорів застосовуваних резисторів, заводу-виготовлювача і стану обладнання, на якому виробляли і здійснювали підготовку резисторів (рис. 2) до монтажу. Гістограми розподілу зусиль, що руйнують кераміку резисторів, мали як одновершинний, так і багатoverшинний характер. Для статистичної обробки отриманих даних необхідно мати надійний і ефективний метод обробки даних з полімодальними законами розподілу. Авторами проведені дослідження з застосування такого методу для експериментального визначення міцності кераміки резисторів.

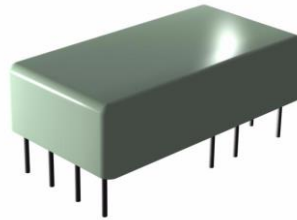
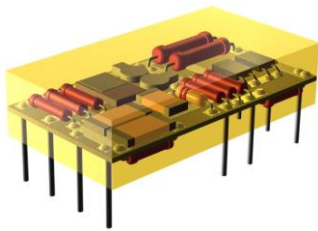


Рис. 1. Резистори, конденсатори та інші електрорадіоелементи у мікромодулі до і після герметизації

Рис. 2. Резистори С2-23-0,062

Результати досліджень. Математично полімодальні закони розподілу, які називають сумішами функцій розподілу, можна описати наступним чином [14]. Нехай у розподілі значень руйнівальної сили резисторів кількість умов виготовлення (технологічних ліній, заводів), які формують домінуючі причини появи підвибірок, дорівнює k , ймовірність того, резистор виготовлений у i -й умові дорівнює ρ_i ($i = \overline{1, k}$; $\sum_{i=1}^k \rho_i = 1$), значення сили є

випадковою величиною з ЩР $f_i(x, \mu_i, \sigma_i)$, $x \in \mathbb{R}$, де μ_i і σ_i – математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення i -ї підвибірки. Маємо випадкову величину X ; про умови дослід, в результаті якого вона набуває певне значення, можна утворити k взаємовиключних гіпотез: H_1, H_2, \dots, H_k . Ймовірності гіпотез відомі:

$$P(H_i) = \rho_i \quad \forall i = \overline{1, k}, \quad \sum_{i=1}^k \rho_i = 1.$$

Якщо має місце гіпотеза H_i , функція розподілу X дорівнює $F_i(x)$. Знайдемо повну («усереднену») функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X з врахуванням випадковості її закону розподілу.

За визначенням $F(x) = P\{X < x\}$. Знайдемо цю ймовірність за формулою повної ймовірності з гіпотезами H_1, H_2, \dots, H_k

$$F(x) = \sum_{i=1}^k P(H_i)F_i(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i F_i(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

де функції розподілу $F_i(x)$ – компоненти суміші; ρ_i – ваги відповідних компонент.

Дискретній суміші розподілів $F(x)$ відповідає дискретна ЩР

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \mu_i, \sigma_i), \quad x \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

При побудові статистичних моделей розподілу найважливішим етапом є декомпозиція (розщеплення) сумішей, оскільки структура отриманих при вибіркових спостереженнях даних, як правило, невідома. Це задача визначення кількості k , ваги ρ_i і вектора параметрів μ_i, σ_i кожної із підвбірок (партій, що змішуються) в загальній вибірці (змішаному розподілі) (1).

Суть запропонованого автором імовірнісного методу обробки експериментальних даних, що підпорядковані полімодальним законам розподілу, полягає у наступному:

- деякий параметр об'єкта розглядається як випадкова величина X ;
- кожна вибірка реалізацій може бути представлена у вигляді об'єднання k підвбірок;
- кожна підвбірка є вибіркою x_i із генеральної сукупності реалізацій випадкової величини з ЩР f_i з

вектором параметрів θ_i (компонент суміші), $i = \overline{1, k}$, $2 \leq k < \infty$.

