

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем  
керування  
Назва теми

КвРАКІТР.2024074.01.01.ПЗ

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Галузь знань 17 «Електроніка, автоматизація та електронні комунікації»  
Шифр, назва

Спеціальність 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та  
робототехніка»  
Шифр, назва

Освітня програма «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та  
робототехніка»  
Назва

Виконав:

студент II курсу, група АКІТРм-24-1

  
Підпис

Володимир БАРДАДИМОВ  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник канд. техн. наук, доц.

  
Підпис

Юрій ФОРКУН  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Нормоконтролер

  
Підпис

Галина РАДЕЛЬЧУК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

До захисту допускаю:  
зав. кафедри АКІТтаР

  
Підпис

Людмила КОРЕЦЬКА  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

« 16 » грудня 2025 р.

# ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет *інформаційних технологій*

Кафедра *автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки*

Рівень вищої освіти *другий (магістерський)*

Галузь знань *17 – Електроніка, автоматизація та електронні комунікації*

Спеціальність *174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка*

Освітня програма *Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка*

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АКИТтаР

Людмила КОРЕЦЬКА

01 вересня 2025р.

## ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Бардадимову Володимирі Віталійовичу

Прізвище, ім'я, по батькові студента

1 Тема роботи Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

Керівник роботи Форкун Юрій Вікторович, канд.техн.наук, доцент

Прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, учене звання

Затверджено наказом ректора університету від 25.08.2025р. № 65

2 Строк подання студентом роботи на кафедру 06.12.2025р.




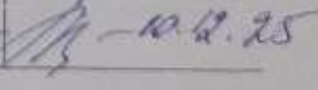
3 Вихідні дані до роботи Аналіз сучасного стану дискретних автоматизованих систем керування. Розробка моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

4 Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

Вступ. Проблематика моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Дослідження роботи моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Висновки.

5 Перелік графічного матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслень)  
презентаційні матеріали (слайди)

6 Консультанти розділів кваліфікаційної роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Антиплагіат	Федула М.В., доцент кафедри АКИТтаР		
Нормоконтроль	Радельчук Г.І., доцент кафедри АКИТтаР		

7 Дата видачі завдання 01 вересня 2025р.

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

Назва розділу кваліфікаційної роботи	Строк виконання	Примітка
1 Вступ	15.09.2025р	виконано
2 Проблематика моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування	30.09, 2025р.	виконано
3 Розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування	16.10.2025р	виконано
4 Моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування	01.11.2025р	виконано
5 Дослідження роботи моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування	12.11.2025р	виконано
6 Висновки	14.11.2025р	виконано
7 Оформлення пояснювальної записки до КРМ	25.11.2025р	виконано
8 Оформлення презентаційних матеріалів	01.12.2025р	виконано

Студент


Володимир БАРДАДИМОВ  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник кваліфікаційної роботи


Юрій ФОРКУН  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

## АНОТАЦІЯ

Тема кваліфікаційної роботи: «Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування».

Автор роботи: Бардадимов Володимир Віталійович

Керівник роботи: канд. техн. наук, доцент Форкун Юрій Вікторович

Пояснювальна записка: 87 с., 97 рис., 3 дод., 70 джерел.

Графічна частина: 10 презентаційних слайдів.

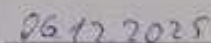
КЕРУВАННЯ, СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ, МОДЕЛЮВАННЯ, МАТЛАВ, ТРАЄКТОРІЇ.

Об'єкт дослідження: частотний алгоритм керування дискретних систем.

Мета роботи: розробити частотний алгоритм керування для дискретних систем. Виконано моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Було проведено постановку і вирішення задачі синтезу розімкнутих та замкнутих автоматичних систем керування. Отримано необхідні графічних залежності та табличні дані про перебіг процесів.

Показано вплив частоти комутації на якість перехідних процесів. Розглянуто потенційно досяжні траєкторії для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування. Виконано перевірку графічних залежностей траєкторій шляхом побудови у програмі MathCAD. Виконано синтез імпульсних САК із кінцевим часом зняття інформації стосовно розімкнутих і замкнутих САК та представлено результати розрахунків в табличному вигляді та дослідження.

  
Підпис студента



Дата

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ПРОБЛЕМАТИКА МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ.....	7
1.1 Огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування .....	7
1.2 Аналіз математичних моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування .....	11
1.3 Постановка завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.....	18
1.4 Висновки до першого розділу.....	19
2 РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ .....	20
2.1 Визначення впливу частоти комутації на якість процесів.....	20
2.2 Апроксимація потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є.....	25
2.3 Висновки до другого розділу.....	37
3 МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ .....	38
3.1 Постановка і вирішення задачі синтезу розімкнутих автоматичних систем керування .....	38
3.2 Постановка і вирішення задачі синтезу замкнених автоматичних систем керування .....	49
3.3 Висновки до третього розділу.....	66

4 ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ МОДЕЛІ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ.....	67
4.1 Дослідження замкнутих дискретних автоматичних систем керування.....	67
4.2 Висновки до четвертого розділу.....	75
ВИСНОВКИ.....	76
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ.....	77
ДОДАТОК А Тези в Збірнику наукових праць «Технічна творчість».....	86
ДОДАТОК Б Якісні показники САК.....	89
ДОДАТОК В Розрахунки в програмному середовищі MathCAD.....	95

## ВСТУП

На сучасному етапі розвитку в різних галузях техніки використовуються так звані імпульсні системи (ІС). Якість роботи ІС пов'язана із отриманням необхідних характеристик, як в перехідних, так і в усталених режимах роботи, що вимагає розробки спеціальних спектральних методів аналізу і синтезу.

Тому основною метою кваліфікаційної роботи магістра є розробка частотних алгоритмів керування для дискретних систем. Необхідно виконати синтезовані нормовані передаточні функції відносно розімкнутих і замкнутих систем автоматичного керування. Показати вплив частоти комутації і шпаруватості дискретних сигналів на якість перехідних процесів. Розробити алгоритм синтезу замкнутих імпульсних систем автоматичного керування на основі частотного підходу до вирішення зворотних задач динаміки шляхом штучної періодизації задаючих і вихідних траєкторій. Виконати синтез систем автоматичного керування різного функціонального призначення за заданими технічними характеристиками.

Метою роботи є розроблення частотних алгоритмів керування для дискретних систем.

Для досягнення цієї мети необхідно розв'язати наступні завдання:

- розглянути практичне використання імпульсних систем (ІС) і обґрунтувати необхідність розробки нетрадиційних методів аналізу та синтезу таких систем;
- обґрунтувати теоретичні положення синтезу на основі частотного підходу до вирішення зворотних задач динаміки шляхом штучної періодизації задаючих і вихідних траєкторій;
- виконати спектральний аналіз потенційно досяжних вихідних траєкторій;
- розробити частотний алгоритм;
- виконати синтез ІС різного функціонального призначення;
- виконати моделювання на ЕОМ з метою перевірки адекватності

припущень.

Об'єктом дослідження є процеси частотних алгоритмів керування для дискретних систем.

Предметом дослідження є методи та алгоритми частотних алгоритмів керування для дискретних систем.

Методи досліджень. Використовувались основні положення теорії моделювання процесів, загальної теорії систем, системного аналізу (ієрархічності, декомпозиції та ін.). Внаслідок проведення моделювання процесу та розроблення частотних алгоритмів керування для дискретних систем використано методи концептуального моделювання, теоретико-множинні підходи, алгебру систем, принципи формування логічного висновку, евристичні оцінки.

Наукова новизна отриманих результатів: розроблено частотний алгоритм керування для дискретних систем.

Практична значимість отриманих результатів: розробленні програмно-технічні засоби для частотних алгоритмів керування для дискретних систем.

Апробація результатів дослідження: участь у науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених в м. Хмельницький, робота отримала схвальні відгуки і тому за результатами було надруковано тези в збірнику наукових праць «Технічна творчість» №9 за 2025 рік.

Кваліфікаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел, одного додатку. Загальний обсяг роботи складає 87 сторінок комп'ютерного тексту, у тому числі: 97 рисунків, перелік джерел посилань вміщує 70 найменувань.

У вступі сформульовано мету та завдання досліджень, обґрунтована актуальність поставленої задачі, представлено основні результати та значення.

У першому розділі магістерської кваліфікаційної роботи проведено огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, а саме аналіз математичних моделей частотного

алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. За результатами якого було виконано постановку завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

У другому розділі кваліфікаційної роботи було проведено розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, визначено вплив частоти комутації на якість процесів. Виконано апроксимацію потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є, встановлено необхідні математичні залежності.

У третьому розділі кваліфікаційної роботи магістра виконано моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Було проведено постановку і вирішення задачі синтезу розімкнутих та замкнутих автоматичних систем керування. Отримано необхідні графічних залежності та табличні дані про перебіг процесів.

У четвертому розділі кваліфікаційної роботи показано вплив частоти комутації на якість перехідних процесів. Розглянуто потенційно досяжні траєкторії для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування. Виконано перевірку графічних залежностей траєкторій шляхом побудови у програмі MathCAD (див. Додаток В). Виконано синтез імпульсних САК із кінцевим часом зняття інформації стосовно розімкнутих і замкнутих САК та представлено результати розрахунків в табличному вигляді і графічні залежності.

У загальних висновках по кваліфікаційній роботі магістра представлено отримані результати роботи «Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування».

# 1 ПРОБЛЕМАТИКА МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

1.1 Огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

Системи автоматичного керування (САК), в яких поряд з безперервними діють імпульсно-модульовані сигнали, носять назву ІС. Імпульсно-модульовані сигнали (ІМС) представляють послідовності імпульсів, у яких один або декілька параметрів змінюються за певним часовим законом. Такими параметрами є: амплітуда імпульсів  $A_m$ , тривалість  $h$  та, звичайно, період повторення  $T_k$  (або період комутації). Загальний вигляд немодульованої імпульсної послідовності представлено на рисунку 1.1 [1-5].

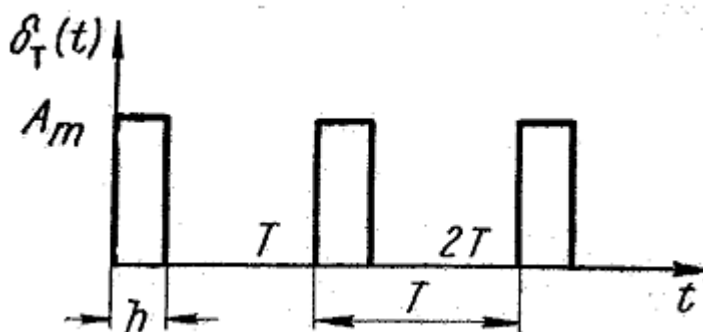


Рисунок 1.1 - Загальний вигляд немодульованої імпульсної послідовності

Часовий закон, за яким змінюється той чи інший параметр імпульсної послідовності, носить назву модулюючої функції або закону модуляції. В залежності від того, який з перерахованих параметрів регулюється, розрізняють: амплітудну імпульсну модуляцію  $A_m = f(x)$ ; широтно-імпульсну модуляцію (ШІМ) -  $h = f(k)$ ; тимчасову імпульсну модуляцію  $T_k = f(x)$ . Крім того, класифікують також і 2 види модуляцій імпульсної послідовності. Якщо

параметри імпульсної послідовності змінюються відповідно до поточного значення модулюючої функції, то така модуляція носить назву імпульсної модуляції першого виду (або ІМ-1). При цьому амплітуда імпульсів  $A_m$  змінюється протягом часу існування імпульсів  $h$ , і тривалість імпульсів, їх положення на осі часу або частота визначаються значенням модулюючої функції в моменти часу, визначені через інтервали, в загальному випадку не рівні періоду слідування вихідної, немодульованої послідовності. Загальний вигляд ІМ-1 представлено на рисунку 1.2 [1-5].

