УДК 621.317.73

В.В. МАРТИНЮК, Д.А. МАКАРИШКІН, Н.М. САМАРУК, Л.В. КАРПОВА
Хмельницький національний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОРІДНОЇ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ НА ОСНОВІ ТЕОРЕМИ МІТТАГ-ЛЕФФЛЕРА

В статті наведено моделювання однорідної лінії передачі на основі теореми Міттаг-Леффлера у режимі холостого ходу, режимі короткого замикання та навантажувальному режимі. Встановлено, що реалізація функцій вхідного комплексного опору та вхідної комплексної провідності однорідної лінії передачі на основі теореми Міттаг-Леффлера базується на їх представленні у вигляді суми простих дробів. Побудовані модифіковані еквівалентні схеми заміщення однорідної лінії передачі, які синтезовані за першою та другою формами Фостера. Розроблені вдосконалені еквівалентні схеми заміщення для моделювання однорідної лінії передачі. Отримані аналітичні вирази для визначення електричних параметрів елементів вдосконалених еквівалентних схем заміщення однорідної лінії передачі.

Ключові слова: моделювання, математична модель, однорідна лінія передачі, еквівалентна схема заміщення, вхідний комплексний опір, вхідна комплексна провідність, теорема Міттаг-Леффлера.

V.V. MARTYNYK, D.A. MAKARYSHKIN, N.M. SAMARUK, L.V. KARPOVA
Khmelnytsky National University

MODELLING OF THE HOMOGENEOUS TRANSMISSION LINE ON THE BASIS OF THE MITTAG-LEFFLER THEOREM

The paper presents the modelling of the homogeneous transmission line on the basis of the Mittag-leffler theorem in the mode of idling, in the mode of short circuit and loading mode. It was established that the implementation complex impedance input function and complex admittance input function of the homogeneous transmission line on the basis of the Mittag-leffler theorem are based on them as a sum of simple fractions. Developed modified equivalent circuits of the homogeneous transmission line that synthesized by the first and second form Foster. The improved equivalent circuits of the homogeneous transmission line for modelling are developed. The obtained analytical expressions for the determination of electrical parameters of the elements of the improved equivalent circuits of the homogeneous transmission line.

Keywords: modelling, mathematical model, homogeneous transmission line, equivalent circuit, input complex impedance, input complex admittance, Mittag-leffler theorem.

Постановка проблеми. Задача поширення сигналу вздовж ліній передач відіграє центральну роль у сучасних технологіях обробки та передачі сигналів. Швидкісні аналогові та цифрові кола будь-якого рівня інтеграції пропонують широкий вибір прикладів ліній зв’язку, які приєднані до пристроїв з різними вхідними характеристиками. Одною із головних причин появи проблеми обмеження зверху робочої довжини будь-якої лінії передачі є наявність втрат у лінії. Тому компенсація втрат енергії сигналу сприяє вирішенню цієї проблеми та дає можливість покращити амплітудно-частотні характеристики пасивних фільтрів нижніх частот з використанням ліній передач. Необхідні показники роботи лінії передачі можна гарантувати лише на основі розрахунку якомога точніших їх математичних моделей. Для створення математичних моделей лінії передачі, традиційно використовуються, підходи з еквівалентуванням розподілених параметрів цієї лінії у вигляді заступних схем із зосередженими параметрами [1, 2].

Математичне моделювання ліній зв’язку на сьогоднішній день є важливою технічною проблемою. За допомогою математичного апарату математичного моделювання можна аналізувати електромагнітні неусталені процеси різноманітних радіоелектронних об’єктів та систем, не залучаючи до останніх коштовні натурні експерименти. Одною із найважливіших задач радіоелектронного обладнання є моделювання різних процесів в лініях передачі, які можна розглядати, як довгі лінії з розподіленими параметрами, оскільки самі лінії вносять суттєвий вклад у динамічні властивості системи [1, 2]. Довгі лінії призначені для передачі електромагнітної енергії та мають довжину, яка перевищує довжину хвилі електромагнітних коливань. До них відносяться двопровідні повітряні лінії зв’язку, симетричні та коаксіальні кабельні лінії провідних систем зв’язку, фідери, які зв’язують радіопередавачі з антенами і т.д. Нормальні та перехідні режими лінії передачі характеризуються особливостями, які обумовлені хвильовим характером розподілу електромагнітної енергії та співвідношеннями питомих параметрів лінії. Одним із засобів, що спрощує представлення про процеси, які протікають у лініях зв’язку, є еквівалентні схеми заміщення ліній передачі, за допомогою яких можуть бути проведені дослідження лінії передачі в усталеному та квазіусталеному режимах. Еквівалентні схеми заміщення однорідних ліній передач можуть відображати параметри системи та параметри режиму тільки у визначений момент часу. Однак, в залежності від необхідної точності ці моделі можуть бути представленими у вигляді різних електричних схем, які значно спрощують задачу, але вносять похибку у динамічну модель системи. Таке спрощення схем інколи може призводити до невірних виводів про стійкість системи.

Тому моделювання однорідної лінії передачі є актуальною науковою задачею і має важливе значення для підвищення ефективності проектування та покращення характеристик цього класу пристроїв.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Однорідну лінію передачі можна представити у вигляді множини послідовно з'єднаних нескінчених елементів довжиною dx, кожен з яких має активний опір R_0dx та індуктивність L_0dx, активну провідність G_0dx та ємність C_0dx (рис. 1) [1–3].

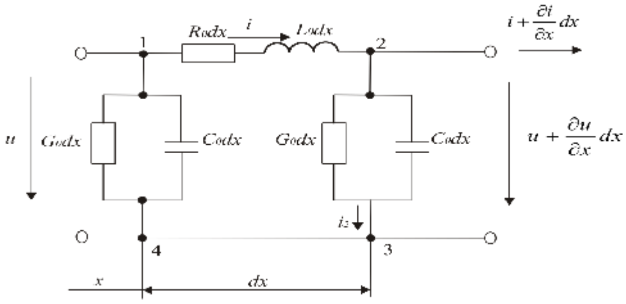

Рис. 1. Схема заміщення регулярної лінії передачі довжиною *dx*

На рис. 1 використані наступні позначення: dx – довжина ділянки однорідної лінії; R_0 – опір одиниці довжини лінії; L_0 – індуктивність одиниці довжини лінії; C_0 – ємність одиниці довжини лінії; G_0 – провідність одиниці довжини лінії. Опір R_0dx та індуктивність L_0dx будемо рахувати включеними в один провід.

Позначимо через x відстань від початку лінії до поточного елементу її довжини. Для елемента лінії довжиною dx складаємо рівняння за першим законом Кіргофа для вузла 2 і за другим законом Кіргофа для контуру 12341 (рис. 1).

Отримаємо рівняння регулярної лінії, які в літературі часто називають телеграфними [1–3]

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \dfrac{\partial i}{\partial t}, \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \dfrac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \tag{1}$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь в часткових похідних при визначених початкових та граничних умовах дає можливість визначити струм і напругу як функцію двох незалежних змінних: просторової координати x, яка визначає відстань від початку лінії, і часу t. Ці рівняння є справедливими при будь-якій зміні струму та напруги у часі.