Якщо імовірність того, що X набуває значення, яке належить x_i , дорівнює ρ_i , то для наступної обробки статистичних даних пропонується представляти і обробляти емпіричну ЩР у вигляді суперпозиції k функцій з ЩР f_i , в якій f_i – унімодальні, у вигляді

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \theta_i), \quad 2 \leq k < \infty, \quad x \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

де ρ_i – апіорна імовірність (ваговий коефіцієнт) i -ї компоненти суміші. В загальному випадку умова приналежності $\forall i, f_i(X, \theta_i)$ до однієї параметричної сім'ї не ставиться.

Розглянемо окремий випадок, для якого гістограму вдається апроксимувати лінійною комбінацією Гаусових функцій ЩР з ваговими коефіцієнтами ρ_i виду

$$f(x, \mu_i, \sigma_i, \rho_i) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} \rho_i \exp\left[-(x - \mu_i)^2 (2\sigma_i^2)^{-1}\right], \quad i = \overline{1, k}, \quad 2 \leq k < \infty. \quad (3)$$

Нехай у результаті експерименту одержана вибірка значень $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Для подальшої обробки результатів експерименту, перш за все, необхідно визначити невідомі параметри, застосувавши, наприклад, інтерполяцію на деякій точковій множині. Невідомі параметри необхідно шукати з умови збігу значень функції (3) у деяких точках (наприклад вершинах і западинах) зі значеннями апроксимувальної функції. Графік вказаної функції огинає плавною кривою побудовану гістограму. Ясно, що для однозначного визначення $3k$ невідомих параметрів кількість точок в множині повинна бути не менше, ніж $3k - 1$ (оскільки коефіцієнти ρ_i завжди пов'язані рівнянням $\sum_{i=1}^k \rho_i = 1$). Таким чином, для знаходження невідомих μ_i, σ_i і ρ_i необхідно скласти і розв'язати систему рівнянь виду

$$\begin{cases} F(x)_j = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, \mu_i, \sigma_i, \rho_i) dx = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} \rho_i \int_{-\infty}^x \exp\left[-(x_j - \mu_i)^2 (2\sigma_i^2)^{-1}\right] dx, \\ \sum_{i=1}^k \rho_i = 1, \quad j = 1, 2, \dots, 3k - 1. \end{cases}, \quad (4)$$

де μ_i, σ_i, ρ_i – сталі невідомі параметри розподілу i -ої підвбірки і її ваговий коефіцієнт.

Очевидно, що розв'язок системи (4) після підстановки у функцію (3) буде тим точніше наближати реальність, чим менші ділянки розбиття при побудові гістограми, тобто чим точнішою є гістограма і огинаюча її плавна крива.

Пошук описаних параметрів можна здійснити і методом найменших квадратів [14], записавши функцію (3) і пріврівнявши до нуля її частинні похідні по кожному з параметрів, де $g(x_j)$ – значення огинальної функції у вибраних точках, $n = 1, 2, \dots, n \geq 3k - 1$.

$$V = \sum_{j=1}^n \left[g(x_j) - (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} \rho_i \exp \left[-\frac{(x_j - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} \right] \right]^2.$$

При розв'язанні аналогічної задачі можна використовувати і метод моментів, але оскільки підрахунок емпіричних моментів високих порядків призводить до значних похибок, то такий спосіб пропонується застосовувати для попередніх оцінок шуканих величин. Уточнення цих оцінок слід здійснювати, максимізуючи функцію максимальної вірогідності [14]

$$W = \prod_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sigma_i^{-1} \rho_i \exp \left[-\frac{(x_j - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} \right],$$

пріврівнюючи до нуля її частинні похідні по шуканих параметрах.

Як правило, замість пошуку максимуму функції $W(\rho, \sigma, x)$ простіше шукати максимум її логарифму

$$\ln W = \sum_{j=1}^n \ln \left(\sum_{i=1}^k (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sigma_i^{-1} \rho_i \exp \left[-\frac{(x_j - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} \right] \right). \quad (5)$$

Запропонований метод декомпозиції сумішей імовірнісних розподілів можна застосовувати як окремо, так і разом із відомими методами, що підвищує точність і вірогідність знайдених оцінок.