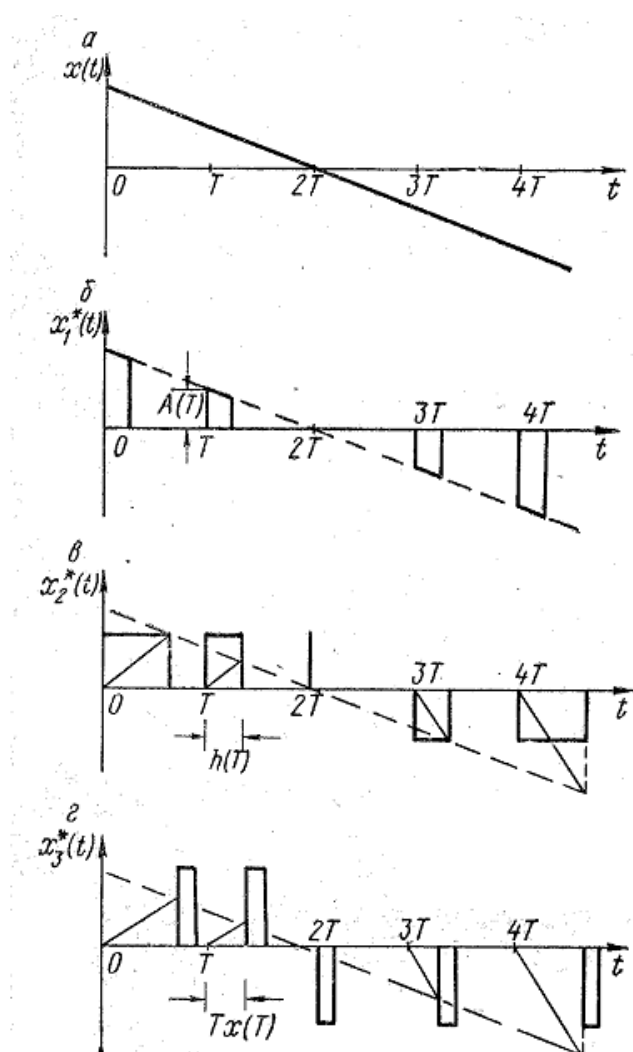


Рисунок 1.2 - Загальний вигляд ІМ-1, а - моделююча функція; б - зміна амплітуди імпульсу; в - зміна тривалості імпульсів; г - зміна періоду слідування імпульсів

На відміну від ІМ-1, при імпульсній модуляції другого виду (ІМ-2) параметри вихідної послідовності ( $A_m, h, T_k$ ) змінюються в залежності від значень модулюючої функції у фіксовані моменти часу, що відстають один від одного на стандартні інтервали, що дорівнюють періоду слідування  $T_k$ .

Загальний вигляд ІМ-2 представлено на рисунку 1.3. Модулятори, в яких використовуються ІМ-1 або ІМ-2, носять назву імпульсних елементів (ІЕ) або інакше, ключів. В залежності від виду модуляції, ІЕ класифікують на амплітудні, широтні і тимчасові (фазові або частотні), відповідно або першого або другого рядів. Основними параметрами ІЕ є наступні: період часу повторення вихідних імпульсів  $T_k$ , тривалість імпульсів  $h$  і форма імпульсів. Як очевидно із рисунків 1.2. та 1.3., амплітудні ІЕ володіють сталими параметрами, в той час як в широтних і тимчасових ІЕ - параметри перемінні [1-5].

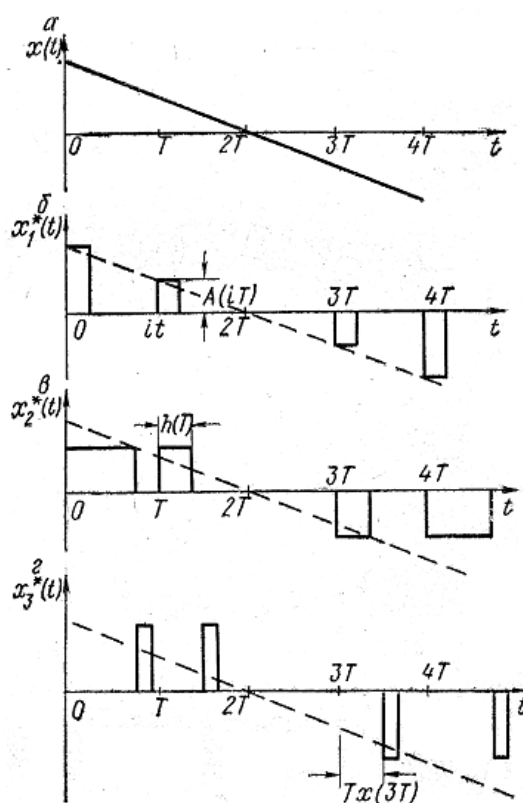


Рисунок 1.3 - Загальний вигляд ІМ-2, а - моделююча функція; б - модуляція амплітуди імпульсів; в - модуляція тривалості імпульсів; г - модуляція періоду слідування імпульсів

У статичному режимі роботи ІЕ, як і всі інші елементи САК, характеризуються статичною характеристикою, під якою розуміють залежність модульованого параметра імпульсної послідовності від дискретних значень самої модулюючої функції. Дані характеристики можуть бути як лінійними так і нелінійними. Зокрема, статичні характеристики частотних та широтних ІЕ представляють парні функції власних аргументів, а, відповідно, фазових і амплітудних - непарні функції.

Крім ІЕ, до складу будь-якої імпульсної САК входить безперервна частина, яка багато в чому визначає динамічні властивості САК. В залежності від типу і властивостей ІЕ, а також безперервної частини ІС класифікують на наступні види [1-5]:

- лінійні імпульсні САК із сталими параметрами - тобто такі системи, в яких ІЕ і безперервна частина САК лінійні і містять лише сталі параметри;
- лінійні імпульсні САК зі перемінними параметрами, якщо ІЕ і безперервна частина лінійні, але володіють перемінними параметрами;
- нелінійні імпульсні САК, якщо хоча б одна з складових частин системи володіє нелінійною статичною характеристикою.

У свою чергу нелінійні імпульсні САК класифікують на нестационарні та стаціонарні.

До лінійних імпульсних САК відносяться тільки ті САК, до складу яких входять амплітудний ІЕ і лінійна безперервна частина (ЛБЧ). Клас нелінійних імпульсних САК охоплює лише ті системи керування, до складу яких входять часові та широтні ІЕ.

Якщо в лінійній імпульсній САК із сталими параметрами діють амплітудні ІМ-1, то вона носить назву системи із кінцевим часом отримання даних (див. рис. 1.4, а), а якщо діють сигнали амплітудні ІМ-2, - то системою із миттєвим отриманням даних (див. рис. 1.4, б).

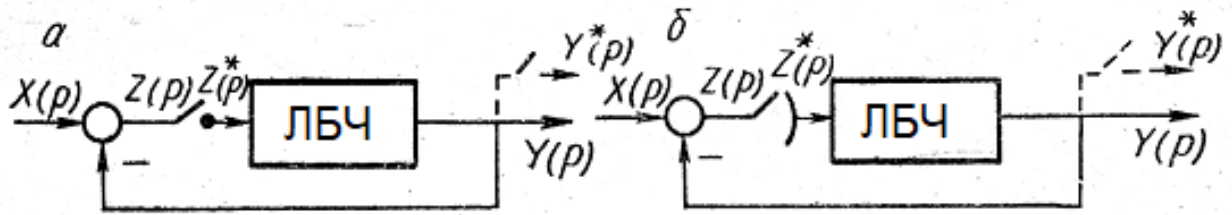


Рисунок 1.4 - Загальний вигляд структурних схем імпульсних САК а - з кінцевим отриманням даних; б - з миттєвим отриманням даних

1.2 Аналіз математичних моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

Нехай задано стаціонарне лінійне диференціальне рівняння при нульових початкових умовах наступного вигляду:

$$A(p)Y(p) = B(p)V(t); \text{ де } p = \frac{d}{dt};$$

$$A(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^{n-i}; \quad (1.1)$$

$$B(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^{m-i}; \text{ де } n \geq m.$$

В рівнянні справедливе наступне твердження [1-5]. Якщо керуюча функція  $V(t)$  на відріжку часу  $(0 \leq T)$  представлена у вигляді тригонометричного ряду Фур'є тоді функція матиме наступний вигляд:

$$V(t) = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \sin k\omega t, \quad (1.2)$$

де  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Тоді сума часткових рішень рівняння (1.1) від окремих складових ряду Фур'є (1.2) є вихідною функцією  $Y(t)$  із загальною точністю до  $\Delta(t)$ . Отже, можливо записати рівняння в наступному вигляді [1-5]:

$$Y(t) = \frac{b_m}{a_n} P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} |W(j\omega k)| P_k \cos(k\omega t + \varphi_k) + \sum_{k=1}^{\infty} |W(j\omega k)| F_k \sin(k\omega t + \varphi_k) + \Delta(t) \approx A_0 + A_k \cos(k\omega t) + B_k \sin(k\omega t); \quad (1.3)$$

$$|W(j\omega k)| = \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left[ \frac{B(j\omega k)}{A(j\omega k)} \right] \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left[ \frac{B(j\omega k)}{A(j\omega k)} \right] \right)^2}; \quad (1.4)$$

$$\varphi_k = \arctan \left[ \frac{\operatorname{Im} W(j\omega k)}{\operatorname{Re} W(j\omega k)} \right]; \quad (1.5)$$

$$\Delta(t) = \sum_{k=1}^n \frac{B(s_i)}{A'(s_i)} e^{s_i t} \left[ \frac{P_0}{s_i} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_k k \omega}{s_i^2 + k^2 \omega^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P_k k \omega}{s_i^2 + k^2 \omega^2} \right], \quad (1.6)$$

де  $s_i$  -  $i$ -й корінь полінома  $A(s)$ ;

$A'(s_i)$  - похідна  $A(s)$  за  $s$  при  $s = s_i$ ;

$s$  - оператор Лапласа [1-5].