При встановлених режимах струми і напруги змінюється у часі по періодичному закону. Представив періодичні функції часу у вигляді ряду Фур'є, можна провести розрахунок окремо для кожної синусоїдальної складової цього ряду і внаслідок лінійності кола отримати результуючий процес, користуючись методом накладання. Тому достатньо провести аналіз процесів в лінії при синусоїдальних струмах та напругах.

Нехай струм і напруга в лінії змінюються у часі за синусоїдальним законом з кутовою швидкістю ω. Користуючись комплексним методом, представимо рівняння лінії для комплексних діючих напруг $\dot{U}$ та $\dot{I}$ [1–3]:

$$\begin{cases} -\dfrac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0)\dot{I}, \\ -\dfrac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0)\dot{U}. \end{cases} \tag{2}$$

В подальшому будемо позначати струм та напругу на початку лінії (x=0) індексом 1 ($\dot{I}_1, \dot{U}_1$) та в кінці лінії (x=l, l – довжина лінії) – індексом 2 ($\dot{I}_2, \dot{U}_2$).

Розв'язуючи систему рівнянь (2), напругу $\dot{U}_1$ й струм $\dot{I}_1$ на вході лінії можна виразити через напругу $\dot{U}_2$ й струм $\dot{I}_2$ на виході лінії співвідношенням:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 ch\gamma l + \dot{I}_2 Z sh\gamma l, \\ \dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_2}{Z} sh\gamma l + \dot{I}_2 ch\gamma l. \end{cases} \tag{3}$$

де $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(g + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$ – коефіцієнт розповсюдження лінії, α – коефіцієнт затухання, β – коефіцієнт фази; $Z = \sqrt{\dfrac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$ – хвильовий або характеристичний опір лінії.

Порівнюючи рівняння однорідної довгої лінії (3) з рівняннями чотириполюсника в А-параметрах (4) [1, 4, 5]

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 + BI_2, \\ I_1 = CU_2 + DI_2. \end{cases} \quad (4)$$

можна зробити висновок, що однорідна довга лінія – це симетричний чотириполюсник, коефіцієнти якого

$$A = D = ch\gamma l, \quad (5)$$

$$B = Zsh\gamma l, \quad (6)$$

$$C = \frac{sh\gamma l}{Z}. \quad (7)$$

Для симетричного пасивного чотириполюсника рівняння зв'язку коефіцієнтів системи рівнянь в А-формі

$$AD - BC = ch^2\gamma l - sh^2\gamma l = 1. \quad (8)$$

Як і будь-який чотириполюсник, однорідна лінії передачі може бути замінена Т- або П-подібною, в даному випадку еквівалентною схемою. Параметри еквівалентних схем обчислюються через постійні *A*, *B*, *C* та *D* [1–6].

Дослідження процесів в однорідній лінії передачі здійснюють на моделях із зосередженими параметрами. Можливість переходу до такої моделі при фіксованих параметрах R_0, L_0, G_0, C_0 та довжини *l* визначаються тим, що рівняння, які зв'язують вхідні і вихідні струми та напруги лінії, представляють собою рівняння симетричного чотириполюсника (3), тому при моделюванні процесів на вході і виході однорідної лінії передачі користуються однією зі схем заміщення чотириполюсника – Т-подібна (рис. 2) або П-подібна (рис. 3), використовуючи співвідношення, які зв'язують параметри цих схем з параметрами чотириполюсника [1–6].

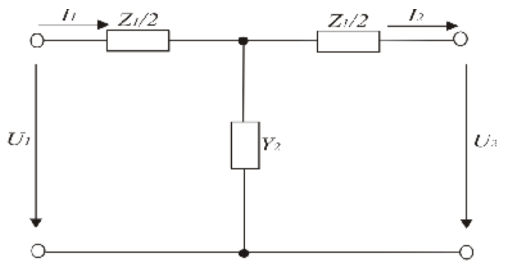

Рис. 2. Т-подібна схема заміщення

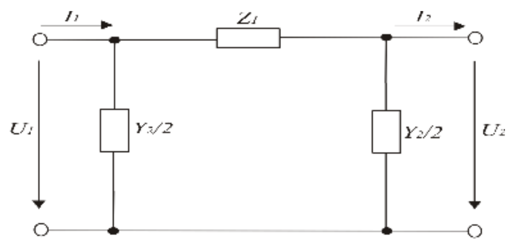

Рис. 3. П-подібна схема заміщення

Як випливає із формул (3) та (4) для Т-подібної схеми заміщення (рис. 2) [1–6]

$$\begin{cases} A = D = \dfrac{U_{10}}{U_{20}} = ch\gamma l = 1 + \dfrac{Z_1Y_2}{2}, \\ C = \dfrac{I_{10}}{U_{20}} = \dfrac{sh\gamma l}{Z} = Y_2. \end{cases} \quad (9)$$

де комплексні струми та напруги відповідають режиму холостого ходу на вторинних полюсах схеми заміщення.

Тоді

$$\begin{cases} Z_1 = Z_0 l K_1, \\ Y_2 = Y_0 l K_2. \end{cases} \quad (10)$$

де $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$, $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$ – погонні параметри однорідної лінії передачі;

$K_1 = \dfrac{2(ch\gamma l - 1)}{\gamma l sh\gamma l}$, $K_2 = \dfrac{sh\gamma l}{\gamma l}$ – коефіцієнти пропорційності.

Для П-подібної схеми заміщення (рис. 3) [1–6]

$$\begin{cases} A = D = \dfrac{U_{10}}{U_{20}} = 1 + \dfrac{Z_1Y_2}{2}, \\ B = Z_1. \end{cases} \quad (11)$$

Тоді

$$\begin{cases} Z_1 = Z_0 l K_2, \\ Y_2 = Y_0 l K_1. \end{cases} \quad (12)$$

Однак, недоліком таких схем заміщення, є те, що в загальному випадку параметри однорідної лінії передачі *Z* та *γ* є складними функціями частоти *ω*, тому використання введених схем для моделювання однорідної лінії передачі є обмеженим, оскільки при переході на іншу частоту параметри схем заміщення змінюються. Також виникають труднощі у розрахунках коефіцієнтів K_1 та K_2, оскільки необхідно визначати значення гіперболічних функцій від комплексного аргументу γ, при цьому коефіцієнти K_1 та K_2 представляють рядами (13)

$$K_1 = \frac{2(ch\gamma l - 1)}{\gamma l sh\gamma l} \approx 1 - \frac{(\gamma l)^2}{12} + \frac{(\gamma l)^4}{120} - ......$$
$$K_2 = \frac{sh\gamma l}{\gamma l} \approx 1 + \frac{(\gamma l)^2}{6} + \frac{(\gamma l)^4}{120} + ... \quad (13)$$

Це обмежує використання формул (9) та (11) граничною довжиною $l_{гр}$, для якої K_1=1 та K_2=1, визначається за умови

$$l_{гр} = \frac{\sqrt{0,06}}{\gamma}. \quad (14)$$

Для моделювання процесів в реальних однорідних лініях передачі збирають еквівалентні схеми, які представляють собою каскадне включення декількох симетричних однакових чотириполюсників, тому для відтворення параметрів однорідної лінії передачі в більш широкому частотному діапазоні використовують однорідну ланкову схему (рис. 4), яка складається з n однакових каскадних включених Т- або П-подібних схем, кожна з яких відповідає відрізку лінії довжиною $Dl=l/n$ [1–6].