Запропонований авторами метод декомпозиції сумішей базується на апроксимації функції ЩР ймовірностей функцією типу (3.11) за допомогою МНК або інтерполяції на деякій точковій множині. В той же час відомо, що емпіричні дані вибірки $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ можуть бути представлені лише варіаційним рядом, гістограмою або вибірковою (емпіричною) функцією розподілу ймовірностей

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n 1_{\{x_j < x\}}, \quad (6)$$

де $1_{\{A\}}$ – індикатор події A .

Для порівняння міцності кераміки резисторів, виготовлених на Полтавському і Одеському заводах, випробуванню на розтяг і згин піддавались по 100 резисторів, випадково вибраних з партій з однаковими номіналами, що найчастіше застосовуються у мікромодулях (56 Ом, 560 кОм, 2 МОм). Випробування проводили за методикою, описаною вище. Приклади гістограм зусиль, що руйнують кераміку резисторів, наведені на рис. 3. По осі абсцис відкладені величини зусиль, виміряні при випробуваннях, а по осі ординат - частота появи величин руйнівальних зусиль в i -му інтервалі значень цих зусиль.

Аналіз наведених гістограм показує, що вибірки значень підпорядковуються нормальним законам розподілу. Зведені характеристики вибірок наведені в таблиці 3.1. З надійністю $P=0,99$ критичним значенням коефіцієнта Ст'юдента для числа ступенів свободи $n=198$ є $T^* = 2,6$. Аналіз матеріалів, що містяться в таблиці 1, показує, що резистори всіх порівнюваних номінальних опорів, виготовлені на Одеському заводі, істотно міцніше аналогічних резисторів, виготовлених на Полтавському заводі.

В результаті аналізу відмов, викликаних руйнуванням керамічних основ резисторів було встановлено, що на кількість поломок впливає і номінальне значення опорів. Попередні якісні дослідження показали, що резистори з опором до 1 кОм не мають підгінних спіральних нарізку, в той час, як резистори опором до 1 МОм і більш мають, відповідно, одно- і двозаходну спіральну нарізку. Зазначені нарізки призводять до зменшення площі поперечного перерізу резистора і виникненню концентраторів напружень. При порівнянні для кожного типу резисторів для кожного заводу-виготовлювача були відібрані по сто резисторів кожного з найбільш поширених номіналів.

Спочатку порівнювалися резистори різних номіналів в діапазоні до 1 кОм, потім від 1 кОм до 1 МОм, потім вище 1 МОм, причому кожна з двох порівнюваних груп резисторів була виготовлена на одному і тому ж заводі і мала один і той же тип.

Розрахунки показали, що, незалежно від типу і заводу-виробника, в межах кожної із зазначених груп з надійністю $P=0,99$ міцність резисторів має несуттєву відмінність. Тому для порівняння далі були відібрані резистори типу ОМЛТ-0125, виготовлені на Одеському заводі, опором 47 Ом, 560 кОм, 2 МОм.

Порівняння руйнівальних зусиль при згині і розтягуванні для трьох зазначених груп показало, що резистори опором вище 1 кОм з надійністю $P=0,99$ несуттєво відрізняються по міцності, в той час як резистори до 1 кОм є істотно міцнішими. Порівняння міцності резисторів зазначених номіналів проведено на основі даних, наведених у табл. 2.