З виразів для  $\Delta(t)$  впливає наступне:

- можлива взаємна компенсація власних рухів рівняння (1.1), викликаних постійними і гармонійними впливами в (1.2), глибина яких при обраному числі гармонік ряду (1.3), визначається значенням  $\omega$ ;

- для стійких  $A(p)$ , вирази  $\Delta(t)$ , можуть позначатися тільки на початковій

ділянці траєкторії;

- у разі нехтування  $\Delta(t)$ , задача знаходження  $A_k, B_k$ , за відомими  $P_k, F_k$  зводиться до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь наступного виду:

$$\begin{cases} A(k\omega)A_k - B(k\omega)B_k = F(k\omega)P_k - E(k\omega)F_k, \\ B(k\omega)A_k + A(k\omega)B_k = E(k\omega)P_k + F(k\omega)F_k \end{cases}; \quad (1.7)$$

$$A(k\omega) = \sum_{r=0}^{[n/2]} (-1)^r (k\omega)^{2r} a_{n-2r}; \quad (1.8)$$

$$B(k\omega) = \sum_{r=0}^{[(n-1)/2]} (-1)^{r+1} (k\omega)^{2r+1} a_{n-2r-1}; \quad (1.9)$$

$$F(k\omega) = \sum_{r=0}^{[m/2]} (-1)^r (k\omega)^{2r} b_{n-2r}; \quad (1.10)$$

$$E(k\omega) = \sum_{r=0}^{[(m-1)/2]} (-1)^{r+1} (k\omega)^{2r+1} b_{n-2r-1}. \quad (1.11)$$

Таким чином, можна стверджувати, що траєкторію руху стійкої системи, зафіксовану під час перехідного процесу для заданої величини вхідного впливу, можна практично відтворити, при дотриманні деяких попередніх умов, цією ж САК під час відповідного періодичного усталеного руху. Таким чином, складні динамічні розрахунки замінюються на більш прості - статичні. Алгоритмічна процедура побудови перехідного процесу починається зі штучної періодизації задаючого впливу  $V(t)$ , відповідно до наступного правила [1-5]:

$$Z(t) = V(t) \quad \text{при } 0 \leq t \leq T/2; \quad (1.12)$$

$$Z(t) = V(t/2) - V(t - T/2) \text{ при } T/2 < t \leq T/2. \quad (1.13)$$

Та заміні періодичного руху  $Z(t)$  тригонометричним рядом Фур'є (1.2).

Для знаходження величин  $A_k, B_k$  в (2.3), у разі нехтування значення  $\Delta(t)$ , підставляємо величини  $Y(t), V(t)$  у вигляді з рівнянь (1.3), (1.2) в рівняння (1.1). Порівнюючи поліноми при однакових функціях часу, отримаємо для  $k$ -го часткового рішення стандартну систему алгебраїчних рівнянь типу (1.4) [1-5].

В якості прикладу розглянемо передавальну функцію наступного виду :

$$W(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^{m-i}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{n-i}}, \quad (1.13)$$

де  $n = 8; m = 0; a_1 = 0,1312 \cdot 10^3 \omega; a_2 = 0,5628 \cdot 10^4 \omega^2; a_3 = 0,1299 \cdot 10^6 \omega^3;$   
 $a_4 = 0,1777 \cdot 10^7 \omega^4; a_5 = 0,1381 \cdot 10^8 \omega^5; a_6 = 0,5745 \cdot 10^8 \omega^6; a_7 = 0,1387 \cdot 10^9 \omega^7;$   
 $a_8 = 0,1464 \cdot 10^9 \omega^8; b_8 = a_8; V(t) = 1(t).$

Вхідний вплив штучно періодизується відповідно до рисунку 1.5 і відповідний періодичний рух апроксимується тригонометричним рядом Фур'є до наступного вигляду:

$$Z_1(t) = D_0 + \sum_{k=1}^{\infty} D_k \sin k\omega t, \quad (1.14)$$

де  $T$  - період штучної періодизації;  $q$  - відношення періоду  $T$  до часу перехідного процесу  $t_y$ ;  $D_0 = 0,5; D_k = 2/\pi k; \omega = 2\pi/T = 2\pi/qt_y \dots$

Результати математичного моделювання представлені на рисунках 1.6 -1.8.

Програма виконання розрахунку в програмному середовищі MathCAD [6-10] представлена на рисунку.

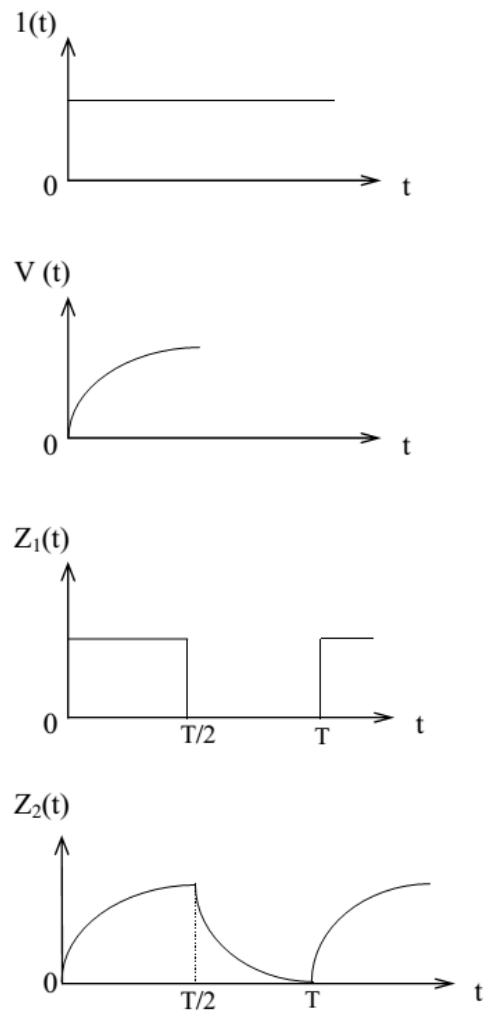


Рисунок 1.5 - Графічні залежності штучної періодизації впливів, що задаються

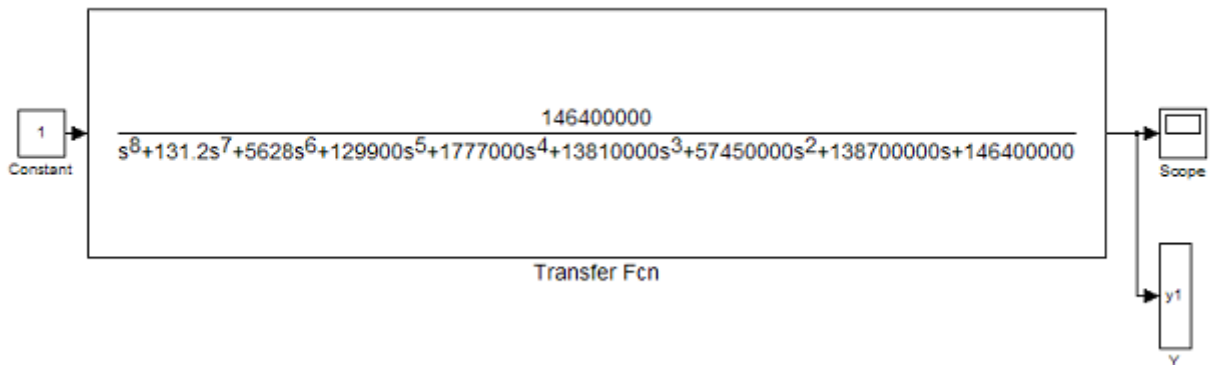


Рисунок 1.6 - Блок-схема моделювання процесу

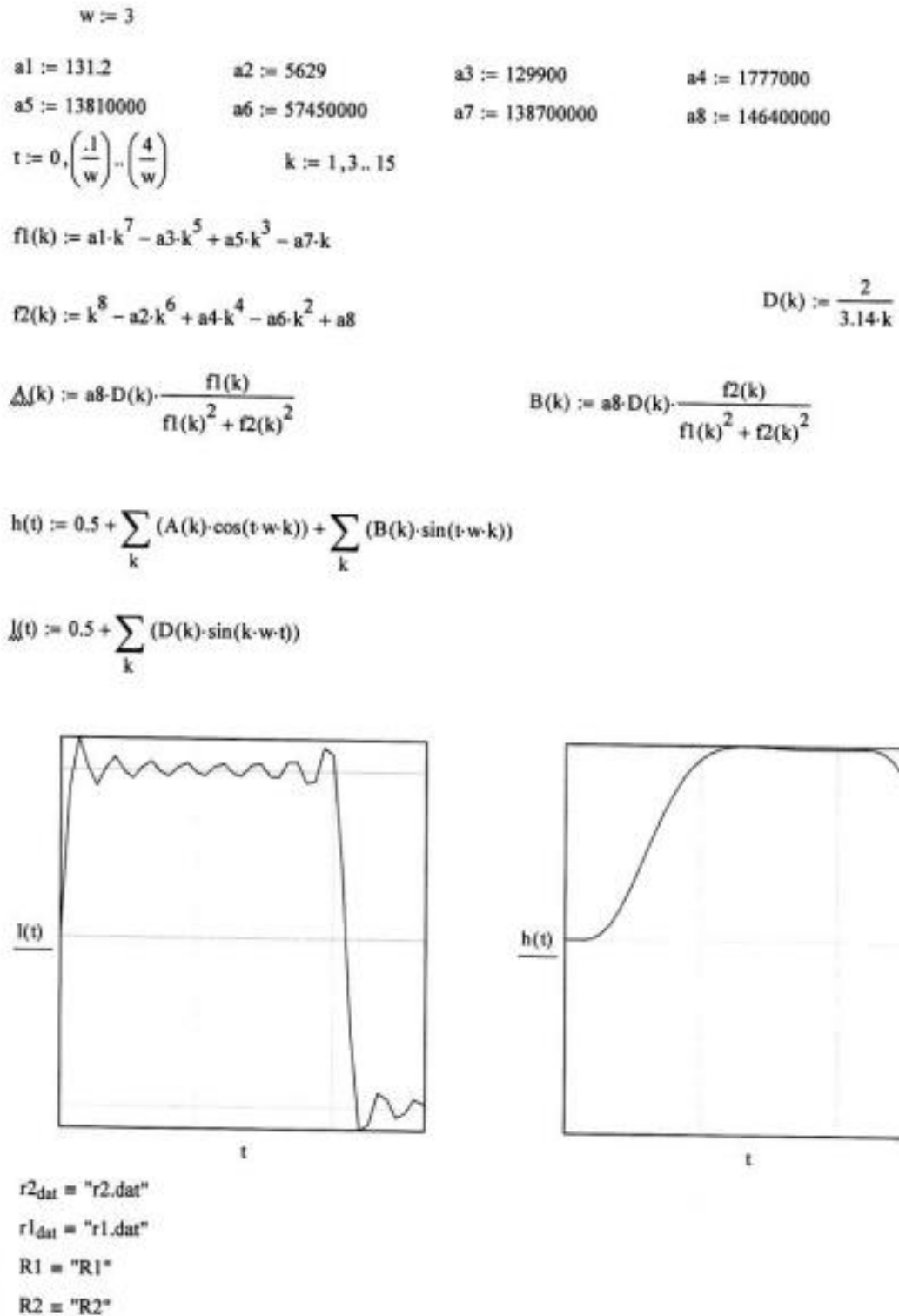


Рисунок 1.7 - Загальний вигляд програми розрахунку в програмному середовищі MathCAD