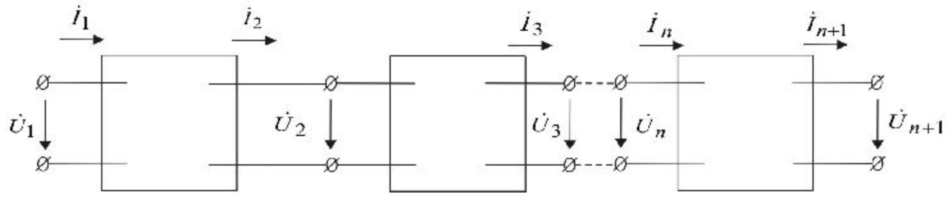

Рис. 4. Однорідна симетрична ланцюгова схема довгої лінії

Дослідження різних режимів роботи однорідної лінії є одною з найважливіших задач у теорії електричних кіл, моделювання якої зручно розглядати у вигляді електричних кіл з розподіленими параметрами [2, 7]. Модель такої однорідної лінії складається з n Т-подібних ланок та представляє собою багатоланковий фільтр нижніх частот з втратами в елементах фільтра (рис. 5) [2, 7].

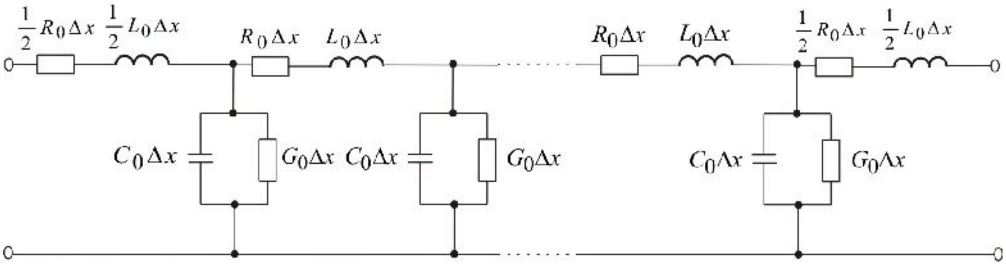

Рис. 5. Модель однорідної лінії у вигляді багатоланкового фільтра нижніх частот

Чим більшою є величина n (тобто меншою є величина Δx), тим точніше модель лінії описує електромагнітний стан однорідної лінії. Для однорідних ліній без спотворень, тобто ліній, для яких є справедливим наступне співвідношення між її первинними параметрами [2, 7]:

$$\frac{R_0}{L_0} = \frac{G_0}{C_0}, \quad (15)$$

хвильовий опір визначається виразом (16)

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \quad (16)$$

Модель однорідної лінії без втрат (R_0=0 та G_0=0), яка навантажена на опір $R_н$=Z, представлена на рис. 6.

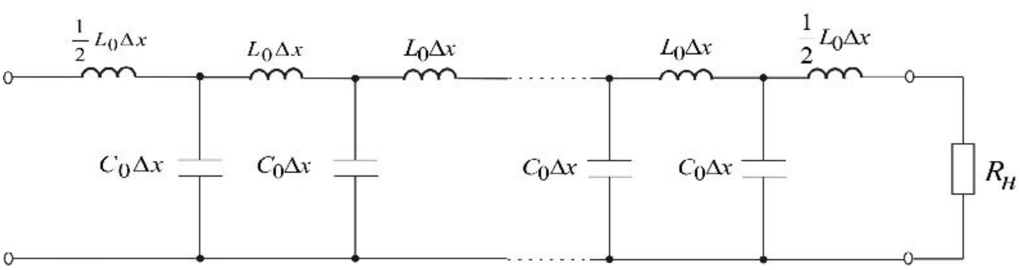

Рис. 6. Модель однорідної лінії без втрат

Параметри кожної Т- або П-подібної схеми визначають із вище наведених формул (9) та (11) для відповідних схем при заміні в них *l* на *Dl*. При достатньо великій кількості схем добуток *γDl* в аргументах гіперболічних функцій є малим. Це дозволяє використовувати наближені вирази $shx \approx x$, $thx \approx x$ та $cthx \approx 1/x$, а також перейти до формул (17) і (18) для Т-подібних схем та формул (19) і (20) для П-подібних схем.

$$Z_1 = \frac{2(ch\gamma Dl - 1)}{sh\gamma Dl} Z = 2Zth\frac{\gamma Dl}{2} \approx 2Z\frac{\gamma Dl}{2} = Z\gamma Dl = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}\sqrt{R_0 + j\omega L_0}\sqrt{G_0 + j\omega C_0}Dl = (R_0 + j\omega L_0)Dl, \quad (17)$$

$$Y_2 = \frac{sh\gamma Dl}{Z} \approx \frac{\gamma Dl}{Z} = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}\sqrt{G_0 + j\omega C_0}Dl}{\frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}} = (G_0 + j\omega C_0)Dl, \quad (18)$$

$$Z_1 = Zsh\gamma Dl \approx Z\gamma Dl = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}\sqrt{R_0 + j\omega L_0}\sqrt{G_0 + j\omega C_0}Dl = (R_0 + j\omega L_0)Dl, \quad (19)$$

$$Y_2 = \frac{2(ch\gamma Dl - 1)}{Zsh\gamma Dl} = \frac{2}{Z}th\frac{\gamma Dl}{2} \approx \frac{2}{Z}\frac{\gamma Dl}{2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}}}\sqrt{R_0 + j\omega L_0}\sqrt{G_0 + j\omega C_0}Dl = (G_0 + j\omega L_0)Dl. \quad (20)$$

Такий результат відповідає безпосередньо заміні відрізку однорідної лінії передачі довжиною *Dl* еквівалентними його елементами з зосередженими параметрами – поздовжніми опором *RDl* та індуктивністю *LDl*, поперечною провідністю *GDl* та ємністю *CDl*. Для з'ясування частотного діапазону, в якому така ланкова модель адекватно відображає властивості лінії передачі в цілому, необхідно за допомогою формул для *А*-параметрів симетричної ланкової схеми зіставити їх частотні характеристики з частотними залежностями відповідних параметрів лінії передачі.

Точність моделювання процесів в однорідній лінії передачі використовуючи такий підхід, буде тим більша, чім більша кількість каскадів, які входять у схему. Вибір кількості каскадів в моделі однорідної лінії передачі залежить від тих задач, які ставляться при дослідженнях. Для великої кількості задач буває достатньо взяти 10–20 каскадів [4–6].

Однак, недоліком використання ланкової моделі є обмежений частотний діапазон, оскільки таку модель допустимо використовувати тільки, в тому діапазоні частот де різниця її частотних характеристик та частотних залежностей параметрів однорідної лінії передачі не перевищує заданої похибки.

Як показано в [5] в інтервалі частот $0 \le \omega \le \omega_з$ ($\omega_з$ – частота зрізу) ланкова схема володіє основною властивістю розподіленої лінії: напруга в її вузлах є однаковою за амплітудою, але різна за фазовим зсувом. При цьому загальний фазовий зсув змінюється лінійно вздовж системи.

Фазовий зсув є еквівалентним коефіцієнту фази *β*, а також залежить від частоти нелінійно і тому, ланковий еквівалент на відміну від ідеально розподіленої лінії володіє частотною дисперсією. Це призводить до суттєвого спотворення затриманих імпульсів, якщо ширина їх спектру є співрозмірною з частотою зрізу $\omega_з$ [5].

