

ДИПЛОМНА РОБОТА

Другий (Магістерський)

Освітній рівень

Галузь знань

17 Електроніка та телекомунікації

Шифр і назва спеціальності

Спеціальність

172 Телекомунікації та радіотехніка

Шифр і назва спеціальності

на тему «Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних
коливальних систем»

ДРТР. 2015045.02.04 ПЗ

Виконав: студент 2 курсу, група ТР_м-19-2


підпис

О.О. Слюсарчук

Ініціали, прізвище

Керівник: докт. техн. наук, доц.


підпис

С.К. Підченко

Ініціали, прізвище

До захисту допускаю:

Зав. кафедри: д-р техн. наук, доц.


підпис

С.К. Підченко

Ініціали, прізвище

16 12 2020 р.

Хмельницький національний університет

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем
 Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій та
 Освітній рівень другий (магістерський)
 Галузь знань 17 – Електроніка та телекомунікації
 Спеціальність 172 – Телекомунікації та радіотехніка
 Освітня-професійна програма Телекомунікації та радіотехніка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедрою _____

« 3 » _____ 09 _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ

Слюсарчук Олександр Олександрович

1 Тема роботи: *Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем*

керівник роботи Підченко Сергій Костянтинівич, д.т.н., доцент

Затверджено наказом по університету від «1» вересня 2020 р. № 118

2 Строк подання студентом роботи на кафедру: 25.11.2020 р.

3 Вихідні дані (характеристика об'єкта, умов дослідження та ін.)

Метою роботи дослідження динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи для підвищення стійкості та стабільності коливань, які генеруються.

Об'єкт дослідження – є динаміка багаточастотних автоколивальних кварцових систем.

Предмет дослідження – є метод усереднення в задачах аналізу багаточастотних кварцових автоколивальних систем.

4 Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити)

1 МЕТОДИ УСЕРЕДНЕННЯ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ БАГАТОЧАСТОТНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

2. МЕТОД ОБВІДНИХ В ТЕОРІЇ ГЕНЕРАТОРІВ КОЛИВАНЬ

3. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КВАРЦОВОЇ БАГАТОЧАСТОТНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

4. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВСТАНОВЛЕННЯ КОЛИВАНЬ В БККС

Завдання отримав _____

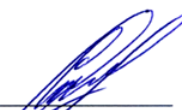
підпис

Науковий керівник _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів (розділів) дипломної роботи	Строк виконання етапів дипломної роботи	Примітка
1	Аналіз літературних джерел	10.09.2020 р.	виконано
2	Написання 1 розділу ДР	22.09.2020 р.	виконано
3	Визначення проблеми дослідження	29.09.2020 р.	виконано
4	Написання 2 розділу	20.10.2020 р.	виконано
5	Розробка моделі	27.10.2020 р.	виконано
6	Написання тез конференції	2.11.2020 р.	виконано
7	Написання 3 розділу ДР	7.11.2020 р.	виконано
8	Теоретичне та практичне моделювання	15.11.2020 р.	виконано
9	Написання 4 розділу	24.11.2020 р.	виконано
10	Оформлення пояснювальної записки до ДР	26.11.2020 р.	виконано
11	Оформлення презентаційних матеріалів	30.11.2020 р.	виконано

Студент


підпис

Слюсарчук О.О.

Ініціали, прізвище

Керівник роботи


підпис

Підченко С.К.

Ініціали, прізвище

ЗМІСТ

Вступ.....	6
1 МЕТОДИ УСЕРЕДНЕННЯ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ БАГАТОЧАСТОТНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ	10
1.1 Асимптотичне рішення і асимптотична формула	10
1.2. Одночастотний метод і системи з повільно змінними параметрами. ...	13
1.3 Математична модель багаточастотної коливальної системи як динамічного об'єкта	17
Висновки до першого розділу	23
2 МЕТОД ОБВІДНИХ В ТЕОРІЇ ГЕНЕРАТОРІВ КОЛИВАНЬ.....	24
2.1 Співвідношення між обвідними на вході та виході частотоселективного чотириполюсника	24
2.2. Одноконтурні автогенератори.....	27
2.3. Двоконтурні автогенератори	35
2.4. Дослідження двоконтурного генератора за умови кратності	39
частот 1:2	39
Висновки до другого розділу.....	44
3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КВАРЦОВОЇ БАГАТОЧАСТОТНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ	45
3.1. Побудова узагальненої структури багаточастотної	45
коливальної системи.....	45
3.2. Виведення скорочених амплітудно-фазових рівнянь БККС	48
2.3. Рівняння руху БККС за поліноміальної апроксимації прохідних характеристики активних елементів.....	54
Висновки до третього розділу	58
4 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВСТАНОВЛЕННЯ КОЛИВАНЬ В БККС	59
4.1. Розробка алгоритму чисельного інтегрування амплітудно-фазових рівнянь БККС	59

	5
4.2. Розробка програмного забезпечення для аналізу динаміки БКГ	65
4.3. Особливості процесу встановлення багаточастотного режиму коливань в БККС.....	68
Висновки до четвертого розділу	73
ВИСНОВКИ.....	74
Перелік посилань.....	76

ВСТУП

Одним з найважливіших питань теорії коливань є проблема дослідження нестационарних процесів в нелінійних коливальних системах (КС), які виникають за змін амплітуд, частот та інших параметрів КС. Розв'язання даної проблеми призводить до необхідності подолання труднощів розв'язання так званих сингулярно збурених задач, які описують поведінку КС. Основним методом, який дозволяє будувати рівномірно придатні в розглянутих областях параметрів рішення, є метод усереднення.

Спочатку ідея усереднення виникла в складних рівняннях небесної механіки. Праві частини таких рівнянь, що описують коливальні або обертальні рухи, замінялися «згладженими» усередненими функціями. Це дозволяло спростити рівняння і в ряді випадків точно їх проінтегрувати (Гаусс (1867), Фату (1931)).

У теорії нелінійних коливань, не називаючи це методом усереднення, М.В. Остроградський в 1835 році, вивчаючи коливання маятника з кубічного нелінійністю, отримував в першому наближенні рішення, що збігається з тим, яке виходить методом усереднення.

Ще раніше, в 1682 році Ісаак Ньютон знайшов формулу, яка визначає величину загасання малих коливань маятника при будь-якому законі опору середовища. Ця формула цілком збігається з першим наближенням, одержуваних за методом усереднення.

У 1930-і роки, роки швидкого розвитку радіотехніки і електротехніки, систематичним застосуванням методу усереднення займався голландець Ван дер Поль. Його заміна змінних, яка виділяє так звані повільні змінні, увійшла в класику теорії коливань з його ім'ям. Радіофізики і понині говорять про метод «повільно змінних амплітуд» [1].

На початковому етапі розвитку нелінійної механіки і радіофізики цей метод виявився дуже плідним, хоча доказом теорем і обґрунтуванням меж застосування не супроводжувався.

З середини 1930-х років починає закладатися строгий математичний фундамент асимптотичних методів в теорії нелінійних коливань. Різні варіанти методу усереднення часто називають методом Крилова-Боголюбова або методом Крилова-Боголюбова-Митропольського [1,2].

Настає час доведення теорем, з'ясування меж застосування оцінки точності наближених рішень, узагальнення методу на різні типи і класи задач.

Перші книги Н.М. Крилова і Н.Н. Боголюбова з нелінійної механіки з'явилися в 1934 і 1937 рр. До 1940-х років відноситься поява доказів фундаментальних теорем методу усереднення - I та II теореми Боголюбова для асимптотично великого і нескінченного проміжків часу.

Даючи результат для першого наближення, вони фактично обґрунтовують можливість застосування самого методу усереднення до досліджуваного класу задач.

Поступово розширювався коло завдань, досліджуваних методом усереднення. Це системи з повільною амплітудою і швидкою фазою. Це системи з декількома фазами, де неминуче виникнення резонансу. Це завдання з обертовими рухами. Це рівняння з запізнілим аргументом і т.д.

Далі - розвиток асимптотичних методів в теорії рівнянь з частинними похідними, де найважливішим класом задач є задачі гідродинаміки [1,2].

У 1960-і роки новим напрямком застосування асимптотичних методів виявляється нелінійна оптика. Фізики зазвичай називають усереднені рівняння укороченими (від ряду Фур'є періодичної функції, яка усереднюється, залишається нульова гармоніка).

Вивчення шаруватих і композитних середовищ проводиться також асимптотичними методами. Замість усереднення за часом використовується усереднення по координаті поперек шарів, по якій властивості середовища є періодичними [3-5].

Одним із перспективних напрямків застосувань метода усереднення є аналіз багаточастотних кварцових коливальних систем (БККС). Відомо, що

кварцовий резонатор (КР) є багаточастотним пристроєм. він має велику кількість можливих механічних деформацій (стиснення, кручення, зсуву, тощо), а також резонансів елементів кріплення та збудження на механічних обертонах. Багаточастотний підхід до зменшення впливу дестабілізуючих факторів передбачає застосування неосновних мод КР як інформаційних. Відомо, наприклад, що різні моди коливань кварцового резонатора мають різну чутливістю до змін температури. Обираючи моду КР, з найменшою залежністю частоти від температури в якості основної та моду КР з найбільш лінійною температурно-частотною характеристикою як інформаційну, можна комплексувати в одному корпусі кварцовий резонатор та сенсор температури. Перевагою даного сенсора є те, що він знаходиться безпосередньо в активній зоні, що мінімізує похибки визначення температурного стану КР. Даний підхід може бути використаний для компенсації інших дестабілізуючих впливів. Наприклад, тензочутлива мода може бути використана для зменшення нестабільності частоти за умов дії вібрації, прискорення тощо [6].

Мета роботи – дослідження динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи для підвищення стійкості та стабільності коливань, які генеруються.

Завдання, які вирішуються в роботі.

1. Проведення аналізу особливостей застосування методів усереднення для аналізу багаточастотних коливальних систем.
2. Розроблення чисельно-алгоритмічного забезпечення для аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем.
3. Дослідження тричастотного режиму встановлення коливань в кварцовій автоколивальній системі.

Об'єктом дослідження є динаміка багаточастотних автоколивальних кварцових систем.

Предметом дослідження є метод усереднення в задачах аналізу багаточастотних кварцових автоколивальних систем.

Наукова новизна роботи.

На основі метода усереднення удосконалена математична модель тричастотної кварцової коливальної системи, що дозволило виконати аналіз процесу встановлення багаточастотного режиму автоколивань.

Практична новизна роботи.

Розроблено алгоритмічно - програмне забезпечення в середовищі Matlab для аналізу динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи.

Структура і обсяг дипломної роботи. Дипломна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг роботи складає 72 сторінки комп'ютерного тексту.

1 МЕТОДИ УСЕРЕДНЕННЯ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ БАГАТОЧАСТОТНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

1.1 Асимптотичне рішення і асимптотична формула

Математичними моделями багатьох процесів у фізиці, астрофізиці, хімії та біології, соціології, техніці часто служать диференціальні рівняння, які містять різні параметри. Вхідними параметрами для даних рівнянь служать кількісні характеристики різних факторів, які впливають на хід процесу. Якщо фактор незначний, то відповідний параметр буде малим. У таких випадках доцільно покласти малий параметр рівним нулю і отримати більш просту задачу, яка називається незбуреною або виродженою по відношенню до вихідної (збуреної) задачі. При цьому, можна сподіватися, що розв'язок вихідної задачі для досить малих значення параметра буде мало відрізнятися від розв'язку незбуреної задачі. Якщо дана умова виконується, то відповідна задача називається регулярно збуреною.

Але існує багато важливих задач, для яких близькість малого параметра до нуля, не забезпечує рівномірну близькість розв'язку вихідної задачі до розв'язку виродженого рівняння. Такі задачі прийнято називати сингулярно збуреними. До класу сингулярно збурених задач відносяться диференціальні рівняння, які містять малий параметр як множник при старшій похідній. При переході до виродження задачі порядок рівняння понижується. Тому розв'язок виродженого рівняння не може задовольнити всіх додаткових умов, які задані для вихідного рівняння. При цьому від деяких з додаткових умов доводиться відмовитися. В результаті, в околиці тієї частини границі розглянутої області, де додаткові умови виявилися відкинутими, рішення вироджених завдання свідомо не буде наближатись до розв'язку вихідної задачі.

Асимптотичне рішення - це один з варіантів наближеного рішення задачі. У деяких випадках задача не має рішення, що виражається кінцевої

формулою, в інших - складність цієї формули не дозволяє зручним чином виділити суттєві риси поведінки досліджуваної системи. Загальна ідея асимптотичних методів полягає в тому, що дані рішення $f(t)$ представляється у вигляді

$$f(t) = F(t) + r(t), \quad (1.1)$$

де $F(t)$ знаходиться простіше, ніж $f(t)$ і «мало» відрізняється від $f(t)$.

Таке наближене рішення називається асимптотичним рішенням, а сама формула (1.1) - асимптотичною формулою або асимптотикою.

Якщо задача розглядається в околі деякої точки t_0 і $r(t) \rightarrow 0$ для $t \rightarrow t_0$, то така асимптотика називається асимптотикою по незалежній змінній.

Найпростішим прикладом асимптотики по незалежній змінній є формула Тейлора, по якій будь-яка досить гладка функція представляється у вигляді многочлена плюс малий залишковий член (для $t \rightarrow t_0$).

В інших випадках і задача і її розв'язок залежать від параметра. Часто досліджується поведінка розв'язку при наближенні цього параметра до нуля, тоді говорять про малий параметр.

Нехай $\varepsilon \rightarrow 0$ - малий параметр. Тоді асимптотика набуває вигляду

$$f(t, \varepsilon) = F(t, \varepsilon) + r(t, \varepsilon). \quad (1.2)$$

У цьому випадку «наближеність» $F(t, \varepsilon)$ до $f(t, \varepsilon)$ забезпечується умовою

$$r(t, \varepsilon) \xrightarrow{D} 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad (1.3)$$

тобто за умови $\varepsilon \rightarrow 0$ $r(t, \varepsilon)$ прагне до нуля рівномірно в даній області D змінної t . Асимптотична формула (2) називається асимптотичною по малому параметру ε .

Фундаментальний внесок у розвиток нелінійної механіки - важливого розділу математичної фізики - внесли праці М. М. Крилова і М. М.

Боголюбова. Ними були створені і строго математично обґрунтовані так звані асимптотичні методи нелінійної механіки.

Основна ідея асимптотичних методів нелінійної механіки може бути проілюстрована на прикладі нелінійного рівняння другого порядку.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f(x, dx/dt), \quad (1.4)$$

де ε - малий додатний параметр.

Виходячи з фізичних міркувань про вигляд рішення при наявності збурення, рішення рівняння (1.4) шукається у вигляді степеневого ряду:

$$x = a \cos \psi + \varepsilon u_1(a, \psi) + \varepsilon^2 u_2(a, \psi) + \dots, \quad (1.5)$$

де $u_1(a, \psi), u_2(a, \psi), \dots$ періодично залежать від кута ψ , а a та ψ визначаються диференціальними рівняннями

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \dots, \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \dots \quad (1.6)$$

Таким чином, задача зводиться до вибору відповідних виразів для $u_1(a, \psi), u_2(a, \psi), \dots, A_1(a), A_2(a), B_1(a), B_2(a)$ таким чином, щоб вираз (1.5) формально задовольняв рівнянню (1.4). Ця задача розв'язується достатньо просто, а для шуканих коефіцієнтів розкладання отримуються явні вирази.

Ідея асимптотичних методів виявилася виключно загальною і гнучкою. Вона може бути застосована до найрізноманітніших випадків систем з «малим» і «великим» параметром, в тому числі і до систем з нескінченним числом ступенів свободи.

Асимптотичні методи дослідження нелінійних диференціальних рівнянь займають на даний час центральне місце в нелінійній механіці і суміжних розділах математики, механіки, фізики і техніки.

У 1945-1949 рр. великий внесок у цю область математичної фізики був внесений Н. Н. Боголюбовим, який сформулював і строго математично

обґрунтував метод усереднення, розробив теорію інтегральних багатовидів і метод дослідження одночастотних коливальних режимів в системах з багатьма ступенями свободи. Фундаментальні теореми, доведені М. М. Боголюбовим, стали класичними і з'явилися невичерпними джерелами для подальших узагальнень і аналізу складних явищ в нелінійних коливальних системах [1-3].

1.2 Одночастотний метод і системи з повільно змінними параметрами.

У 30-х роках М. М. Крилов і М. М. Боголюбов запропонували деякий загальний підхід для дослідження рівнянь нелінійної механіки, що містять малий параметр. Сутність цього методу зводиться до побудови заміни змінних, що дозволяє відокремлювати «повільні» змінні від «швидких». Така заміна дає можливість представляти рішення системи рівнянь у вигляді асимптотичного ряду, перший член якого збігається з рішенням, який одержується за методом Ван-дер-Поля.

У 40-х роках М. М. Боголюбов створив строгу теорію методу усереднення і показав, що цей метод органічно пов'язаний з існуванням деякої заміни змінних, що дозволяє виключити час t з правих частин рівнянь з довільною ступенем точності щодо малого параметра ε . При цьому, виходячи з тонких фізичних міркувань, їм було вказано, як будувати не тільки систему першого наближення (усереднену систему), а й усереднені системи вищих наближень, рішення яких апроксимують рішення вихідної (точної) системи з довільною наперед заданою точністю.

Суть цього методу полягає в наступному. Розглядається диференціальне рівняння у векторній формі

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon X(t, x) \quad (1.7)$$

де ε - малий позитивний параметр, t - час, x , X - точки n -мірного

евклідового простору E_n . Рівняння, права частина яких пропорційна ε , згідно з термінологією, введеної М. М. Боголюбовим, називаються рівняннями в «стандартній» формі.

При ряді обмежень, що накладаються на праві частини рівняння (1.7), шляхом заміни змінних, близькою до тотожної, відповідно до формул

$$x = \xi + \varepsilon F_1(t, \xi) + \varepsilon^2 F_2(t, \xi) + \dots + \varepsilon^m F_m(t, \xi) \quad (1.8)$$

рівняння (1.7) зводиться до точного рівняння

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon X_0(\xi) + \varepsilon^2 P(\xi) + \dots + \varepsilon^m P_m(\xi) + \varepsilon^{m+1} R(t, \xi). \quad (1.9)$$

Відкидаючи в рівнянні (1.9) доданок $\varepsilon^{m+1} R(t, \xi)$, отримуємо «усереднене» рівняння m -го наближення:

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon X_0(\xi) + \varepsilon^2 P(\xi) + \dots + \varepsilon^m P_m(\xi). \quad (1.10)$$

Крім побудови схеми усереднення, М. М. Боголюбовим було дано ґрунтовне математичне обґрунтування запропонованого ним методу усереднення. Це обґрунтування в основному зводиться до вирішення наступних двох проблем:

1) відшукування умов, при яких різниця між рішенням точної системи рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon X_0(t, x) \quad (1.11)$$

і рішенням відповідної їй усередненої системи

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon M_i(X(t, \xi)) = \varepsilon X_0(\xi) \quad (1.12)$$

при досить малих значеннях параметра ε стає як завгодно малою на як

завгодно великому, але все ж кінцевому інтервалі часу;

2) встановлення відповідності між різними властивостями рішень точних рівнянь (1.5) і рішень усереднених рівнянь (1.6), які залежать від їх поведінки на нескінченному інтервалі часу.

Для вирішення цих проблем М. М. Боголюбовим доведений ряд теорем, які стали класичними. Це математичне обґрунтування послужило багатьом вченим джерелом ідей для подальшого розвитку методу.

У 1948 р М. М. Боголюбов встановив ефективний метод дослідження нелінійних коливальних систем з багатьма ступенями свободи - так званий одночастотний метод. Суть його полягає в тому, що знаходиться не загальне рішення системи диференціальних рівнянь, а тільки частинне, залежне від двох довільних постійних і відповідне до певного коливального процесу в системі з багатьма ступенями свободи.

Надалі одночастотний метод був суттєво розвинутий і строго обґрунтований Ю. А. Митропольським стосовно ряду важливих класів систем нелінійних диференціальних рівнянь з «малим» параметром і стосовно до дослідження коливальних процесів, що описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних, близьких до рівнянь гіперболічного типу. Асимптотичні методи були також поширені на дослідження нелінійних коливальних систем з повільно змінними параметрами. Розроблено і строго обґрунтована теорія повільних процесів в нелінійних коливальних системах як з однієї, так і з багатьма ступенями свободи, яка знайшла широке застосування при вирішенні багатьох важливих завдань фізики і техніки (проходження через резонанс в нелінійних системах, коливання маятника зі змінною довжиною, дослідження нестационарних процесів в роторах турбомашин і гіроскопічних явищ в синхрофазотронах, при розрахунку орбіт супутників тощо).

На основі аналізу існуючих асимптотичних методів Ю. А. Митропольський, А. М. Самойленко, А. І. Скрипником, П. М. Сеником, В. Г. Самойленко сформульовані характерні риси та закономірності і

запропонована загальна схема побудови асимптотичних розкладів, яка дозволяє розробляти нові варіанти асимптотичних методів. Аксиоматично вводяться три умови, що накладаються на оператор усереднення M і на деякий допоміжний диференціальний оператор L . Встановлено властивість розділення рішення вихідної системи на «швидко» і «повільно» змінні компоненти.

Встановлено оцінка близькості точного рішення і його m -го наближення. Показано, що розроблена схема включає в себе класичний алгоритм методу усереднення. На основі розглянутої методики запропоновано алгоритм асимптотичного інтегрування для дослідження слабо нелінійних диференціальних рівнянь. Знайдено формули асимптотичних наближень, досліджені рівняння для m -х наближень.

Для систем диференціальних рівнянь, близьких до істотно нелінійних, розроблений математичний апарат, заснований на поєднанні асимптотичного методу нелінійної механіки з методом мінімізації середньоквадратичної величини відповідної нев'язки. Побудовано покращені в середньому стаціонарні асимптотичні представлення. Розвинена теорія багаточастотних коливань, розроблені схеми асимптотичного інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь, що описують багаточастотні коливання. Отримано нові фундаментальні теореми з обґрунтування асимптотичних методів дослідження багаточастотних коливань. Проведено аналіз коливань систем, що описуються диференціальними рівняннями другого порядку в резонансному і нерезонансних випадках, отримані формули асимптотичних наближень. Для систем звичайних диференціальних рівнянь досліджені алгоритми асимптотичного поділу рухів на «швидкі» і «повільні» відповідно деякій шкалі масштабів часу.

Отримано явні формули для визначення асимптотичних розкладів, відповідних асимптотичному методу з деяким загальним оператором усереднення, і розроблений метод конструктивної побудови рішень на ЕОМ [1-5].

1.3 Математична модель багаточастотної коливальної системи як динамічного об'єкта

Дослідження автоколивальних систем значно ускладнюється із збільшенням кількості частот, які одночасно збуджуються. В [2] представлена система диференціальних рівнянь з малим параметром

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \varepsilon X(p, q), \\ \frac{dq}{dt} &= \omega(p) + \varepsilon Y(p, q),\end{aligned}\quad (1.13)$$

де $p = (p_1, \dots, p_m)$ – m -мірний вектор повільних рухів, $q = (q_1, \dots, q_n)$ – n -мірний вектор швидких рухів, $\omega(p) = (\omega_1(p), \dots, \omega_n(p))$, а вектор-функції $X(p, q)$ і $Y(p, q)$ можуть бути представлені у вигляді суми:

$$\begin{aligned}X(p, q) &= \sum_{|k| \geq 0} X_k(p) e^{i(k, q)}, \\ Y(p, q) &= \sum_{|k| \geq 0} Y_k(p) e^{i(k, q)},\end{aligned}\quad (1.14)$$

де $k = (k_1, \dots, k_n)$ – вектор із цілочисленими додатними та від'ємними компонентами з нормою

$$|k| = \sum_{i=1}^n |k_i|, \quad (1.15)$$

а символ (k, q) означає скалярний добуток векторів k і q , тобто

$$(k, q) = \sum_{i=1}^n k_i q_i. \quad (1.16)$$

Функції $X(p, q)$ і $Y(p, q)$ інтегровні в деякій відкритій $m+n$ -мірній області евклідового простору E_{m+n} , що являє собою добуток $P_m \times Q_n$, де $p \in P_m$, $q \in Q_n$.

Для $n \geq 2$ до системи рівнянь (1.13) можуть бути зведені задачі багаточастотних коливальних процесів. Якщо для деякого $p = p_0$ виконується співвідношення

$$(k, \omega(p_0)) = 0, \quad (1.17)$$

для деяких k з ненульовою нормою ($|k| \neq 0$), то в системі має місце резонанс.

В роботах [1,2] показано, що неіснування рівномірних середніх значень призводить до розв'язку системи диференціальних рівнянь типу (1.13):

$$\frac{dp}{dt} = \varepsilon \bar{X}(\bar{p}), \quad (1.18)$$

Де

$$\bar{X}(\bar{p}) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} X(\bar{p}, q) dq_1 \dots dq_n,$$

(1.19)

отримані за початкових значень, які відрізняються на скінченну величину, якщо $t \sim \frac{1}{\varepsilon}$.

За умови введення заміни змінних

$$\begin{aligned} x &= p - p_0, \\ y &= q - (\omega_0 t + q_0), \end{aligned} \quad (1.20)$$

де p_0 та $\omega_0 t + q_0$ – розв'язок відповідної породжуючої системи

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= 0, \\ \frac{dq}{dt} &= \omega(p), \end{aligned} \quad (1.21)$$

отримаємо еквівалентну систему

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \varepsilon X(x + p_0, y + \omega_0 t + q_0), \\ \frac{dy}{dt} &= \omega(x + p_0) - \omega_0 + \varepsilon Y(x + p_0, y + \omega_0 t + q_0),\end{aligned}\quad (1.22)$$

де $\omega_0 = \omega(p)$.