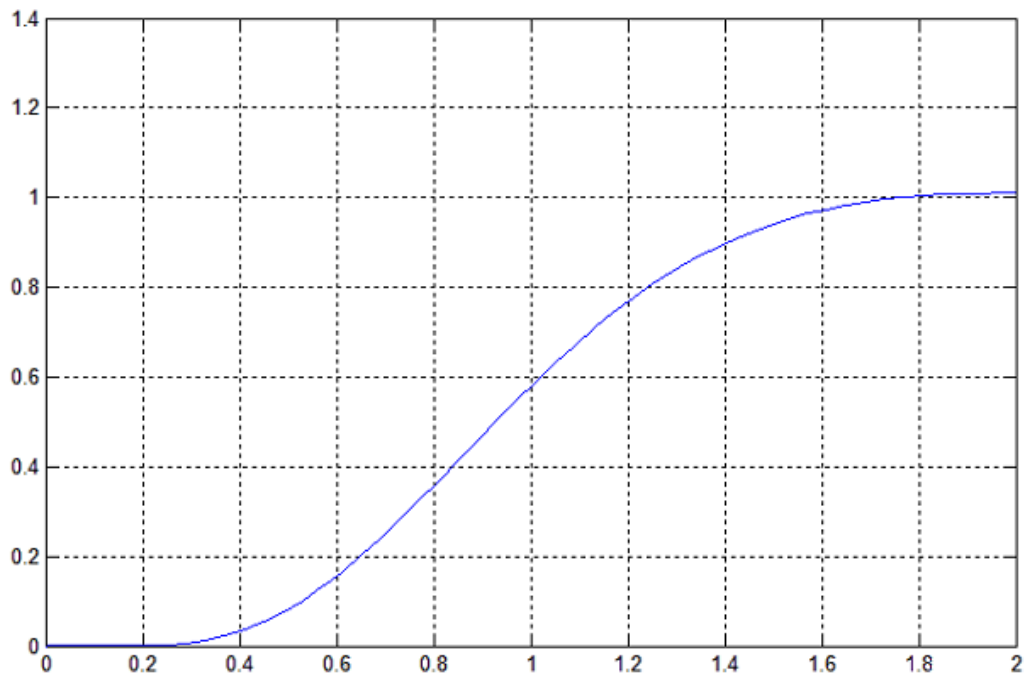


Рисунок 1.8 - Графічні залежності результатів моделювання

Аналогічно проведемо моделювання по іншим вхідним даними:

$$n = 8; m = 0; a_1 = 0,375 \cdot 10^3 \omega; a_2 = 0,705 \cdot 10^4 \omega^2; a_3 = 0,8583 \cdot 10^6 \omega^3;$$

$$a_4 = 0,7395 \cdot 10^7 \omega^4; a_5 = 0,4605 \cdot 10^8 \omega^5; a_6 = 0,2029 \cdot 10^8 \omega^6; a_7 = 0,5792 \cdot 10^9 \omega^7;$$

$$a_8 = 0,8287 \cdot 10^9 \omega^8; b_8 = a_8; V(t) = 1(t).$$

Програма виконання розрахунку в програмному середовищі MathCAD [6-10] представлена на рисунку 1.7.

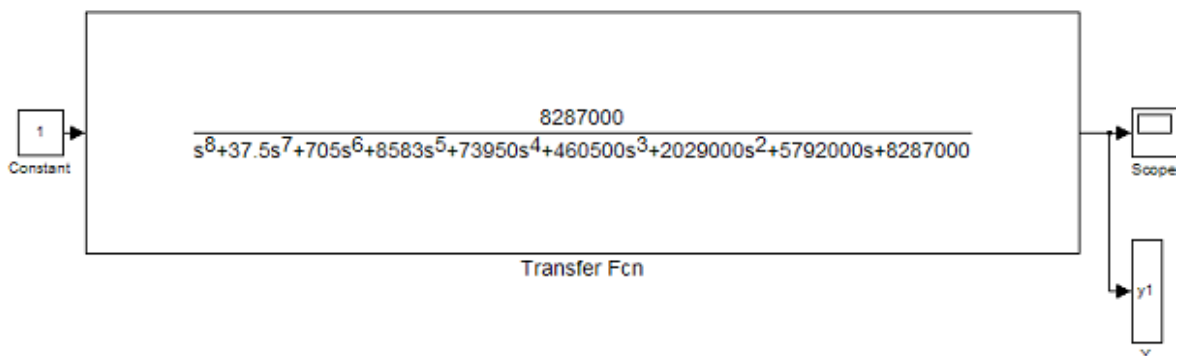


Рисунок 1.9 - Блок-схема моделювання процесу

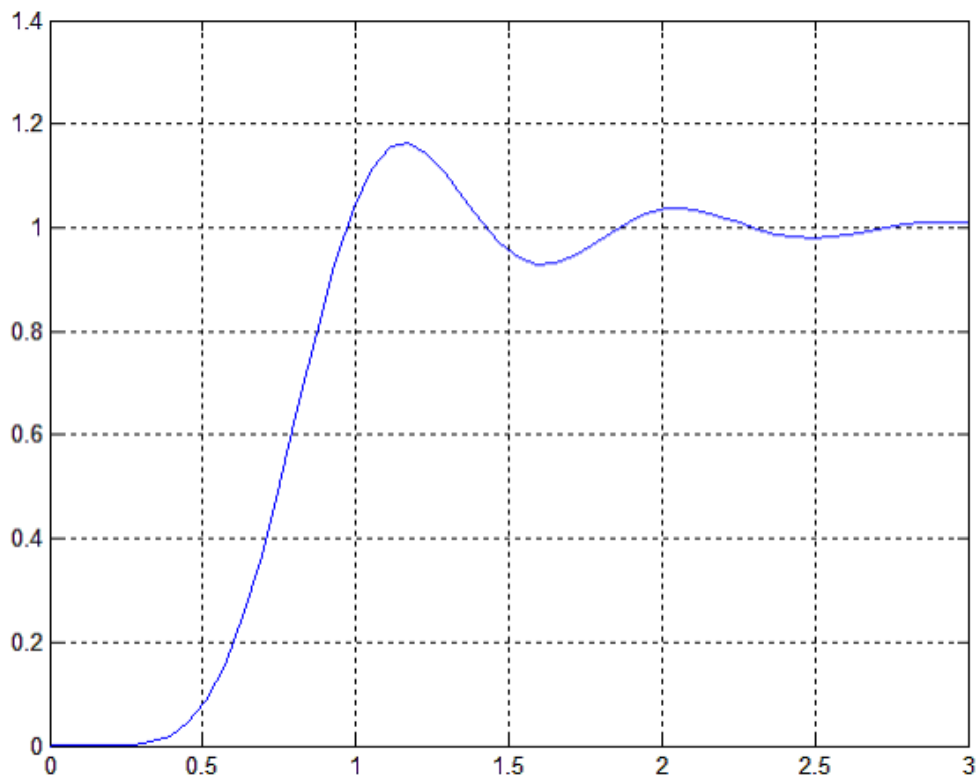


Рисунок 1.10 - Графічні залежності результатів моделювання

1.3 Постановка завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

- розглянути практичне використання імпульсних систем (ІС) і обґрунтувати необхідність розробки нетрадиційних методів аналізу та синтезу таких систем;
- обґрунтувати теоретичні положення синтезу на основі частотного підходу до вирішення зворотних задач динаміки шляхом штучної періодизації задаючих і вихідних траєкторій;
  - виконати спектральний аналіз потенційно досяжних вихідних траєкторій;
  - розробити частотний алгоритм;
  - виконати синтез ІС різного функціонального призначення;
- виконати моделювання на ЕОМ з метою перевірки адекватності припущень.

#### 1.4 Висновки до першого розділу

Проведено огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, а саме аналіз математичних моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

За результатами якого було виконано постановку завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

## 2 РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛІ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

### 2.1 Визначення впливу частоти комутації на якість процесів

Спочатку математично розглянемо розімкнуту САК представлену на рисунку 2.1,  $X_{вх}(s)$  - вхідний вплив;  $X_{вих}(s)$  - вихідний сигнал;  $W(s)$  - передаточна функція.



Рисунок 2.1 - Блок-схема розімкнутої САК

Тоді передаточна функція розімкнутої САК третього порядку буде дорівнювати [1-5, 18-22]:

$$W(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}, \quad (2.1)$$

де  $a_1 = 5,65; a_2 = 17,49; a_3 = 22,14$ .

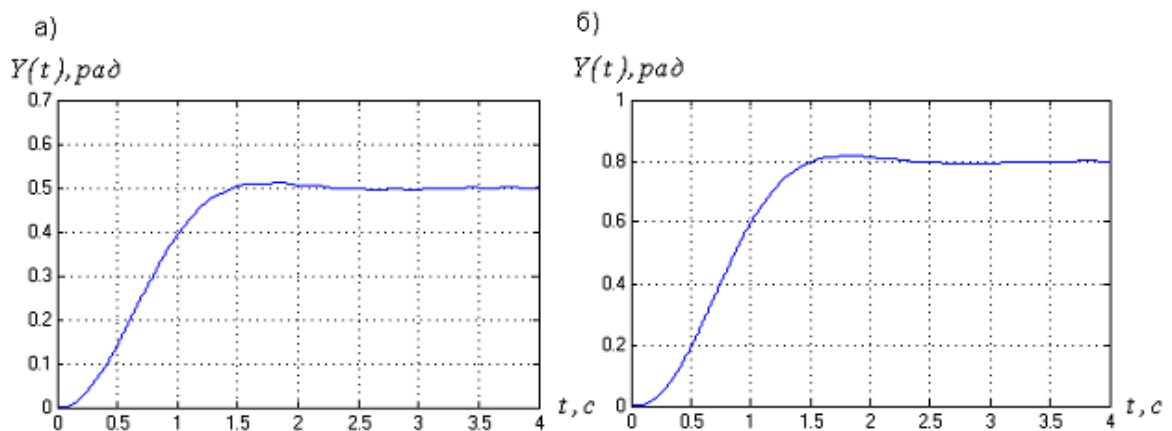


Рисунок 2.2 - Графічні залежності траєкторії 1

Подамо на вхід розімкнутої САК третього порядку широтно-імпульсну послідовність при різних значеннях шпаруватості ( $\gamma$ ) і періоду часу комутації ( $T_k$ ) і побудуємо графічні залежності траєкторій (рис. 2.2-2.5) [1-5, 18-22].