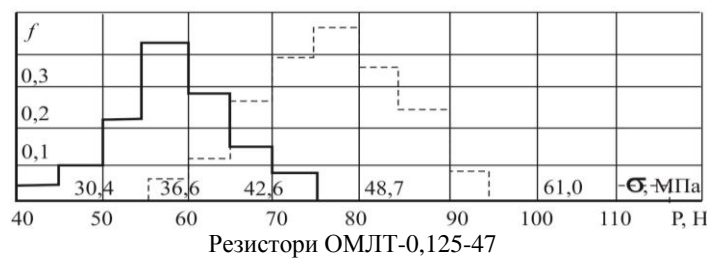
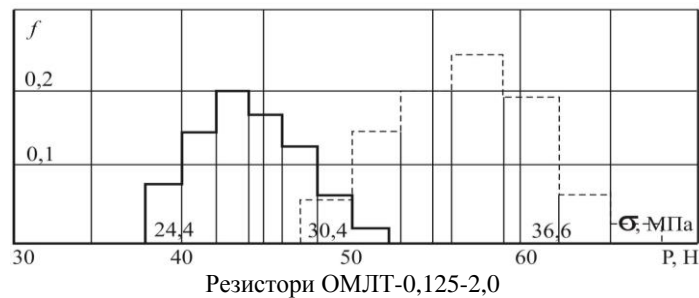
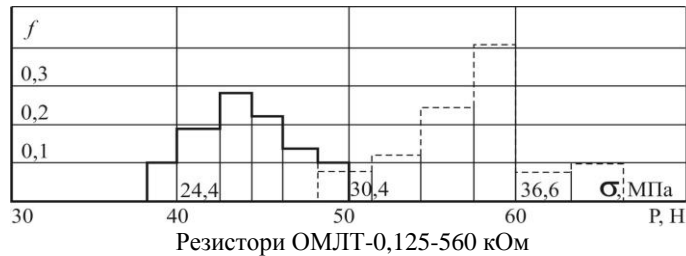


Рис. 3. Гістограми зусиль, що руйнують кераміку резисторів (виготовлені на Полтавському і Одеському заводах)

Деякі ЕРЕ, володіючи близькими за величиною розмірами і електричними характеристиками, мають різні механічні властивості. З метою з'ясування, наскільки істотною є ця відмінність для резисторів різних типів були відібрані по 50 резисторів опором 56 Ом кожного з типів, виготовлених на Одеському заводі, які піддавалися випробуванню на згин.

Обробка результатів експерименту показала, що найбільш міцними є резистори типу С2-23-0,062; найменш міцними – резистори типу ОМЛТ-0,125; резистори типу ОСМЛМ-0,125 є істотно менш міцними, ніж резистори типу С2-23-0,062 і істотно більш міцними, ніж резистори ОМЛТ-0,125. Характеристики кожної вибірки наведені в табл. 3. Значення T вибирали для ймовірності $P=0,99$. Число ступенів свободи при виборі T брали таким: у разі порівняння напружень, що підкоряються одномодальним законам - 98; у разі, коли один із законів є багатомодальним - сумі кількостей елементів, що утворюють підвибірки з мінімальним математичним очікуванням, без двох.

Приклад порівняння напружень, що виникають в кераміці при руйнуванні, наведено для резисторів типів ОСМЛМ-0,125 і С2-23-0,062. Гістограми, побудовані за результатами випробування на міцність при згині резисторів зазначених типів, наведені на рис. 4. Аналіз цих гістограм показує, що

отримані в вибірках значення руйнівних напружень для резисторів ОСМЛМ-0,125 мають тривершинну функцію щільності ймовірностей, а для резисторів С2-23-0,062 – нормальний закон розподілу. Відповідно до методики, викладеної у попередньому розділі, тривершинна гістограма апроксимується лінійною комбінацією трьох гауссових функцій щільності ймовірностей (рис. 5).

Для подальшої обробки результатів випробувань на основі наявної гістограми визначено дев'ять невідомих параметрів тримодального закону розподілу ($\mu_i, \sigma_i, \rho_i, i=1,2,3$) Для цього застосовано метод інтерполяції на восьмиточковій множині. Вузли інтерполяції, а також значення шуканої функції в цих вузлах наведені в таблиці 4. У результаті був записаний закон ЩР (3), що дало змогу точніше описати розподіл значень вимірних значень і врахувати їх при визначенні механічних характеристик резисторів.