В області $\omega > \omega_з$ ланковий еквівалент поводить себе подібно фільтру нижніх частот. При цьому спостерігається експоненціальне зменшення амплітуди сигналу від каскаду до каскаду, яке пов'язано не з ефектом омічних втрат, а виникненням розузгодження окремих елементарних каскадів пасивного чотириполюсника [5].

Метою статті є розробка математичної моделі однорідної лінії передачі на основі теореми Міттаг-Леффлера.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для підвищення точності математичного опису параметрів і характеристик однорідної лінії передачі автори пропонують використовувати два методи, які засновані на теоремі Міттаг-Леффлера [8, 9], яка представлена у вигляді співвідношень (21) для гіперболічного тангенсу (перший метод) та (22) для гіперболічного котангенсу (другий метод):

$$thx = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2x}{x^2 + (n\pi - \frac{\pi}{2})^2} \quad (21)$$

$$cthx = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2x}{x^2 + (n\pi)^2} \quad (22)$$

Розглянемо більш детально режими роботи однорідної довгої лінії: режим холостого ходу, режим короткого замикання та навантажувальний режим.

Режим холостого ходу. При холостому ході в кінці однорідної довгої лінії опір навантаження дорівнює нескінченості $Z_н=\infty$, тобто струм в навантажені буде дорівнювати нулю, а напруга збільшується вдвічі. Формула для вхідного комплексного опору однорідної довгої лінії в режимі холостого ходу можна записати у вигляді (23) [1–6].

$$Z_{вх.хх}(j\omega)=Zcth\gamma x' \tag{23}$$

де $x'=l-x$ – відстань від кінця однорідної лінії передачі.

Зробимо заміну Z та γ їх виразами. В результаті отримаємо вираз (24), який відповідає еквівалентній схемі заміщення однорідної лінії передачі .

$$Z_{вх.хх}(j\omega)=\frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}}cth\left(\sqrt{Z_0Y_0}\,x'\right)=\frac{\sqrt{R_0+j\omega L_0}}{\sqrt{G_0+j\omega C_0}}cth\left(\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}\,x'\right). \tag{24}$$

У виразі вхідного комплексного опору (24) гіперболічний котангенс виразимо через теорему Міттаг-Леффлера за формулою (22) (другий метод), тоді вхідний комплексний опір однорідної довгої лінії запишемо у наступному вигляді

$$Z_{вх.хх}(j\omega)=\frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}}\left(\frac{1}{\sqrt{Z_0Y_0}\,x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sqrt{Z_0Y_0}\,x'}{\left(\sqrt{Z_0Y_0}\,x'\right)^2+(n\pi)^2}\right)=\frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}\sqrt{Z_0Y_0}\,x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{Z_0}\,2\sqrt{Z_0Y_0}\,x'}{\sqrt{Y_0}\left(\left(\sqrt{Z_0Y_0}\,x'\right)^2+(n\pi)^2\right)}=$$
$$=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2Z_0x'}{Z_0Y_0(x')^2+(n\pi)^2}=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\frac{Z_0Y_0(x')^2+(n\pi)^2}{2Z_0x'}}=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\frac{Z_0Y_0(x')^2}{2Z_0x'}+\frac{(n\pi)^2}{2Z_0x'}}=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\frac{Y_0x'}{2}+\frac{(n\pi)^2}{2Z_0x'}} \tag{25}$$

Враховуючі у виразі (25) тільки перші $2N$ полюсів вхідний комплексний опір однорідної довгої лінії у режимі холостого ходу матиме вигляд (26)

$$Z_{вх.хх}(j\omega)=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{\frac{Y_0x'}{2}+\frac{(n\pi)^2}{2Z_0x'}}=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Y_n+\frac{1}{Z_n}}=\frac{1}{Y_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Y_n+Y_n'}=\frac{1}{Y_0x'}+\frac{1}{Y_1+Y_1'}+\frac{1}{Y_2+Y_2'}+\ldots+\frac{1}{Y_N+Y_N'}, \tag{26}$$

де

$$Y_n=\frac{Y_0x'}{2}, \tag{27}$$

$$Z_n=\frac{2Z_0x'}{(n\pi)^2}\quad \text{при } n\ge 1, \tag{28}$$

$$Y_n'=\frac{(n\pi)^2}{2Z_0x'}\quad \text{при } n\ge 1. \tag{29}$$

Використовуючи вираз вхідного комплексного опору (26) у вигляді суми дробів побудуємо модифіковану еквівалентну схему заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована по першій формі Фостера у режимі холостого ходу (рис. 7).

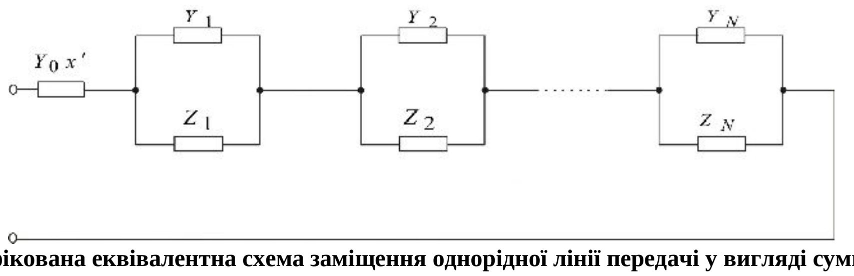

Рис. 7. Модифікована еквівалентна схема заміщення однорідної лінії передачі у вигляді суми дробів, яка синтезована за першою формою Фостера у режимі холостого ходу

Елементи модифікованої еквівалентної схеми заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована по першій формі Фостера у режимі холостого ходу можна визначити через її параметри Z_0 та Y_0 за формулами (27)–(29).

З урахуванням, того що $Z_0=R_0+j\omega L_0$ та $Y_0=G_0+j\omega C_0$ вирази (27)–(29) можна представити у вигляді формул (30)–(32):

$$Y_n=\frac{Y_0x'}{2}=\frac{G_0x'+j\omega C_0x'}{2}=\frac{G_0x'}{2}+j\omega\frac{C_0x'}{2}, \tag{30}$$

$$Z_n=\frac{2Z_0x'}{(n\pi)^2}=\frac{2}{(n\pi)^2}\left(R_0x'+j\omega L_0x'\right)=\frac{2R_0x'}{(n\pi)^2}+j\omega\frac{2L_0x'}{(n\pi)^2}\quad \text{при } n\ge 1, \tag{31}$$

$$Y'_n = \frac{(n\pi)^2}{2Z_0 x'} = \frac{(n\pi)^2}{\left(2R_0 x' + j\omega 2L_0 x'\right)} = \frac{1}{\dfrac{2R_0 x' + j\omega 2L_0 x'}{(n\pi)^2}} = \frac{1}{\dfrac{2R_0 x'}{(n\pi)^2} + j\omega \dfrac{2L_0 x'}{(n\pi)^2}} \text{ при } n \geq 1. \quad (32)$$

Звідки можна визначити електричні параметри елементів запропонованої еквівалентної схеми заміщення однорідної довгої лінії, яка синтезована по першій формі Фостера у режимі холостого ходу через її первині параметри R_0, L_0, C_0 та G_0.

$$R_n = \frac{2R_0 x'}{(n\pi)^2} \text{ при } n \geq 1, \quad (33)$$

$$L_n = \frac{2L_0 x'}{(n\pi)^2} \text{ при } n \geq 1, \quad (34)$$

$$G_n = \frac{G_0 x'}{2}, \quad (35)$$

$$C_n = \frac{C_0 x'}{2}. \quad (36)$$

Такий результат відповідає безпосередньо заміні відрізку лінії передачі довжиною x' еквівалентними його елементами з зосередженими параметрами. З урахуванням співвідношень (33)–(36) побудуємо вдосконалену еквівалентну схему для моделювання однорідної лінії передачі у режимі холостого ходу, яка синтезована по першій формі Фостера (рис. 8).