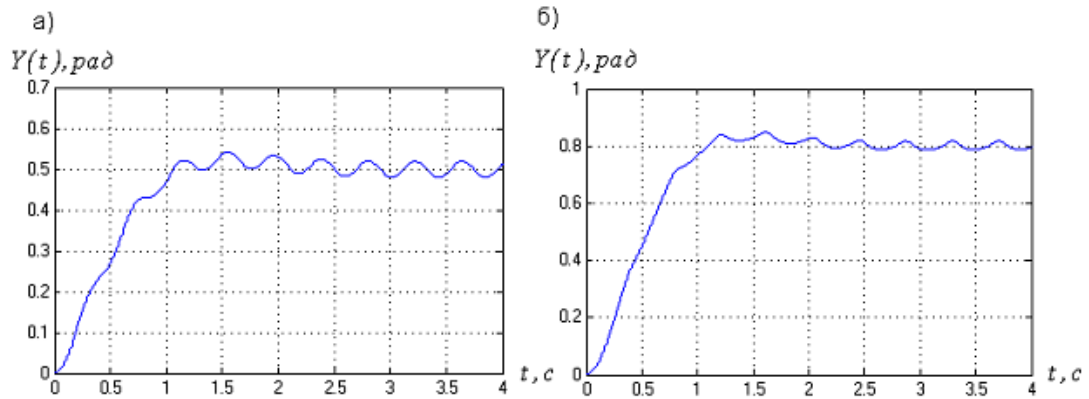


Рисунок 2.3 - Графічні залежності траєкторії 2

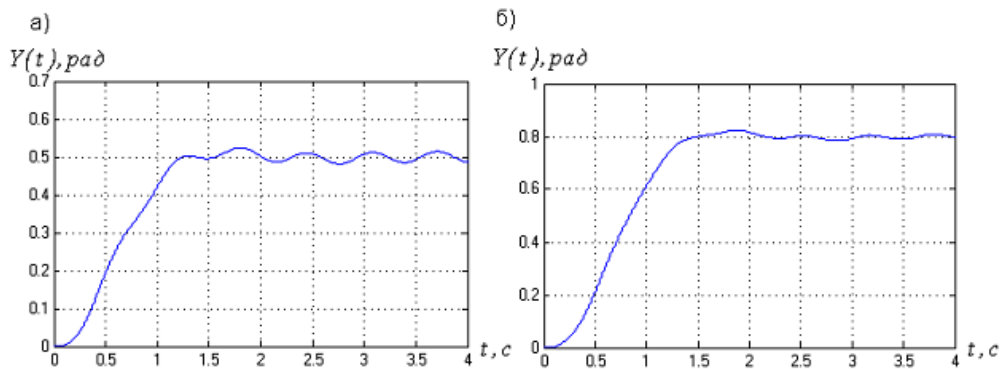


Рисунок 2.4 - Графічні залежності траєкторії 3

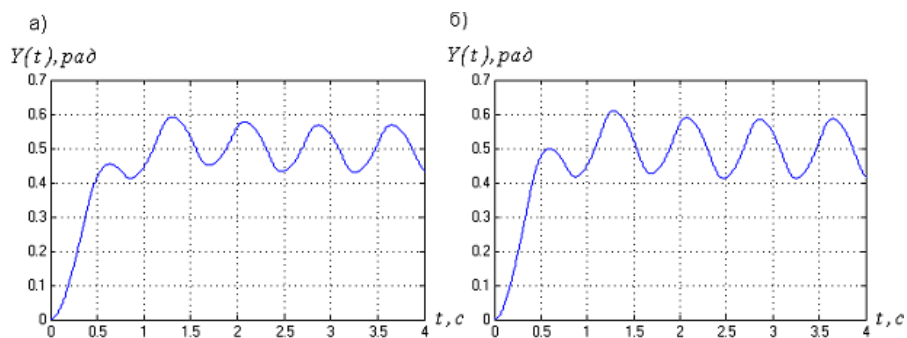


Рисунок 2.5 - Графічні залежності траєкторії при наступних параметрах а -

$$\gamma = 0,5; T_k = 0,395c; \text{б} - \gamma = 0,8, T_k = 0,395c$$

Тепер розглянемо замкнуту САК третього порядку, блок-схема якої наведена на рисунку 2.6, де  $X_3(s)$  - задаючий вплив;  $Y(s)$  - вихідний сигнал;  $\varepsilon(s)$  - сигнал помилки;  $F(s)$  - передаточна функція ІЕ;  $W(s)$  - передаточна функція .

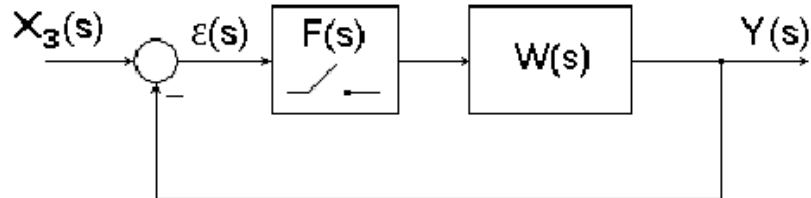


Рисунок 2.6 - Блок-схема замкнутої САК третього порядку

У даному випадку передаточна функція замкнутої САК третього порядку буде рівною [1-5, 18-22]:

$$W(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (2.2)$$

де  $a_1 = 5,65$ ;  $a_2 = 17,49$ ;  $a_3 = 22,14$ .

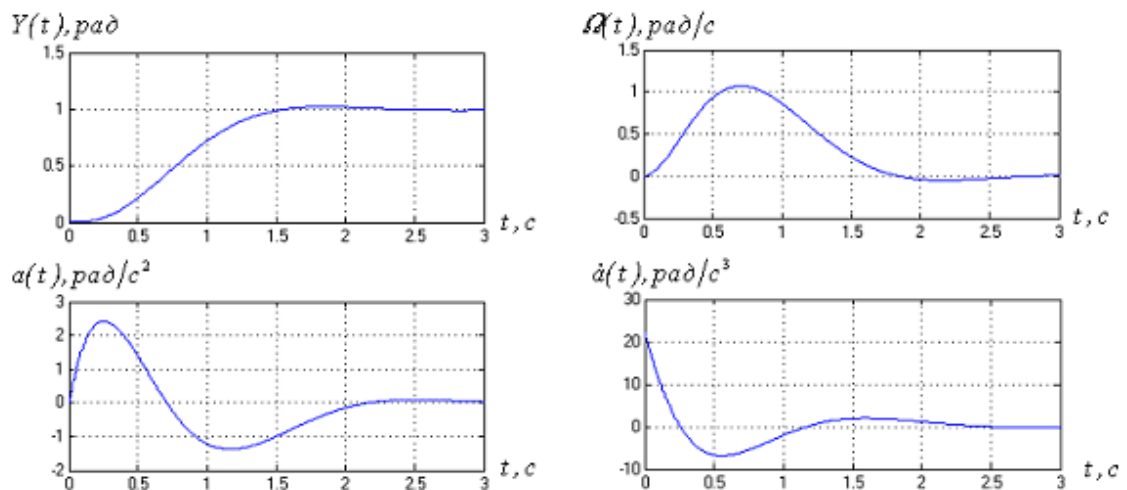


Рисунок 2.7 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при шпаруватості сигналу на рівні  $\gamma = 1$

На (рис. 2.7 - 2.12) представлені графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при різній кількості імпульсів ( $N$ ) і різній шпаруватості сигналу ( $\gamma$ ).

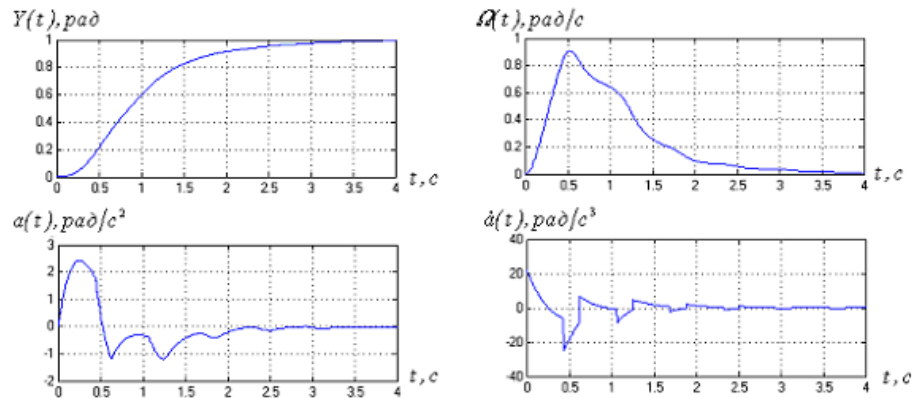


Рисунок 2.8 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при  $N = 10, \gamma = 0,7, T_k = 0,628\text{c}$

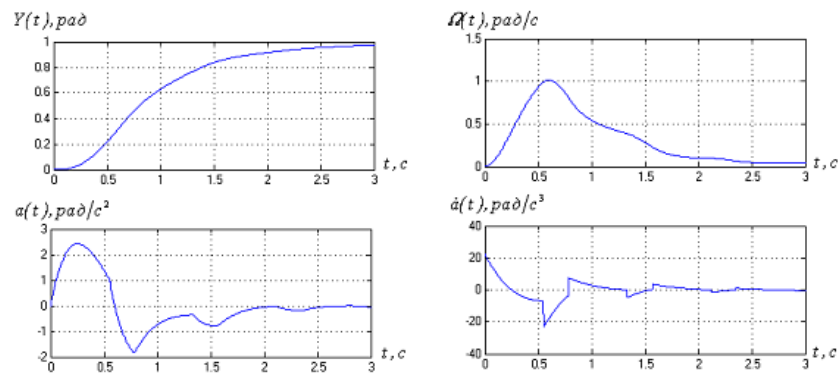


Рисунок 2.9 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при  $N = 8, \gamma = 0,7, T_k = 0,785\text{c}$

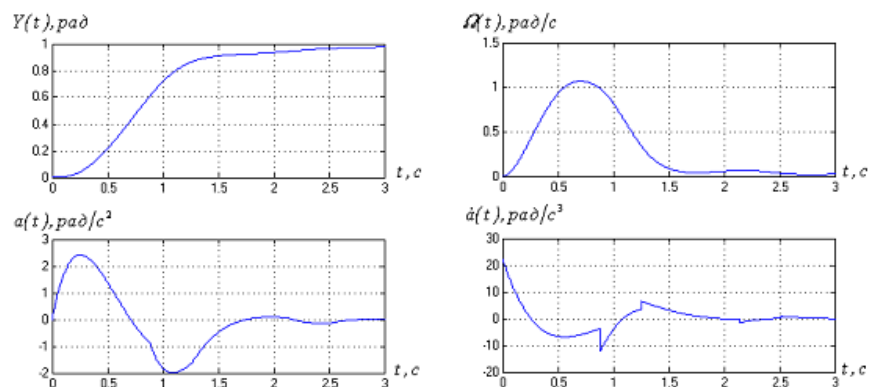


Рисунок 2.10 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при  $N = 5, \gamma = 0,7, T_k = 1,256\text{c}$

