Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет математики та інформатики
Кафедра диференціальних рівнянь

МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ, ПРИСВЯЧЕНА 75-РІЧЧЮ КАФЕДРИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТА 85-РІЧЧЮ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ МИХАЙЛА ПАВЛОВИЧА ЛЕНЮКА

28 – 30 жовтня 2021 року

м. Чернівці

Матеріали конференції

Чернівці – 2021

Міжнародна наукова конференція, присвячена 75-річчю кафедри диференціальних рівнянь та 85-річчю від дня народження Михайла Павловича Ленюка, 28 – 30 жовтня 2021 р., Чернівці: матеріали конференції. – Чернівці, 2021. – 194 с. – Укр., англ.

International scientific conference dedicated to the 75th anniversary of the department of differential equations and the 85th anniversary of Mykhailo Pavlovych Lenyuk, october 28 – 30, 2021, Chernivtsi: conference materials. – Chernivtsi, 2021. – 194 p.

ЗАСТОСУВАННЯ ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЛЕЖАНДРА-(КОНТОРОВИЧА-ЛЄБЄДЄВА)-ЕЙЛЕРА ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ

Міхалевська Галина Іванівна[1]
кандидат фізико-математичних наук, доцент
Міхалевський Віталій Цезарійович[2]
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Хмельницький національний університет, м. Хмельницький, Україна
[1]gmihalevska@ukr.net, [2]cezar_mv@ukr.net

Розглядається задача про побудову обмеженого в області

$$D=\{(r,t):t\in(0,+\infty);\ r\in I_2^+\},$$

$$I_2^+=\{r:r\in(R_0,R_1)\cup(R_1,R_2)\cup(R_2,+\infty),R_0>0\}$$

розв'язку системи диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу [1]

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}+\gamma_1^2 u_1-a_1^2\Lambda_{(\mu)}[u_1]=f_1(t,r),\quad r\in(R_0,R_1),\\
&\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}+\gamma_2^2 u_2-a_2^2 B_{\alpha_1}[u_2]=f_2(t,r),\quad r\in(R_1,R_2),\\
&\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}+\gamma_3^2 u_3-a_3^2 B^*_{\alpha_2}[u_3]=f_3(t,r),\quad r\in(R_2,+\infty)
\end{aligned}\tag{1}$$

за початковими умовами

$$\begin{aligned}
&u_1(t,r)\big|_{t=0}=\varphi_1(r),\quad \frac{\partial u_1}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\psi_1(r),\ r\in(R_0,R_1),\\
&u_2(t,r)\big|_{t=0}=\varphi_2(r),\quad \frac{\partial u_2}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\psi_2(r),\ r\in(R_1,R_2),\\
&u_3(t,r)\big|_{t=0}=\varphi_3(r),\quad \frac{\partial u_3}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\psi_3(r),\ r\in(R_2,+\infty),
\end{aligned}\tag{2}$$

умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j1}^k\right)u_k(r,t)-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1}(r,t)\right]\bigg|_{r=R_k}=0,\quad j,k=1,2\tag{3}$$

та крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{11}^0\right)u_1(r,t)\bigg|_{r=R_0}=0,\qquad \lim_{r\to+\infty}[r^{\gamma}u_3(r,t)]=0,\tag{4}$$

У системі (1) беруть участь: $a_i>0$, $\gamma_i^2\ge 0$, $i=\overline{1,3}$; узагальнений диференціальний оператор Лежандра [3]

$$\Lambda_{(\mu)} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + cthr\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1^2}{1-chr} + \frac{\mu_2^2}{1+chr}\right), \quad (\mu) = (\mu_1, \mu_2), \quad \mu_1 \ge \mu_2 \ge 0;$$

диференціальний оператор Конторовича-Лєбєдєва [4]

$$B_{\alpha_1} = r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2} + (2\alpha_1 + 1)r\frac{\partial}{\partial r} + \alpha_1^2 - \lambda^2 r^2, \quad \alpha_1 \ge -\frac{1}{2}, \quad \lambda \in (0, +\infty);$$

диференціальний оператор Ейлера [2] $B^*_{\alpha_2} = r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2} + (2\alpha_2 + 1)r\frac{\partial}{\partial r} + \alpha_2^2, \quad \alpha_2 \ge -\frac{1}{2}.$

Вважаємо, що у рівностях (3) та (4) виконані умови на коефіцієнти: $\alpha_{11}^0 \le 0$, $\beta_{11}^0 \ge 0$, $|\alpha_{11}^0| + \beta_{11}^0 \ne 0$, $\alpha_{jm}^k \ge 0$, $\beta_{jm}^k \ge 0$, $c_{jk} = \alpha_{2j}^k\beta_{1j}^k - \alpha_{1j}^k\beta_{2j}^k$, $c_{1k}c_{2k} > 0$, $j, m, k = 1,2$.

Інтегральне зображення точного аналітичного розв’язку задачі (1)-(4) побудовано за допомогою гібридного інтегрального перетворення типу Лежандра-(Конторовича-Лєбєдєва)-Ейлера на трискладовій полярній осі $r \ge R_0 > 0$ з двома точками спряження [5]. Алгоритмічний характер одержаного розв’язку дозволяє його використовувати в інженерних розрахунках.

Розглянута гіперболічна задача поліпараметрична, що дає можливість у рамках даної моделі безпосередньо із загальних структур виділити кожний практично важливий випадок.

Список використаних джерел

1. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. – М.: Физматгиз, 1959. – 468 с.
3. Конет І.М. Інтегральні перетворення типу Мелера-Фока / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці: Прут, 2002. – 248 с.
4. Ленюк М.П. Інтегральні перетворення типу Конторовича-Лєбєдєва / М.П. Ленюк, Г.І. Міхалевська. – Чернівці: Прут, 2002. – 280 с.
5. Міхалевська Г.І. Обчислення невласних інтегралів за власними елементами гібридного диференціального оператора Лежандра-(Конторовича-Лєбєдєва)-Ейлера на полярній осі //Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр. Частина 2. – Чернівці: Прут, 2010. – Вип. 19. С. 26-35.