Використовуючи загальний метод усереднення для систем диференціальних рівнянь з малим параметром [2] отримаємо рівняння, які відповідають (1.24):

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}}{dt} &= \varepsilon \bar{X}(\bar{x} + p_0, \bar{y} + q_0), \\ \frac{d\bar{y}}{dt} &= \omega(\bar{x} + p_0) - \omega_0 + \varepsilon \bar{Y}(\bar{x} + p_0, \bar{y} + q_0),\end{aligned}\quad (1.23),$$

де \bar{X} і \bar{Y} – середні значення X і Y , які обраховані з урахуванням резонансу початкових частот $(k, \omega(p_0)) = 0$, $|k| \neq 0$, тобто

$$\begin{aligned}\bar{X}(\bar{x} + p_0, \bar{y} + q_0) &= \sum_{|k| \geq 0} X_k(\bar{x} + p_0) e^{i(k, \bar{y} + q_0)}, \\ \bar{Y}(\bar{x} + p_0, \bar{y} + q_0) &= \sum_{|k| \geq 0} Y_k(\bar{x} + p_0) e^{i(k, \bar{y} + q_0)}.\end{aligned}\quad (1.24)$$

За виконання певних умов [5], для любого ε існує таке $\eta_0(\varepsilon) > 0$, що для всіх $0 < \eta < \eta_0$ справедливі нерівності

$$|x(t) - \bar{x}(t)| < \varepsilon, \quad |y(t) - \bar{y}(t)| < \varepsilon, \quad (1.25)$$

або
$$|p(t) - \bar{p}(t)| < \varepsilon, \quad |q(t) - \bar{q}(t)| < \varepsilon, \quad (1.26)$$

на інтервалі $0 \leq t \leq \frac{1}{\eta}$, де $x(t)$, $y(t)$ – розв’язок системи (1.23); $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$ – розв’язок системи (1.25); $p(t) = x(t) + p_0$, $\bar{p}(t) = \bar{x}(t) + p_0$, $q(t) = y(t) + \omega_0 t + q_0$, $\bar{q}(t) = \bar{y}(t) + \omega_0 t + q_0$.

В ряді робіт представлений метод гармонічної лінеаризації для дослідження багаточастотних коливань в нелінійних КС. В [6] розглянута модель багаточастотної системи (рис. 1.2), яка описується системою рівнянь:

$$x + W_1(p)W_2(p)y - W_2(p)z = 0; \quad (1.27)$$

$$y = F(x). \quad (1.28)$$

Сигнали на вході та виході нелінійного елемента (НЕ):

$$x = x_0 + Ae^{j\omega_1 t} + Be^{j\omega_2 t} e^{j\alpha}; \quad (1.29)$$

$$y = y_0 + AW(\omega_1 / \omega_2)e^{j\omega_1 t} + BW(\omega_2 / \omega_1)e^{j\omega_2 t} e^{j\alpha}, \quad (1.30)$$

де $W(\omega_1 / \omega_2)$ – передатна функція нелінійного елемента на частоті ω_1 для сигналу на частотах ω_1 і ω_2 ;

$W(\omega_2 / \omega_1)$ – передатна функція нелінійного елемента на частоті ω_2 для сигналу на частотах ω_2 і ω_1 ; A , B – амплітуди коливань.

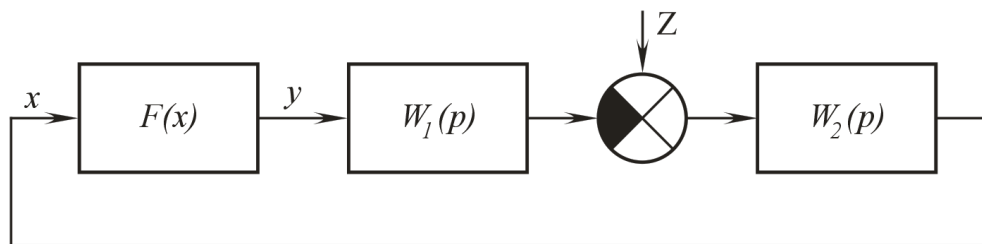


Рисунок 1.1 – Модель багаточастотної коливальної системи: x , y – параметри на вході та виході НЕ; z – зовнішній вплив;

$F(x)$ – характеристика НЕ; $W_1(p)$, $W_2(p)$ – передатні функції лінійних частин системи

Зовнішній вплив задається як:

$$Z = z_0 + z_1 e^{j\omega_1 t} e^{j\beta_1} + z_2 e^{j\omega_2 t} e^{j\beta_2}. \quad (1.31)$$

В результаті отримуються рівняння для частот ω_2 і ω_1 :

$$W(\omega_1/\omega_2) = -W_1^{-1}(j\omega_1)W_2^{-1}(j\omega_1) + W_1^{-1}(j\omega_1)\frac{z_1}{A}e^{j\beta_1}; \quad (1.32)$$

$$W(\omega_2/\omega_1) = -W_1^{-1}(j\omega_2)W_2^{-1}(j\omega_2) + W_1^{-1}(j\omega_2)\frac{z_2}{B}e^{j(\beta_2-\alpha)}. \quad (1.33)$$

В подібних системах, гармонічна лінеаризація може бути застосована як для одно- або двочастотних коливань, так й для коливань з будь-якою кількістю частот і при будь-якому співвідношенні між амплітудами та частотами складових. При цьому, значно зростає громіздкість аналітичних викладок, тому часто обмежуються розглядом окремих випадків. Наприклад, для $y = x^3$ та $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$:

$$x = x_0 + A \sin \omega_1 t + B \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + C \sin(\omega_3 t + \alpha_3); \quad (1.34)$$

$$y = y_0 + A W_{fA_1} \sin \omega_1 t + B W_{fA_2} \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + C W_{fA_3} \sin(\omega_3 t + \alpha_3). \quad (1.35)$$

Для випадку співвідношення частот $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = 1 : 3 : 5$ отримуємо систему рівнянь для тричастотного режиму коливань [6]:

$$\begin{aligned} W_{HE_1} &= \frac{3}{4}A^2 + \frac{3}{2}(B^2 + C^2) - \frac{3}{4}ABe^{j\alpha_2} - \frac{3}{2}BCe^{j(\alpha_3-\alpha_2)}; \\ W_{HE_2} &= \frac{3}{4}B^2 + \frac{3}{2}(A^2 + C^2) - \frac{1}{4}\frac{A^3}{B}e^{-j\alpha_2} - \frac{3}{4}\frac{A^2C}{B}e^{j(\alpha_3-\alpha_2)}; \\ W_{HE_3} &= \frac{3}{4}C^2 + \frac{3}{2}(A^2 + B^2) - \frac{3}{4}\frac{A^2B}{C}e^{j(\alpha_3-\alpha_2)}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Необхідно відмітити, що представлені математичні моделі призначені лише для наближеної оцінки окремих параметрів багаточастотних систем. До таких відносяться амплітуди і частоти коливань, а також граничні значення параметрів, для яких втрачається стійкість.

Висновки до першого розділу

Одним з найважливіших питань теорії коливань є проблема дослідження нестационарних процесів в нелінійних коливальних системах (КС). Розв'язання даної проблеми призводить до необхідності подолання труднощів розв'язання так званих сингулярно збурених задач, які описують поведінку КС. Основним методом, який дозволяє будувати рівномірно придатні в розглянутих областях параметрів рішення, є метод усереднення.

Для систем диференціальних рівнянь, близьких до істотно нелінійних, розроблений математичний апарат, заснований на поєднанні асимптотичного методу нелінійної механіки з методом мінімізації середньоквадратичної величини відповідної нев'язки. Розвинена теорія багаточастотних коливань, розроблені схеми асимптотичного інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь, що описують багаточастотні коливання. Проведено аналіз коливань систем, що описуються диференціальними рівняннями другого порядку в резонансному і нерезонансних випадках, отримані формули асимптотичних наближень. Для систем звичайних диференціальних рівнянь досліджені алгоритми асимптотичного поділу рухів на «швидкі» і «повільні» відповідно деякій шкалі масштабів часу.

2 МЕТОД ОБВІДНИХ В ТЕОРІЇ ГЕНЕРАТОРІВ КОЛИВАНЬ

2.1 Співвідношення між обвідними на вході та виході частотоселективного чотириполюсника

Метод обвідних, що розроблено С.І. Евтяновим для аналізу перехідних процесів в частотно-селективних колах, ґрунтується на наближеному спектральному аналізі, що враховує селективні властивості символічного коефіцієнта передачі чотириполюсника або імпедансу двополюсника. Метод представлено у великій кількості робіт, зокрема [4,5], тому для єдності наступних викладок слід обмежитись лише короткими відомостями, змінивши викладки основних співвідношень.

Під час дії напруги $e(t)$ на вході пасивного чотириполюсника напруга на його виході $u(t)$ визначається рішенням диференційного рівняння

$$Q(p)u(t) = \delta P(p)e(t), \quad (2.1)$$

де $p = d/dt$; $Q(p), P(p)$ - поліноми; δ - малий параметр.

Зазвичай рівняння (2.1) записують в скорочені формі

$$u(t) = K(p)e(t),$$

де $K(p) = \delta P(p)/Q(p)$ - символічний коефіцієнт передачі чотириполюсника.

Під час заміни p символом диференціювання у часі символічне рівняння перетворюється в диференційне, що пов'язує миттєві значення напруг $u(t)$ та $e(t)$.

Рішення диференційного рівняння просте лише для елементарних електричних кіл. Для чотириполюсників, що мають частотну селективність, обчислення відгуку $u(t)$ на дію $e(t)$ можливо спростити, якщо ввести змінні у часі комплексні амплітуди (обвідні) $U(t), E(t)$ у відповідності до виразів

$$\begin{aligned} 2u(t) &= \mathbf{U}(t)e^{j\omega_0 t} + \mathbf{U}^*(t)e^{-j\omega_0 t}, \\ 2e(t) &= \mathbf{E}(t)e^{j\omega_0 t} + \mathbf{E}^*(t)e^{-j\omega_0 t}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де ω_0 - частота, що дорівнює або близька до резонансної частоти (або одної із резонансних частот); зірочкою позначені комплексно спряжені величини.

Підставив (2.2) в (2.1), отримаємо

$$\begin{aligned} Q(p)[\mathbf{U}(t)e^{j\omega_0 t} + \mathbf{U}^*(t)e^{-j\omega_0 t}] &= \\ = \delta P(p)[\mathbf{E}(t)e^{j\omega_0 t} + \mathbf{E}^*(t)e^{-j\omega_0 t}]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Якщо використати відомі вирази:

$$\begin{aligned} Q(p)\mathbf{U}(t)e^{j\omega_0 t} &= e^{j\omega_0 t}Q(j\omega_0 + p)\mathbf{U}(t), \\ Q(p)\mathbf{U}^*(t)e^{-j\omega_0 t} &= e^{-j\omega_0 t}Q(-j\omega_0 + p)\mathbf{U}^*(t) \end{aligned}$$

тощо, та помноживши обидві частини (2.3) спочатку на $e^{-j\omega_0 t}$, а потім і на $e^{j\omega_0 t}$ та проводячи усереднення в межах періоду $T_0 = 2\pi/\omega_0$ (або просто прирівнюючи складові із множниками $e^{j\omega_0 t}$ або $e^{-j\omega_0 t}$), отримаємо, за умови малої зміни $\mathbf{U}(t), \mathbf{E}(t)$ в межах T_0

$$\begin{aligned} Q(j\omega_0 + p)\mathbf{U}(t) &= \delta P(j\omega_0 + p)\mathbf{E}(t), \\ Q(-j\omega_0 + p)\mathbf{U}^*(t) &= \delta P(-j\omega_0 + p)\mathbf{E}^*(t). \end{aligned} \quad (2.4)$$

де p - символ диференціювання за часом, а комплексні амплітуди $\mathbf{U}(t), \mathbf{E}(t)$ являють собою опосереднені за період $T_0 = 2\pi/\omega_0$ значення, тобто визначаються за співвідношеннями виду $\frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} \mathbf{U} dt$.

Рівняння (2.4) є комплексно спряженими, тому достатньо використовувати одно із них, наприклад, перше. В такому випадку аналітичний зв'язок між обвідними $\mathbf{U}(t), \mathbf{E}(t)$ буде мати вигляд:

$$\mathbf{U}(t) = K(j\omega_0 + p)\mathbf{E}(t). \quad (2.5)$$

Формально $K(j\omega_0 + p)$ можливо отримати із виразу для комплексного коефіцієнту передачі $K(j\omega_0)$, записаного для малих відхилень частоти $j\Omega = j(\omega - \omega_0)$ відносно опорної частоти ω_0 , в якому слід замінити $j\Omega$ символом диференціювання у часі p .

Для скорочення виразів позначимо

$$K(j\omega_0 + p) = K(\mu), \quad (2.6)$$

де μ - символ диференціювання за часом, що відповідає відхиленню $j\Omega = j(\omega - \omega_0)$ в операторному коефіцієнті передачі $K(j\omega_0 + p)$.

Диференційному рівнянню (2.5) відповідає операторний запис

$$\mathbf{U}(\mu) = K(\mu)\mathbf{E}(\mu), \quad (2.7)$$

де $\mathbf{U}(\mu) = \int_{0^+}^{\infty} \mathbf{U}(t)e^{-\mu t} dt$, $\mathbf{E}(\mu) = \int_{0^+}^{\infty} \mathbf{E}(t)e^{-\mu t} dt$ являють зображення по Лапласу комплексних обвідних $\mathbf{U}(t), \mathbf{E}(t)$. Операторний вираз (2.7), що пов'язує зображення обвідних, можливо використовувати для аналізу перехідних процесів, через застосування зворотного перетворення Лапласа, наприклад, методами контурного інтегрування або з допомогою таблиць оригіналів та зображень. Суттєве спрощення отримуємо (і в цьому полягає головна перевага методу С.І. Евтянова) під час врахування частотно-селективних властивостей чотириполюсника, тобто під час зміни повного виразу для коефіцієнту передачі близько резонансу [4,5].

Часто зручно користуватись не операторним відношенням (2.7), відповідними інтегральними співвідношеннями для обвідних $\mathbf{U}(t), \mathbf{E}(t)$. Із операторного співвідношення (2.7) на базі теореми про згортку отримаємо інтегральний запис рівняння

$$\mathbf{U}(t) = \int_{-\infty}^t \mathbf{E}(\tau) K(t - \tau) \mathbf{U} d\tau, \quad (2.8)$$

де $K(t)$ - комплексна амплітуда відгуку на дію виду $\mathbf{E}(t) = 1 \cdot \delta(t)$; $\delta(t)$ -

функція Дірака.

Зображенням відгуку $\mathbf{K}(t)$ є коефіцієнт передачі $K(\mu)$, оскільки зображення $\delta(\mu)=1$ є постійною величиною, що не залежить від оператора μ . Вираз (2.8) дозволяє обрахувати перехідний процес для довільної обвідної впливу, якщо відомий $\mathbf{K}(t)$. Інтегральну запис (2.8) можливо привести до форми інтеграла Дюамеля, якщо ввести перехідну функцію $H(t)$, що відповідає відгуку на дію типу поодинокий стрибок $1(t)$.

Вирази (2.5)-(2.8) суттєво спрощуються та скорочуються за умови використання наближених виразів для комплексного коефіцієнту передачі із урахуванням частотно-селективних властивостей кіл поблизу значення опорної частоти ω_0 . При цьому скорочуються також і інтегральні співвідношення, оскільки наближеним виразами для коефіцієнту передачі відповідають наближені (скорочені) вирази для функцій $\mathbf{K}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ [5].

2.2 Одноконтурні автогенератори

Для автогенератора рис. 2.1, що складається із коливального контуру із вкороченим імпедансом

$$Z(\mu) = R/(1 + \mu T), \quad (2.14)$$

де R - резонансний опір; $T = 2/(\omega\delta) = 2CR$ - стала часу контуру та паралельно ввімкнутого нелінійного елемента із характеристикою $i(u)$, скорочене диференціальне рівняння для обвідної \mathbf{U} має вигляд

$$\mathbf{U} = Z(\mu)\mathbf{I}(\mathbf{U}). \quad (2.15)$$

В (2.15) $\mathbf{I}(\mathbf{U})$ - обвідна першої гармоніки струму нелінійного елемента (вищими гармоніками нехтуємо).

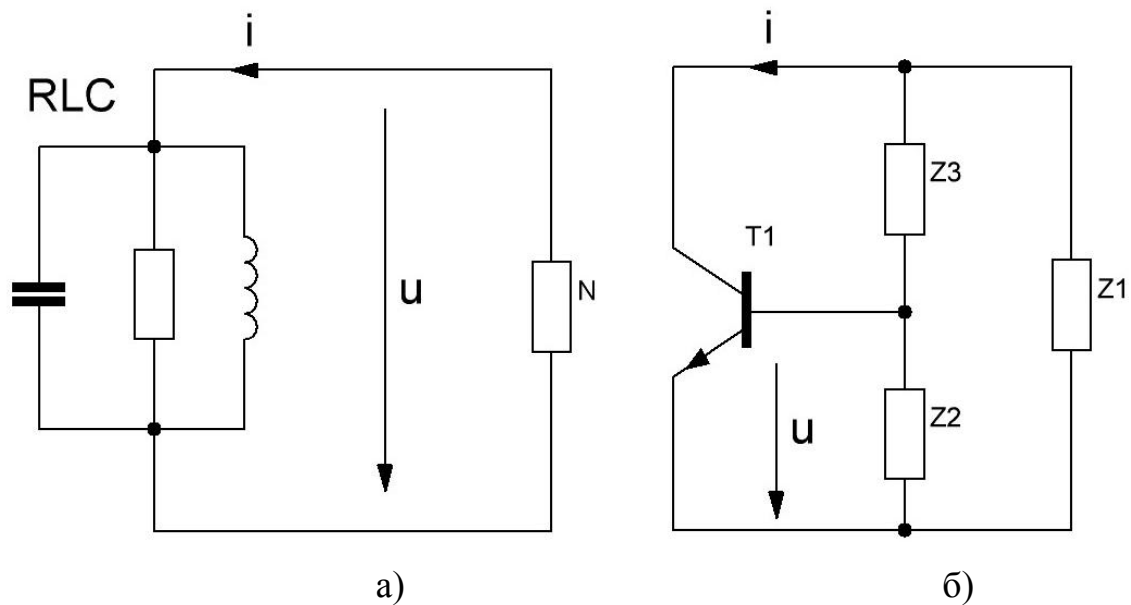


Рисунок 2.1 – Схеми одноконтурних автогенераторів з двополюсним (а) та триполюсним (б) нелінійними активними елементами

Під час заміни в (2.15) з урахуванням (2.14) $\mu \rightarrow d/dt$, отримаємо диференціальне рівняння

$$T \dot{U} = \mathbf{I}(\mathbf{U})R - \mathbf{U}. \quad (2.16)$$

Крапкою над змінною позначено диференціювання за часом. Після підстановки $\mathbf{U} = Ue^{j\varphi}$, $\mathbf{I} = \mathbf{S}\mathbf{U}$, та проведення операції диференціювання та розбиття на дійсні та уявні частини рівняння (1.16) розпадається на два вирази:

$$T \dot{U} = (S_a R - 1)U, \quad T_{\varphi} = S_p R. \quad (2.17)$$

де $S_a = \text{Re}\{\mathbf{S}\}$, $S_p = \text{Im}\{\mathbf{S}\}$. Тут похідна $\dot{\varphi}$ є поправкою на частоту коливань $\omega' = \omega_1 + \dot{\varphi}$. Якщо нелінійність безінерційна, реактивна складова середньої крутизни дорівнює нулю та частота коливань співпадає із частотою ω_1 . Рівняння виду (2.17) отримуються для самих різних одноконтурних автогенераторів: на тунельних діодах, тріодах (лампових або

напівпровідникових) та багато електродних лампах із контуром в анодному або колекторному колі та зворотним зв'язком. В останньому випадку опір R , що входить у (2.17), є керуючим, тобто являє собою добуток резонансного опору контура на коефіцієнт зворотного зв'язку.

Скорочені рівняння (2.17) можливо отримати на базі наступних простих міркувань. Енергія, що запасається в коливальному контурі, визначається виразом

$$A = CU^2/2,$$

де C, U - ємність та напруга на контурі.

Приріст енергії ΔA_+ в контурі за час Δt за рахунок струму першої гармоніки, що надходить із нелінійного елемента, дорівнює

$$\Delta A_+ = 0,5UI_a\Delta t,$$

де $I_a = I \cos \varphi$ - складова струму, синфазна з напругою на контурі.

Зменшення енергії через втрати в контурі за час Δt дорівнює

$$\Delta A_- = 0,5U^2 \Delta t/R,$$

де R - резонансний опір контура.

Повна зміна енергії в контурі дорівнюватиме

$$\Delta A_+ = 0,5(UI_a - U^2/R)\Delta t$$

або переходячи від відношення скінчених різниць $\Delta A/\Delta t$ до похідних, отримаємо

$$T \frac{dU}{dt} = (S_a R - 1)U, \quad (2.18)$$

де $T = 2CR$.

Рівняння (2.18) збігається з першим рівнянням (2.17). Друге рівняння

(2.17) також можливо отримати із простих фізичних міркувань. Відомо, що частота коливань в контурі визначається рівнянням

$$\omega = 1/\sqrt{LC},$$

а поправка на частоту через зміну реактивності, наприклад, ємності контуру, виразом $\omega = -0,5\Delta C/C$.

Враховуючи, що реактивну складову можливо представити у вигляді провідності (знак мінус визначається вибором позитивної спрямованості струму та напруги) $\omega\Delta C = -I_p/U$, отримаємо

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{I_p}{U} \frac{1}{\omega C}$$

та, таким чином,

$$\dot{\varphi} = \Delta\omega = \frac{1}{T} \frac{I_p}{U} R$$

або рівняння, що збіжне з (2.17)

$$T \dot{\varphi} = S_p R \quad (2.19)$$

де $T = 2CR$, $S = \frac{I_p}{U}$ [5].

Стаціонарні та перехідні процеси. Особливості процесів в одно контурному генераторі (рис. 2.1) легко уявити з допомогою рівнянь (2.17). Для безінерційної моделі м'якої нелінійності, характеристика яка апроксимується в найпростішому випадку кубічним двочленом

$$i = c_1 u - c_3 u^3, \quad (1.20)$$

зводяться до одного рівняння, що дозволяє представити залежність амплітуди коливань от праматерів і часу. Це рівняння отримується із

першого рівняння (2.17), в яке необхідно підставити середню крутизну

$S_a = c_1 - \frac{3}{4}c_3u^2$ після чого, вводячи безрозмірні амплітуду і параметр регенерації

$$X = U/U_m; U_m = \sqrt{4c_1/3c_3}; a = 1 - 1/c_1 R, \quad (2.21)$$

отримаємо

$$TX = K_0(a - X^2)X, \quad (2.22)$$

де $K_0 = c_1 R$.

Друге рівняння (2.17) в випадку безінерційної нелінійності, для якої $S_p = 0$, дозволяє встановити, що частота коливань збігається із власною частотою, завдяки тому, що $\psi \equiv 0$.

Для стаціонарного режиму $X = 0(t \rightarrow \infty)$ отримаємо із (2.22) $X = \sqrt{a}$, що відповідає плавній (м'якій) зміні амплітуди коливань от нульового до довільного значення під час зміни параметра регенерації від $a = 0(K_0 = 1)$ до $a = 1(K_0 = \infty)$ (рис.2.2).

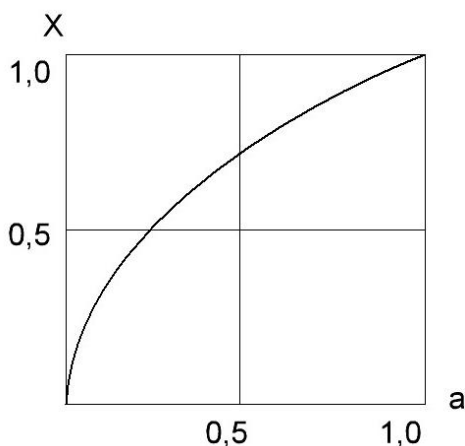


Рисунок 2.2 – Залежність безрозмірної амплітуди автоколивань від параметра регенерації за умови м'якої нелінійності

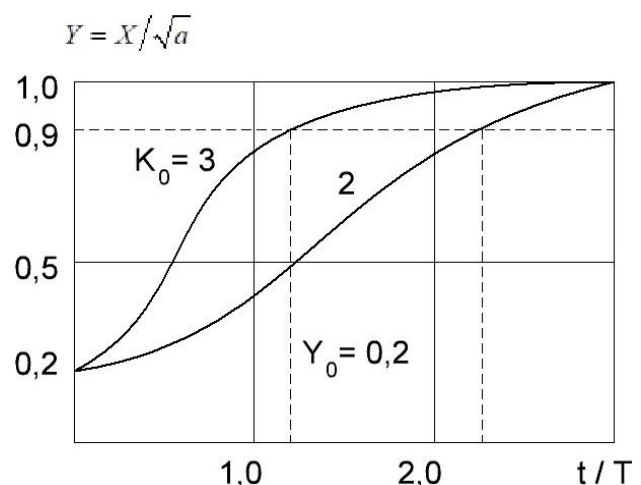


Рисунок 2.3 – Залежність безрозмірної амплітуди автоколивань часу за умови м'якої нелінійності

Перехідний процес визначається рішенням диференційного рівняння (2.22):

$$X = X_0 B(t, X_0), \quad (2.23)$$

де

$$B(t, X_0) = B_0(t) / \sqrt{1 + \frac{X_0^2}{a} [B_0^2(t) - 1]}; \sqrt{b^2 - 4ac}, \quad X_0 - \text{початкова}$$

$$B_0(t) = e^{(K_0-1)t/T};$$

амплітуда коливань ($t = 0$).