Таблиця 1. Порівняння міцності кераміки резисторів, виготовлених на різних заводах

Завод	Опір і тип резистора												Вид випробування	
	ОМЛТ-0,125-47±5 %				ОМЛТ-0,125-560кОм±5 %				ОМЛТ-0,125-2,0кОм±5 %					
	Характеристики вибірок													
	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$\sigma \cdot 10^{-2}$, Н ²	T	T^*	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$\sigma \cdot 10^{-2}$, Н ²	T	T^*	$\bar{x} \cdot 10^{-1}$, Н	$\sigma \cdot 10^{-2}$, Н ²	T	T^*		
1	7,1	2,94	12,22	2,60	5,8	0,13	26,0	26,0	5,8	0,27	21,67	2,60	Згин	
2	4,9	0,33			4,5	0,09			4,5	0,12				
1	8,1	1,47	14,29	2,60	6,6	0,12	24,0	24,0	6,5	0,18	22,0	2,60		Розтяг
2	6,1	0,52			5,4	0,10			5,4	0,13				

Таблиця 2. Порівняння міцності кераміки резисторів різних опорів

Опір резистора	Характеристика вибірки			
	σ_s , МПа	σ^2 , МПа ²	T	T^*
ОМЛТ-0,125-47 Ом	149	1296	-	-
ОМЛТ-0,125-560 кОм	122	57,3	7,39	2,6
ОМЛТ-0,125-2,0 МОм	-	-	-	-

Таблиця 3. Порівняння граничних напружень, що виникають в кераміці резисторів різних типів

Тип резистора	Характеристика вибірки				
	σ_s , МПа	σ^2 , МПа ²	n	T	T^*
ОМЛТ-0,125	155	661,5	50	9,95	3,42
ОСМЛМ-0,125	197	22,05	33		
ОМЛТ-0,125	155	661,5	50	6,17	2,63
С2-23-0,062	246	61,7	50		
ОСМЛМ-0,125	197	22,05	33	45,88	3,42
С2-23-0,062	246	61,7	50		

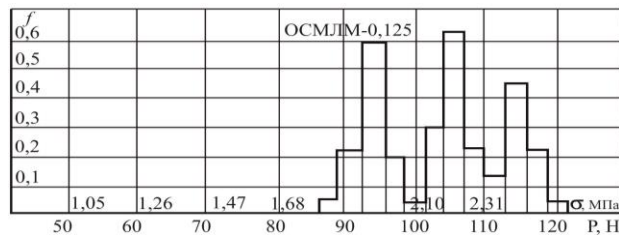
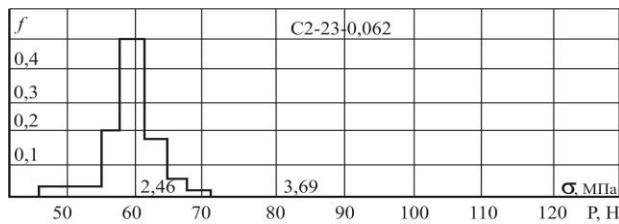


Рис. 4. Гістограми зусиль, що руйнують кераміку резисторів С2-23-0,062 і ОСМЛМ-0,125 при статичному згині

