

Передача навантаження від пружного кільцевого штампа до пружного півпростору з початковими (залишковими) напруженнями

Наталія Ярецька

Хмельницький національний університет

Вступ. Контактні задачі є важливим розділом механіки деформівного твердого тіла і формують теоретичну основу для розрахунків на контактну міцність, жорсткість та зносостійкість рухомих і нерухомих з'єднань.

Прикладні потреби природознавства, сучасної техніки і новітніх технологій у різних галузях науки, що пов'язані із необхідністю прогнозування контактної поведінки різноманітних конструкцій, стимулювали в останні десятиліття розвиток різних математичних моделей і методів контактної механіки тіл з різними властивостями.

Одним з важливих факторів при контактній взаємодії є вплив початкових напружень, які практично завжди присутні в реальних конструкціях і деталях машин, тому розробка ефективних методів розрахунку напружено-деформованого стану з врахуванням початкових деформацій є актуальною і важливою науково-технічною проблемою.

На даний момент по проблемам, що мають відношення до контактних задач, для пружних, в'язкопружних і пластичних тіл отримані результати з широкого кола питань. І вони достатньо відображені у численних публікаціях періодичних видань. Але не дивлячись на суттєві досягнення, кількість досліджень з контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями відносно мала. Так детальний огляд задач контактної взаємодії пружних тіл з початковими напруженнями представлений у роботах [1].

Перші роботи з контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями присвячені взаємодії попередньо напружених тіл із жорсткими та пружними штампами без початкових напружень [1, 2]. Причому розглядаються або пружні потенціали конкретної структури, або задача ставиться в загальному вигляді для стисливих (нестисливих) тіл з потенціалом довільної структури на основі лінеаризованої теорії пружності.

Матеріали і методи. У даній роботі, з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності [1], досліджено питання передачі навантаження від пружного кільцевого штампа до пружного півпростору з початковими (залишковими) напруженнями без врахування сил тертя. Дослідження виконано у загальному вигляді для стисливих і нестисливих тіл для теорії великих початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу.

Дослідження проведено в координатах початкового деформованого стану Oy_i , що пов'язані з лагранжевими координатами: $y_i = \lambda_i x_i$ ($i=1, 2, 3$), де λ_i – коефіцієнти видовження, що визначають переміщення початкового стану.

Прийнято, що початкові стани у півпросторі та кільцевому штампі – однорідні та рівні, а пружні потенціали – двічі неперервно-диференційовані функції алгебраїчних інваріантів тензора деформації Гріна [1]. Крім того, дія

штампа викликає у півпросторі мале збурення основного напружено-деформованого стану.

Нехай скінченний попередньо напружений кільцевий штамп з плоскою основою та висотою H , геометрична вісь симетрії якого збігається з віссю u_3 циліндричної системи координат (r, θ, u_3) та спрямована в середину півпростору, передає на нього навантаження P , після виникнення там початкового деформованого стану. R_1, R_2 – відповідно внутрішній і зовнішній радіуси штампа. Будемо вважати, що зовнішнє навантаження прикладене тільки до вільного торця пружного штампа. Під дією навантаження всі точки торця штампа переміщуються в напрямку осі симетрії u_3 на сталу величину ε . Будемо вважати, що поверхні поза областю контакту залишаються вільними від впливу зовнішніх сил, а в зоні контакту переміщення і напруження – неперервні.

Також, матеріали штампа та півпростору вважаємо ізотропними стисливими або нестисливими. У випадку ортотропних матеріалів приймається, що пружно-еквівалентні напрямки співпадають з напрямками осей координат.

Результати. Для поставленої задачі у системі циліндричних координат виписано граничні умови [3]. Також, для випадку рівних [3] та нерівних коренів визначального рівняння [1] було визначено напружено-деформований стан у контактуючих стисливих (нестисливих) тілах.

В результаті, врахування граничних умов [3] приводить поставлену задачу до парних інтегральних рівнянь, які у свою чергу зведено до інтегрального рівняння типу Фредгольма II роду. Розв'язки задачі представлено у вигляді рядів, коефіцієнти яких визначаються з нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Вільні члени та коефіцієнти якої у свою чергу залежать від структури пружного потенціалу, висоти кільцевого штампа та коренів визначального рівняння [1]. Визначивши невідомі величини із вказаної системи, обчислено контактні характеристики як у пружному кільцевому штампі, так і в пружному півпросторі.

Також було проведено чисельний розв'язок системи для потенціалів конкретної структури (гармонічного, Бартенева-Хазановича та Трелоара).

Висновки. На підставі проведеного дослідження можна стверджувати, що при постійному зовнішньому навантаженні початкові напруження істотно впливають на основні контактні характеристики тіл, що взаємодіють.

Література.

1. Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П. Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями. – Германия, Saarbrücken LAPLAMBERT Academic Publishing. – 2015. – 468 с.
2. Yaretskaya N. F. Contact Problem for the Rigid Ring Stamp and the Half-Space with Initial (Residual) Stresses. // International Applied Mechanics. – 2018. – 54, №5. – Pp. 539-543.
3. Yaretska N. O. Research of contact interaction of preliminably stressed annular stamp and half-space with initial (residual) stresses (case of equal roots). // N. O. Yaretska, N. V. Gripinska // East European Scientific Journal - Warsaw, Poland, 2018. – Volume 9 (37), part 3. – pp. 52-62.