Рішенням (2.23) є плавна крива (рис.2.3), що зростає за умови $X_0 < \sqrt{a}$ або спадає за умови $X_0 > \sqrt{a}$ від значень X_0 до $X_0 = \sqrt{a}$ під час $K_0 > 1$. Параметр $B(t)$ являє собою відношення амплітуди автоколивань в момент t до початкової амплітуди для лінійного режиму. Параметри B, B_0 характеризують коефіцієнт підсилення над регенеративного підсилювача відповідно в лінійному та нелінійному режимах за умови тривалості періоду суперпозиції t .

Формула (2.23) дозволяє проводити оцінювання швидкості перехідного процесу, якщо ввести постійну часу T_y , що являє собою час зміни амплітуди автоколивань від початкового значення до рівня $X = 0,9\sqrt{a}$, близького до асимптотичного значення \sqrt{a} . Із (1.23) отримаємо

$$T_y = TF(K_0, X_0), \text{ де } F(K_0, X_0) = \frac{1}{K_0 - 1} \ln \frac{2\sqrt{1 - X_0^2/a}}{X_0^2/a}.$$

Остання формула дозволяє обрахувати сталу часту перехідного процесу в автогенераторі за умови різни параметрів K_0, X_0 (рис. 2.4). Із зростанням початкової амплітуди та запасу самозбудження $K_0 - 1$ час перехідного процесу зменшується.

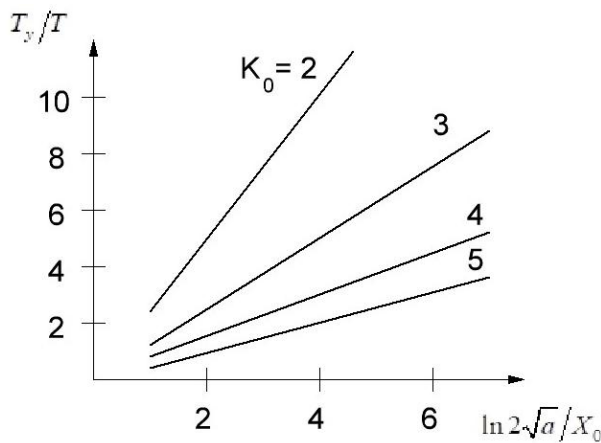


Рисунок 2.4 – Залежність часу встановлення коливань в автогенераторі від початкової амплітуди за умови м'якої нелінійності

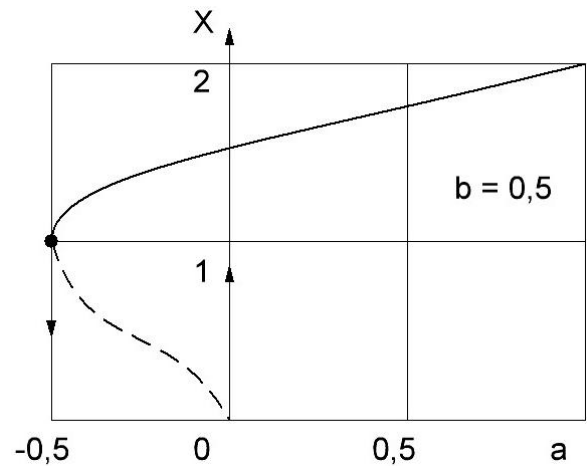


Рисунок 2.5 – Залежність безрозмірної амплітуди автоколивань від параметру регенерації в жорсткому режимі

Під час жорсткої нелінійності середня крутизна із збільшення амплітуди коливань спочатку зростає, потім сягає максимуму та зменшується. Для жорсткої нелінійності характеристика являє собою поліном п'ятого ступеня із позитивним кубічним доданком та негативним доданком п'ятого ступеня

$$i = c_1 u + c_3 u^3 - c_5 u^5.$$

В цьому випадку залежність середньої крутизни від амплітуди коливань має вигляд

$$S_1 = c_1 [1 + X^2 - bX^4],$$

де $X = U/U_m$; $U_m = \sqrt{4c_1/3c_3}$; $b = 10c_1c_5/9c_3$.

Рівняння для амплітуди коливань наступне:

$$TX = K_0 [a + X^2 - bX^4].$$

Для режиму, що встановився ($X = 0$) із (2.11) отримаємо

$$X^2 = (1 \pm \sqrt{1 + 4ab}) / 2b.$$

В деякій області параметра $a < 0$ залежність $X(a)$ має двозначний характер: поява коливань та їх зривання отримуємо за умови різни параметрів a (рис.2.5), тобто з'являється петля коливального гістерезису., що характерна для жорсткого режиму роботи генератора. В цій області $(-1/4b < a < 0)$ зростання амплітуди коливань до стійкого стаціонарного значення можливо тільки за умови $X > X_1$ (X_1 - стаціонарні амплітуда коливань в нестійких режимах) [5].

Частота коливань, та її стабільність. Частота коливань визначається рішенням другого рівняння (2.17):

$$\omega = \omega_0 + \dot{\phi} = \omega_0 + K_p/T, \quad (2.24)$$

де $K_p = S_p R$.

За умови $K_p = 0$ частота збігається із резонансною частотою контуру. При $K_p \neq 0$ частота коливань залежить від параметрів, що впливають на K_p, T . Використовуючи (2.24) ,просто отримати вираз для відносної нестабільності частоти коливань

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} - \frac{K_p}{T} \left(\frac{\Delta K_p}{K_p} - \frac{\Delta T}{T} \right),$$

де $\Delta K_p/K_p$ - відносна нестабільність реактивної складової коефіцієнта передачі; $\Delta T/T$ - відносна нестабільність сталої часу контуру.

Зазвичай нехтують нестабільністю сталої часу контуру та враховують лише вплив ΔK_p . Для автогенераторів поява реактивної складової K_p пов'язується із впливом струмів вищих гармонік (за умови нехтування інерційними властивостями електронів).

Врахування впливу струмів вищих гармонік для одно контурних автогенераторів приводить до виразу для відносної поправки на частоту

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \varphi_{s_1} \delta,$$

де φ_{s_1} - фаза середньої крутизни по першій гармоніці, що викликана дією на вході транзистора напруги вищих гармонік одночасно із дією напруги основної частоти, що проходять на вхід через недостатню фільтрацію контуру. Фаза φ_{s_1} зазвичай мала (має значення порядку величини затухання контуру), вона залежить від схеми автогенератора та гармонічного складу вихідного струму. Під час зміни напруг живлення змінюється режим транзистора, вхідний опір, склад гармонік в вихідному струмі, що викликає нестабільність частоти автогенератора.

Із наведених виразів маємо, що для підвищення стабільності частоти автогенератора необхідно :

- підвищувати стабільність резонансної частоти контура;
- застосовувати коливальний контур із найменшим затуханням;
- стабілізувати напругу джерел живлення;
- зменшувати склад гармонік у вихідному струмі транзистора, обираючи режим , близький до лінійного.

Окрім вказаних заходів для стабілізації частоти застосовують різні методи автоматичного підстроювання частоти (частотний або фазовий) [5,6,7].

2.3 Двоконтурні автогенератори

Прикладом двоконтурної автоколивальної системи може бути автогенератор, що показано на рис. 2.6 . В цьому випадку послідовно включено два контури з наближено кратними власними частотами, до такої коливальної системи підключено нелінійний елемент N (наприклад, тунельний діод) із нелінійною характеристикою $i(u)$, що має спадаючі ділянки.

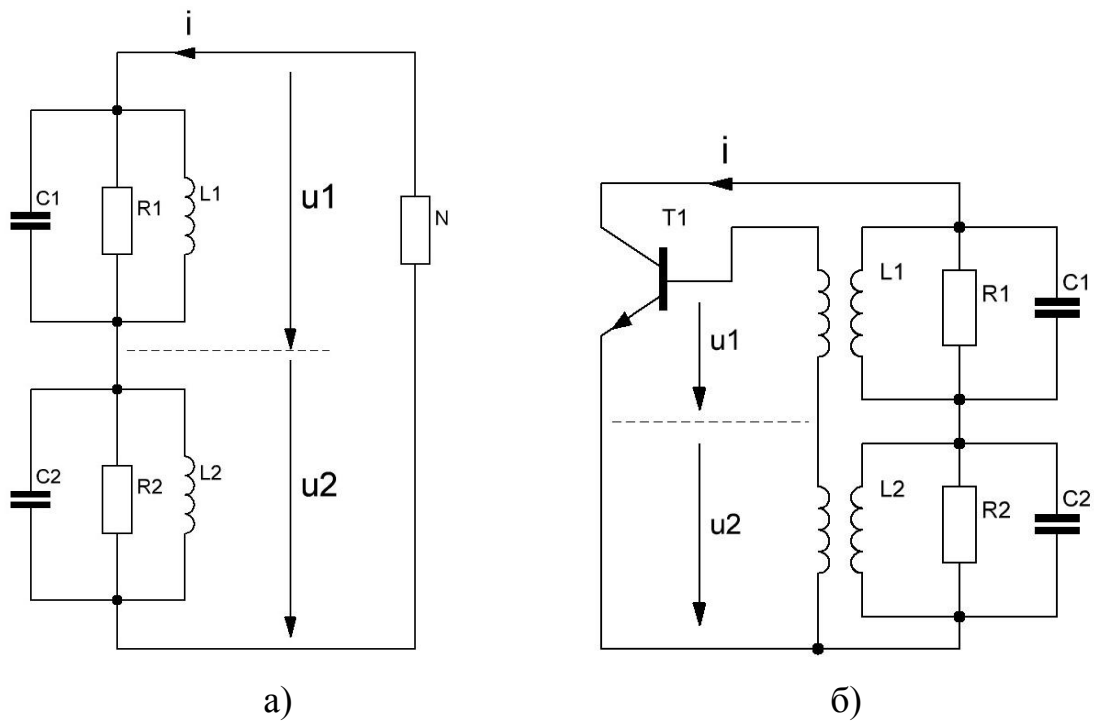


Рисунок 2.6 – Двоконтурні генератори

В якості нелінійного елемента можливо застосувати транзистор, коло бази якого має зворотній зв'язок із контурами, що ввімкнено в колекторне коло. Дослідження показують, що в таких автогенераторах можливі одночасні коливання двох частот. Під час дії на нелінійність напруг кратних частот середня крутизна приймає комплексне значення. Це приводить до взаємної синхронізації в деякій смузі розлаштування контурів (зоні синхронізму).

Цікавими питаннями, що варто досліджувати є залежності частот, що генеруються та їх стабільності в зоні синхронізму від параметрів генераторів. Отримані далі висновки дають можливість запропонувати ряд практичних застосувань таких генераторів. Крім того, вони можуть бути корисними під час пояснення явищ в системах, де додаткові контури з кратними частотами є паразитними, наприклад, в автогенераторах НВЧ.

Рівняння. Особливістю системи, що розглядається є те, що її власні частоти $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$, $\omega_2 = 1/\sqrt{L_2 C_2}$ є наближено кратними, тобто пов'язані рівнянням

$$\omega_0 = (n/m)\omega_1 + \Omega, \quad (2.25)$$

де n та m - найменші цілі числа, що визначають кратність частота; Ω - слабка відмінність частот. Затухання контурів $\delta_1 = \omega_1 L_1 / R_1$, $\delta_2 = \omega_2 L_2 / R_2$ вважаємо достатньо малими, щоб можливо було знехтувати напругами на контурах від гармонічних складових, що не збігаються із основними частотами. Як незалежні координати обираємо напруги основних частот.

Представимо напругу на базі (рис. 2.1) у вигляді

$$u = U_1 \cos \tau + U_2 \cos \left(\frac{n}{m} \tau + \varphi \right), \quad (2.26)$$

де

$$\tau = \omega_1 t + \varphi_1; \quad \varphi = \varphi_2 - \frac{n}{m} \varphi_1 + \Omega t \quad (2.27)$$

Для пошуку основних складових колекторного струму підставимо вираз (2.26) у вираз для характеристики нелінійності $i(u)$ та розкладемо вираз для анодного струму у подвійні ряди Фур'є. При цьому залежність основних складових вихідного струму від різниці фаз φ отримаємо таку, що виражено явно, на відміну від розкладення у звичайні ряди Фур'є. Це дозволяє отримати в загальному вигляді деякі конкретні висновки.

Після викладок [5] отримаємо вирази для середньої крутизни для двох основних частот

$$S_1 = \frac{I_1}{U_1} = S_{1a} + jS_{1p}, \quad S_2 = \frac{I_2}{U_2} = S_{2a} + jS_{2p}, \quad (2.28)$$

де

$$\begin{aligned}
S_{1a} &= \frac{1}{U_1} \left[I_{1,0} + \frac{1}{2} I_{0,m/n} \cos\left(\frac{m}{n} \varphi\right) + \frac{1}{2} \sum_r (I_{m-1,rm} + I_{m+1,rm}) \cos(rm\varphi) \right]; \\
S_{1p} &= \frac{1}{U_1} \left[\frac{1}{2} I_{0,m/n} \sin\left(\frac{m}{n} \varphi\right) + \frac{1}{2} \sum_r (I_{m-1,rm} - I_{m+1,rm}) \sin(rm\varphi) \right]; \\
S_{2a} &= \frac{1}{U_2} \left[I_{1,0} + \frac{1}{2} I_{n,1-m} \cos(m\varphi) + \frac{1}{2} \sum_r (I_{m,rm+1} + I_{m,rm-1}) \cos(rm\varphi) \right]; \\
S_{2p} &= \frac{1}{U_2} \left[-\frac{1}{2} I_{n,1-m} \sin(m\varphi) + \frac{1}{2} \sum_r (I_{m,rm+1} - I_{m,rm-1}) \sin(rm\varphi) \right].
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Коефіцієнти $I_{k,l}$ є коефіцієнти подвійних рядів Фур'є, що обчислюються відомими способами [7]. Середня крутизна – величина комплексна за умови $\varphi = \varphi_0 = 0, \pi, 2\pi \dots$ приймає дійсні значення. В деяких випадках середня крутизна генераторів стає дійсною за будь-яких φ , наприклад, під час малих коливань, коли характеристику нелінійності можливо вважати лінійною, а також за особливої форми останньої.

Скорочені рівняння, системи, що розглядається отримаємо із (2.17) та із урахуванням (2.27), звідки $\varphi = \Omega + \psi_2 - n/m\psi_1$, мають вигляд

$$\begin{aligned}
T_1 \dot{U}_1 &= (S_{1a} R_1 - 1) U_1; \quad T_2 \dot{U}_2 = (S_{2a} R_2 - 1) U_2; \\
T_2 \dot{\varphi} &= \Delta + S_{2p} R_2 - \frac{\delta_1}{\delta_2} S_{1p} R_1; \\
T_1 \dot{\varphi}_1 &= S_{1p} R_1; \quad \Delta = \Omega T_2.
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Праві частини цих рівнянню не залежать від ψ_1 , тому їх дослідження зводиться до аналізу перших трьох невідомих U_1, U_2, φ . Якщо покласти в (2.30), що похідні $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{\varphi}$ дорівнюють нулю, то отримаємо рівняння режиму синхронізму, в якому амплітуди напруг постійні у часі, а частоти, що генеруються точно кратні. Останнє зауваження точно слідує із (2.26).

Випишемо рівняння режиму синхронізму

$$\begin{aligned}
S_{1a}R_1 - 1 = 0, \quad S_{2a}R_2 - 1 = 0, \\
\Delta + S_{2p}R_2 - \frac{\delta_1}{\delta_2}S_{1p}R_1 = 0, \quad T_1\dot{\varphi}_1 = S_{1p}R_1
\end{aligned}
\tag{2.31}$$

Похідна $\dot{\varphi}_1$ в режимі синхронізму не змінюється у часті і є поправкою на частоту коливань у першому контурі відносно його власної частоти. Тому одна із генерованих частот може бути знайдена за формулою

$$\omega' = \omega_1 + \dot{\varphi}_1,$$

а інша точно кратна цій частоті, тобто $\omega'' = (n/m)\omega'$.

Умови стійкості режиму синхронізму можливо отримати із (2.30), склавши рівняння у варіаціях та застосувавши критерій Гурвіца. Під час подальших міркувань передбачається, що режими, що розглядаються – стійкі.

Припустимо спочатку, що власні частоти точно кратні, тобто розлаштування дорівнює нулю. Тоді третє рівняння (2.31) має вигляд

$$S_{2p}R_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2}S_{1p}R_1 . \tag{2.32}$$

Таке рівняння задовольняється тотожно, якщо $S_{2p} = S_{1p} = 0$, що можливо, як виходить із (2.29), за умови $\varphi = \varphi_0 = 0, \pi, 2\pi \dots$. Із четвертого рівняння (2.31) можливо замітити, що в цьому випадку поправка на частоту $\dot{\varphi}_1$ дорівнює нулю і, таким чином, частоти, що генеруються дорівнюють власним частотам. Сумісне рішення двох перших рівнянь (2.31) для кожного із можливих значень φ визначає стаціонарні амплітуди напруг [5].

2.4 Дослідження двоконтурного генератора за умови кратності частот 1:2

Дослідження генераторів за схемою рис. 2.1 в загальній формі не дає повного уявлення про залежність режиму і частот коливань від параметрів

генератора. Далі наводяться результати дослідження генератора для випадку, коли наближене співвідношення частот контурів дорівнює 1:2, а характеристика нелінійності апроксимована поліномом третього ступеня виду

$$i = c_1 u + c_2 u^2 - c_3 u^3. \quad (2.33)$$

Покладаємо $c_1 > 0$, $c_3 < 0$, а коефіцієнт c_2 або додатній або від'ємний.

Рівняння, яке описує процеси в генераторі, що розглядається, для обраної апроксимації характеристики нелінійності приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} T_1 \dot{X}_1 &= c_1 R_1 (a_1 - X_1^2 - 2X_2^2 + bX_2 \cos \varphi) X_1; \\ T_2 \dot{X}_2 &= c_1 R_2 \left(a_2 - X_2^2 - 2X_1^2 + \frac{b}{2} \frac{X_1^2}{X_2} \cos \varphi \right) X_2; \\ \dot{\varphi} &= \Omega - (\Omega_1 + \Omega_2) \sin \varphi; \quad \dot{\varphi}_1 = \Omega_1 \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2.34)$$

де $X_i = U_i / U_m$ - безрозмірні амплітуди коливань; $U_m = \sqrt{4c_1 / 3c_2}$; параметри $a_1 = 1 - 1/c_1 R_1$; $a_2 = 1 - 1/c_1 R_2$ характеризують регенерацію по кожній із частот; φ - узагальнена різниця фаз коливань; $\dot{\varphi}_1 = \omega' - \omega_1$ - поправка на частоту коливань в першому контурі відносно його власної частоти; розлаштування $\Omega = \omega_2 - 2\omega_1$ характеризує відхилення власних частот від точно кратних: $\Omega_1 = 2bR_1 X_2 / T_1$; $\Omega_2 = bR_2 X_1^2 / 2T_2 X_2$.

Покладаючи в (2.34) $\dot{X}_1 = \dot{X}_2 = \dot{\varphi} = 0$, отримаємо рівняння стаціонарного режиму, в якому амплітуди коливань постійні, а частоти кратні (режим синхронізму).

Результати досліджень цих рівнянь, проведені в [5], зводяться до наступного. За умови точної кратності власних частот $\Omega = 0$ частоти, що генеруються дорівнюють власним частотам контурів (за умови позитивного зворотного зв'язку кожного із них різниця фаз дорівнює: $\varphi = 0$ для $c_2 > 0$ або $\varphi = \pi$ для $c_2 < 0$). В цьому випадку існує п'ять характерних зон

параметра регенерації a_2 , в кожній із яких залежність режиму від a_1 має свої особливості. Ці зони відповідають нерівностям

$$\begin{aligned}
 &1) -\infty < a_2 < -8a; \quad 2) -8a < a_2 < 0; \\
 &3) 0 < a_2 < \frac{4}{9}a; \quad 4) \frac{4}{9}a < a_2 < 4a; \quad 5) 4a < a_2,
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

де $a = c_2^2 / 12c_1c_3$.

Для кожної із зон побудовано фазові портрети в площині X_1X_2 та залежності амплітуд, що встановились від параметрів (рис. 2.2-2.7).

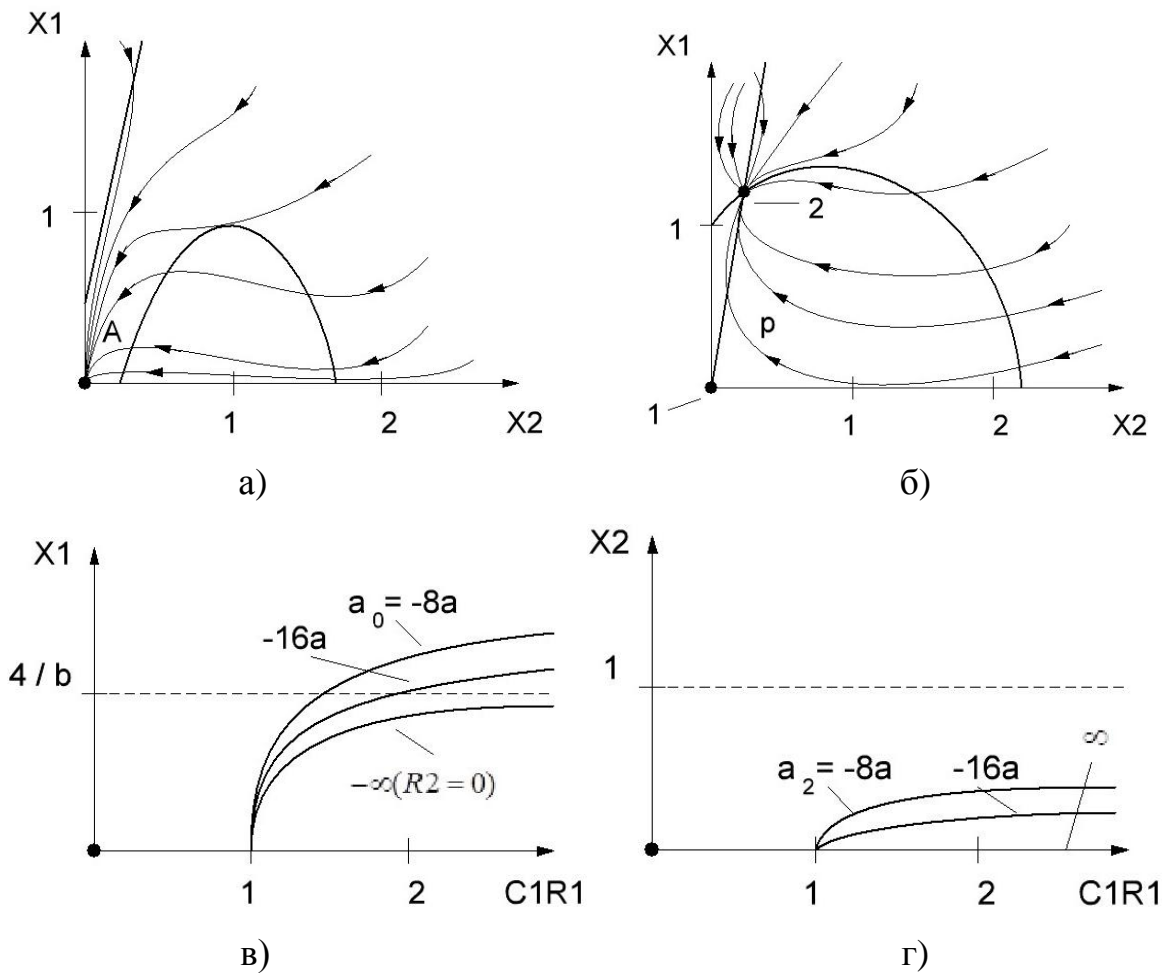


Рисунок 2.7 – Графічне рішення рівнянь (2.34) на площині відносних амплітуд X_1X_2 та характеристики навантаження за умови $-\infty < a_2 < -8a$, $\Omega = 0$

На фазових портретах позначено особливі точки, що відповідають

рішення рівнянь стаціонарного режиму.

Поки регенерація другого контуру порівняно невелика (перша зона), залежності $X_1(R_1)$, $X_2(R_1)$ нагадують залежності м'якого режиму одноконтурного автогенератора (рис. 2.5). Із збільшення регенерації другого контуру амплітуди коливань поступово зростають.

В другій зоні (рис. 2.8) зривання коливань виникає за умови найменшого значення керуючого опору R_1 , ніж поява, тобто з'являється коливальний гістерезис (див. криві для $a_2 = -1a$ та $a_2 = 0$ на рис. 2.8), як під час жорсткого режиму одно контурного генератора.