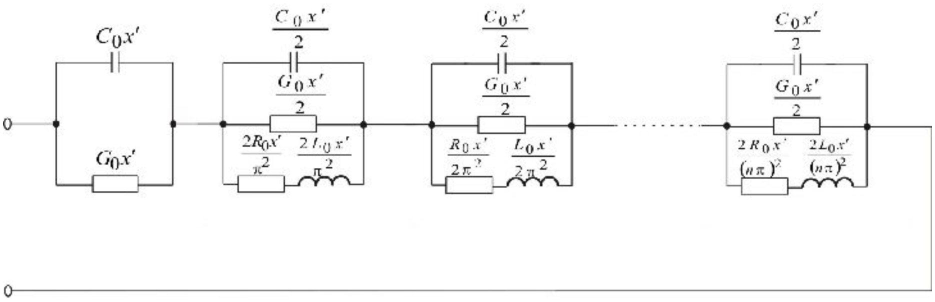

Рис. 8. Вдосконалена еквівалентна схема заміщення для моделювання однорідної лінії передачі у режимі холостого ходу, яка синтезована за першою формою Фостера

Формулу для вхідної комплексної провідності однорідної довгої лінії в режимі холостого ходу можна виразити через її комплексний вхідний опір (23), тоді

$$Y_{вх.хх}(j\omega) = \frac{1}{Z_{вх.хх}(j\omega)} = \frac{1}{\dfrac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}} cth\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)} = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{1}{cth\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)} = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot th\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right). \quad (37)$$

Застосуємо теорему Міттаг-Леффлера за формулою (21) (перший метод) для виразу вхідної комплексної провідності однорідної довгої лінії в режимі холостого ходу (37), і отримаємо наступне співвідношення

$$Y_{вх.хх}(j\omega) = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'}{\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)^2 + \left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{2\sqrt{Z_0}\sqrt{Y_0}\, x'}{Z_0 Y_0 x'^2 + \left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Y_0 x'}{Z_0 Y_0 x'^2 + \left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2} = \quad (38)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{Z_0 Y_0 x'^2 + \left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2}{2Y_0 x'}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{Z_0 Y_0 x'^2}{2Y_0 x'} + \dfrac{\left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2}{2Y_0 x'}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\dfrac{Z_0 x'}{2} + \dfrac{\left(n\pi - \dfrac{\pi}{2}\right)^2}{2Y_0 x'}}.$$

Враховуючі у виразі (38) тільки перших $2N$ нулів вхідного комплексного опору однорідної довгої лінії у режимі холостого ходу, формула вхідної комплексної провідності матиме вигляд (39)

$$Y_{вх.хх}(j\omega)=\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{\frac{Z_0x'}{2}+\frac{\left(n\pi-\frac{\pi}{2}\right)^2}{2Y_0x'}}=\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Z_n+\frac{1}{Y_n}}=\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Z_n+Z'_n}=\frac{1}{Z_1+Z'_1}+\frac{1}{Z_2+Z'_2}+...+\frac{1}{Z_N+Z'_N}, \quad (39)$$

де

$$Z_n=\frac{Z_0x'}{2}, \quad (40)$$

$$Y_n=\frac{2Y_0x'}{\left(n\pi-\frac{\pi}{2}\right)^2}=\frac{8Y_0x'}{((2n-1)\pi)^2} \text{ при } n\geq 1, \quad (41)$$

$$Z'_n=\frac{\left(n\pi-\frac{\pi}{2}\right)^2}{2Y_0x'}=\frac{((2n-1)\pi)^2}{8Y_0x'} \text{ при } n\geq 1. \quad (42)$$

Використовуючи вираз вхідної комплексної провідності (39) у вигляді суми дробів побудуємо модифіковану еквівалентну схему заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована за другою формою Фостера у режимі холостого ходу (рис. 9).

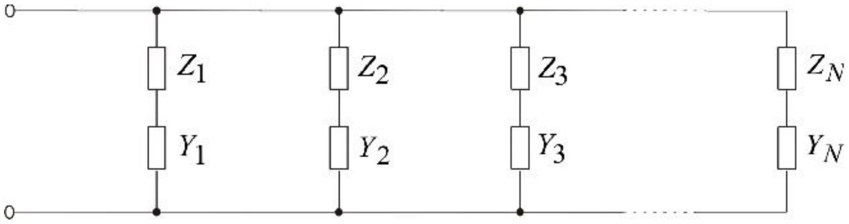

Рис. 9. Модифікована еквівалентна схема заміщення однорідної лінії передачі у вигляді суми дробів, яка синтезована за другою формою Фостера у режимі холостого ходу

Елементи модифікованої еквівалентної схеми заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована по другій формі Фостера у режимі холостого ходу можна визначити через її параметри Z_0 та Y_0 за формулами (40)–(42).

Враховуючі, що $Z_0=R_0+j\omega L_0$ та $Y_0=G_0+j\omega C_0$, вирази (40)–(42) можна представити у вигляді формул (43)–(45):

$$Z_n=\frac{Z_0x'}{2}=\frac{R_0x'+j\omega L_0x'}{2}=\frac{R_0x'}{2}+j\omega\frac{L_0x'}{2}, \quad (43)$$

$$Y_n=\frac{8Y_0x'}{((2n-1)\pi)^2}=\frac{8}{((2n-1)\pi)^2}(G_0x'+j\omega C_0x')=\frac{8G_0x'}{((2n-1)\pi)^2}+j\omega\frac{8C_0x'}{((2n-1)\pi)^2} \text{ при } n\geq 1, \quad (44)$$

$$Z'_n=\frac{((2n-1)\pi)^2}{8Y_0x'}=\frac{((2n-1)\pi)^2}{(8G_0x'+j\omega 8C_0x')}=\frac{1}{\frac{8G_0x'+j\omega 8C_0x'}{((2n-1)\pi)^2}}=\frac{1}{\frac{8G_0x'}{((2n-1)\pi)^2}+j\omega\frac{8C_0x'}{((2n-1)\pi)^2}} \text{ при } n\geq 1. \quad (45)$$

Звідки можна визначити електричні параметри елементів запропонованої еквівалентної схеми заміщення однорідної довгої лінії, яка синтезована за другою формою Фостера у режимі холостого ходу через її первині параметри R_0, L_0, C_0 та G_0.

$$R_n=\frac{R_0x'}{2}, \quad (46)$$

$$L_n=\frac{L_0x'}{2}, \quad (47)$$

$$G_n=\frac{8G_0x'}{((2n-1)\pi)^2} \text{ при } n\geq 1, \quad (48)$$

$$C_n=\frac{8C_0x'}{((2n-1)\pi)^2} \text{ при } n\geq 1. \quad (49)$$

З урахуванням співвідношень (46)–(49) побудуємо вдосконалену еквівалентну схему для моделювання однорідної лінії передачі у режимі холостого ходу, яка синтезована за другою формою Фостера (рис. 10).