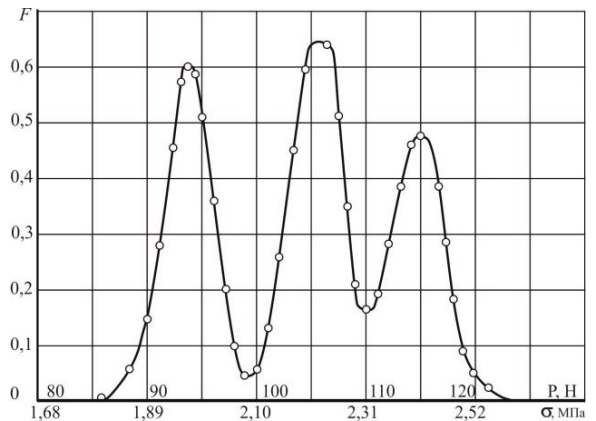


Рис. 5. Апроксимувальна функція

Таблиця 4. Порівняння міцності кераміки резисторів ОСМЛМ-0,125 і С2-23-0,062

$\sigma \cdot 10$, МПа	18,38	19,64	21,53	22,16	23,41	24,05	25,31	20,90
$f(x, \mu_i, \sigma_i, \rho_i)$	0,067	0,6	0,333	0,67	0,167	0,467	0,067	0,067
μ_1 Н	μ_2 Н	μ_3 Н	σ_1 Н ²	σ_2 Н ²	σ_3 Н ²	ρ_1	ρ_2	ρ_3
19,68	22,09	24,07	22	23	24	0,33	0,39	0,28

Застосування методу дало можливість експериментально визначити і порівняти характеристики міцності резисторів, виготовлених на різних заводах. Обґрунтовано, що значні відхилення у цих значеннях, очевидно є причиною недостатньої міцності конструкцій мікромодулів.

Література

1. Кофанов Ю.Н., Ройзман В.П. Методы системного анализа вибрационной прочности изделий / Монография - Москва: изд. Радио и связь, 2007, 178 с.
2. Механика в электронике. Монография: [в 3 т.] Т. 2 : Динамическая прочность / Ройзман В. П. - Хмельницкий : ХНУ – 2015. - 313 с.
3. Лопухин В.А. Обеспечение точности электронной аппаратуры: Конструкторско-технологические методы. Л.: Машиностроение. Ленинградское отд-ие, 1980. - 269 с.
4. Гусев В.П. и др. Расчет электрических допусков радиоэлектронной аппаратуры / Под ред. В.П. Гусева и А.В. Фомина. М.: Сов. Радио, 1963. 367с.
5. Горошко А.В. Стан проблеми забезпечення якісного проектування структурно-складних технічних виробів та технологічних процесів їх виготовлення / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. - 2012. №5. - С. 59-68.
6. Горошко А.В., Ройзман В.П. Про задачу обробки статистичних матеріалів, що не підкоряються одномодальним законам розподілу. Современные достижения в науке и образовании : сб. тр. VII междунар. Науч. Конф., посвящ. 50-летию Хмельниц. Нац. Ун-та, 25 авг.-1 сент.2012 г., г. Опатия (Хорватия). - Хмельницкий : ХНУ; ФОП Сторожук О.В.-2012.-107 с. (укр., рус., англ.). ISBN 966-96180-35-43. С. 58-66.
7. Бородачев Н.А. Основные вопросы теории точности производства. М.: Изд-во АН СССР, 1950. - 416 с.
8. Райнксхе К. Модели надежности и чувствительности систем: Пер. с нем. М.: Мир, 1979. - 452 с.
9. Иьуду К.А. Оптимизация устройств автоматики по критерию надежности / К.А. Иьуду. М.: Л. Энергия, 1966. - 194 с.
10. Ройзман В. П., Горошко А. В. Метод ідентифікації параметрів моделей складних технічних систем // Вібрації в техніці та технологіях. № 3 (79). 2015. - С. 44–49.
11. Зайцев Г. Н., Любомудров С. А., Федюкин В. К. Нормирование точности геометрических параметров машин : учеб. пособ. для студ. высш. учеб. заведений / под ред. В. К. Федюкина. М. : Академия, 2008. 368 с.
12. Орлов А. И. Прикладная статистика : учебник. М. : Экзамен, 2004. 656 с.
13. Owen A. Empirical likelihood ratio confidence regions // The annals of statistics. 1990. Vol. 15, No. 1. P. 90–120.
14. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учеб. пособие. – 2-е изд., стер. М. : Высшая школа, 2000. 480 с.