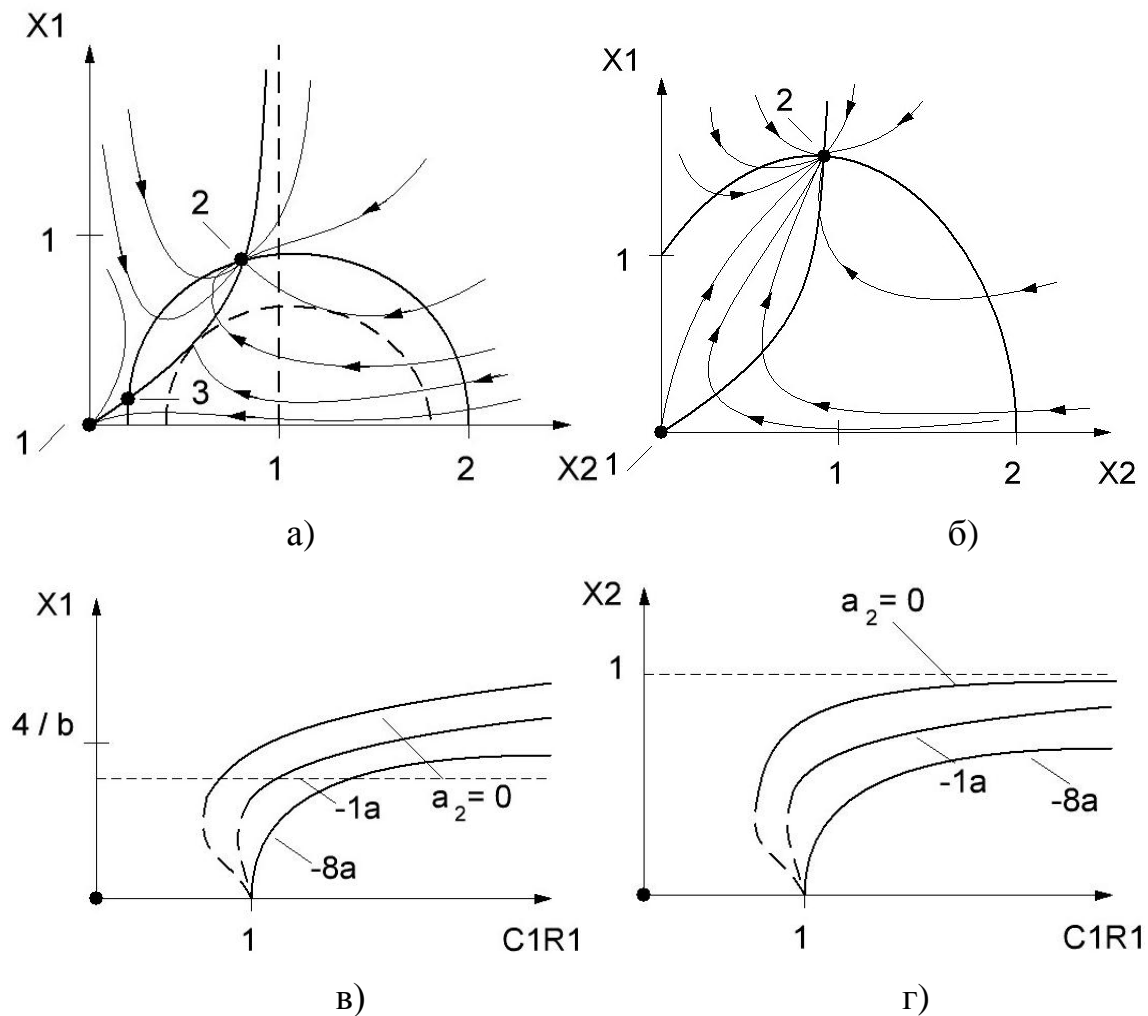


Рисунок 2.8 - Графічне рішення рівнянь (2.34) на площині відносних амплітуд $X_1 X_2$ та характеристики навантаження за умови $-8a < a_2 < 0$, $\Omega = 0$

Однак в одноконтурному автогенераторі жорсткий режим можливий лише в тому випадку, коли характеристика вихідного струму є поліном не нижче п'ятого ступеня. В випадку, що розглядається важливу роль відіграє кратність частот та наявність квадратичного члену характеристики, в результаті чого жорсткий режим є можливим навіть за умови третьої ступені полінома характеристики [5,6].

Висновки до другого розділу

Метод обвідних, що розроблено С.І. Евтяновим для аналізу перехідних процесів в частотно-селективних колах, ґрунтується на наближеному спектральному аналізі, що враховує селективні властивості символічного коефіцієнта передачі чотириполіусника або імпедансу двополіусника.

Рішення диференційного рівняння просте лише для елементарних електричних кіл. Для чотириполіусників, що мають частотну селективність, обчислення відгуку $u(t)$ на дію $e(t)$ можливо спростити, якщо ввести змінні у часі комплексні амплітуди (обвідні).

Під час зміни напруг живлення змінюється режим транзистора, вхідний опір, склад гармонік в вихідному струмі, що викликає нестабільність частоти автогенератора.

Із наведених виразів маємо, що для підвищення стабільності частоти автогенератора необхідно :

- підвищувати стабільність резонансної частоти контура;
- застосовувати коливальний контур із найменшим затуханням;
- стабілізувати напругу джерел живлення;
- зменшувати склад гармонік у вихідному струмі транзистора, обираючи режим, близький до лінійного.

Окрім вказаних заходів для стабілізації частоти застосовують різні методи автоматичного підстроювання частоти (частотний або фазовий).

3 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КВАРЦОВОЇ БАГАТОЧАСТОТНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

3.1 Побудова узагальненої структури багаточастотної коливальної системи

Запропонована структура багаточастотної кварцової коливальної системи (БККС) містить багаточастотний кварцовий резонатор (БКР), n каналів збудження на основі узагальненого активного елемента УАЕ $_i$, $i = \overline{1, n}$ та вибірного кола зворотного зв'язку (ЗЗ) (рис. 3.1).

В УАЕ можуть входити елементи, які забезпечують зворотний зв'язок і для комбінаційних складових (сумарних, різницевих) з коефіцієнтом передачі $\beta_i(p)$. Дані електричні кола слугують для стимуляції або придушення найбільш інтенсивних комбінаційних складових, що виникають під дією на джерело струму кероване напругою ДСКН $_i$ полігармонічних коливань. Побудова БККС на базі ДСКН охоплює практично всі активні елементи, які знайшли використання в генераторах коливань. В якості ДСКН можуть бути представлені триполюсні АЕ - біполярні та польові транзистори, а несуттєва зміна узагальненої структури БККС дозволяє використання двополюсних або чотириполюсних АЕ, наприклад, інтегральних підсилювачів. Для стабілізації режиму роботи, УАЕ охоплюється колом автоматичного зміщення з комплексним опором $z_{азз}$.

Нелінійні кола ЗЗ з коефіцієнтом передачі $K_{ji}(u_\Sigma, p)$, $j = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$ мають декілька призначень. Окрім своєї основної функції - завдання необхідних амплітудно-фазових співвідношень в колах збудження, кола ЗЗ слугують зниження конкуренції коливань (за рахунок відповідних коефіцієнтів придушення міжканальних завад $\gamma_{ji} = \frac{K_{ji}}{K_{ii}}$). Також може здійснюватись автоматичне регулювання амплітуди коливань для фіксації

максимально допустимої потужності розсіювання на багаточастотному кварцовому резонаторі (БКР).

Спектральна чистота вихідного сигналу БККС підтримується вибором співвідношення між кількістю частот, що генеруються m і кількістю каналів збудження n (звичайно $m=n$).

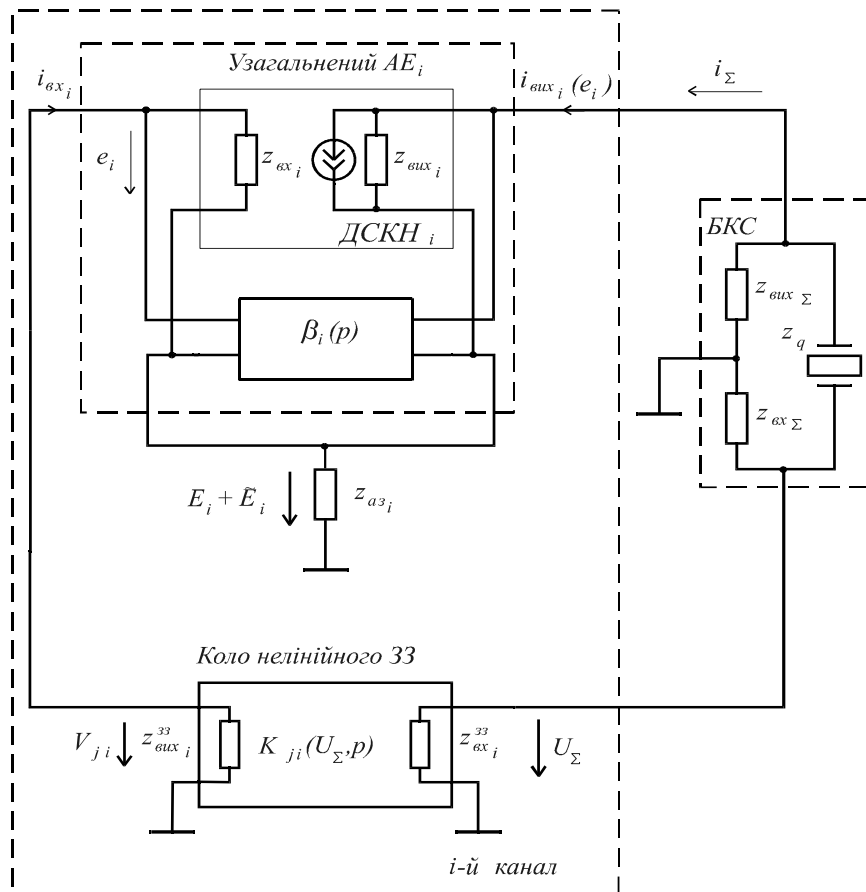


Рисунок 3.1 – Узагальнена структура БККС

На рис. 3.1 також позначено:

$$z_{ex_i} = R_{ex_i} / \left(1 + p \cdot R_{ex_i} \cdot C_{ex_i}\right); \quad z_{vih_i} = R_{vih_i} / \left(1 + p \cdot R_{vih_i} \cdot C_{vih_i}\right) \quad - \quad \text{КОМПЛЕКСНІ}$$

еквівалентні вхідний та вихідний опори УАЕ;

$$z_{ex_i}^{33} = R_{ex_i}^{33} / \left(1 + p \cdot R_{ex_i}^{33} \cdot C_{ex_i}^{33}\right); \quad z_{vih_i}^{33} = R_{vih_i}^{33} / \left(1 + p \cdot R_{vih_i}^{33} \cdot C_{vih_i}^{33}\right) \quad - \quad \text{КОМПЛЕКСНІ}$$

еквівалентні вхідний та вихідний опори парціального кола 33;

$$z_{ex_\Sigma} = R_{ex_\Sigma} / \left(1 + p \cdot R_{ex_\Sigma} \cdot C_{ex_\Sigma}\right); \quad z_{vih_\Sigma} = R_{vih_\Sigma} / \left(1 + p \cdot R_{vih_\Sigma} \cdot C_{vih_\Sigma}\right);$$

$$\frac{1}{R_{\text{вх}\Sigma}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{\text{вх}i}}; \quad C_{\text{вх}\Sigma} = \sum_{i=1}^n C_{\text{вх}i}^{33}; \quad \frac{1}{R_{\text{вих}\Sigma}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{\text{вих}i}}; \quad C_{\text{вих}\Sigma} = \sum_{i=1}^n C_{\text{вих}i};$$

$z_{a3_i} = R_{a3_i} / (1 + p \cdot R_{a3_i} \cdot C_{a3_i})$ - комплексний еквівалентний опір i - того

кола автоматичного зміщення;

$e_i = V_{ji} + E_i + \tilde{E}_i$ - напруга керування на вході УАЕ $_i$, де E_i, \tilde{E}_i - постійна та змінна складові напруги автоматичного зміщення;

$i_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n i_{\text{вих}i}(e_i)$ - сумарний струм на вході коливальної системи;

$u_{\Sigma} = U_0(t) + \sum_{j=1}^m U_j(t) \cdot \cos[\omega_{qj}t + \varphi_j(t)]$ - сумарна напруга на виході

коливальної системи, де U_j, ω_{qj} і φ_j - амплітуда, частота і фаза j - того коливання.

В прецизійних БККС звичайно використовують режим малих струмів, де можна використати лінійну модель резонатора, еквівалентний опір якої z_{qj} визначається

$$z_{qj} = \frac{1 + p \cdot C_{qj} \cdot R_{qj} + p^2 \cdot L_{qj} \cdot C_{qj}}{p(C_0 + C_{qj} + p \cdot R_{qj} \cdot C_0 + p^2 \cdot L_{qj} \cdot C_{qj} \cdot C_0)}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (3.1)$$

де L_{qj}, C_{qj}, R_{qi} і C_0 - динамічні індуктивність, ємність, опір та паралельна ємність БКР відповідно [9].

Якщо до БКР передбачається під'єднання керуючих чи компенсуючих елементів, то еквівалентний опір резонатора z_{qj} може бути перерахований з врахуванням параметрів цих елементів. Наприклад, при керуванні частотою кварцового резонатора за допомогою послідовно підключеної ємності чи збудженні БКР в зазорі можна скористатися такими співвідношеннями з [6]:

$$\begin{aligned}
L_{qэj} &= L_{qэj} [1 + C_0 / C_{nj}]^2; & C_{0эj} &= C_0 C_{nj} / (C_0 + C_{nj}); \\
C_{qэj} &= C_{qj} C_{nj}^2 / (C_{nj} + C_0)(C_{nj} + C_0 + C_{qj}) \approx C_{qj} / (1 + C_0 / C_{nj})^2; & (3.2) \\
R_{qэj} &= R_{qj} [1 + C_0 / C_{nj}]^2,
\end{aligned}$$

де C_{nj} - приєднана ємність для j -тої моди коливань БКР.

Розроблена структура є основою для побудови математичної моделі БККС для дослідження динаміки встановлення коливань [9-11].

3.2 Виведення скорочених амплітудно-фазових рівнянь БККС

Поведінка багатоканального багаточастотного кварцового генератора (рис. 2.1) повністю описується системою диференційних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_\Sigma &= \mathbf{Z}(p) \cdot \mathbf{i}_{\text{вих}}(\mathbf{u}_\Sigma, \tilde{\mathbf{E}}, \mathbf{E}), \\
\tilde{\mathbf{E}} &= -\mathbf{Z}_{a3}(p) \cdot \mathbf{i}_{\text{вих}}(\mathbf{u}_\Sigma, \tilde{\mathbf{E}}, \mathbf{E}),
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\text{де } \mathbf{Z}(p) = \begin{pmatrix} Z_{11}(p) & Z_{12}(p) & \dots & Z_{1n}(p) \\ Z_{21}(p) & Z_{22}(p) & \dots & Z_{2n}(p) \\ & & \dots & \\ Z_{m1}(p) & Z_{m2}(p) & \dots & Z_{mn}(p) \end{pmatrix} \text{ – матриця } m \times n \text{ еквівалентних опорів;}$$

$$Z_{ji}(p) = (Z_{\text{ex}\Sigma} + Z_{\text{вих}\Sigma}) / (Z_{\text{ex}\Sigma} + Z_{\text{вих}\Sigma} + Z_{qji}); \tag{3.4}$$

$\mathbf{Z}_{a3}(p) = \text{diag}(Z_{a31}(p), Z_{a32}(p), \dots, Z_{a33}(p))$ – матриця комплексних опорів кіл автозміщень;

$\mathbf{i}_{\text{вих}} = (i_{\text{вих}1}, i_{\text{вих}2}, \dots, i_{\text{вих}n})$ – вектор вихідних струмів;

$\mathbf{u}_\Sigma = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ – вектор сумарної напруги на виході БККС;

$\tilde{\mathbf{E}} = (\tilde{E}_1, \tilde{E}_2, \dots, \tilde{E}_n)^T$, $\mathbf{E} = (E_1, E_2, \dots, E_n)^T$ – вектори змінних і постійних складових напруг автозміщення.

Для більш точного аналізу, в системі (3.3) замість вектора опорів автозміщень $Z_{az}(p)$ доцільно використовувати вектор еквівалентних опорів кіл автозміщень

$$Z_{eaz_i}(p) = Z_{az_i}(p) \cdot (1 + 1 / (S_{\Sigma_i}^{ДСКН}(e_i) \cdot Z_{вх_i}(p))), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.5)$$

де $S_{\Sigma_i}^{ДСКН} = \sum_{j=1}^M S_{ji}^{ДСКН}$ - усереднена по за j -тою частотою крутизна i -го ДСКН;

$M = m + m_\Gamma + m_K$, m_Γ і m_K – кількість гармонічних і комбінаційних складових, які отримуються за дії на ДСКН полігармонічного сигналу з кількістю основних частот m .

Однак, в реальних схемах БККС, звичайно $|Z_{вх_i}| \gg |Z_{az_i}|$, що дозволяє з достатнім ступенем точності вважати $Z_{eaz_i} \approx Z_{az_i}$ та використовувати в подальшому замість Z_{eaz_i} величину Z_{az_i} .

Крутизна УАЕ S_{ji} визначається величиною крутизни $S_{ji}^{ДСКН}$, а також параметрами кола ЗЗ $\beta_{ji}(p)$ і $Z_{вх_i}(p)$ [10]:

$$S_{ji} = S_{ji}^{ДСКН} / (1 - \beta_{ji}(p) \cdot S_{ji}^{ДСКН} \cdot Z_{вх_i}(p)), \quad j = \overline{1, M}; \quad i = \overline{1, n}. \quad (3.6)$$

Аналіз виразу (3.5) показує, що наявність додатного ЗЗ по кільцю $\beta_{ji}(p)$ призводить до збільшення крутизни УАЕ S_{ji} для відповідних спектральних складових, від'ємної – до зменшення, а невиконання умови $|\beta_{ji}| \cdot |S_{ji}^{ДСКН}| \cdot |Z_{вх_i}| < 1$ перетворює УАЕ в автогенеруючий пристрій.

Відповідно до методики [1,2] еквівалентний опір БККС можна представити в вигляді співвідношення:

$$\begin{aligned} Z_{ji}(p) &= \delta_{ji} \cdot P_{ji}(p, \delta_{ji}) / Q_{ji}(p, \delta_{ji}), \\ Z_{az_i}(p) &= \delta'_i \cdot P_{az_i}(p, \delta'_i) / Q_{az_i}(p, \delta'_i), \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (3.7)$$

де $P_{ji}(p, \delta_{ji}), Q_{ji}(p, \delta_{ji}), P_{a_{z_i}}(p, \delta'_i), Q_{a_{z_i}}(p, \delta'_i)$ – поліноми від p ;

δ_{ji}, δ'_i – малий параметр; $p \equiv d/dt$.

Тоді система рівнянь (3.3) перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(p, \delta) \cdot \mathbf{u}_\Sigma &= \delta \mathbf{P}(p, \delta) \cdot \mathbf{i}_{\text{вух}}(\mathbf{u}_\Sigma, \tilde{\mathbf{E}}, \mathbf{E}), \\ \mathbf{Q}_{a_z}(p, \delta') \cdot \tilde{\mathbf{E}} &= -\delta' \mathbf{P}_{a_z}(p, \delta') \cdot \mathbf{i}_{\text{вух}}(\mathbf{u}_\Sigma, \tilde{\mathbf{E}}, \mathbf{E}), \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\text{де } \mathbf{Q}(p, \delta) = \begin{pmatrix} Q_{11}(p, \delta) & Q_{12}(p, \delta) & \dots & Q_{1n}(p, \delta) \\ Q_{21}(p, \delta) & Q_{22}(p, \delta) & \dots & Q_{2n}(p, \delta) \\ & & \dots & \\ Q_{m1}(p, \delta) & Q_{m2}(p, \delta) & \dots & Q_{mn}(p, \delta) \end{pmatrix},$$

$$\delta \mathbf{P}(p, \delta) = \begin{pmatrix} \delta_{11} P_{11}(p, \delta) & \delta_{12} P_{12}(p, \delta) & \dots & \delta_{1n} P_{1n}(p, \delta) \\ \delta_{21} P_{21}(p, \delta) & \delta_{22} P_{22}(p, \delta) & \dots & \delta_{2n} P_{2n}(p, \delta) \\ & & \dots & \\ S_{m1} P_{m1}(p, \delta) & S_{m2} P_{m2}(p, \delta) & \dots & S_{mn} P_{mn}(p, \delta) \end{pmatrix} \text{ – матриці розміром } m \times n;$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{a_z}(p, \delta') &= \text{diag}(Q_{a_{z_1}}(p, \delta'_1), Q_{a_{z_2}}(p, \delta'_2), \dots, Q_{a_{z_n}}(p, \delta'_n))^T; \\ \delta' \mathbf{P}_{a_z}(p, \delta') &= \text{diag}(\delta'_1 P_{a_{z_1}}(p, \delta'_1), \delta'_2 P_{a_{z_2}}(p, \delta'_2), \dots, \delta'_n P_{a_{z_n}}(p, \delta'_n))^T \end{aligned} \quad \text{– діагональні}$$

матриці $n \times n$.

Враховуючи асинхронний принцип взаємодії коливань в реальних схемах БККС, можна записати:

$$Z_{ji}(p) = \delta_{ji} P_{ji}(p, \delta_{ji}) / Q_{ji}(p, \delta_{ji}) = 0, \text{ для } j \neq i; j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}.$$

За умови $j=i$ отримуємо:

$$Z_{ji}(p) = Z_j(p) = \delta_j P_j(p, \delta_j) / Q_j(p, \delta_j). \quad (3.9)$$

В загальному випадку розв'язок системи рівнянь (3.7) являє собою суму коливань частот, які визначаються резонансними частотами БККС

(нормальні частоти породжуючої системи $Q_j(p, \delta_j) = 0$), їх електричних гармонік (m_G) і комбінаційних складових (m_K) з повільно-змінними амплітудами і фазами:

$$u_\Sigma = \sum_{j=1}^M u_j, \quad u_j = U_{0j}(t) + U_j(t) \cos(\omega_j t + \varphi_j(t)). \quad (3.10)$$

Електричні гармоніки, комбінаційні складові не попадають в смуги прозорості БККС. Тоді

$$u_\Sigma = U_0(t) + \sum_{j=1}^m U_j(t) \cos(\omega_{qj} t + \varphi_j(t)), \quad (3.11)$$

де $U_0(t) = \sum_{j=1}^m U_{0j}(t)$, а керуюча напруга на входах УАЕ:

$$V_i = V_{0i}(t) + \sum_{j=1}^m V_{ji}(t) \cos[\omega_{qj} t + \psi_{ji}(t)]. \quad (3.12)$$

Тут $V_{0i} = U_0 \cdot K_{0i}$; $V_{ji} = U_j \cdot K_{ji}$; $\psi_{ji} = \varphi_j + \Delta\varphi_{ji}$, де K_{0i}, K_{ji} - коефіцієнт передачі i -того кола ЗЗ на нульовій і j -тій власній резонансній частоті БКС; $\Delta\varphi_{ji}$ - фазовий зсув i -того кола ЗЗ для j -тої частоти.

Вихідний струм в (3.7) з точністю до малого параметра δ можна записати як:

$$i_{\text{вих}_i}(e_i) = I_{0i}(V_i) + \sum_{j=1}^m I_{ji}(V_i) \cos[\omega_{qj} t + \psi_{ji}(t)], \quad (3.13)$$

де $I_{ji}(V_i) = S_{ji}(V_i) \cdot V_{ji} = S_{ji}(V_i) \cdot U_j \cdot K_{ji}$.

При введенні комплексної амплітуди і комплексного коефіцієнта передачі ЗЗ:

$$\dot{U}_j = U_j \exp(j\varphi_j), \quad \dot{I}_{ji} = I_{ji} \exp(j\psi_{ji}), \quad \dot{K}_{ji} = K_{ji} \exp(j\Delta\varphi_{ji})$$

і виконанні перетворення отримаємо з (2.14) рівняння відносно амплітуд, що повільно змінюються:

$$Q_j(p' + j\omega_{qj}, \delta_j) \cdot U_j = \delta_j P_j(p' + j\omega_{qj}, \delta) \times \sum_{i=1}^n \dot{I}_{ji}(V_{ji}, \tilde{E}_i, E_i)$$

або

$$\dot{U}_j = Z(p' + j\omega_{qj}, \delta) \cdot U_j \times \sum_{i=1}^n \dot{S}_{ji}(V_{ji}, \tilde{E}_i, E_i) \cdot \dot{K}_{ji}.$$

Тут введено зміщений оператор $p = p' - j\omega_{qj}$, який діє, на відміну від p , не на миттєві значення струмів і напруг, а на їхні комплексні огибаючі.

При розгляді поведінки $Z_j(p)$ БККС в області малих розладнань $p' / \omega_{qj} \approx \delta$ і збереженні лише членів першого порядку малості відносно δ можна здійснити перехід від виразу (3.18) до більш компактного:

$$Z_j(p') = R_{ej} \dot{K}_{\phi j} / (1 + p' T_j + j\Delta\omega_j T_j), \quad (3.15)$$

де $R_{ej} = R_{\text{ex}\Sigma} \cdot R_{\text{вix}\Sigma} / (R_{\text{ex}\Sigma} + R_{\text{вix}\Sigma} + R_{qj})$ – еквівалентний опір багаточастотної коливальної системи для j -того коливання;

$T_j = 2 / \omega_{qj} \cdot \delta_{ej}$ – постійна часу низькочастотного еквівалента j -того парціального кола;

$$\delta_{ej} = 1 / Q_{ej} \approx \delta_j [1 + (R_{\text{ex}\Sigma} + R_{\text{вix}\Sigma}) / R_{qj}];$$

$\Delta\omega_j$ – поправка до частоти j -того коливання БККС, яка зумовлена наявністю фазових зсувів в ЗЗ;

$\dot{K}_{\phi j} = K_{\phi j} \exp(j\Delta\phi_{\phi j})$ – комплексний коефіцієнт передачі еквівалентної фазової ланки для j -тої частоти:

$$K_{\phi j} = 1 / \sqrt{1 + (\omega_{qj} \cdot T_{\phi j})^2}; \quad \Delta\phi_{\phi j} = -\text{arctg}(\omega_{qj} \cdot T_{\phi j});$$

$T_{\phi j} \approx R_{\text{ex}\Sigma} (C_0 + C_{\text{ex}\Sigma}) + R_{\text{вix}\Sigma} (C_0 + C_{\text{вix}\Sigma})$ – постійна часу фазової ланки, яка визначає наявність фазового зсуву між миттєвими значеннями $u(t)$ і $i(t)$.