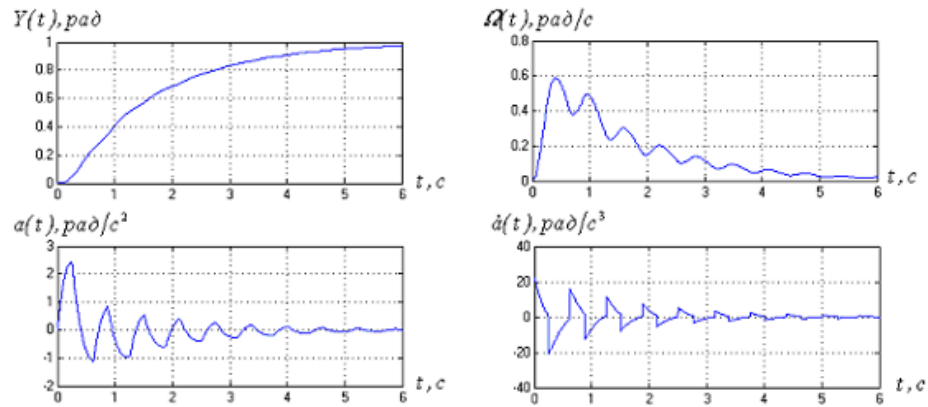


Рисунок 2.11 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при  $N = 10, \gamma = 0,4, T_k = 0,628c$

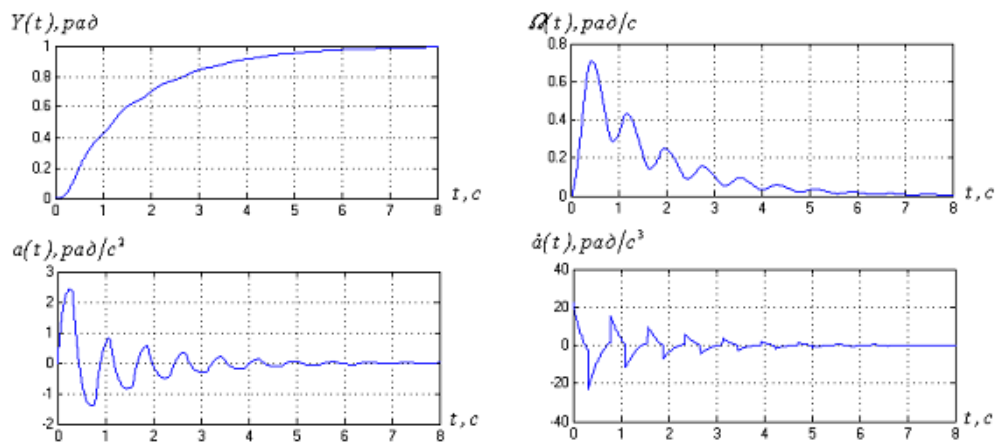


Рисунок 2.12 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення і ривка при  $N = 8, \gamma = 0,7, T_k = 0,785c$

Якісні показники САК третього порядку, визначені за графічними залежностями, наведені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.1).

З графічних залежностей видно, що:

- в імпульсних САК якісні показники зазнають значних спотворень у порівнянні з безперервними САК;
- в розімкнутих САК із зростанням часу періоду комутації зростає коливальність перехідного процесу;
- в замкнутих САК при зниженні величини шпаруватості перехідні процеси затягуються в часі;
- в розімкнутих САК при зміні величини шпаруватості вхідного сигналу

траєкторія на виході виходить на різні рівні.

Отже, виникає необхідність синтезу САК з урахуванням параметрів електронного ключа [1-5, 18-22].

2.2 Апроксимація потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є

Для зниження динамічних перевантажень і енергетичних втрат в САК розглянемо потенційно-досяжні траєкторії для САК різного функціонального призначення [18-26].

Виконаємо штучну періодизація потенційно-досяжних траєкторій для САК стабілізації рівнів швидкості.

Тому для мінімізації динамічних навантажень розглянемо наступні траєкторії для САК [18-26]:

- з лінійним законом наростання величини прискорення (рис. 2.13, а);
- з експоненційним законом зміни величини прискорення (рис. 2.13, б), які штучно періодизуються відповідно до формули (1.1) і апроксимуються за допомогою використання тригонометричних рядів Фур'є, формула (1.2) [27-31].

Тоді значення величин  $A_k, B_k$  в формулі (1.3) будуть відповідно рівними:

- для траєкторії з лінійним законом наростання величини прискорення, згідно наступної формули [18-26]:

$$A_k = E \left( -\sin R - \sin \frac{Rl}{1-l} + \sin \frac{R}{1-l} \right); \quad (2.3)$$

$$B_k = E \left( -1 + \cos \frac{Rl}{1-l} + \cos R - \cos \frac{R}{1-l} \right); \quad (2.4)$$

$$E = \frac{\Omega_m q^2 (1-l)}{2l(\pi k)^3}; R = \frac{2\pi k}{q}; A_0 = \frac{\Omega_m}{2}; a_m = \frac{\Omega_m}{t_y(1-l)}; \quad (2.5)$$

$$t_{кер} = \frac{T}{q(1-l)}; t_1 = \frac{Tl}{q(1-l)}; t_2 = \frac{T}{q}; q \geq \frac{2}{1-l}, \quad (2.6)$$

де  $t_{кер}$  - час керування;  $\Omega_m, a_m$  - максимальні значення рівнів швидкості і величини прискорення вихідної координати;  $l$  - відношення  $t_1$  до  $t_{кер}$  і характеризує час наростання величини прискорення, тобто ривок САК;  $q(1-l)$  - відношення періоду штучної періодизації  $T$  до часу керування  $t_{кер}$ ;

- для траєкторії з експоненційним законом зміни величини прискорення:

$$A_k = E \left( \frac{P^2}{q^2 + P^2} \left( F_2 + \frac{PF_1}{q} \right) - \frac{P}{q} \sin R_2 - 1 + \cos R_2 \right); \quad (2.7)$$

$$B_k = E \left( \frac{P^2}{q^2 + P^2} \left( -F_1 + \frac{PF_2}{q} \right) - \frac{P}{q} + \sin R_2 + \frac{P}{q} \cos R_2 \right); \quad (2.8)$$

$$E = \frac{\Omega_m q}{(\pi k)^2}; F_1 = e^{-r} \sin R_1 + \sin R_2 - e^{-r} \sin R_3; A_0 = \frac{\Omega_m}{2}; \quad (2.9)$$

$$F_2 = 1 - e^{-r} \cos R_1 - \cos R_2 + e^{-r} \cos R_3; P = \frac{2\pi k l'}{1 - r l'}; q \geq \frac{2}{1 - r l'}; \quad (2.10)$$

$$R_1 = \frac{2\pi k r l'}{q(1 - r l')}; R_2 = \frac{2\pi k}{q}; R_3 = \frac{2\pi k}{q(1 - r l')}; T' = l' t_{кер}; r = (3 \square 4); \quad (2.11)$$

$$a_m = \frac{\Omega_m}{t_{кер}(1-rl')}; a_m = \frac{1}{1-rl'} \frac{T}{q}; t_1 = rT'; t_2 = t_{кер}(1-rl'), \quad (2.12)$$

де  $l'$  - характеризує відношення часу керування  $t_{кер}$  до сталої часу  $T'$ ;  $q(1-rl')$  - відношення періоду штучної періодизації  $T$  до часу керування  $t_{кер}$ .

З формул (2.3), (2.4), (2.5) та (2.6) випливає, що при  $l \rightarrow 0$  або при  $rl' \rightarrow 0$  апроксимується оптимальна за швидкодією траєкторія (рис. 2.13, в).

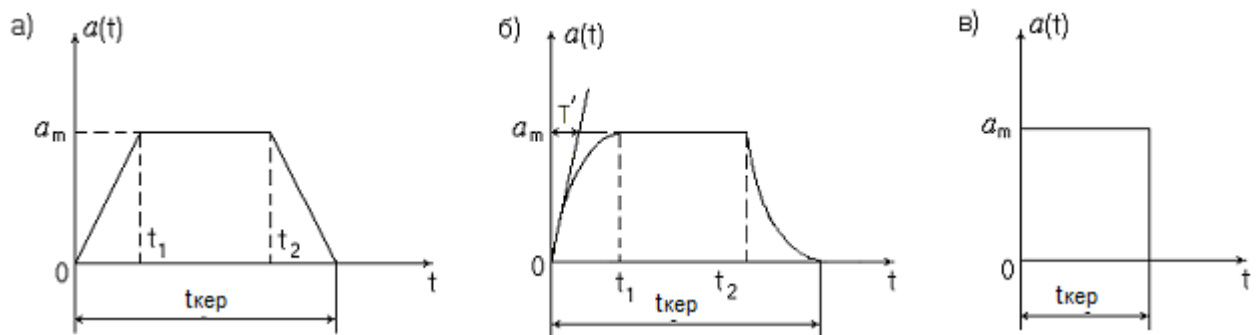


Рисунок 2.13 - Графічні залежності траєкторій за різними законами зміни величини прискорень а - лінійним, б - експоненціальним, в - ступінчастим

$$A_k = \frac{\Omega_m q}{(\pi k)^2} \left(-1 + \cos \frac{2\pi k}{q}\right); B_k = \frac{q \Omega_m}{(\pi k)^2} \sin \frac{2\pi k}{q}; t_{кер} = \frac{T}{q}; a_m = \frac{\Omega_m}{t_{кер}}. \quad (2.13)$$

Виконаємо штучну періодизація потенційно досяжних траєкторій для САК стеження та позиціонування [18-26].

У загальному вигляді графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати, з урахуванням обмежень на ривок, величину прискорення і рівні швидкості, при відпрацюванні ступінчастого задаючого впливу представлені на рисунку 2.14. Значення  $A_k, B_k$  в (1.3) будуть відповідно рівними:

$$A_k = E(1 - \cos R_1 - \frac{l}{c} \cos R_2 + \frac{l}{c} \cos R_3 - \frac{l}{c} \cos R_4 + \frac{l}{c} \cos R_5 + \cos R_6 - \cos R_7); \quad (2.14)$$

$$B_k = E(-\sin R_1 - \frac{l}{c} \sin R_2 + \frac{l}{c} \sin R_3 - \frac{l}{c} \sin R_4 + \frac{l}{c} \sin R_5 + \sin R_6 - \sin R_7); \quad (2.15)$$

$$A_0 = \frac{S}{2}; E = \frac{2Sq^3F}{l(\pi k)^4}; R_1 = \frac{\pi kl}{qF}; R_2 = \frac{\pi k(l+f)}{qF}; \quad (2.16)$$

$$R_3 = \frac{\pi k(c+l+f)}{qF}; R_4 = \frac{\pi k(1-c-f-l)}{qF}; R_5 = \frac{\pi k(1-l-f)}{qF}; \quad (2.17)$$

$$R_6 = \frac{\pi k(1-l)}{qF}; R_7 = \frac{\pi k}{qF}; t_{кер} = \frac{T}{1qF}; a_m = \frac{S}{t_{кер}^2 F^2}; \quad (2.18)$$

$$t_1 = lt_{кер}; t_2 = (l+f)t_{кер}; t_3 = (l+f+c)t_{кер}; t_4 = (1-f-l-c)t_{кер}; \quad (2.19)$$

$$t_5 = (1-f-l)t_{кер}; t_6 = (1-l)t_{кер}; \Omega_m = a_m t_{кер} \left[ \frac{l}{2} + f + \frac{c}{2} \right]; \quad (2.20)$$

$$F = \sqrt{-\frac{2}{3}l^2 - 2lf - f^2 - cl - fc + \frac{l}{2} + f + \frac{c}{2} - \frac{c^2}{3}}; q \geq \frac{1}{F}, \quad (2.21)$$

де  $t_{кер}, \Omega_m, a_m, S$  - час керування, максимальне значення рівня швидкості, величини прискорення і величини переміщення;

$qF$  - відношення періоду штучної періодизації  $T$  до часу керування  $t_{кер}$ ;

$l$  - відношення  $t_1$  до часу керування  $t_{кер}$  і характеризує час наростання величини прискорення, тобто ривок САК;

$f$  - відношення  $(t_3 - t_2)$  до часу керування  $t_{кер}$  і характеризує рух з максимальним прискоренням;

$c$  - відношення  $(t_3 - t_2)$  до часу керування  $t_{кер}$  і характеризує час руху з лінійним законом зміни величини прискорення.