References

1. Kofanov YU.N., Royzman V.P. Metody sistemnogo analiza vibratsionnoy prochnosti izdeliy / Monografiya Moskva: izd. Radio i svyaz', 2007, 178 s.
2. Mekhanika v elektronike. Monografiya: [v 3 t.] T. 2 : Dinamicheskaya prochnost' / Royzman V. P. Khmel'nitskiy : KHNU – 2015. - 313 s.
3. Lopukhin V.A. Obespecheniye tochnosti elektronnoy apparatury: Konstruktorsko-tekhnologicheskiye metody. L.: Mashinostroyeniye. Leningradskoye otd-iyе, 1980. 269 s.
4. Gusev V.P. i dr. Raschet elektricheskikh dopuskov radioelektronnoy apparatury / Pod red. V.P. Guseva i A.V. Fomina. M.: Sov. Radio, 1963. 367s.
5. Goroshko A.V. Stan problemi zabezpechennya yakisnogo proyektuvannya strukturno-skladnikh tekhnichnikh virobiv ta tekhnologichnikh protsesiv ikh виготовлення / A.V. Goroshko, V.P. Royzman // Visnik KhNU. 2012. №5. S. 59-68.
6. Goroshko A.V., Royzman V.P. Pro zadachu obrobki statistichnikh materialiv, shcho ne pidkoryayut'sya odnomodal'nim zakonom rozpodilu. Sovremennyye dostizheniya v nauke i obrazovanii : sb. tr. VII mezhdunar. Nauch. Konf., posvyashch. 50-letiyu Khmel'nits. Nats. Un-tа, 25 avg.-1 sent.2012 g., g. Opatiya (Khorvatiya). - Khmel'nitskiy : KHNU; FOP Storozhuk O.V.-2012.-107 s.
7. Borodachev N.A. Osnovnyye voprosy teorii tochnosti proizvodstva. M.: Izd-vo AN SSSR, 1950. 416 s.
8. Raynkshe K. Modeli nadezhnosti i chuvstvitel'nosti sistem: Per. s nem. M.: Mir, 1979. 452 s.
9. Iyudu K.A. Optimizatsiya ustroystv avtomatiki po kriteriyu nadezhnosti / K.A. Iyudu. M.: L. Energiya, 1966. 194 s.
10. Royzman V. P., Goroshko A. V. Metod identifikatsii parametrov modeley skladnikh tekhnichnikh sistem // Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. № 3 (79). 2015. С. 44–49.
11. Zaytsev G. N., Lyubomudrov S. A., Fedyukin V. K. Normirovaniye tochnosti geometricheskikh parametrov mashin : ucheb. posob. dlya stud. vyssh. ucheb. zavedeniy / pod red. V. K. Fedyukina. M. : Akademiya, 2008. 368 s.
12. Orlov A. I. Prikladnaya statistika : uchebnik. M. : Ekzamen, 2004. 656 s.
13. Owen A. Empirical likelihood ratio confidence regions // The annals of statistics. 1990. Vol. 15, No. 1. P. 90–120.

Anti-Plagiarism v-15.257

Максимальное совпадение с одним документом 1.0%

Словари проверки: en_US, ru_RU, ua_UA. Ошибок в документах: 8%

ID: 81644 Название: Застосування методів магістики для оцінювання мішності виробів РЕА Добавлено в БД: 2020-11-30 Авторы: Пирожок Василь Васильович Руководители: Карпова Леся Вікторівна Консультанты: Опоненты: Маринюк Валерій Володимирович	Документ		Суммарное совпадение по Базе Данных	
	Символы	Лексемы	Символы	Лексемы
	106775	1452	2894 (3%)	44 (3%)

Источник плагиата

ID	Описание	Наличие плагиата в документе	
		Символы	Лексемы

РІШЕННЯ КАФЕДРИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ ТА РАДІОТЕХНІКИ

ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: Застосування методів матстатистики для оцінювання міцності виробів РЕА

Автор: Пирожок Василь Васильович

Спеціальність: 172 Телекомунікації та радіотехніка

Науковий керівник: к.т.н., доцент Карпова Леся Вікторівна

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом (далі – зазначаються підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту.	відповідає
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи (далі – зазначаються детальні та аргументовані підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої та електронної версії роботи	-
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	-
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	-
5	Інше:	-

Підтвердження: Виявлені запозичення не є плагіатом так як відносяться до термінологічних та загальнонавчаних типових фраз і складають 5,6%

«10» листопада 2020 р.