Тоді, в результаті, скорочені рівняння для амплітуд, фаз коливань і напруг автозміщення БККС будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \frac{d\mathbf{U}}{dt} &= [\mathbf{G}_a \cdot \mathbf{R} - \mathbf{E}_{mm}] \cdot \mathbf{U}; \\ \mathbf{T} \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt} &= [\mathbf{G}_p \cdot \mathbf{R} - \boldsymbol{\Delta}] \cdot \mathbf{E}_m; \\ \mathbf{T}_{a3} \frac{d\tilde{\mathbf{E}}_{a3}}{dt} &= -(\mathbf{R}_{a3} \cdot \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{E}}); \end{aligned} \quad (3.16)$$

де $\mathbf{T} = \text{diag}(T_1, \dots, T_m)$, $\mathbf{T}_{a3} = \text{diag}(T_{a31}, \dots, T_{a3n})$ – матриці постійних часу коливальних систем і кіл автозміщення відповідно;

$\mathbf{U} = (U_1, \dots, U_m)^T$, $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)^T$, $\tilde{\mathbf{E}}_{a3} = (\tilde{E}_{a31}, \dots, \tilde{E}_{a33})^T$ – вектори амплітуд, фаз і напруг автозміщення;

$\mathbf{G}_a = \text{Re } \dot{\mathbf{G}}$, $\mathbf{G}_p = \text{Im } \dot{\mathbf{G}}$ – активна і реактивна складові матриці еквівалентної комплексної провідності активної частини генератора, причому

$$\mathbf{G}_a = |\dot{\mathbf{G}}| \cos \Delta\boldsymbol{\varphi}^T, \mathbf{G}_p = |\dot{\mathbf{G}}| \sin \Delta\boldsymbol{\varphi}^T; \quad (3.17)$$

$$|\dot{\mathbf{G}}| = \begin{pmatrix} S_{11}K_{11} & S_{12}K_{12} & \dots & S_{1n}K_{1n} \\ S_{21}K_{21} & S_{22}K_{22} & \dots & S_{2n}K_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{m1}K_{m1} & S_{m2}K_{m2} & \dots & S_{mn}K_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{– матриця } m \times n \text{ модулів еквівалентної}$$

комплексної провідності генератора;

$$\Delta\boldsymbol{\varphi} = \begin{pmatrix} (\Delta\varphi_{11} + \Delta\varphi_{\delta 1}) & (\Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{\delta 1}) & \dots & (\Delta\varphi_{1n} + \Delta\varphi_{\delta 1}) \\ (\Delta\varphi_{21} + \Delta\varphi_{\delta 2}) & (\Delta\varphi_{22} + \Delta\varphi_{\delta 2}) & \dots & (\Delta\varphi_{2n} + \Delta\varphi_{\delta 2}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\Delta\varphi_{m1} + \Delta\varphi_{\delta m}) & (\Delta\varphi_{m2} + \Delta\varphi_{\delta m}) & \dots & (\Delta\varphi_{mn} + \Delta\varphi_{\delta m}) \end{pmatrix} \quad \text{– матриця } m \times n, \text{ що}$$

визначає фазові співвідношення в каналах збудження; після формування матриць \mathbf{G}_a і \mathbf{G}_p , відповідно (3.17), вони мусять бути приведеними до

діагонального вигляду шляхом заміни відповідних елементів, що містять проміжні значення, нулями:

$$G_{a_{ji}} = 0 \text{ і } G_{p_{ji}} = 0 \text{ для } j \neq i, i, j = \overline{1, m};$$

$\mathbf{R} = \text{diag}(R_1, \dots, R_m)$ – матриця еквівалентних опорів БКС, причому:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_e \cdot K_{\hat{o}}, \quad \mathbf{R}_e = \text{diag}(R_{e1}, R_{e2}, \dots, R_{em}), \quad K_{\hat{o}} = \text{diag}(K_{\hat{o}1}, K_{\hat{o}2}, \dots, K_{\hat{o}m});$$

$\Delta = \text{diag}(\Delta\omega_1 T_1, \dots, \Delta\omega_m T_m)$ – матриця узагальнених розладнань;

$\mathbf{R}_{a\zeta} = \text{diag}(R_{a\zeta 1}, \dots, R_{a\zeta n})$ – матриця опорів автозміщень;

$\mathbf{I}_0 = (I_{01}, \dots, I_{0n})^T$ – вектор постійних складових вихідних струмів $i_{\text{вих}i}(e_i)$;

\mathbf{E}_{mm} – одинична матриця $m \times m$;

\mathbf{E}_m – одиничний вектор-стовпець $m \times 1$;

m – кількість частот, які генеруються;

n – кількість каналів [6].

2.3 Рівняння руху БККС за поліноміальної апроксимації прохідних характеристики активних елементів

Розглянемо динаміку встановлення коливань в БККС, використовуючи поліноміальну апроксимацію прохідної коливальної характеристики ДСКН_{*i*} [6]:

$$i_i(e_i) = I_S \left[\tilde{a}_0 + \sum_{r=1}^3 \tilde{a}_k (A_i + X_{zi})^r \right], \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.18)$$

де $A_i = U_i \cdot S_0 / I_S$ – нормована амплітуда;

$$X_{zi} = x_{zoi} + \tilde{x}_{zi};$$

$x_{zoi} = (E_i - E_S) \cdot S_0 / I_S$, $\tilde{x}_{zi} = \tilde{E} \cdot S_0 / I_S$ – постійна і змінна складові величини нормованого зміщення на ДСКН_{*i*};

$\tilde{a}_o = a_o / I_S$, $\tilde{a}_r = a_r \cdot I_S^{(r-1)} / S_o^r$ – нормовані коефіцієнти апроксимуючого полінома;

I_S, E_S – координати точки в центрі ВАХ з максимальною крутизною S_o .

Використовуючи тригонометричні формули кратного аргументу за дії тричастотного сигналу з постійною складовою у відповідності з (3.13) і (3.14) запишемо спектральні компоненти на виході i -того ДСКН:

$$I_{ji} = V_{ji} \cdot S_{ji} = V_{ji} \cdot S_o \left(\sum_{r=1}^3 r \cdot \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^{(r-1)} + 0,75 \cdot \tilde{a}_3 \cdot K_{ii}^2 \times \sum_{l=1}^n b_{l_{ij}} \cdot A_l^2 \right), \quad (3.19)$$

$$I_{oi} = I_S \left(\tilde{a}_o + \sum_{r=1}^3 \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^r + K_{ii}^2 \cdot (0,5 \cdot \tilde{a}_2 + 1,5 \cdot \tilde{a}_3 \cdot X_{zi}) \times \sum_{j=1}^3 \gamma_{ji}^2 \cdot A_j^2 \right), \quad (3.20)$$

де $K_{ii}=K_{ji}$ ($j=i$), $K_{jj}=K_{ji}$ ($i=j$) – коефіцієнти підсилення i -го кола ЗЗ для j -го коливання;

$$b_{l_{ij}} = \gamma_{li}^2 (j=l), \quad b_{l_{ij}} = 2\gamma_{li}^2 (j \neq l), \quad \gamma_{ji} = \frac{K_{ji}}{K_{ii}} = \cos \Delta \varphi_{ji} \text{ – коефіцієнти подавлення}$$

міжканальних перешкод парціальних кіл ЗЗ.

При цьому, сумарна потужність розсіювання на БКР визначається

$$P_{q\Sigma} = 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m I_{ji}^2 R_{qj}. \quad (3.21)$$

Підставляючи отримані вирази в скорочені рівняння руху БККС (3.16) отримаємо:

$$\xi_j \frac{dA_j}{dt_H} = S_o \cdot R_{ej} \cdot A_j \times \left(\sum_{i=1}^3 (C_i + 0,75 \cdot \tilde{a}_3 \cdot K_{ii}^2 \times \right. \\ \left. \times \sum_{l=1}^3 b_{l_{ij}} \cdot A_l^2) \cdot \gamma_{ji}^2 \cdot \frac{K_{ii}}{K_{jj}} - \frac{1}{S_o \cdot R_{ej} \cdot K_{jj}} \right);$$

$$\xi_j \frac{d\varphi_j}{dt_H} = S_0 \cdot R_{ej} \times \sum_{i=1}^3 (C_i + 0,75 \cdot \tilde{a}_3 \cdot K_{ii}^2 \times$$

$$\times \sum_{l=1}^3 b_{lj} \cdot A_l^2) \cdot \gamma_{ji} \cdot \sqrt{1 - \gamma_{ji}^2} \cdot \frac{K_{ii}}{K_{jj}} - \xi_j \cdot \Delta\omega_j; \quad (3.22)$$

$$\mu_{zi} \frac{dX_{zi}}{dt_H} = -S_0 \cdot R_{a3i} \cdot \left(\tilde{a}_0 + \frac{X_{zi}}{S_0 \cdot R_{a3i}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{r=1}^3 \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^r + K_{ii}^2 \cdot (0,5 \cdot \tilde{a}_2 + 1,5 \cdot \tilde{a}_3 \cdot X_{zi}) \times \sum_{j=1}^3 \gamma_{ji}^2 \cdot A_j^2 \right) + x_{30i};$$

$$i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m},$$

де $\xi_j = \frac{T_j}{\max_{1 \leq j \leq m} T_j}$; $\mu_{zi} = \frac{T_{azi}}{\max_{1 \leq j \leq m} T_j}$ - нормовані значення постійних часу j -го

парціального кола БККС та i -того кола автозміщення;

$$C_i = \sum_{r=1}^3 r \cdot \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^{(r-1)}; t_H = \frac{t}{\max_{1 \leq j \leq m} T_j} - \text{нормований час. Тут } K_{\phi j} \approx 1, \text{ а } \Delta\varphi_{\phi j} \approx 0.$$

Активність збуджуваних коливань визначається параметром регенерації.

Параметр регенерації знаходиться з рівнянь руху БККС за умови $A_j=0$:

$$q_j = R_{ej} \cdot K_{jj} \cdot S_{nj} = R_{ej} \cdot K_{jj} \cdot S_0 \times \sum_{i=1}^3 \sum_{r=1}^3 (r \cdot \tilde{a}_r \cdot (X_{zi}^n)^{(r-1)}) \cdot \gamma_{ji}^2 \cdot \frac{K_{ii}}{K_{jj}}, \quad (3.23)$$

S_{nj} – крутизна в точці спокою для j -того коливання; де X_{zi}^n - зміщення в точці спокою i -го УАЕ, що є розв'язком рівняння:

$$S_0 \cdot R_{a3i} \left(\tilde{a}_0 + \frac{X_{zi}}{S_0 \cdot R_{a3i}} + \sum_{r=1}^3 \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^r \right) - x_{30i} = 0. \quad (3.24)$$

Аналіз (3.24) показує, що варіація R_{qj} , а відповідно і R_{ej} , призводить до змін параметра регенерації q_j та умов збудження коливань. Збільшенням параметра q_j забезпечується необхідний запас стійкості режиму коливань

БККС та скорочення часу встановлення коливань. Однак, це призводить до збільшення стаціонарних амплітуд U_j , та, як наслідок, до підвищення сумарної потужності розсіювання на БКР $P_{q\Sigma}$.

Стаціонарні частоти коливань БККС можна визначити з рівнянь фази (3.22) для $\frac{d\varphi_j}{dt_H} = 0$. Нестабільність частот БККС $\Delta\omega_j$ переноситься і на нестабільність частот ω_j . Зміна параметрів УАЕ та кіл ЗЗ тим менше впливає на стабільність частот автоколивань в стаціонарному режимі, чим більша еквівалентна добротність Q_{ej} . Збільшення параметра регенерації q_j за рахунок збільшення середньої крутизни УАЕ S_{ji} і коефіцієнтів зворотного зв'язку K_{ji} призводить і до збільшення зсуву частот $\Delta\omega_j$.

Враховуючи дані особливості, досягнення необхідних динамічних параметрів процесу встановлення коливань БККС можливо шляхом вибору відповідних значень параметрів коливальної системи (підсилювальних K_{ji} і вибірних γ_{ji}) кіл ЗЗ, а також зсуву x_{z0_i} і опору автозміщення R_{az_i} , які впливають на усереднену крутизну УАЕ S_{ji} . Дані параметри необхідно використовувати для керування динамікою БККС [9-11].

Висновки до третього розділу

Запропонована структура багаточастотної кварцової коливальної системи, яка містить узагальнений активний елемент на основі джерела струму, керованого напругою (ДСКН) з внутрішніми колами зворотного зв'язку (33) та нелінійним чотириполосником зовнішнього зворотного зв'язку.

Методом повільно змінних комплексних амплітуд (методом усереднення) одержані рівняння для амплітуд та фаз рівняння БККС. Розроблена математична модель дозволяє дослідити динамічні властивості багаточастотної кварцової коливальної системи на етапі встановлення коливань.

4 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВСТАНОВЛЕННЯ КОЛИВАНЬ В БККС

4.1 Розробка алгоритму чисельного інтегрування амплітудно-фазових рівнянь БККС

Велика відмінність величин постійних часу матриці \mathbf{T} , що характерним для схем БККС, відносить (3.16) до класу жорстких задач [12,13]. Явище жорсткості обумовлено тим, що фундаментальний розв'язок системи містить як сильно мінливі (жорсткі) компоненти з великими похідними, так і мало мінливі (гладкі) з малими похідними.

Швидкість загасання нестационарних компонент фундаментального розв'язку залежить від локальних постійних часу системи $1/\text{Re}(-\eta_k)$, $k = \overline{1, K}$, де η_k - власні значення матриці Якобі $\mathbf{J}(\mathbf{Y})$. Компоненти розв'язку з найменшими постійними часу є занадто мінливі, що й робить задачу жорсткою. В той же час, розв'язок задачі визначається, в цілому, мало мінливими складовими з великими постійними часу.

В якості критерію, який визначає жорсткість задачі, використовують "коефіцієнт жорсткості", який визначається на довільному частинному розв'язку системи:

$$S(t) = \frac{\max_{1 \leq k \leq K} \text{Re}(-\eta_k)}{\min_{1 \leq k \leq K} \text{Re}(-\eta_k)}, \quad \text{Re}(\eta_k) < 0, \quad k = \overline{1, K}. \quad (4.1)$$

Величина $S(t)$ може знаходитись в межах від декількох десятків до десятків тисяч одиниць. Це характеризує (4.1) як жорстку або надзвичайно жорстку.

Основною проблемою, яка виникає під час розв'язку (3.16), є проблема чисельної стійкості. Для того, щоб забезпечити абсолютну стійкість чисельного розв'язку необхідно визначити такий крок інтегрування h , для якого кожне з комплексних значень $\overline{h_k} = h \cdot \eta_k$, $k = \overline{1, K}$ знаходилось би в

середині області абсолютної стійкості.

Для явних методів інтегрування, якими є метод Ейлера (рис. 4.1,а) та Рунге-Кутти 2 і 4 порядків (рис. 4.1,б), дані області сильно обмежені. Для застосування даних методів крок інтегрування h лімітується величиною найменшої часової постійної системи $\min_{1 \leq k \leq K} \text{Re}(-\eta_k)$. Оскільки інтервал інтегрування може в багато разів перевищувати значення найбільшої часової постійної, то необхідна кількість кроків інтегрування може виявитись достатньо великою і досягати одиниць-десятків тисяч. Це призводить до різкого збільшення похибок інтегрування (через її накопичення) та непомірному збільшенню обчислювальних витрат.

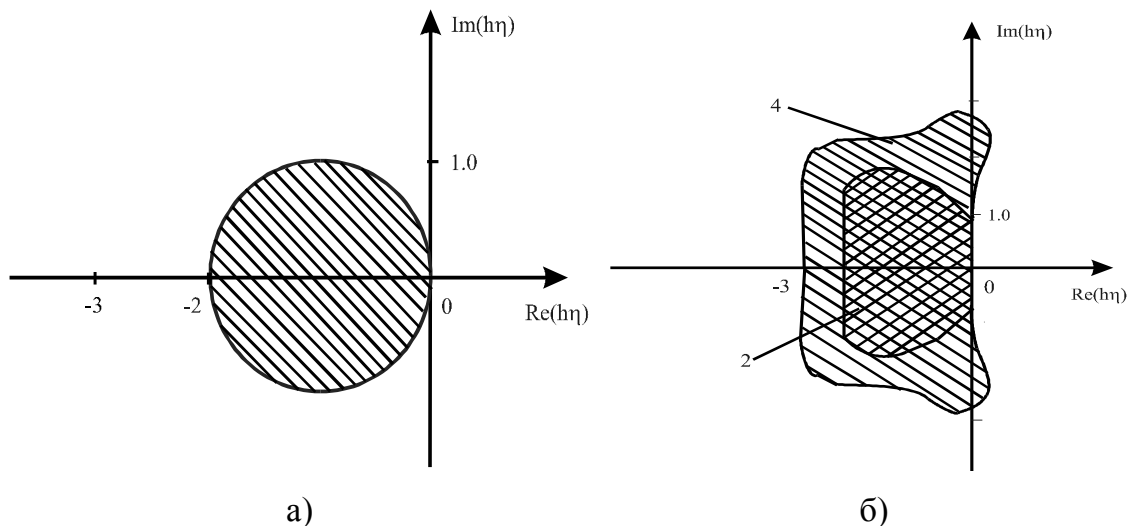


Рисунок 4.1 – Области стійкості явних методів Ейлера (а) та Рунге-Кутти 2-го та 4-го порядків (б)

Для ліквідації даних явищ під час інтегрування жорстких систем рівнянь доречно застосувати A -стійкі методи інтегрування, для яких область абсолютної стійкості пролягає до нескінченності в напівплощині $\text{Re}(h\eta) < 0$. До цих методів, насамперед, належать неявні методи інтегрування, порядок яких не перебільшує двох, наприклад, неявний метод Ейлера, а також методи, що мають жорстку стійкість, наприклад, неявна схема Рунге-Кутти 3 і 4 порядків (рис. 4.2, 4.3) [12,13].

Сутність жорстко-стійких методів інтегрування полягає в тому, що при

великих значеннях $|h\eta|$ забезпечується загасання “швидких” компонент розв’язку (без врахування похибки їх відтворення, область R_2), а при малих значеннях $|h\eta|$ (область R_1) зберігається необхідна точність “повільних” складових розв’язку.

Розв’язання системи (3.16) під час застосування A -стійких (жорстко стійких) методів має асимптотичну стійкість за будь-якій додатній величині кроку h . Вибір кроку обумовлюється лише точністю розв’язку, яка вимагається. Недоліком даних методів є збільшення об’єму обчислень через необхідність використання ітераційного (ньютонівського) процесу розв’язку системи нелінійних рівнянь на кожному кроці інтегрування [13].

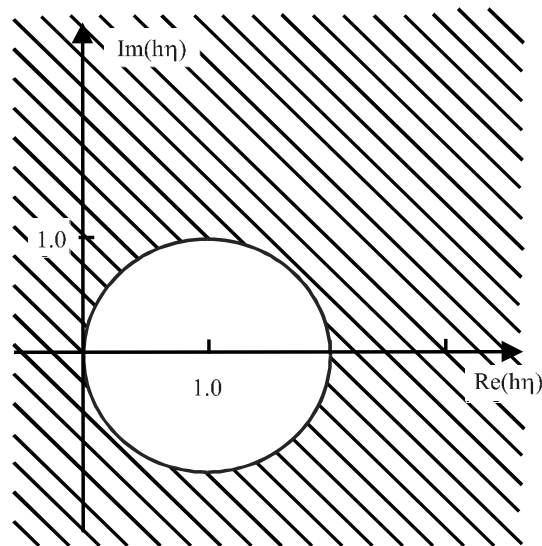


Рисунок 4.2 – Область стійкості неявної схеми Ейлера

Під час інтегрування жорстких систем диференціальних рівнянь знаходять застосування і напівявні A -стійкі або майже A -стійкі методи Розенброка. Сутність цих методів полягає у введенні матриці Якобі безпосередньо в формулу числового інтегрування. При цьому, на кожному кроці необхідно знаходити розв’язок тільки лінійної системи алгебраїчних рівнянь, що знижує загальний об’єм обчислень.

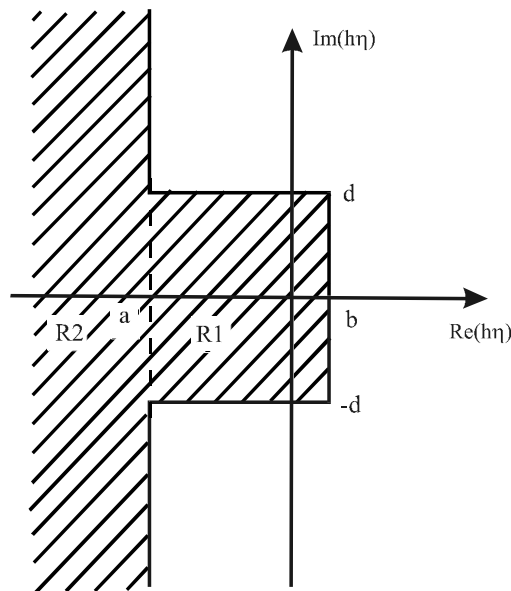


Рисунок 4.3 – Области стійкості неявного метода Рунге-Кутти 3-го та 4-го порядків

Як вказано в [12], дані методи здатні давати стійкі розв'язки задач, якщо функція в правій частині рівняння може бути розщеплена на жорстку лінійну і нежорстку нелінійну частини. Якщо такого розщеплення не існує, стійкість чисельного розв'язку не може бути гарантованою.

Враховуючи специфіку процесу встановлення коливань БККС для розв'язання системи диференціальних рівнянь (2.16), оптимальним є застосування неявного методу числового інтегрування Ейлера-Коші другого порядку точності, який має властивість A -стійкості, достатньо простий в реалізації і дозволяє, при необхідності, легко змінювати крок інтегрування.

Формулу числового інтегрування, що реалізує метод Ейлера-Коші можна записати таким чином:

$$\mathbf{Y}_{i+1} = \mathbf{Y}_i + \frac{h}{2} [f(t_i, \mathbf{Y}_i) + f(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1})], \quad (4.2)$$

де \mathbf{Y}_i - вектор розв'язків системи (4.2) в момент часу $t_i = i \cdot h$, $t_i \leq t_c$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$, N – кількість кроків інтегрування; t_c - час спостереження.

Для розв'язання нелінійної системи (4.2) доречно використовувати ітераційний метод Ньютона:

$$\mathbf{Y}_{i+1}^{(r+1)} = \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} + \left(\mathbf{E} - \frac{h}{2} \mathbf{J}(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)}) \right)^{-1} \times \left[\frac{h}{2} (f(t_i, \mathbf{Y}_i) + f(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)})) + \mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} \right], \quad (4.3)$$

де E -одинична матриця; r -число, що визначає кількість ітерацій.

Покращання східності ітераційного процесу досягається за рахунок використання початкового наближення, яке визначається за формулою, що відповідає явному методу Ейлера:

$$\mathbf{Y}_{i+1}^{(0)} = \mathbf{Y}_i + hf(t_i, \mathbf{Y}_i). \quad (4.4)$$

Критерієм закінчення ітераційного процесу є виконання умови:

$$\left\| \frac{\mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} - \mathbf{Y}_{i+1}^{(r-1)}}{\mathbf{Y}_{i+1}^{(r-1)}} \right\| \leq \varepsilon, \quad (4.5)$$

де ε - похибка ітераційного процесу.

Оптимальна величина кроку інтегрування h -визначається кількістю ітерацій r - необхідних для виконання умови (4.4). Якщо умова (4.4) не виконується, то повторюються ітерації (4.2), поки r не стане більше $r > 3$. За умови $r > 3$ крок h ділиться навпіл та повторюють обчислення для точки $t_{i+1/2} = t_i + h/2$. Якщо умова (4.18) виконана для $r=1$, то крок h в наступній точці інтегрування збільшується у два рази. Якщо ж (4.2) виконується для $1 < r < 4$, то крок інтегрування виявляється незмінним. При цьому похибка метода Ейлера-Коші асимптотично наближається до величини

$$\beta \approx \max_{1 \leq k \leq K} \left| \frac{1}{6} h^3 (h\lambda_k)^{-1} \frac{d^3 \mathbf{Y}_{ki}}{dt_i^3} \right|. \quad (4.6)$$

Даний метод числового інтегрування реалізується на підставі алгоритму, який представлено на рис. 4.4 [12-14].