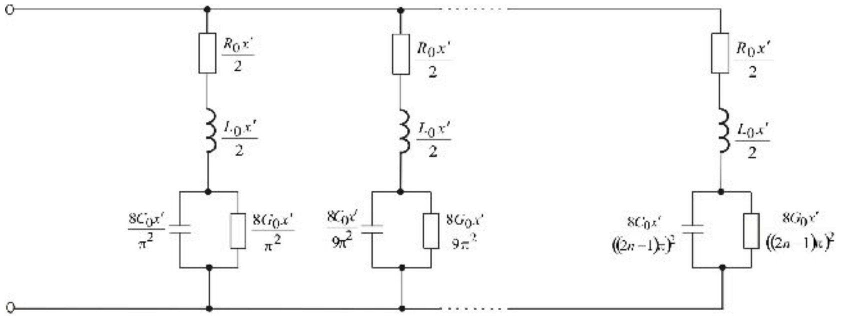

Рис. 10. Вдосконалена еквівалентна схема заміщення для моделювання однорідної лінії передачі у режимі холостого ходу, яка синтезована за другою формою Фостера

Режим короткого замикання. При короткому замикані в кінці однорідної довгої лінії опір навантаження дорівнює нулю $Z_н$=0. У той же момент падаюча та відбита хвилі струму буде мати однакові амплітуди, що призведе до збільшення струму наприкінці короткозамкненої лінії. Формула для вхідного комплексного опору однорідної довгої лінії в режимі короткого замикання можна записати у вигляді (50) [1–6].

$$Z_{вх.кз}(j\omega) = Z th\gamma x' = \frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}} th\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right) = \frac{\sqrt{R_0 + j\omega L_0}}{\sqrt{G_0 + j\omega C_0}} th\left(\sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}\, x'\right) \quad (50)$$

У виразі вхідного комплексного опору (50) гіперболічний тангенс виразимо через теорему Міттаг-Леффлера за формулою (21) (перший метод), тоді вхідний комплексний опір однорідної довгої лінії запишемо у наступному вигляді

$$Z_{вх.кз}(j\omega) = \frac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'}{\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)^2 + \left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{Z_0}\, 2\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'}{\sqrt{Y_0}\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)^2 + \left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 Z_0 x'}{Z_0 Y_0 (x')^2 + \left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{Z_0 Y_0 (x')^2 + \left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2 Z_0 x'}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{Z_0 Y_0 (x')^2}{2 Z_0 x'} + \frac{\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2 Z_0 x'}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{Y_0 x'}{2} + \frac{\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2 Z_0 x'}}, \quad (51)$$

Враховуючі у виразі (51) тільки перші $2N$ полюсів вхідний комплексний опір однорідної довгої лінії у режимі короткого замикання матиме вигляд (52)

$$Z_{вх.кз}(j\omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{\frac{Y_0 x'}{2} + \frac{\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2 Z_0 x'}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{Y_n + \frac{1}{Z_n}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{Y_n + Y'_n} = \frac{1}{Y_1 + Y'_1} + \frac{1}{Y_2 + Y'_2} + \ldots + \frac{1}{Y_N + Y'_N}, \quad (52)$$

де

$$Y_n = \frac{Y_0 x'}{2}, \quad (53)$$

$$Z_n = \frac{2 Z_0 x'}{\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{8 Z_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} \quad \text{при } n \geq 1, \quad (54)$$

$$Y'_n = \frac{((2n-1)\pi)^2}{8 Z_0 x'} \quad \text{при } n \geq 1. \quad (55)$$

Використовуючи вираз вхідного комплексного опору (52) у вигляді суми дробів, побудуємо модифіковану еквівалентну схему заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована за першою формою Фостера у режимі короткого замикання (рис. 11).

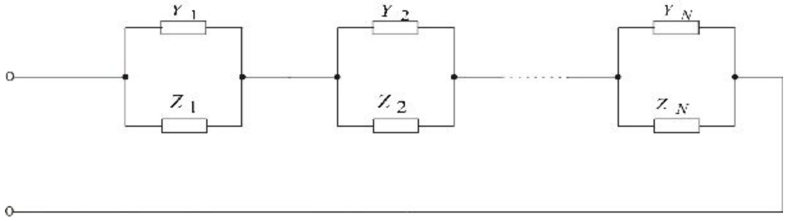

Рис. 11. Модифікована еквівалентна схема заміщення однорідної лінії передачі у вигляді суми дробів, яка синтезована по першій формі Фостера у режимі короткого замикання

Елементи модифікованої еквівалентної схеми заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована за першою формою Фостера у режимі короткого замикання можна визначити через її параметри Z_0 та Y_0 за формулами (53)–(55).

З урахуванням того, що $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$ та $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$, вирази (53)–(55) можна представити у вигляді формул (56)–(58):

$$Y_n = \frac{Y_0 x'}{2} = \frac{G_0 x' + j\omega C_0 x'}{2} = \frac{G_0 x'}{2} + j\omega\frac{C_0 x'}{2}, \tag{56}$$

$$Z_n = \frac{8Z_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} = \frac{8}{((2n-1)\pi)^2}\left(R_0 x' + j\omega L_0 x'\right) = \frac{8R_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} + j\omega\frac{8L_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} \quad \text{при } n \ge 1, \tag{57}$$

$$Y_n' = \frac{((2n-1)\pi)^2}{8Z_0 x'} = \frac{((2n-1)\pi)^2}{\left(8R_0 x' + j\omega 8L_0 x'\right)} = \frac{1}{\dfrac{8R_0 x' + j\omega 8L_0 x'}{((2n-1)\pi)^2}} = \frac{1}{\dfrac{8R_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} + j\omega\dfrac{8L_0 x'}{((2n-1)\pi)^2}} \quad \text{при } n \ge 1. \tag{58}$$

Звідки можна визначити електричні параметри елементів запропонованої еквівалентної схеми заміщення однорідної довгої лінії, яка синтезована по першій формі Фостера у режимі короткого замикання через її первині параметри R_0, L_0, C_0 та G_0.

$$R_n = \frac{8R_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} \quad \text{при } n \ge 1, \tag{59}$$

$$L_n = \frac{8L_0 x'}{((2n-1)\pi)^2} \quad \text{при } n \ge 1, \tag{60}$$

$$G_n = \frac{G_0 x'}{2}, \tag{61}$$

$$C_n = \frac{C_0 x'}{2}. \tag{62}$$

З урахуванням співвідношень (59)–(62) побудуємо вдосконалену еквівалентну схему для моделювання однорідної лінії передачі у режимі короткого замикання, яка синтезована по першій формі Фостера (рис. 12).