Науковий керівник



Карпова Л.В.

Завідувач кафедру ТР



Бойко Ю.М.

РЕЦЕНЗІЯ

на дипломну роботу ст. гр. ТРм-19-2 Пирожка В. В.
«ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТСТАТИСТИКИ
ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ МІЦНОСТІ ВИРОБІВ РЕА»,
представлену на здобуття другого освітнього рівня (магістра)
за спеціальністю 172 – Телекомунікації та радіотехніка

Дипломна робота повністю відповідає затвердженій темі та завданню. Проблема, на вирішення якої спрямована робота, є, безумовно, актуальною. Підтвердженням цього є численні наукові роботи закордонних і вітчизняних вчених щодо проблеми статистичної обробки вимірних даних. На сьогодні відома значна кількість одно-модальних параметричних розподілів (Вейбула, Гауса, нормальний, логнормальний, експоненціальний та ін.). Проте в дипломній роботі автор розв'язує задачу обробки даних, які краще за все описуються багатомодальними законами щільності імовірностей.

Робота носить науково-практичний характер. У першому розділі автор провів ґрунтовний аналіз проблеми статистичної обробки емпіричних даних, зазначив особливості статистичної обробки результатів вимірювань параметрів і характеристик РЕА, навів приклади полімодальності реальних емпіричних даних про параметри і характеристики РЕА, сформулював невирішені задачі майбутнього дослідження.

У другому розділі наведені результати теоретичного обґрунтування методу обробки статистичних матеріалів, які мають багатомодальний закон розподілу. Розроблено метод декомпозиції полімодальних сумішей імовірнісних розподілів, метод побудови гістограм при довільному розподілі ймовірностей емпіричних даних, обґрунтував метод призначення допустимих значень параметрів з певною надійністю.

Третій і четвертий розділи демонструють результати практичного застосування розроблених методів і методик для обробки матеріалів експериментальних вимірних значень параметрів матеріалів для виробництва елементів РЕА, підходів до порівняння міцності кераміки резисторів, визначення модуля пружності, визначення границі міцності ситала і полікора, визначення модуля пружності кераміки резисторів. Отримані результати показали задовільну ефективність розроблених методів.

Результати роботи можуть бути використані як при проектуванні елементів РЕА, так і при проведенні будь-яких вимірювань. Застосування розроблених методів і методик дасть змогу точніше визначати допустимі значення параметрів з певною надійністю, що підвищить точність виробництва РЕА. Результати роботи можуть бути використані у

навчальному процесі студентів галузі знань «Електроніка та телекомунікації» під час вивчення фахових дисциплін, що торкаються питань надійності, конструювання і технології виробництва РЕА.

Як недолік роботи можна назвати дещо мале охоплення полі модальних випадків при експериментах. Очевидно, що розглянуті підходи можуть застосовуватись частіше, в тому числі і для статистичної обробки емпіричних даних щодо електричних величин параметрів РЕА. Але наведене зауваження не знижує наукової новизни і практичної цінності роботи, а також загальної позитивної оцінки.

Загальне враження від дипломної роботи позитивне. Тема роботи у достатній мірі розкрита. Задачі дослідження виконані, а висновки відповідають пунктам задач. В цілому робота свідчить про достатній рівень загальнотеоретичної і практичної підготовки її автора. Вважаю, що робота відповідає всім вимогам, які ставляться до кваліфікаційних робіт другого освітнього рівня і вона заслуговує оцінки «добре».

Завідувач кафедри автоматизацій,
комп'ютерно-інтегрованих технологій і телекомунікацій
Хмельницького національного університету,
д.т.н., проф.



Мартинюк В.В.