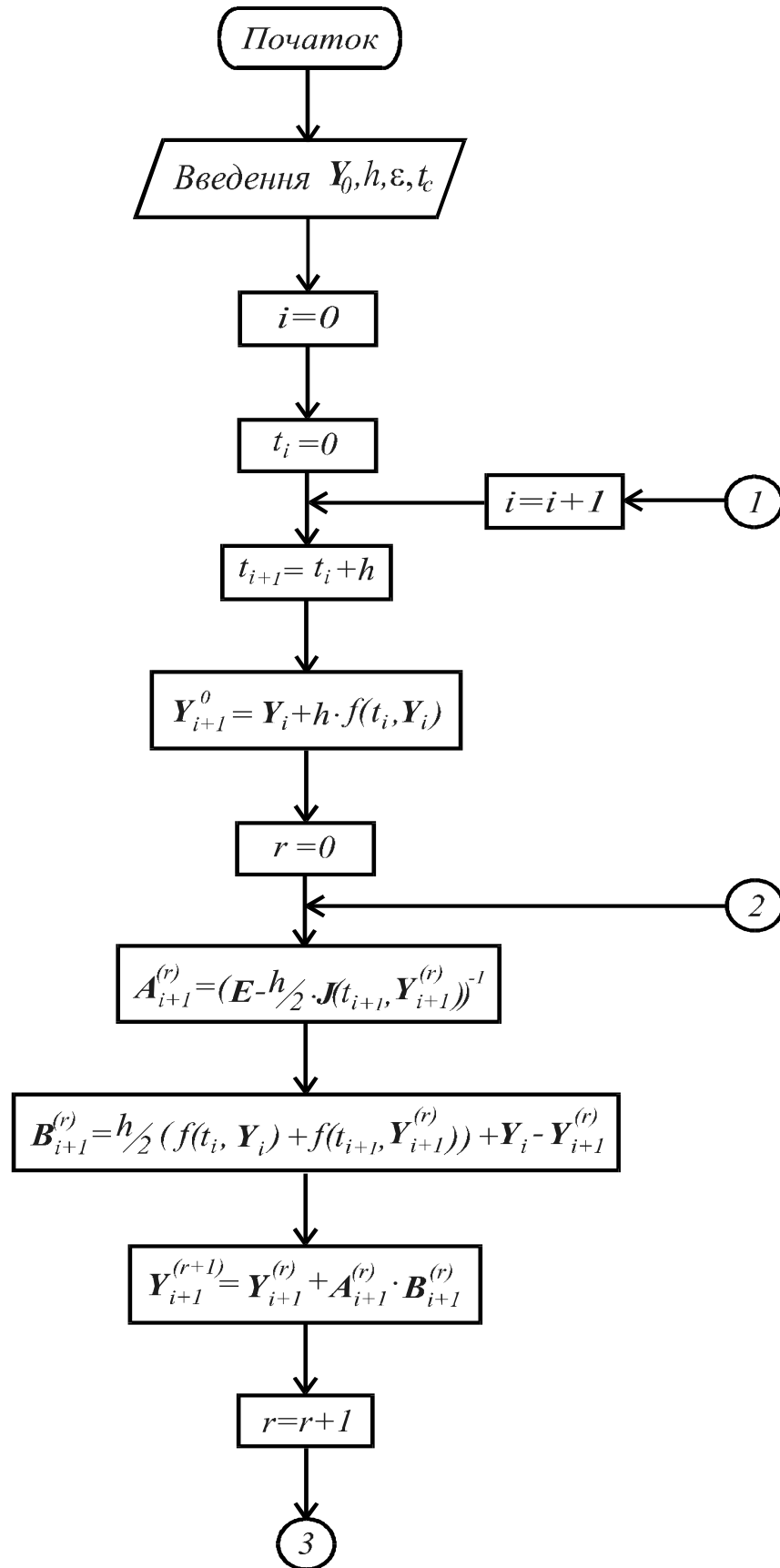


Рисунок 4.4,а – Алгоритм чисельного інтегрування

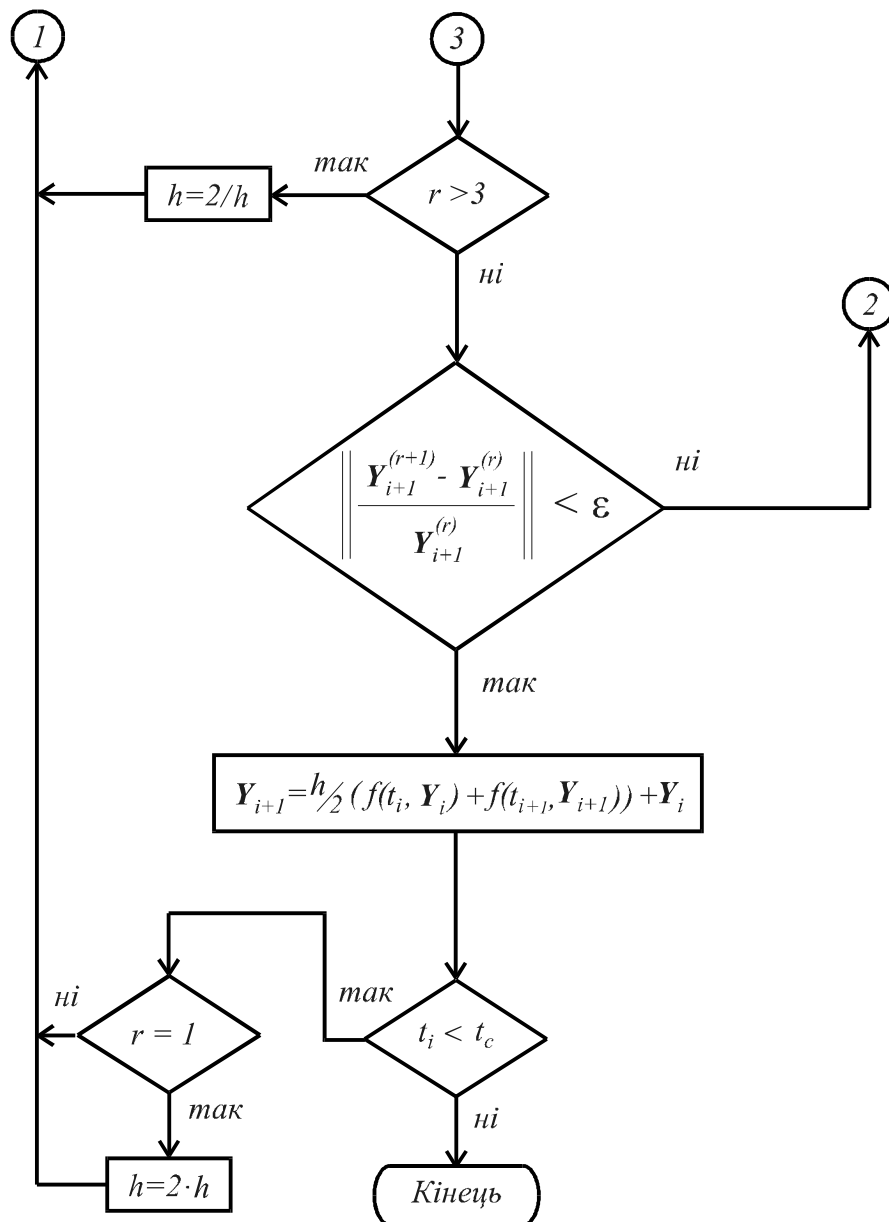


Рисунок 4.4,б – Алгоритм чисельного інтегрування

4.2 Розробка програмного забезпечення для аналізу динаміки БКГ

На основі системи диференційних рівнянь (3.22), яка складає математичну модель, розроблений пакет прикладних програм MultiGeneration. Він призначений для всебічного дослідження роботи БККС на основі фільтрової схеми з роздільними нелінійними елементами [15].

В межах пакету розроблено зручний сучасний графічний інтерфейс користувача, що значно спрощує роботу. Під час проведення досліджень

користувач має можливість керування режимами роботи програми за допомогою кнопок, діалогових вікон введення-виведення, меню тощо. Досліднику немає необхідності проводити зміни у програмі для змін режимів або завдання параметрів, тобто забезпечуються всі умови для розв'язку поставленої задачі, без необхідності перепрограмування та вивчення системи управління.

Графічний інтерфейс MultiGeneration (рис. 4.5) дозволяє повністю контролювати процес розв'язку системи рівнянь. На рис. 4.5 введені наступні позначання: **1** – графічний екран для виводу залежностей амплітуд коливань \hat{U}_j та напруг зміщення X_{ci} як процесів у часі; **2** – опція «Parameters» для завдання параметрів БПКС; **3, 4** – вікна для виводу поточних значень амплітуд та напруг зміщення; **5** – вікно виводу відносного вибігу частоти кожного з коливань; **6** – вікно виводу часу встановлення багаточастотного режиму коливань; **7** – опція виводу залежностей перехідного процесу за частотою; **8** – опція закриття вікна «MultiGeneration»; **9** – опції початку розв'язку «Start», тимчасової зупинки виконання програми «Pause» для запису проміжних значень, екстреного завершення роботи програми і переходу в режим очікування «Stop»; **10** – опція вибору ступеня апроксимуючого поліному ВАХ; **11** – опція вибору методу чисельного інтегрування.

Для зручності всі параметри БККС розбиті на три групи (опція «Parameters»). В першій групі знаходяться найчастіше змінювані параметри:

$\mathbf{X}_{\text{ст}} = \{X_{ci}\}_{i=1}^n$ – вектор зміщень нелінійних елементів в точках спокою;

$\mathbf{R}_e = \{R_{ej}\}_{j=1}^m$ – вектор еквівалентних опорів;

$\mathbf{K} = \{K_{jj}\}_{j=1}^m$ – вектор коефіцієнтів передачі кіл зворотного зв'язку;

γ_{ji} – коефіцієнт придушення міжканальних завад, дБ.

До другої групи параметрів входять коефіцієнти апроксимуючого поліному $\hat{a}_0 = a_0 / I_s$, $\hat{a}_r = a_r \cdot I_s^{(r-1)} / S_0^r$ та крутизна S_0 в точці розкладення з координатами I_s, E_s .

До третьої групи параметрів входять:

$\mathbf{R}_{\text{аз}} = \{R_{\text{аз}i}\}_{i=1}^n$ – вектор еквівалентних опорів автозміщень;

$\mathbf{T} = \{T_j\}_{j=1}^m$, $\mathbf{T}_{\text{аз}} = \{T_{\text{аз}i}\}_{i=1}^n$ – вектори постійних часу парціальних кіл БПКС.

Після натискання кнопки «Start» відбувається перевірка завданих значень ступеня апроксимуючого поліному та метода інтегрування (наприклад, ode15s або ode23tb). Після кожної ітерації забезпечується графічне відображення на екрані процесу встановлення амплітуд та напруг зміщення у логарифмічному масштабі, а також виведення поточних значень амплітуд та напруг зміщення у спеціальні вікна (3, 4, рис. 4.5). Одночасно перевіряється поточний стан опції «Stop», яка може бути вибрана в будь-який момент часу, що розцінюється програмою як переривання (зовнішня подія). При цьому робота основної програми припиняється і здійснюється перехід до процедури завершення інтегрування.

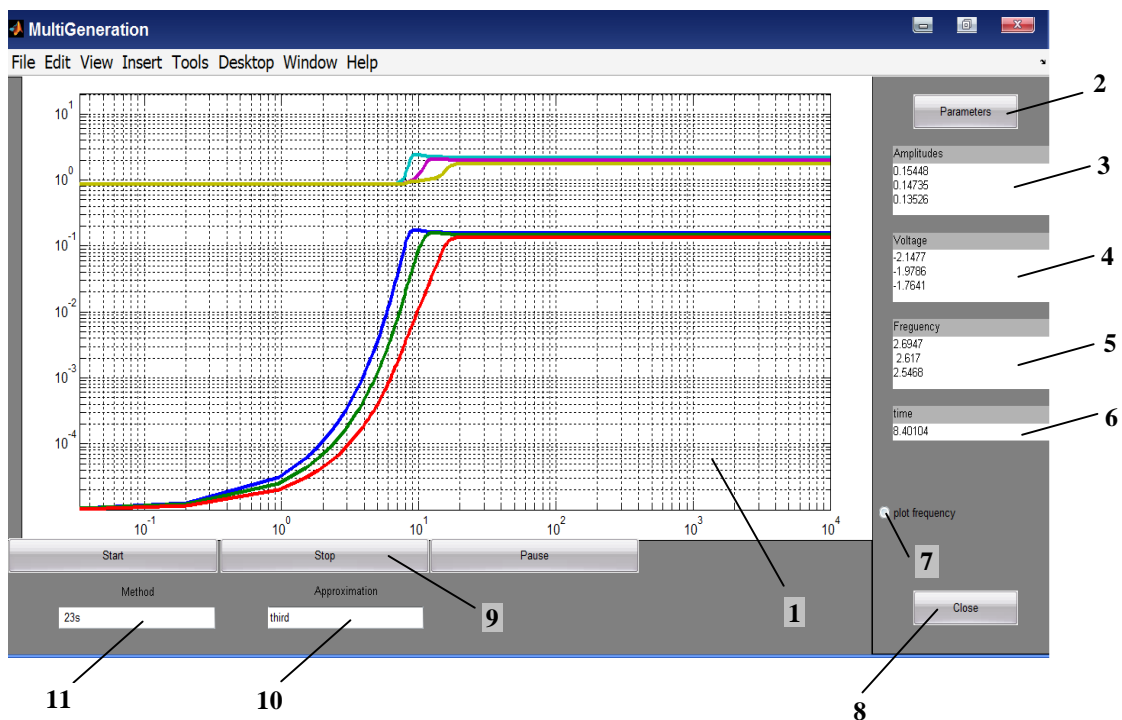


Рисунок 4.5 – Графічний інтерфейс пакету MultiGeneration

Після отримання розв'язку проводиться обчислення тривалості процесу встановлення багаточастотного режиму коливань, за який приймається

максимальний час

$$\tau_{ec} = \max_{1 \leq j \leq m} \tau_j, \quad (4.7)$$

де τ_j – нормований час встановлення j - того коливання на рівні 0,9 від усталеного значення амплітуди \hat{U}_j . Знайдений таким чином час τ_{ec} виводиться у текстове вікно «time» (6, рис. 4.5).

Якщо опція «plot frequency» активна (7, рис. 4.5), відбувається виведення графіку перехідного процесу за частотою у співставленні з графіком перехідного процесу за амплітудою. У відповідному вікні (5, рис. 4.5) виводяться значення максимальних відносних зсувів частот на момент завершення інтегрування.

Під час роботи опції «Start», «Parameters», «Close» неактивні. Після отримання розв’язку система переходить у стан очікування зовнішніх запитів (зміни параметрів, нового циклу інтегрування, зміни методу інтегрування, завершення роботи з програмою тощо) [15].

4.3 Особливості процесу встановлення багаточастотного режиму коливань в БККС

Для аналізу особливостей процесу встановлення коливань БККС використаємо систему рівнянь (3.22). Це обумовлено тим, що “м’який” тип нелінійності ВАХ НЕ, який найчастіше використовується в БККС, добре описується поліномом зі степенем не вище третьої [5,6], а використання поліномів вищих порядків за даного типу нелінійності дає схожі результати і може використовуватись для тестування математичної моделі та програмного забезпечення. В той же час, використання, так званих, “жорстких” типів нелінійностей ВАХ потребує для їх опису поліноміальної апроксимації не нижче п’ятого порядку, що враховано при виведенні системи рівнянь (3.22).

Приклад. Використаємо в якості активних елементів БККС біполярні

транзистори КТ368 (S9018), для яких реально були визначені середньостатистичні значення параметрів ВАХ: $S_0 = 0,1 \text{ А/В}$; $\hat{a}_0 = 0,95$; $\hat{a}_1 = 0,55$; $\hat{a}_2 = 0,051$; $\hat{a}_3 = -0,054$, за похибки апроксимації $\varepsilon \leq 5\%$.

Початкові значення малозмінних параметрів БККС становили: $T_j = 0,1 \text{ с}$; $T_{az_i} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $R_{az_i} = 1 \text{ кОм}$; $K_{jj} = -20 \text{ дБ}$; $\bar{x}_{zm_i} = 30$ [6].

На рис. 4.6, 4.7 представлені характерні випадки процесу встановлення тричастотного режиму коливань в БПКС з трьома НЕ, які отримані шляхом чисельного розв'язання рівнянь (3.22). Видно, що за низької активності одного або декількох із коливань (коливання \hat{U}_3 на рис.4.6, а) можливе його (їх) придушення більш активними коливаннями з більшими значеннями параметрів регенерації K_j^R (коливання \hat{U}_1 та \hat{U}_2). Але і надмірне збільшення параметра K_j^R за високої конкуренції коливань в каналах збудження може призвести до зворотного результату, коли енергетично більш активне коливання придушується менш активним (коливання \hat{U}_1 та \hat{U}_2 , рис. 4.6,б). За збільшення вибірних властивостей кіл ЗЗ до величини $\gamma_{ji} = -20 \text{ дБ}$ забезпечується стійкий тричастотний режим генерації навіть за суттєво різних величин параметрів регенерації $K_1^R \neq K_2^R \neq K_3^R$ (рис. 3.14) [6].

При цьому необхідно розуміти, що вживання терміну низька або висока активність коливання (коливань) в даному випадку використовується по відношенню до інших коливань БПКС. Це обумовлене тим, що енергетично самодостатні коливання (K_j^R), за режиму багаточастотного збудження (конкуренції в каналах збудження), в деяких випадках, можуть загасати, що і проілюстровано на рис. 4.7.

В роботі [6] представлені результати моделювання БПКС з одним нелінійним елементом у відповідності до (3.22). Вони показують, що для

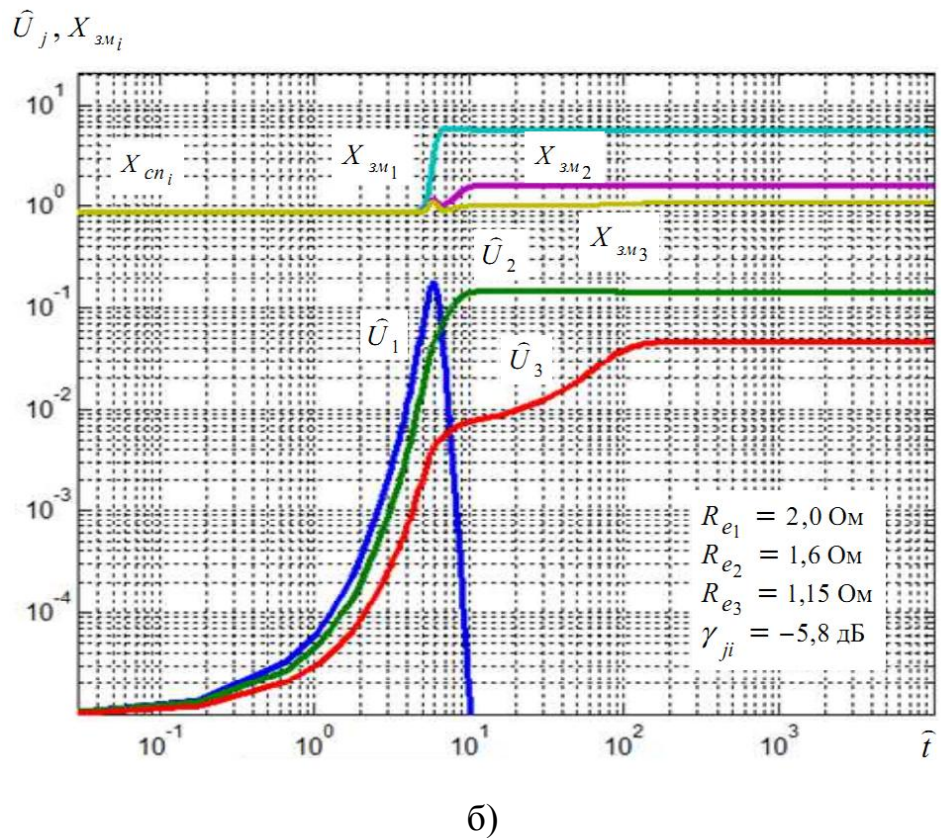
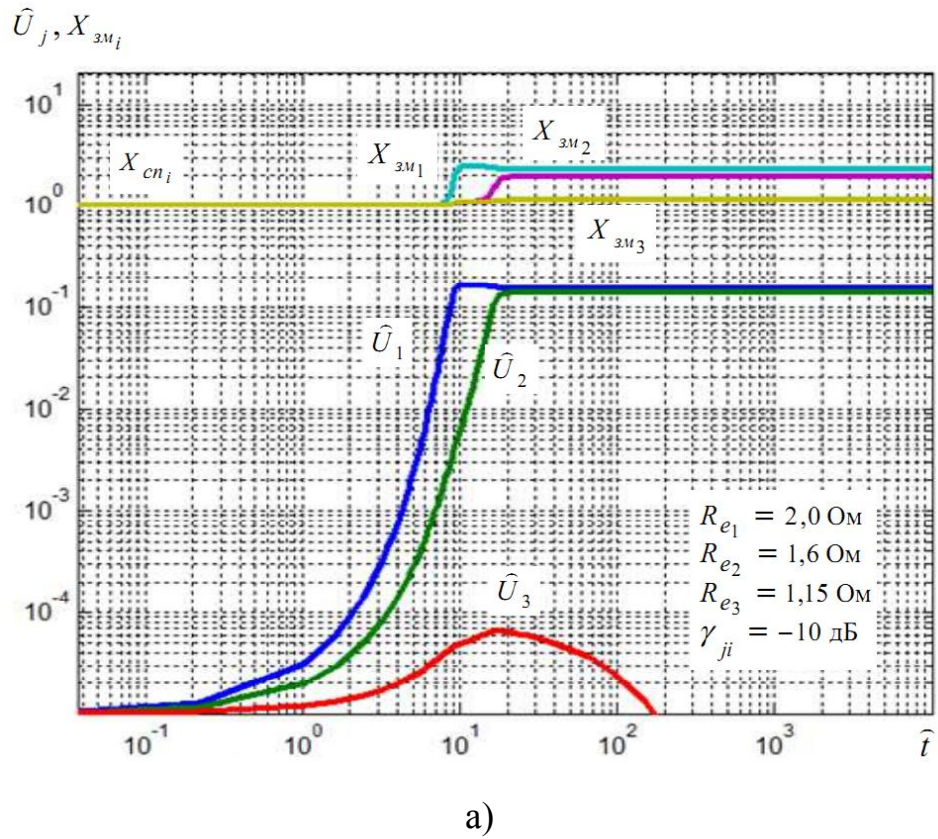


Рисунок 4.6 – Встановлення коливань БПКС: за низької активності коливання \hat{U}_3 (а); сильної конкуренції між \hat{U}_1 та \hat{U}_2 (б)

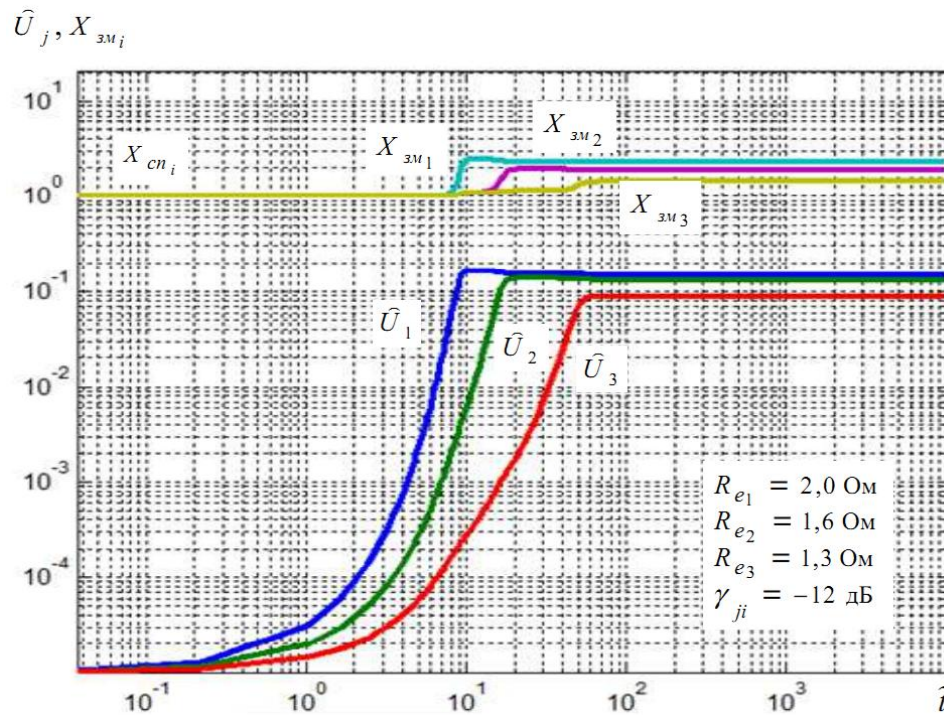
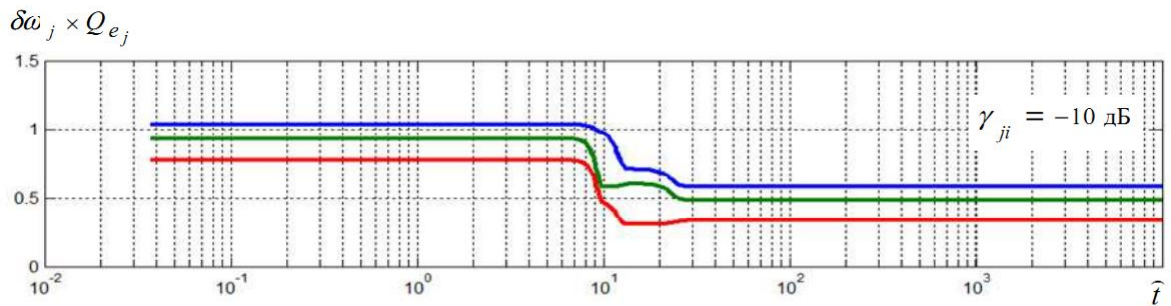
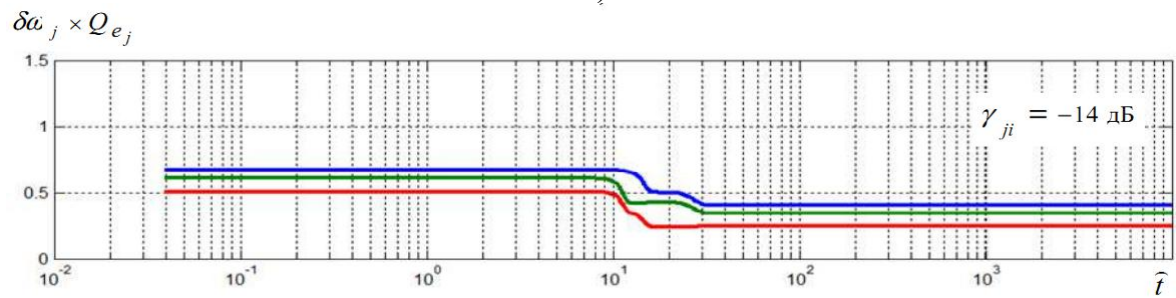


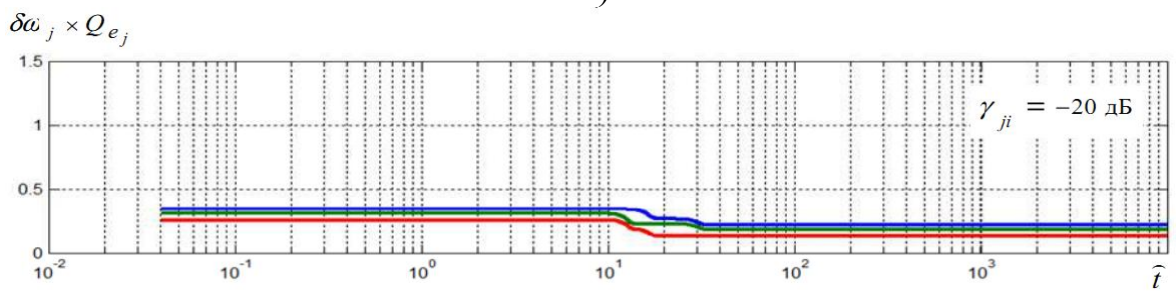
Рисунок 4.7 – Встановлення стійкого тричастотного режиму коливань БККС



а)



б)



в)

Рисунок 4.8 – Встановлення частот коливань БККС за різної вибірності кіл ЗЗ: а) $\gamma_{ji} = -10 \text{ дБ}$; б) $\gamma_{ji} = -14 \text{ дБ}$; в) $\gamma_{ji} = -20 \text{ дБ}$

БККС даному типу, із-за високої конкуренції коливань в каналах збудження багаточастотний режим можливий за умови рівності параметрів регенерації для кожного із коливань $K_1^R = K_2^R = K_3^R$ (симетричний режим). Це пояснюється тим, що в процесі встановлення енергетично більш активне коливання виходить на стаціонарний режим першим збільшуючи напругу автозміщення X_{zm} настільки, що в результаті зменшення крутизни прохідної характеристики НЕ найменш активні коливання починають затухати. За умови збільшення кількості коливань ($m > 2$) стабілізація K_j^R суттєво ускладнюється. Ефективним вирішенням цієї проблеми є введення широкосмугового обмежувача амплітуди.