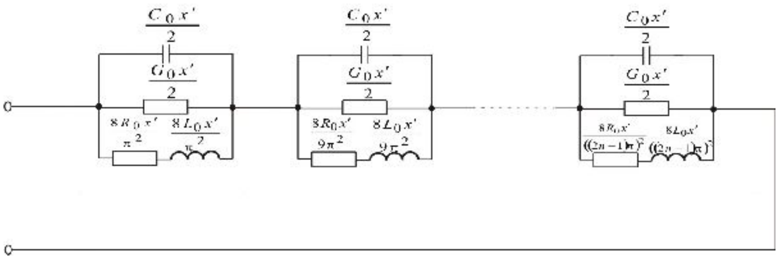

Рис. 12. Вдосконалена еквівалентна схема заміщення для моделювання однорідної лінії передачі у режимі короткого замикання, яка синтезована за першою формою Фостера

Формулу для вхідної комплексної провідності однорідної довгої лінії в режимі короткого замикання можна виразити через її комплексний вхідний опір (50), тоді

$$Y_{вх.кз}(j\omega) = \frac{1}{Z_{вх.кз}(j\omega)} = \frac{1}{\dfrac{\sqrt{Z_0}}{\sqrt{Y_0}}\, th\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)} = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{1}{th\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)} = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot cth\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right). \tag{63}$$

Застосуємо теорему Міттаг-Леффлера за формулою (22) (другий метод) для виразу вхідної комплексної провідності однорідної довгої лінії в режимі короткого замикання (63), і отримаємо наступне співвідношення

$$Y_{вх.кз}(j\omega) = \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'}{\left(\sqrt{Z_0 Y_0}\, x'\right)^2 + (n\pi)^2}\right) = \frac{\sqrt{Y_0}}{Z_0\sqrt{Y_0}\, x'} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Z_0}} \cdot \frac{2\sqrt{Z_0}\sqrt{Y_0}\, x'}{Z_0 Y_0 x'^2 + (n\pi)^2} = \frac{1}{Z_0 x'} +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2Y_0 x'}{Z_0 Y_0 x'^2 + (n\pi)^2} = \frac{1}{Z_0 x'} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dfrac{Z_0 Y_0 x'^2 + (n\pi)^2}{2Y_0 x'}} = \frac{1}{Z_0 x'} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dfrac{Z_0 Y_0 x'^2}{2Y_0 x'} + \dfrac{(n\pi)^2}{2Y_0 x'}} = \frac{1}{Z_0 x'} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dfrac{Z_0 x'}{2} + \dfrac{(n\pi)^2}{2Y_0 x'}}. \tag{64}$$

Враховуючі у виразі (64) тільки перших $2N$ нулів вхідного комплексного опору однорідної довгої лінії у режимі короткого замикання, формула вхідної комплексної провідності матиме вигляд (65)

$$Y_{вх.кз}(j\omega)=\frac{1}{Z_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{\frac{Z_0x'}{2}+\frac{(n\pi)^2}{2Y_0x'}}=\frac{1}{Z_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Z_n+\frac{1}{Y_n}}=\frac{1}{Z_0x'}+\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{Z_n+Z'_n}= \tag{65}$$

$$=\frac{1}{Z_0x'}+\frac{1}{Z_1+Z'_1}++\frac{1}{Z_2+Z'_2}+\ldots+\frac{1}{Z_N+Z'_N},$$

де

$$Z_n=\frac{Z_0x'}{2}, \tag{66}$$

$$Y_n=\frac{2Y_0x'}{(n\pi)^2} \quad \text{при } n\ge 1, \tag{67}$$

$$Z'_n=\frac{(n\pi)^2}{2Y_0x'} \quad \text{при } n\ge 1. \tag{68}$$

Використовуючи вираз вхідної комплексної провідності (65) у вигляді суми дробів, побудуємо модифіковану еквівалентну схему заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована за другою формою Фостера у режимі короткого замикання (рис. 13).

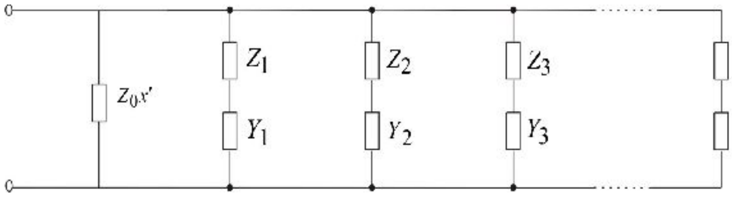

Рис. 13. Модифікована еквівалентна схема заміщення однорідної лінії передачі у вигляді суми дробів, яка синтезована за другою формою Фостера у режимі короткого замикання

Елементи модифікованої еквівалентної схеми заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована по другій формі Фостера у режимі короткого замикання можна визначити через її параметри Z_0 та Y_0 за формулами (66)–(68).

Враховуючі, що $Z_0=R_0+j\omega L_0$ та $Y_0=G_0+j\omega C_0$ вирази (66)–(68) можна представити у вигляді формул (69)–(71):

$$Z_n=\frac{Z_0x'}{2}=\frac{R_0x'+j\omega L_0x'}{2}=\frac{R_0x'}{2}+j\omega\frac{L_0x'}{2}, \tag{69}$$

$$Y_n=\frac{2}{(n\pi)^2}\left(G_0x'+j\omega C_0x'\right)=\frac{2G_0x'}{(n\pi)^2}+j\omega\frac{2C_0x'}{(n\pi)^2} \quad \text{при } n\ge 1, \tag{70}$$

$$Z'_n=\frac{(n\pi)^2}{\left(2G_0x'+j\omega 2C_0x'\right)}=\frac{1}{\frac{2G_0x'+j\omega 2C_0x'}{(n\pi)^2}}=\frac{1}{\frac{2G_0x'}{(n\pi)^2}+j\omega\frac{2C_0x'}{(n\pi)^2}} \quad \text{при } n\ge 1. \tag{71}$$

Звідки можна визначити електричні параметри елементів запропонованої еквівалентної схеми заміщення однорідної довгої лінії, яка синтезована по другій формі Фостера у режимі короткого замикання через її первині параметри R_0, L_0, C_0 та G_0.

$$R_n=\frac{R_0x'}{2}, \tag{72}$$

$$L_n=\frac{L_0x'}{2}, \tag{73}$$

$$G_n=\frac{2G_0x'}{(n\pi)^2} \quad \text{при } n\ge 1, \tag{74}$$

$$C_n=\frac{2C_0x'}{(n\pi)^2} \quad \text{при } n\ge 1. \tag{75}$$

З урахуванням співвідношень (72)–(75) побудуємо вдосконалену еквівалентну схему для моделювання однорідної лінії передачі у режимі короткого замикання, яка синтезована по другій формі Фостера (рис. 14).

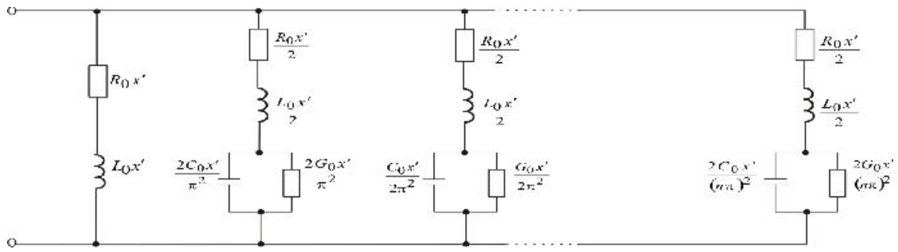

Рис. 14. Вдосконалена еквівалентна схема заміщення для моделювання однорідної лінії передачі у режимі короткого замикання, яка синтезована по другій формі Фостера