Надзвичайно важливими характеристиками БПКС є тривалість перехідного процесу встановлення та величина групового вибігу частот коливань, які визначаються у відповідності до (3.22). Результати моделювання показують (рис. 4.8), що за сумісної варіації амплітуд і зміщень відносний вибіг $\delta\omega_j = \Delta\omega_j(\hat{t})/\omega_{q_j} = \frac{1}{\omega_{q_j}} \cdot \frac{d\varphi_j}{d\hat{t}}$ може досягати величин від 10^{-8} до 10^{-6} , і істотно зменшується за умов збільшення вибірних властивостей кіл ЗЗ [16,17].

Висновки до четвертого розділу

На основі методу інтегрування диференціальних рівнянь Ейлера - Коші розроблено алгоритм чисельного інтегрування рівнянь руху БККС, як системи скорочених жорстких диференційних нелінійних рівнянь.

Для аналізу динаміки БККС розроблений пакет прикладних програм MultiGeneration. Програмне забезпечення MultiGeneration призначене для всебічного дослідження роботи БККС на основі фільтрової схеми з роздільними нелінійними елементами.

Проведено аналіз рівнянь руху БККС та визначені межі допустимих параметрів системи, які забезпечують гарантовану стійкість багаточастотного режиму генерації. Результати моделювання показують, що за сумісної варіації амплітуд та напруг зміщень відносний вибіг частот коливань може досягати величин від 10^{-8} до 10^{-6} , та істотно зменшується за умов збільшення вибірних властивостей кіл ЗЗ.

ВИСНОВКИ

Одним з найважливіших питань теорії коливань є проблема дослідження нестационарних процесів в нелінійних коливальних системах (КС). Основним методом, який дозволяє будувати рівномірно придатні в розглянутих областях параметрів рішення, є метод усереднення.

Для систем диференціальних рівнянь, близьких до істотно нелінійних, розроблений математичний апарат, заснований на поєднанні асимптотичного методу нелінійної механіки з методом мінімізації середньоквадратичної величини відповідної нев'язки. Для систем звичайних диференціальних рівнянь досліджені алгоритми асимптотичного поділу рухів на «швидкі» і «повільні» відповідно деякій шкалі масштабів часу.

Метод обвідних, що розроблено С.І. Евтяновим для аналізу перехідних процесів в частотно-селективних колах, ґрунтується на наближеному спектральному аналізі, що враховує селективні властивості символічного коефіцієнта передачі чотиріполюсника або імпедансу двополюсника. Під час зміни напруг живлення змінюється режим транзистора, вхідний опір, склад гармонік в вихідному струмі, що викликає нестабільність частоти автогенератора. Для підвищення стабільності частоти автогенератора необхідно: підвищувати добротність та стабільність параметрів контура; стабілізувати напругу джерела живлення; покращувати спектральний склад вихідного струму активного елемента автогенератора.

Запропонована структура багаточастотної кварцової коливальної системи, яка містить узагальнений активний елемент на основі джерела струму, керованого напругою (ДСКН) з внутрішніми колами зворотного зв'язку (33) та нелінійним чотиріполюсником зовнішнього зворотного зв'язку.

Методом повільно змінних комплексних амплітуд (методом усереднення) одержані рівняння для амплітуд та фаз рівняння БККС. Розроблена математична модель дозволяє дослідити динамічні властивості багаточастотної

кварцової коливальної системи на етапі встановлення коливань.

На основі методу інтегрування диференціальних рівнянь Ейлера - Коші розроблено алгоритм чисельного інтегрування рівнянь руху БККС, як системи скорочених жорстких диференціальних нелінійних рівнянь.

Для аналізу динаміки БККС розроблений пакет прикладних програм MultiGeneration. Програмне забезпечення MultiGeneration призначене для всебічного дослідження роботи БККС на основі фільтрової схеми з роздільними нелінійними елементами. Результати моделювання показують, що за сумісної варіації амплітуд та напруг зміщень відносний вибіг частот коливань може досягати величин від 10^{-8} до 10^{-6} , та істотно зменшується за умов збільшення вибірних властивостей кіл 33.

Перелік посилань

1. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский – М.: Физматгиз, 1963. – 503 с.
2. Митропольский Ю.А. Метод усреднения в нелинейной механике / Ю.А. Митропольский – К.: Наук. думка, 1971. – 440 с.
3. Гребенников Е. А. Метод усреднения в прикладных задачах / Е. А. Гребенников – М.: Наука, 1986. – 256 с.
4. Евтянов С.И. О связи между символическими и укороченными уравнениями. – Радиотехника, 1946, №1.
5. Уткин Г.М. Автоколебательные системы и волновые усилители / Г.М. Уткин – М.: Сов. радио, 1978. – 272 с.
6. Колпаков Ф.Ф. Теорія і реалізаційні основи інваріантних п'єзореzonансних коливальних систем: монографія / Ф.Ф. Колпаков, С.К. Підченко. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського "Харк. авіац. ін-т". – 2011. – 326 с.
7. Письменный И.Л. Многочастотные нелинейные колебания в газотурбинном двигателе / И.Л. Письменный – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.: ил.
8. Семиглазов А. М. Кварцевые генераторы / А. М. Семиглазов – М.: Радио и связь, 1982. – 88 с.
9. Підченко С. К. Узагальнена модель багатоканального багаточастотного кварцового генератора / С. К. Підченко // Вісник Технологічного університету Поділля. Серія 1. Технічні науки. – 1997, № 1.– С.76 – 80.
10. Підченко С.К. Принципи побудови багаточастотних кварцових генераторів на базі багатоканальних цифрових систем автоматичного підстроювання частоти / С.К. Підченко, А.А. Таранчук, О.А. Лаба // Вісник технологічного університету Поділля: Том 1. Технічні науки. – Хмельницький, 2004. – №2. – С.139-142.

11. Підченко С.К. Високостабільний кварцовий генератор з цифровою компенсацією температурної нестабільності частоти / С.К. Підченко, А.А. Таранчук, О.В. Кальватинський, О.О. Гуменюк // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2013. - № 2 - С. 86-91.

12. Ракитский Ю.В. Численные методы решения жестких систем / Ю.В. Ракитский, С.М. Устинов, И.Г. Черноруцкий – М.: Наука, 1979. – 208 с.

13. Деккер К. Устойчивость методов Рунге - Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений / К. Деккер, Я. Вервер: Пер.с англ. – М –: Мир, 1988, – 334 с.

14. Підченко С.К. Чисельне інтегрування рівнянь руху багаточастотних п'єзореzonансних коливальних систем в середовищі MATLAB / С.К. Підченко, С.В. Швець // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький, 2012. – № 2. – С. 46-49.

15. MATLAB. User's Guide. Natick: [The MathWorks, Inc.], 1998.

16. Колпаков Ф.Ф. Термодинамічні характеристики кварцового резонатора “Сонет” в двочастотному режимі збудження / Ф.Ф. Колпаков, С.К. Підченко, А.А. Таранчук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Збірник наукових праць. Вип. 8. – Хмельницький, 2001. – С. 157-159.

17. Підченко С.К. Інваріантні п'єзореzonансні коливальні системи / С.К. Підченко, Ф.Ф. Колпаков, А.А. Таранчук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2008. – № 1. – С. 174-190.

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем

Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій

ДИПЛОМНА РОБОТА

«Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем»

Спеціальність 172 – «Телекомунікації та радіотехніка»

Виконав: студент 2 курсу, група ТР_м-19-2

О.О. Слюсарчук

Керівник: д-р. техн. наук, доц.

С.К. Підченко

Хмельницький, 2020

Мета роботи – дослідження динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи для підвищення стійкості та стабільності коливань, які генеруються.

Завдання, які вирішуються в роботі

1. Проведення аналізу особливостей застосування методів усереднення для аналізу багаточастотних коливальних систем.
2. Розроблення чисельно-алгоритмічного забезпечення для аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем.
3. Дослідження тричастотного режиму встановлення коливань в кварцовій автоколивальній системі.

Об'єктом дослідження є динаміка багаточастотних автоколивальних кварцових систем.

Предметом дослідження є метод усереднення в задачах аналізу багаточастотних кварцових автоколивальних систем.

Наукова новизна роботи

На основі метода усереднення удосконалена математична модель тричастотної кварцової коливальної системи, що дозволило виконати аналіз процесу встановлення багаточастотного режиму автоколивань.

Практична новизна роботи

Розроблено алгоритмічно - програмне забезпечення в середовищі Matlab для аналізу динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи.

Структура і обсяг дипломної роботи. Дипломна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг роботи складає 72 сторінки комп'ютерного тексту.

1. МЕТОД УСЕРЕДНЕННЯ ТА АСИМПТОТИЧНЕ РІШЕННЯ

Актуальність. Математичними моделями багатьох процесів у фізиці, астрофізиці, хімії та біології, соціології, техніці часто є диференціальні рівняння, які містять різні параметри. Вхідними параметрами для цих рівнянь слугують кількісні характеристики різних факторів, які впливають на хід процесу. Якщо фактор незначний, то відповідний параметр буде малим. У таких випадках доцільно покласти малий параметр рівним нулю і отримати більш просту задачу, яка називається незбуреною або виродженою по відношенню до вихідної (збуреної) задачі. При цьому, можна сподіватися, що розв'язок вихідної задачі для досить малих значень параметра буде мало відрізнятися від розв'язку незбуреної задачі.

Фундаментальний внесок у розвиток нелінійної механіки - важливого розділу математичної фізики - внесли праці М. М. Крилова і М. М. Боголюбова. Ними були створені і строго математично обґрунтовані так звані асимптотичні методи нелінійної механіки.

Ідея асимптотичних методів виявилася виключно загальною і гнучкою. Вона може бути застосована до найрізноманітніших випадків систем з «малим» і «великим» параметром, в тому числі і до систем з нескінченним числом ступенів свободи.

Основна ідея асимптотичних методів нелінійної механіки може бути проілюстрована на прикладі нелінійного рівняння другого порядку.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f(x, dx/dt), \quad (1.1)$$

де ε - малий додатний параметр.

Виходячи з фізичних міркувань рішення рівняння (1.1) шукається у вигляді степеневого ряду:

$$x = a \cos \psi + \varepsilon u_1(a, \psi) + \varepsilon^2 u_2(a, \psi) + \dots, \quad (1.2)$$

де $u_1(a, \psi), u_2(a, \psi), \dots$ періодично залежать від кута ψ , а a та ψ визначаються диференціальними рівняннями

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \dots, \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \dots. \quad (1.3)$$

Таким чином, задача зводиться до вибору відповідних виразів для $u_1(a, \psi), u_2(a, \psi), \dots, A_1(a), A_2(a), B_1(a), B_2(a)$ таким чином, щоб вираз (1.3) формально задовольняв рівнянню (1.2). Ця задача розв'язується достатньо просто, а для шуканих коефіцієнтів розкладання отримуються явні вирази.

Відкидаючи в рівняннях (1.3) доданки $\varepsilon^{m+1} A_m(a), \varepsilon^{m+1} B_m(a)$ отримуємо «усереднене» рівняння m -го наближення.

2. БАГАТОЧАСТОТНА КВАРЦОВА КОЛИВАЛЬНА СИСТЕМА

2.1. Математична модель багаточастотної кварцової коливальної системи

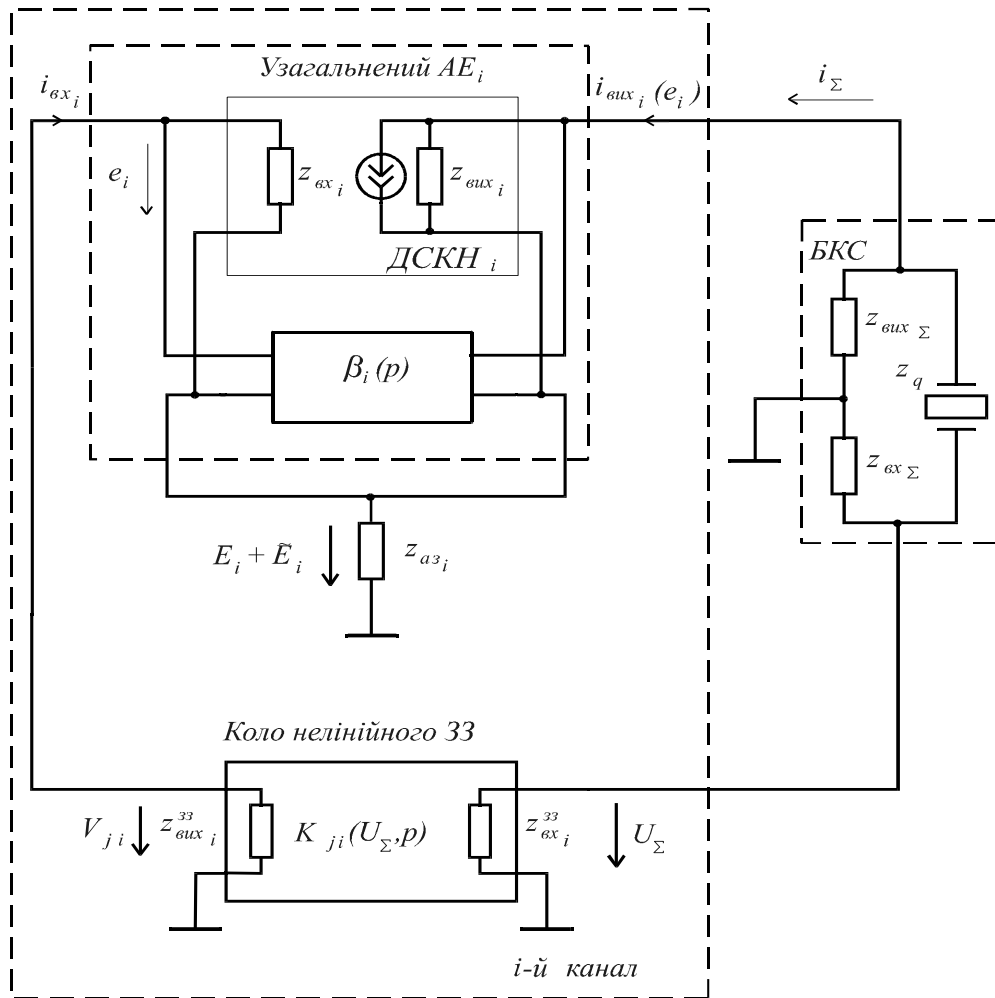


Рисунок 2.1 – Узагальнена структура БКГ: ДСКН – джерело струму, керване напругою; БКС – багаточастотна кварцова система; ЗЗ – зворотній зв’язок

Рівняння руху БККС для нормованих амплітуд, фаз та напруг автоматичного зміщення

$$\xi_j \frac{dA_j}{dt_H} = S_0 \cdot R_{ej} \cdot A_j \times \left(\sum_{i=1}^3 (C_i + 0,75 \cdot \tilde{a}_3 \cdot K_{ii}^2 \times \right. \\ \left. \times \sum_{l=1}^3 b_{lij} \cdot A_l^2) \cdot \gamma_{ji}^2 \cdot \frac{K_{ii}}{K_{jj}} - \frac{1}{S_0 \cdot R_{yj} \cdot K_{jj}} \right); \\ \xi_j \frac{d\varphi_j}{dt_H} = S_0 \cdot R_{ej} \times \sum_{i=1}^3 (C_i + 0,75 \cdot \tilde{a}_3 \cdot K_{ii}^2 \times \\ \times \sum_{l=1}^3 b_{lij} \cdot A_l^2) \cdot \gamma_{ji} \cdot \sqrt{1 - \gamma_{ji}^2} \cdot \frac{K_{ii}}{K_{jj}} - \xi_j \cdot \Delta\omega_j; \quad (2.1)$$

$$\mu_{zi} \frac{dX_{zi}}{dt_H} = -S_0 \cdot R_{azi} \cdot \left(\tilde{a}_0 + \frac{X_{zi}}{S_0 \cdot R_{azi}} + \right. \\ \left. + \sum_{r=1}^3 \tilde{a}_r \cdot X_{zi}^r + K_{ii}^2 \cdot (0,5 \cdot \tilde{a}_2 + 1,5 \cdot \tilde{a}_3 \cdot X_{zi}) \times \sum_{j=1}^3 \gamma_{ji}^2 \cdot A_j^2 \right) + x_{zi};$$

$$i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m},$$

$$\text{де } \xi_j = \frac{T_j}{\max_{1 \leq j \leq m} T_j}; \mu_{zi} = \frac{T_{azi}}{\max_{1 \leq j \leq m} T_j} - \text{нормовані значення постійних}$$

часу j -тої парціальної коливальної системи та i -того кола автозміщення

2.2. Розробка алгоритму чисельного інтегрування амплітудно-фазових рівнянь БККС

Неявний метод Ейлера – Коші (А-стійкий)

Формула чисельного інтегрування:

$$\mathbf{Y}_{i+1} = \mathbf{Y}_i + \frac{h}{2} [f(t_i, \mathbf{Y}_i) + f(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1})], \quad (2.2)$$

де \mathbf{Y}_i -вектор розв'язків системи (2.1) в момент часу $t_i = i \cdot h$, $t_i \leq t_c$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$, N – кількість кроків інтегрування; t_c - час спостереження.

Для розв'язання нелінійної системи (2.2) використовується ітераційний метод Ньютона:

$$\mathbf{Y}_{i+1}^{(r+1)} = \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} + \left(\mathbf{E} - \frac{h}{2} \mathbf{J}(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)}) \right)^{-1} \times \left[\frac{h}{2} (f(t_i, \mathbf{Y}_i) + f(t_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)})) + \mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} \right], \quad (2.3)$$

де $\mathbf{J}(\mathbf{Y})$ – матриця Якобі; \mathbf{E} - одинична матриця; r - кількість ітерацій.

Покращання збіжності ітераційного процесу досягається початковим наближенням за формулою явному методу Ейлера:

$$\mathbf{Y}_{i+1}^{(0)} = \mathbf{Y}_i + hf(t_i, \mathbf{Y}_i). \quad (2.4)$$

Критерій закінчення ітераційного процесу:

$$\left\| \frac{\mathbf{Y}_{i+1}^{(r)} - \mathbf{Y}_{i+1}^{(r-1)}}{\mathbf{Y}_{i+1}^{(r-1)}} \right\| \leq \varepsilon, \quad (2.5)$$

де ε - похибка ітераційного процесу.

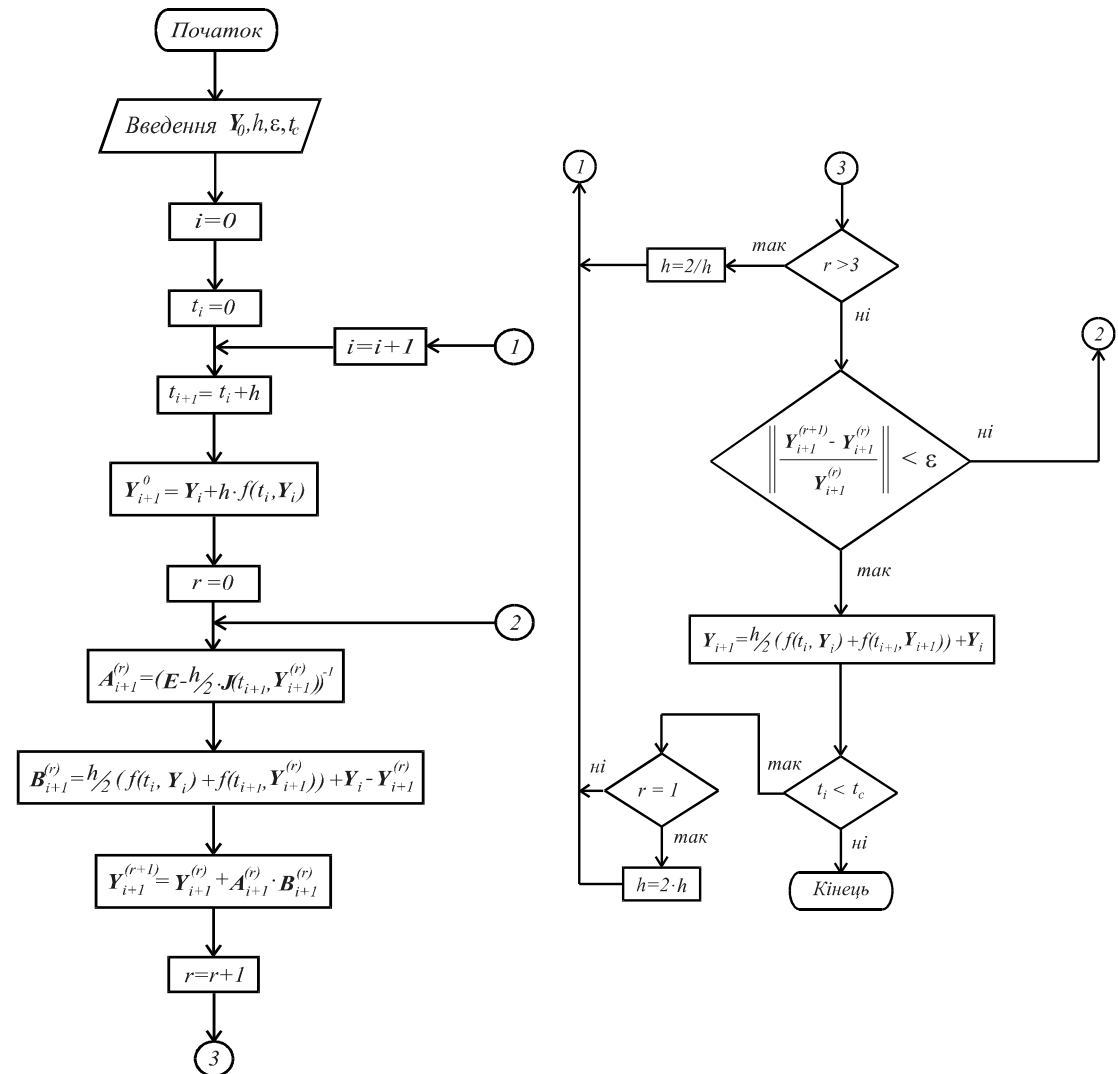
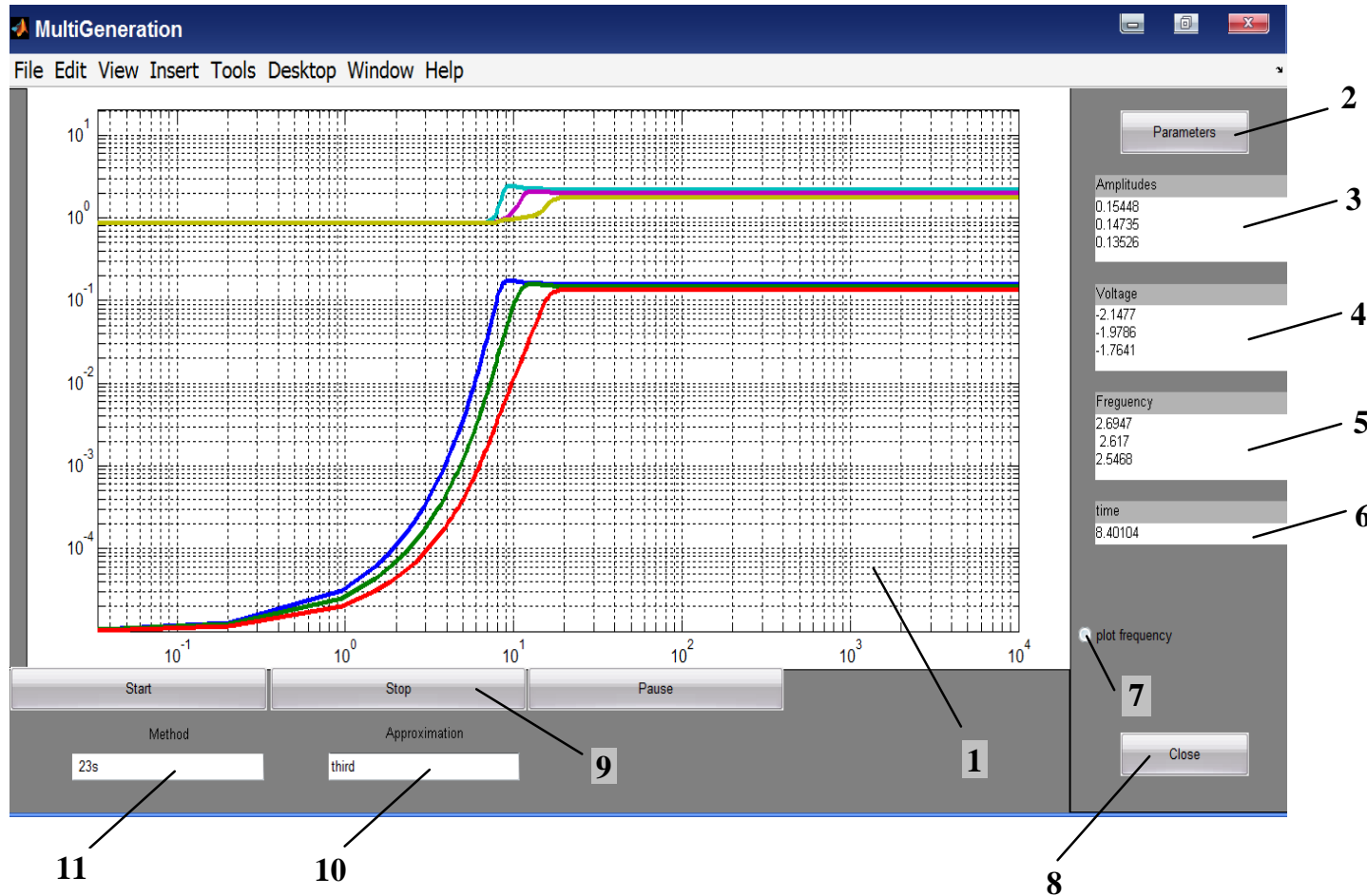


Рисунок 2.2 – Алгоритм чисельного інтегрування

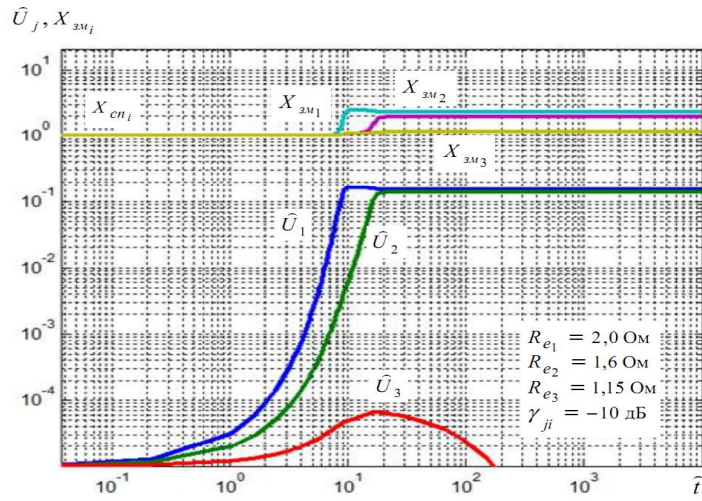
3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОЧАСТОТНОЇ КВАРЦОВОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

3.1. Графічний інтерфейс MultiGeneration

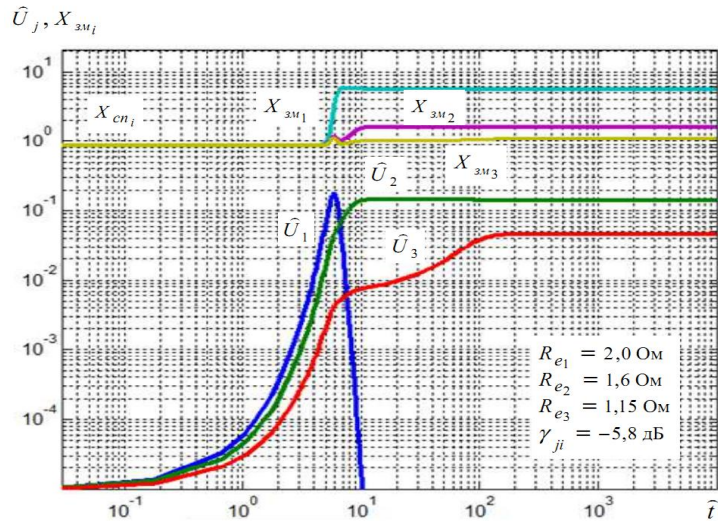


1 – графічний екран для виводу залежностей амплітуд коливань \hat{U}_j та напруг зміщення $X_{змі}$ як процесів у часі;
 2 – опція «Parameters» для завдання параметрів БПКС;
 3, 4 – вікна для виводу поточних значень амплітуд та напруг зміщення;
 5 – вікно виводу відносного вибігу частоти кожного з коливань;
 6 – вікно виводу часу встановлення багаточастотного режиму коливань;
 7 – опція виводу залежностей перехідного процесу за частотою;
 8 – опція закриття вікна «MultiGeneration»;
 9 – опції початку розв'язку «Start», тимчасової зупинки виконання програми «Pause» для запису проміжних значень;
 10 – опція вибору ступеня апроксимуючого поліному ВАН;
 11 – опція вибору методу чисельного інтегрування.

3.2. Динаміка встановлення коливань в БККС



а)



б)

Рисунок 3.1 – Процес встановлення коливань БККС за низької активності коливання 3 (а) та високої конкуренції між коливаннями 1 і 3 (б)

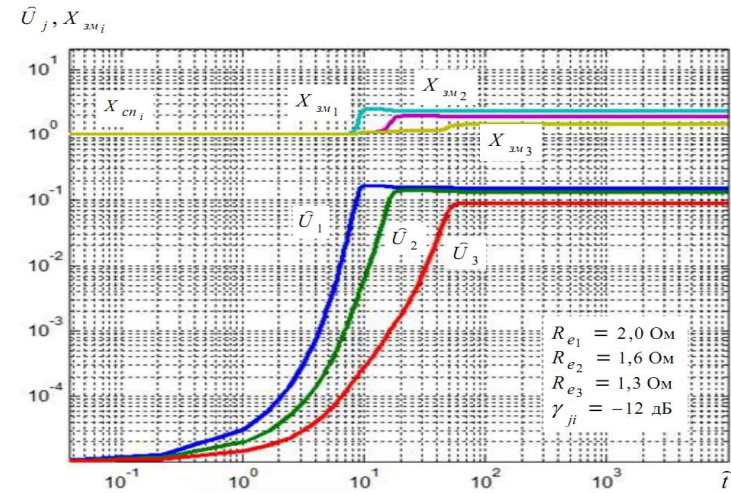
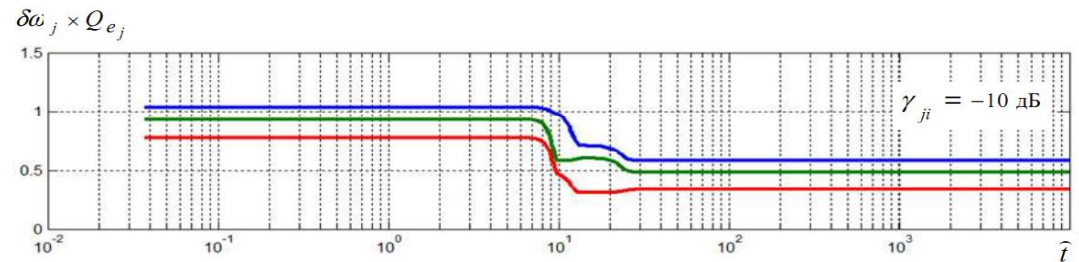
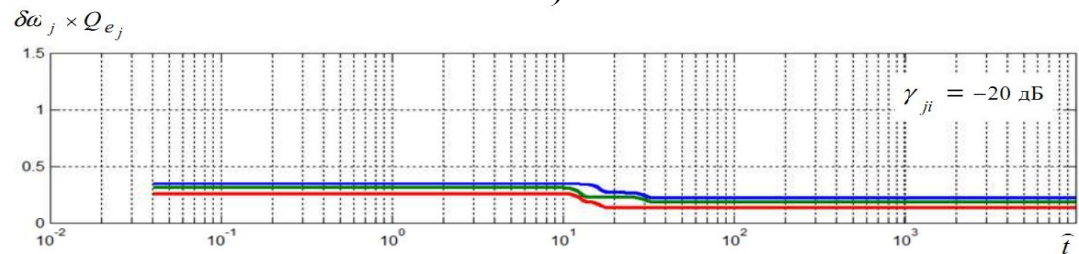


Рисунок 3.2 – Встановлення стійкого тричастотного режиму коливань БККС



а)



б)

Рисунок 3.3 – Процес встановлення частот коливань БКГ для $\gamma_{ji} = -6\text{дБ}$ (а), $\gamma_{ji} = -10\text{дБ}$ (б) та $\gamma_{ji} = -20\text{дБ}$ (в)

ВИСНОВКИ

1. Одним з найважливіших питань теорії коливань є проблема дослідження нестационарних процесів в нелінійних коливальних системах (КС). Основним методом, який дозволяє будувати рівномірно придатні в розглянутих областях параметрів рішення, є *метод усереднення*. Для систем диференціальних рівнянь, близьких до істотно нелінійних, розроблений математичний апарат, заснований на поєднанні асимптотичного методу нелінійної механіки з методом мінімізації середньоквадратичної величини відповідної нев'язки. Для систем звичайних диференціальних рівнянь досліджені алгоритми асимптотичного поділу рухів на «швидкі» і «повільні» відповідно деякій шкалі масштабів часу.

2. Запропонована структура багаточастотної кварцової коливальної системи, яка містить узагальнений активний елемент на основі джерела струму, керованого напругою (ДСКН) з внутрішніми колами зворотного зв'язку (ЗЗ) та нелінійним чотиріполюсником зовнішнього зворотного зв'язку.

4. Методом повільно змінних комплексних амплітуд (методом усереднення) одержані рівняння для амплітуд та фаз рівняння БККС. Розроблена математична модель дозволяє дослідити динамічні властивості багаточастотної кварцової коливальної системи на етапі встановлення коливань. На основі методу інтегрування диференціальних рівнянь Ейлера - Коші розроблено алгоритм чисельного інтегрування рівнянь руху БККС, як системи скорочених жорстких диференціальних нелінійних рівнянь.

5. Для аналізу динаміки БККС розроблений пакет прикладних програм MultiGeneration. Програмне забезпечення MultiGeneration призначене для всебічного дослідження роботи БККС на основі фільтрової схеми з роздільними нелійними елементами. Результати моделювання показують, що за сумісної варіації амплітуд та напруг зміщень відносний вибіг частот коливань може досягати величин від 10^{-8} до 10^{-6} , та істотно зменшується за умов збільшення вибірних властивостей кіл ЗЗ.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Хмельницький національний університет
Військовий інститут Київського національного університету
ім.Тараса Шевченка
ПВНЗ “Університет економіки і підприємництва”
Вінницький національний технічний університет
Західноукраїнський національний університет

Інтелектуальний потенціал - 2020

збірник наукових праць молодих науковців і студентів

сформовано за матеріалами
Всеукраїнської науково-практичної конференції
молодих науковців і студентів
«Інтелектуальний потенціал – 2020»

9-10 листопада 2020 р.

Частина 1

Хмельницький
2020

Огневий О.В. Проблема верифікації протоколів когерентності пам'яті...	60
Огневий О.В., Огнева А.М. Особливості захисту інформаційних ресурсів під час проведення відеоконференцзв'язку	64
Полянчикін В.Г., Гнезділов М.Д., Журавська І. М. Діагностично-тренувальні прилади для відновлення рефлексів ушкоджених кістей та пальців рук	69
Руденко І.В. Інформаційна технологія для класифікації марок автомобілів з використанням згорткової нейронної мережі	72
Слободян М.О., Бабій Д.Р., Підченко С.К. Моделювання хаотичного генератора Лоренца засобами Matlab/Simulink	76
Слюсарчук О.О., Підченко С.К. Математична модель багаточастотної автоколивальної системи як динамічного об'єкта	77
Тогоєв О. Р. Організація захисту інфраструктури електронної комерції на базі протоколів DoT та DoH	82
Трач Б.В., Підченко С.К. Моделювання систем зв'язку з OFDM модуляцією	85
Чеснюк М.В., Медзатий Д.М. Алгоритм визначення пробудження людини під час сну	90
Шпірук М. С., Пятін І.С. Моделювання спотворень сигналу у каналі передачі і їх впливу на коефіцієнт бігових помилок цифрової системи зв'язку	93
Яшина О.М., Прейзнер Є.Е. Продукційна модель експертної системи для вибору оптимального раціону харчування	97

Математична модель багаточастотної автоколивальної системи як динамічного об'єкта

Слюсарчук О.О.

Науковий керівник – д.т.н., доц. Підченко С.К.

Хмельницький національний університет

Для багаточастотної коливальної системи, якщо власні частоти контурів не перебувають у співвідношенні простих цілих чисел і затухання контурів досить малі, укорочені диференціальні рівняння представляються системою виду (для одноконтурних автогенераторів), які отримуються на основі символічного методу огинаючих [1,2]:

$$\begin{aligned} X_1 &= F_1(X_1, \dots, X_n); \\ X_2 &= F_2(X_1, \dots, X_n); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dots$$

$$X_n = F_n(X_1, \dots, X_n),$$

де

$$F_i = [S_i(X_1, \dots, X_n)R_i k_{zz} - 1]X_i. \quad (2)$$

В (1), (2) прийнято наступні позначення: X – відносні безрозмірні амплітуди коливань; S_i – середня крутизна для основної частоти; R_i – еквівалентний резонансний опір контуру; k_{zz} – коефіцієнт зворотного зв'язку.

Рівняння стаціонарного режиму отримуються із (1), (2), якщо прийняти $X_1 = X_2 = \dots = X_n = 0$:

$$F_i = 0, i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

звідки визначаються стаціонарні значення амплітуд коливань X_{i_0} .

Для дослідження стійкості стаціонарного режиму коливань необхідно скласти рівняння лінійного наближення для варіацій амплітуд ξ_i . Дані рівняння мають вигляд:

$$\xi_i = s_{i1}\xi_1 + s_{i2}\xi_2 + \dots + s_{ij}\xi_j + \dots + s_{in}\xi_n, i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

де $s_{ij} = dF_i / dX_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, і визначено в точці дослідження стаціонарного режиму ($X_i = X_{i_0}$).

У загальному вигляді одержати прості умови стійкості стаціонарного режиму не представляється можливим, тому в даній системі обмежуються дослідженням системи симетричних зв'язаних автогенераторів, що мають

однакові коефіцієнти взаємного зв'язку k . Так, для симетричного режиму, отримано наступні умови стійкості [2]:

$$s_{ii} - s_{ik} < 0; s_{ii} + s_{ik}(n-1) < 0, \quad i, k = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

В ряді робіт представлений метод гармонічної лінеаризації для досліджень багаточастотних коливань в нелінійних системах. Наприклад, в [3] розглянута модель багаточастотної системи (рис. 1), яка описується системою рівнянь:

$$x + W_1(p)W_2(p)y - W_2(p)z = 0; \quad (6)$$

$$y = F(x). \quad (7)$$

Сигнали на вході та виході нелінійного елемента (НЕ):

$$x = x_0 + Ae^{j\omega_1 t} + Be^{j\omega_2 t} e^{j\alpha}; \quad (8)$$

$$y = y_0 + AW(\omega_1 / \omega_2) e^{j\omega_1 t} + BW(\omega_2 / \omega_1) e^{j\omega_2 t} e^{j\alpha}, \quad (9)$$

де $W(\omega_1 / \omega_2)$ – передатна функція НЕ на частоті ω_1 при впливі сигналу на частотах ω_1 і ω_2 ; $W(\omega_2 / \omega_1)$ – передатна функція НЕ на частоті ω_2 при впливі сигналу на частотах ω_2 і ω_1 ; A, B – амплітуди коливань.

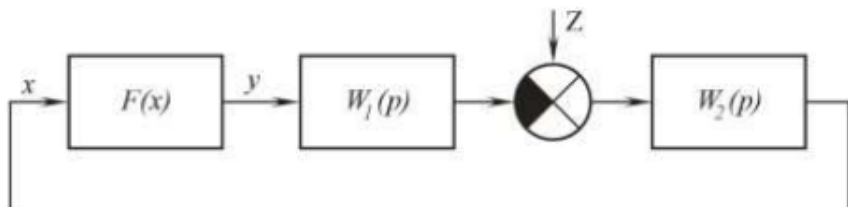


Рисунок 1 – Модель багаточастотної системи: x, y – параметри на вході та виході НЕ; Z – зовнішній вплив; $F(x)$ – характеристика НЕ; $W_1(p), W_2(p)$ – передатні функції лінійних частин системи

Зовнішній вплив задається у вигляді:

$$Z = z_0 + z_1 e^{j\omega_1 t} e^{j\beta_1} + z_2 e^{j\omega_2 t} e^{j\beta_2}. \quad (10)$$

В результаті отримуються рівняння для частот ω_2 і ω_1 :

$$W(\omega_1/\omega_2) = -W_1^{-1}(j\omega_1)W_2^{-1}(j\omega_1) + W_1^{-1}(j\omega_1)\frac{Z_1}{A}e^{j\beta_1}; \quad (11)$$

$$W(\omega_2/\omega_1) = -W_1^{-1}(j\omega_2)W_2^{-1}(j\omega_2) + W_1^{-1}(j\omega_2)\frac{Z_2}{B}e^{j(\beta_2-\alpha)}. \quad (12)$$

В подібних системах, гармонічна лінеаризація може бути застосована не тільки для одно- або двочастотних коливань, але й для коливань з будь-якою кількістю частот і при будь-якому співвідношенні між частотами та амплітудами складових. Однак, при цьому, значно зростає громіздкість аналітичних викладок, тому часто обмежуються розглядом окремих випадків. Наприклад, для $y = x^3$ та $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$:

$$x = x_0 + A \sin \omega_1 t + B \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + C \sin(\omega_3 t + \alpha_3); \quad (13)$$

$$y = y_0 + AW_{HE_1} \sin \omega_1 t + BW_{HE_2} \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + CW_{HE_3} \sin(\omega_3 t + \alpha_3). \quad (14)$$

Для випадку співвідношення частот $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = 1 : 3 : 5$ отримуємо систему рівнянь тричастотного режиму [3]:

$$\begin{aligned} W_{HE_1} &= \frac{3}{4}A^2 + \frac{3}{2}(B^2 + C^2) - \frac{3}{4}ABe^{j\alpha_2} - \frac{3}{2}BCE^{j(\alpha_3-\alpha_2)}; \\ W_{HE_2} &= \frac{3}{4}B^2 + \frac{3}{2}(A^2 + C^2) - \frac{1}{4}\frac{A^3}{B}e^{-j\alpha_2} - \frac{3}{4}\frac{A^2C}{B}e^{j(\alpha_3-\alpha_2)}; \\ W_{HE_3} &= \frac{3}{4}C^2 + \frac{3}{2}(A^2 + B^2) - \frac{3}{4}\frac{A^2B}{C}e^{j(\alpha_3-\alpha_2)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Необхідно відзначити, що представлені математичні моделі призначені лише для наближеної оцінки деяких параметрів багаточастотних систем на достатньо тривалому інтервалі часу. До таких, в першу чергу, відносяться амплітуди і частоти коливань, а також граничні значення параметрів за яких система втрачає стійкість [1].

Перелік посилань

1. Теорія і реалізаційні основи інваріантних багаточастотних п'єзореzonансних пристроїв та систем / С. К. Підченко. – Хмельницький: ХНУ, 2014. – 400 с.
2. Уткин Г.М. Автоколебательные системы и волновые усилители / Г.М. Уткин – М.: Сов. радио, 1978. – 272 с.
3. Письменный И.Л. Многочастотные нелинейные колебания в газотурбинном двигателе / И.Л. Письменный – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.

Anti-Plagiarism v-15.257

Максимальное совпадение с одним документом 2.0%

Словари проверки: en_US, ru_RU, ua_UA. Ошибок в документах: 11%

ID: 85146 Название: Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем Добавлено в БД: 2020-12-16 Авторы: Слюсарчук Олександр Олександрович Руководители: Підченко Сергій Костянтинович Консультанты: Оponentы:	Документ		Суммарное совпадение по Базе Данных	
	Символы	Лексемы	Символы	Лексемы
	53587	833	2091 (4%)	37 (4%)

Источник плагиата

ID	Описание	Наличие плагиата в документе	
		Символы	Лексемы

Имя пользователя:
Kafedra TMIT KhNU

ID проверки:
1005469194

Дата проверки:
16.12.2020 14:36:03 EET

Тип проверки:
Doc vs Internet + Library

Дата отчета:
16.12.2020 14:52:55 EET

ID пользователя:
100005657

Название файла: Слюсарчук_ПМн-19-1

Количество страниц: 72 Количество слов: 12433 Количество символов: 86563 Размер файла: 2.34 MB ID файла: 1005758881

100 слов помечены как "исключенные" и не учитываются в подсчете слов

Обнаружены модификации текста (могут влиять на процент совпадений)

11.2% Совпадения

Наибольшее совпадение: 7.08% с Интернет-источником (<http://k504.xai.edu.ua/html/library/KolpakovTIROIPIKS.pdf>)

11.2% Источники из Интернета 600 Страница 74

1.23% Источники из Библиотеки 49 Страница 80

0.03% Цитат

Цитаты 1 Страница 81

Ссылки 1 Страница 81

0.02% Исключений

Некоторые источники исключены автоматически (фильтры исключения: количество найденных слов меньш...

Нет исключенных Интернет-источников

0.02% Исключенного текста из Библиотеки 8 Страница 81

Модификации

Обнаружены модификации текста. Подробная информация доступна в онлайн-отчете.

Замененные символы 127

Подозрительное форматирование 12 страниц

ВІДЗИВ

на дипломну роботу другого (магістерського) рівня студента
групи ТРм-19-2 Слюсарчука Олександра Олександровича
«Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних
коливальних систем»

Одним з найважливіших питань теорії коливань є проблема дослідження нестационарних процесів в нелінійних коливальних системах (КС), які виникають за змін амплітуд, частот та інших параметрів КС. Розв'язання даної проблеми призводить до необхідності подолання труднощів розв'язання так званих сингулярно збурених задач, які описують поведінку КС. Основним методом, який дозволяє будувати рівномірно придатні в розглянутих областях параметрів рішення, є метод усереднення, тому актуальність роботи не викликає сумнівів.

Мета роботи – дослідження динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи для підвищення стійкості та стабільності коливань, які генеруються.

Завдання, які вирішуються в роботі.

1. Проведення аналізу особливостей застосування методів усереднення для аналізу багаточастотних коливальних систем.
2. Розроблення чисельно-алгоритмічного забезпечення для аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем.
3. Дослідження тричастотного режиму встановлення коливань в кварцовій автоколивальній системі.

Дипломна робота представлена пояснювальною запискою обсягом 72 сторінки, складається з чотирьох основних розділів та додатку. Оформлення пояснювальної записки знаходиться на належному рівні.

За змістом робота є завершеною працею та містить достатньо посилань на літературу. Викладення матеріалу є послідовним та логічно правильним. Висновки добре обґрунтовані. Мова викладення роботи є технічно грамотною, зрозумілою.

Наукова новизна роботи.

На основі метода усереднення удосконалена математична модель тричастотної кварцової коливальної системи, що дозволило виконати аналіз процесу встановлення багаточастотного режиму автоколивань.

Практична новизна роботи.

Розроблено алгоритмічно - програмне забезпечення в середовищі Matlab для аналізу динаміки багаточастотної кварцової коливальної системи.

Серйозних недоліків робота не містить. Присутні незначні неточності, орфографічні та стилістичні помилки, які не впливають на суть роботи.

Вважаю, що дана робота відповідає загальним вимогам щодо дипломних робіт другого (магістерського) рівня, і заслуговує оцінки “добре”, а Слюсарчук Олександр Олександрович – присвоєння кваліфікації магістра зі спеціальності 172 – “Телекомунікації та радіотехніка”.

Рецензент:

Зав. каф. АКІТТ
д.т.н., професор



Мартинюк В.В.

Завідувачу кафедри ТМІТ
Підченко С.К.

здобувача вищої освіти

Слюсарчук Олександр
Олександрович

ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про дотримання академічної доброчесності в Хмельницькому національному університеті» від 26.09.2020 (зі змінами від 26.11.2020), згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на плагіат оповіщений (а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї роботи для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (Unicheck та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

08.12.2020

дата


_____ підпис

РІШЕННЯ ЕКСПЕРНОЇ КОМІСІЇ ПО КАФЕДРИ
Телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій (ТМІТ)
ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: «Метод усереднення в задачах аналізу динаміки багаточастотних коливальних систем»

Автор: Слюсарчук Олександр Олександрович _____

Спеціальність: 172 Телекомунікації та радіотехніка _____

Освітня програма: Телекомунікації та радіотехніка _____

Науковий керівник: Підченко Сергій Костянтинович, д.т.н, доцент _____

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом (далі – зазначаються підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту.	Відповідає
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи (далі – зазначаються детальні та аргументовані підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої та електронної версії роботи	
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	
5	Інше:	

Підтвердження:

Виявлені в роботі максимальні збіги складають 7,08% та 4,63% відповідають роботі керівника [6] та не є плагіатом, так як присутнє відповідне посилання. Дипломна робота допускається до захисту.

16.12.2020 р.

Відповідальний за перевірку на плагіат
к.т.н., доц.

Зав. каф. ТМІТ
д.т.н., доц.

Пивовар О.С.

Підченко С.К.