Навантажувальний режим. Дійсні струм та напруга у будь-якій точці лінії можуть бути розкладені на складові холостого ходу та короткого замикання, чим дуже зручно користуватись у розрахунках. Наприклад, для розрахунку навантажувальної лінії з втратами розподіл струму та напруги можна знайти по складовим напруг та струмів при холостому ході і короткому замикані в окремості, а потім геометрично сумуючи їх, отримати дійсні струми та напруги. Для розрахунку вхідного опору однорідної лінії передачі, коли лінія навантажена на довільний опір навантаження, зручно користуватись наступною формулою [2–6]:

$$Z_{вх}(j\omega)=\frac{\dot{U}_2 ch(\gamma x')+\dot{I}_2 Z sh(\gamma x')}{\dot{I}_2 ch(\gamma x')+\frac{\dot{U}_2}{Z} Z sh(\gamma x')}=\frac{Z_н+Z th(\gamma x')}{1+\frac{Z_н}{Z} th(\gamma x')}=\frac{Z_н+Z_{вх.кз}}{1+\frac{Z_н}{Z_{вх.хх}}}=Z_{вх.хх}\frac{Z_н+Z_{вх.кз}}{Z_н+Z_{вх.хх}}. \quad (76)$$

Вираз вхідного комплексного опору (76) у навантажувальному режимі представимо у вигляді суми двох дробів

$$Z_{вх}(j\omega)=\frac{1}{\frac{1}{Z_н}+\frac{1}{Z_{вх.хх}}}+\frac{1}{\frac{1}{Z_{вх.кз}}+\frac{1}{\frac{Z^2}{Z_н}}}. \quad (77)$$

Використовуючи вираз вхідного комплексного опору (77) у вигляді суми двох дробів, побудуємо модифіковану еквівалентну схему заміщення однорідної лінії передачі, яка синтезована за першою формою Фостера у навантажувальному режимі (рис. 15).

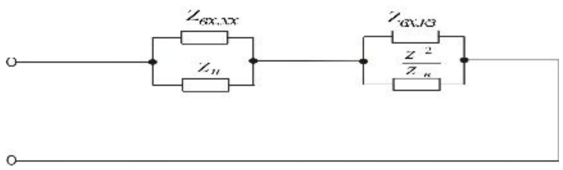

Рис. 15. Модифікована еквівалентна схема заміщення однорідної лінії передачі у вигляді суми двох дробів, яка синтезована по першій формі Фостера у навантажувальному режимі

Висновки. Для підвищення точності математичного опису параметрів і характеристик однорідної лінії передачі запропоновано два методи та вибрані адекватні їм математичні моделі, які засновані на теоремі Міттаг-Леффлера. Проведено моделювання однорідної лінії передачі у трьох режимах: режимі холостого ходу, режимі короткого замикання та навантажувальному режимі. Встановлено, що реалізація функцій вхідного комплексно опору та вхідної комплексної провідності однорідної лінії передачі на основі теореми Міттаг-Леффлера базується на їх представлені у вигляді суми простих дробів.

Побудовані модифіковані еквівалентні схеми заміщення однорідної лінії передачі, які синтезовані по першій та другій формі Фостера у режимах холостого ходу, короткого замикання та навантажувальному режимі.

Розроблені вдосконалені еквівалентні схеми заміщення для моделювання однорідної лінії передачі у режимах холостого ходу, короткого замикання та навантажувальному режимі, які синтезовані за першою та другою формі Фостера.

Отримано аналітичні вирази для визначення елементів модифікованих еквівалентних схем заміщення однорідної лінії передачі, а також запропоновані аналітичні вирази, що дозволяють провести розрахунки електричних параметрів елементів вдосконалених еквівалентних схем заміщення однорідної лінії передачі, які є функціями їх первинних (погонних) параметрів.

Аналіз математичної моделі однорідної лінії передачі на основі теореми Міттаг-Леффлера показав, що її еквівалентна схема заміщення з розподіленими електричними параметрами може бути безпосередньо замінена еквівалентними схемами заміщення із зосередженими електричними параметрами.

Література

1. Макаришкін Д.А. Моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі / Д.А. Макаришкін, В.В. Мартинюк, Ю.М. Бойко, О.М. Бриндак // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький. – 2013. – № 2. – С. 188–195.

2. Атабеков Г.И. Основы теории цепей / Атабеков Г.И. – М. : Энергия, 1969. – 427 с.

3. Попов В.П. Основы теории цепей / Попов В.П. – М. : Высшая школа, 1985. – 496 с.

4. Песков С.Н. Основы теории линий передачи на высоких частотах. Часть 1: Режимы работы длинной линии / С.Н. Песков // Телеспутник. – 2009. – № 5. – С. 74–78.

5. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами / Баскаков С.И. – М. : Высшая школа, 1982. – 152 с.

6. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей / Улахович Д.А. – СПб : БХВ – Петербург, 2009. – 816 с.

7. Иваницкий А.М. Исследование прохождения экспофункциональных сигналов через линейные электрические цепи с распределенными параметрами / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2008. – № 2. – С. 5–9.

8. Murray R. Spiegel. Variables Complexes – cours et problemes / Murray R. Spiegel. – Schaum. Mac Graw-Hill, New-York, etc., 1973.

9. Soulier F. Modeling distributed parameter system with discrete element networks / F. Soulier, P. Lagonotte // In electronic proceedings of 15th international symposium on the mathematical theory of networks and systems, Aug. 2002.

References

1. Makaryshkin D.A. Modeliuvannia pasyvnoho filtra nyzhnikh chastot z vykorystanniam rehuliarnoi linii peredachi / D.A. Makaryshkin, V.V. Martyniuk, Yu.M. Boiko, O.M. Bryndak // Herald of Khmelnytsky National University. Technical sciences. – Khmelnytskyi. – 2013. – # 2. – S. 188–195.

2. Atabekov H.Y. Osnovy teoryy tsepei / Atabekov H.Y. – M. : Enerhyia, 1969. – 427 s.

3. Popov V.P. Osnovy teoryy tsepei / Popov V.P. – M. : Vysshaia shkola, 1985. – 496 s.

4. Peskov S.N. Osnovy teoryy lynyi peredachy na vysokykh chastotakh. Chast 1: Rezhymy raboty dlynnoi lynyy / S.N. Peskov // Telesputnyk. – 2009. – # 5. – S. 74–78.

5. Baskakov S.Y. Radyotekhnycheskye tsepy s raspredelennymy parametramy / Baskakov S.Y. – M. : Vysshaia shkola, 1982. – 152 s.

6. Ulakhovych D.A. Osnovy teoryy lyneinykh elektrycheskykh tsepei / Ulakhovych D.A. – SPb : BKhV – Peterburh, 2009. – 816 s.

7. Yvanytskyi A.M. Yssledovanye prokhozhdenyia ekspofunktsyonalnykh syhnalov cherez lyneinye elektrycheskye tsepy s raspredelennymy parametramy / A.M. Yvanytskyi, D.H. Pasku // Naukovi pratsi ONAZ im. O.S. Popova. – 2008. – # 2. – S. 5–9.

8. Murray R. Spiegel. Variables Complexes – cours et problemes / Murray R. Spiegel. – Schaum. Mac Graw-Hill, New-York, etc., 1973.

9. Soulier F. Modeling distributed parameter system with discrete element networks / F. Soulier, P. Lagonotte // In electronic proceedings of 15th international symposium on the mathematical theory of networks and systems, Aug. 2002.

Рецензія/Peer review : 27.09.2017 р. Надрукована/Printed :28.10.2017 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Ю.М. Бойко