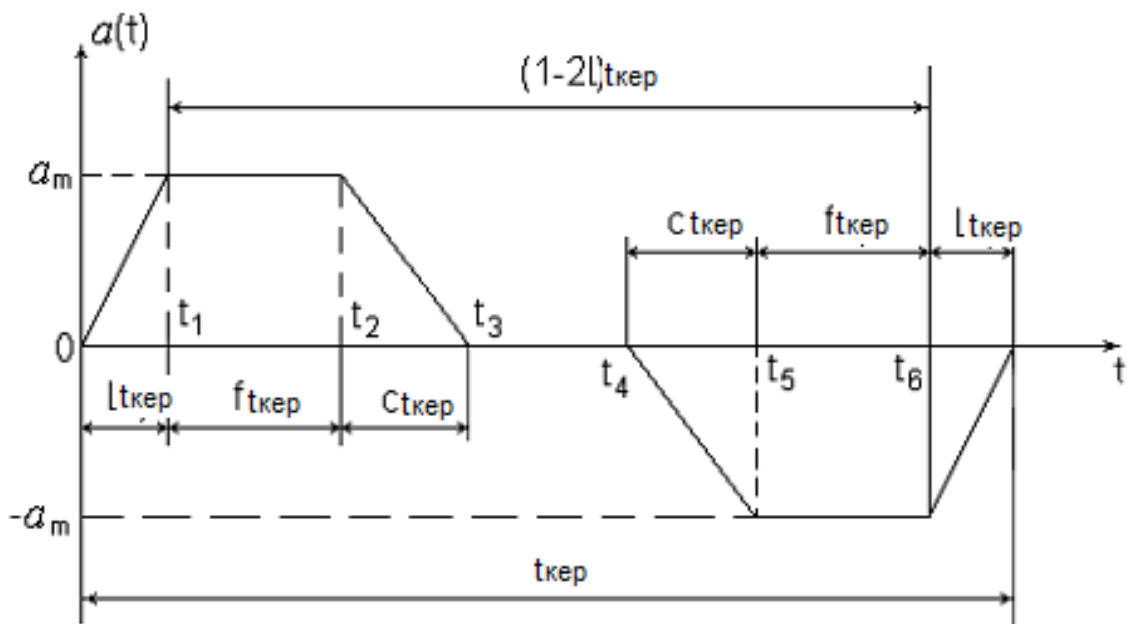


Рисунок 2.14 - Графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати з урахуванням обмежень на ривок, величину прискорення і рівні швидкості

З формул (2.7) та (2.8) випливає наступне:

- при  $l=c$  і  $l \rightarrow 0$  апроксимується траєкторія з обмеженням величини прискорення і рівня швидкості (див. рис. 2.15, а):

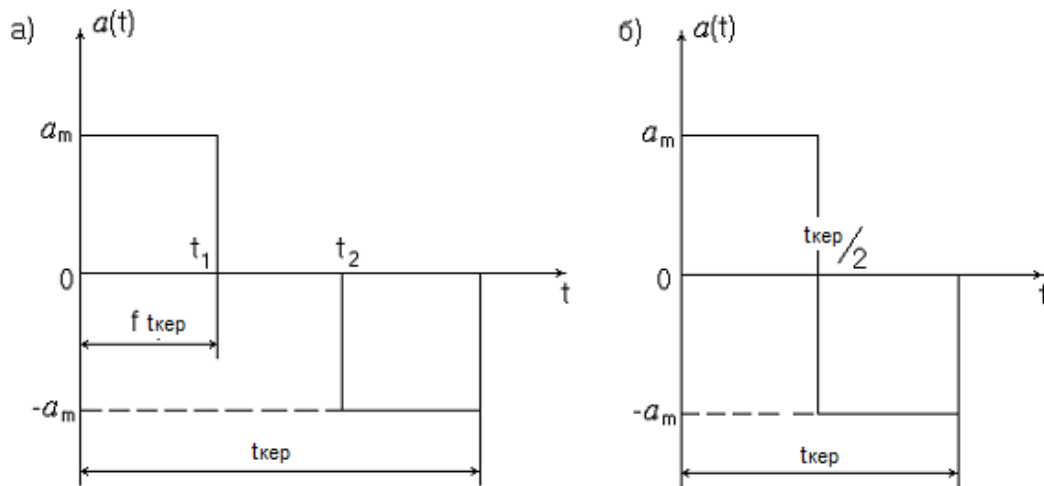


Рисунок 2.15 - Графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати з урахуванням а - обмежень на величину прискорення і рівень швидкості; б - обмеження на величину прискорення

$$A_k = \frac{2q^2 S}{(\pi q)^3} (-\sin R_1 + \sin R_2 - \sin R_3); \quad (2.22)$$

$$B_k = \frac{2q^2 S}{(\pi k)^3} (-1 + \cos R_1 - \cos R_2 + \cos R_3); \quad (2.23)$$

$$F = \sqrt{-3fl - 2l^2 + f + l - f^2}; R_1 = \frac{\pi k}{q} \sqrt{\frac{f}{1-f}}; R_2 = \frac{\pi k}{q} \sqrt{\frac{1}{f(1-f)}}; \quad (2.24)$$

$$R_3 = \frac{\pi k}{q} \sqrt{\frac{1-f}{f}}; t_{кр} = \frac{T}{2q} \sqrt{\frac{1}{f(1-f)}}; t_1 = ft_{кр}; t_2 = (1-f)t_{кр}; \quad (2.25)$$

$$a_m = \frac{S}{t_{кр}^2 f(1-f)}; \Omega_m = ft_{кр} a_m; A_0 = \frac{S}{2}; q \geq \frac{1}{F}. \quad (2.26)$$

- при  $f=0, l=c$  і  $l \rightarrow 0$  апроксимується траєкторія з обмеженням величини прискорення (див. рис. 2.15, б):

$$A_k = \frac{2q^2 S}{(\pi k)^3} \left( -2 \sin \frac{\pi k}{q} + \sin \frac{2\pi k}{q} \right); \quad (2.27)$$

$$B_k = \frac{2q^2 S}{(\pi k)^3} \left( -1 + 2 \cos \frac{\pi k}{q} - \cos \frac{2\pi k}{q} \right); \quad (2.28)$$

$$t_{кер} = \frac{T}{q}; a_m = \frac{4S}{t_{кер}^2}; \Omega_m = \frac{a_m t_{кер}}{2}; A_0 = \frac{S}{2}; q \geq 2. \quad (2.29)$$

- при  $f=0$  і  $c=(0,5-l)$  апроксимується траєкторія квазіоптимальна за втратами в якірному ланцюзі з урахуванням обмеження рівнів швидкості наростання величини прискорення (рис. 2.16, а):

$$A_k = E \left[ 1 - \frac{1}{1-2l} \cos R_1 + \frac{1}{1-2l} \cos R_2 - \cos R_3 \right]; \quad (2.30)$$

$$B_k = E \left[ -\frac{1}{1-2l} \sin R_1 + \frac{1}{1-2l} \sin R_2 - \sin R_3 \right]; \quad (2.31)$$

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{q^3 \sqrt{1-l} S}{l(\pi k)^4}; t_1 = t_{кер} l; t_2 = t_{кер} (1-l); t_{кер} = \frac{\sqrt{6} T}{2q \sqrt{1-l}}; \quad (2.32)$$

$$R_1 = \frac{2\pi k l}{q} \sqrt{\frac{3}{2(1-l)}}; R_2 = \frac{2\pi k}{q} \sqrt{\frac{3(1-l)}{2}}; R_3 = \frac{2\pi k}{q} \sqrt{\frac{3}{2(1-l)}}; \quad (2.33)$$

$$a_m = \frac{6S}{t_{кер}^2(1-l)}; \Omega_m = \frac{a_m t_{кер}}{4}; A_0 = \frac{S}{2}; q \geq \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{1-l}}. \quad (2.34)$$

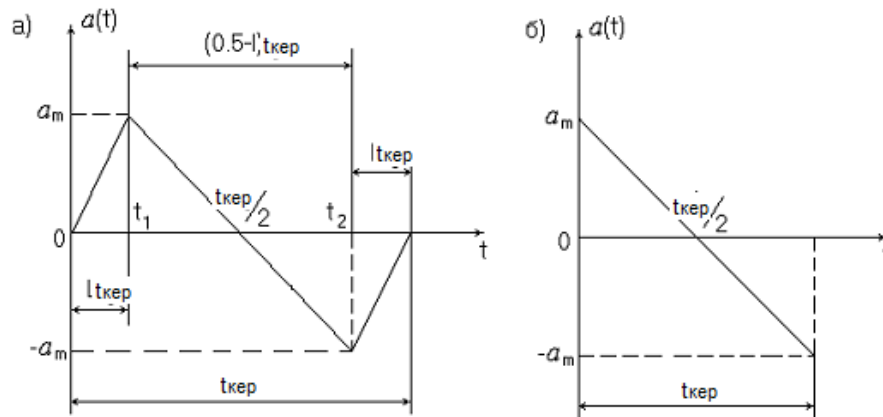


Рисунок 2.16 - Графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати квазіоптимальної і оптимальної траєкторії за втратами в якірному ланцюзі

при  $f=0, c=(0,5-l)$  і  $l \rightarrow 0$  апроксимується траєкторія оптимальна за втратами в якірному ланцюзі (див. рис. 2.16, б) [18-26]:

$$A_k = \frac{2q^2 S}{(\pi k)^3} \left( \sin R_1 + \frac{\sqrt{2}q}{\sqrt{3}\pi k} \cos R_1 - \frac{\sqrt{2}q}{\sqrt{3}\pi k} \right); \quad (2.35)$$

$$B_k = \frac{2q^2 k}{(\pi k)^3} \left( -1 - \cos R_1 + \frac{\sqrt{2}q}{\sqrt{3}\pi k} \sin R_1 \right); \quad (2.36)$$

$$A_0 = \frac{S}{2}; R_1 = \frac{2\sqrt{1,5}\pi k}{q}; t_{кер} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{q}; a_m = \frac{6S}{t_{кер}^2}; \Omega_m = \frac{a_m t_{кер}}{4}; q \geq \sqrt{6}. \quad (2.37)$$

У разі зміни величини прискорення вихідної координати за експоненційним законом (див. рис. 2.17). Значення  $A_k, B_k$  в (2.3) будуть

відповідно [18-26]:

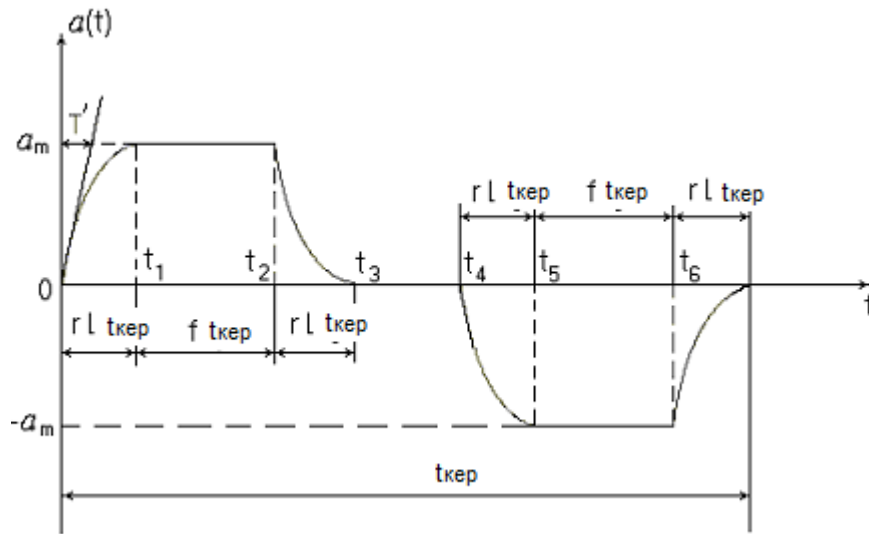


Рисунок 2.17 - Графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати з обмеженням величини прискорення, рівнів швидкості і експоненційним наростанням величини прискорення

$$A_k = E \left[ \begin{array}{l} \frac{Dq}{c} \left( F_2 - \frac{F_1 D}{q} \right) + \frac{D^3 e^{-r}}{qc} \left( \cos R_1 + F_4 - \frac{F_3 D}{q} \right) - \\ - \sin R_2 - \sin R_4 + \sin R_7 \end{array} \right]; \quad (2.38)$$

$$B_k = E \left[ \begin{array}{l} \frac{Dq}{c} \left( F_1 + \frac{F_2 D}{q} \right) + \frac{D^3 e^{-r}}{qc} \left( F_3 + \frac{D}{q} + \frac{F_4 D}{q} \right) - \\ - 1 + \cos R_2 + \cos R_4 - \cos R_6 \end{array} \right]; \quad (2.39)$$

$$E = \frac{2q^2 S}{(\pi k)^3}; D = \frac{\pi k l'}{F}; c = (2rl' + f)R; R = \frac{\pi k}{qF}; R_1 = Rl'r; \quad (2.40)$$

$$R_2 = R(rl' + f); R_3 = (2rl' + f)R; R_4 = R(1 - 2l'r - f); \quad (2.41)$$

$$R_5 = R(1 - l'r - f); R_6 = (1 - l'r)R; R_7 = R; r = (3 \square 4); \quad (2.42)$$

$$F = \sqrt{2l'^2 r^2 - 3l' r f - f^2 + l' r + f}; F_1 = -\sin R_2 - \sin R_4 + \sin R_6; \quad (2.43)$$

$$F_2 = 1 - \cos R_2 - \cos R_4 + \cos R_6; F_3 = \sin R_1 - \sin R_3 - \sin R_5 + \sin R_7; \quad (2.44)$$

$$F_4 = -\cos R_3 - \cos R_5 + \cos R_7; t_1 = r l' t_{\text{кеп}} = r T'; t_2 = (r l' + f) t_{\text{кеп}}; \quad (2.45)$$

$$t_3 = (2r l' + f) t_{\text{кеп}}; t_4 = (1 - 2r l' - f) t_{\text{кеп}}; t_5 = (1 - r l' - f) t_{\text{кеп}}; t_6 = (1 - r l') t_{\text{кеп}}; \quad (2.46)$$

$$T' = l' t_{\text{кеп}}; t_{\text{кеп}} = \frac{T}{2Fq}; a_m = \frac{S}{t_{\text{кеп}}^2 F^2}; \Omega_m = a_m t_{\text{кеп}} (r l' + f); q \geq \frac{1}{F}. \quad (2.47)$$

При  $r l' \rightarrow 0$  формули (2.17 та 2.18) перетворюються до вигляду (2.9-2.12).

Графічні залежності вихідної траєкторії квазіоптимальної за швидкодією (крива 1), її рівнів швидкості (крива 2) і величин прискорення (крива 3) при відпрацюванні лінійного керуючого впливу представлені на рисунку 2.18, а. Значення  $A_k, B_k$  в (1.3) будуть відповідно дорівнювати:

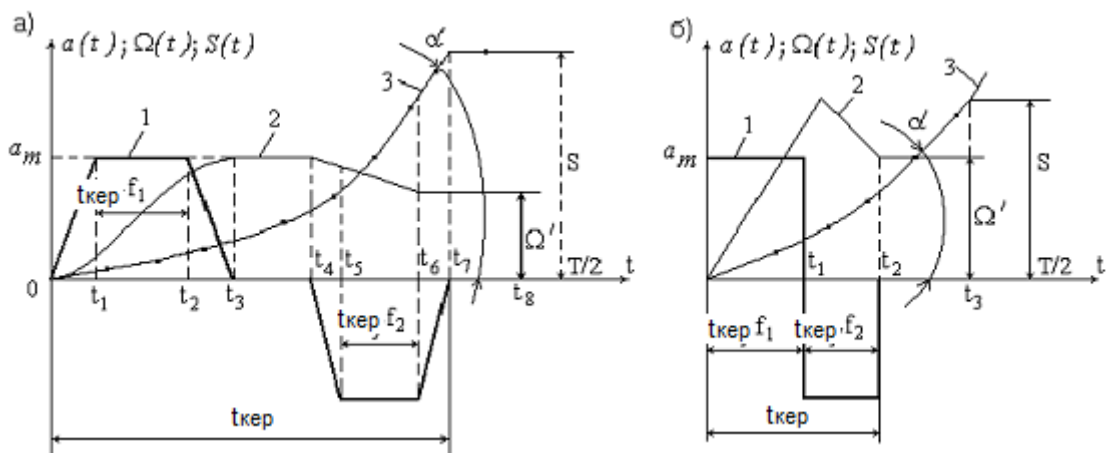


Рисунок 2.18 - Графічні залежності зміни величини прискорення вихідної координати квазіоптимальної (а) і оптимальної (б) траєкторії за швидкодією

$$A_k = E(1 - \cos R_1 - \cos R_2 + \cos R_3 - \cos R_4 + \cos R_5 + \cos R_6 - \cos R_7 + F_5(f_1 - f_2)\cos R_8); \quad (2.49)$$

$$B_k = E(-\sin R_1 - \sin R_2 + \sin R_3 - \sin R_4 + \sin R_5 + \sin R_6 - \sin R_7 + F_5(f_1 - f_2)\sin R_8); \quad (2.50)$$

$$A_0 = \frac{S}{2}; R_1 = \frac{2\pi klF_4}{q}; R_2 = \frac{(l + f_1)F_4 2\pi k}{q}; R_3 = \frac{2\pi kF_4(2l + f_1)}{q}; \quad (2.51)$$

$$R_4 = \frac{2\pi kF_4(1 - 2l - f_2)}{q}; R_5 = \frac{2\pi kF_4(1 - l - f_2)}{q}; R_6 = \frac{2\pi kF_4(1 - l)}{q}; \quad (2.52)$$

$$R_7 = \frac{2\pi kF_4}{q}; R_8 = (0,5 - N)2\pi k; E = \frac{Sq^3 \sqrt{F_1 + F_2}}{4lF_3^3(\pi k)^4}; S = \frac{a_m T^2 F_3^2}{q^2}; \quad (2.53)$$

$$F_1 = (-2l^2 - 0,5f_1^2 - 0,5f_2^2 + l + f_1 - 1,5lf_1 - 1,5lf_2); F_4 = \frac{F_3}{\sqrt{F_1 + F_2}}; \quad (2.54)$$

$$F_2 = 0,5(f_1 - f_2)q - (f_1 - f_2)Nq - f_1 - f_2; f_1 + f_2 + 4l + d = 1; \quad (2.55)$$

$$F_3 = \sqrt{q(\sqrt{0,5} - 0,5) - (2\sqrt{0,5} - 1)Nq}; f_1 = \frac{\sqrt{0,5} - 0,5}{F_4} - l - 0,5d + 0,5; \quad (2.56)$$

$$F_5 = \frac{4(\pi k)^2 l F_3^2}{(F_1 + F_2)q^2}; a_m = \frac{S}{t_{kep}^2 (F_1 + F_2)}; \Omega_m = a_m t_{kep} (l + f_1); t_{kep} = F_4 \frac{T}{q}; \quad (2.57)$$

$$\Omega' = a_m t_{kep} (f_1 - f_2); t_1 = l t_{kep}; t_2 = (l + f_1) t_{kep}; t_3 = (2l + f_1) t_{kep}; \quad (2.58)$$

$$t_4 = (1 - 2l - f_2)t_{кер}; t_5 = (1 - l - f_2)t_{кер}; t_6 = (1 - l)t_{кер}; t_7 = t_{кер}; \quad (2.59)$$

$$t_8 = (0,5 - N)T; q \geq 2F_4, \quad (2.69)$$

де  $\Omega'$  - заданий рівень швидкості стеження;  $S$  - величина переміщення;  $\Omega_m, a_m$  - максимальні значення рівня швидкості та величини прискорення;  $l, f_1, f_2, d$  - характеризують ривок і тривалість ділянок руху з обмеженням величини прискорення та рівнів швидкості вихідної координати;

Графічні залежності вихідної траєкторії оптимальної за швидкістю (крива 1), рівнів швидкості (крива 2) і величин прискорення (крива 3) при відпрацюванні лінійного керуючого впливу представлені на рисунку 2.18, б. Значення  $A_k, B_k$  в формулі (1.3) будуть відповідно рівними [18-26]:

$$A_k = \frac{nSq^2}{2(\pi k)^3 F} \left[ \left( -2 \sin \frac{2\pi kf}{q} + \sin \frac{2\pi k}{q} \right) + \left( \frac{4\pi kf}{q} - \frac{2\pi k}{q} \right) \cos [2\pi k(0,5 - N)] \right]; \quad (2.70)$$

$$B_k = \frac{nSq^2}{2(\pi k)^3 F} \left[ \left( -1 + \cos \frac{2\pi kf}{q} - \cos \frac{2\pi k}{q} \right) + \left( \frac{4\pi kf}{q} - \frac{2\pi k}{q} \right) \sin [2\pi k(0,5 - N)] \right]; \quad (2.71)$$

$$F = (0,5 - f^2 + fq - 0,5q); f = \sqrt{0,5}; S = \frac{(0,5 - N)2\pi n}{\omega}; \omega = \tan \alpha; A_0 = \frac{S}{2}. \quad (2.72)$$

Питання математичного вирішення даних буде детально розглянуто в наступних розділах кваліфікаційної роботи. У цих розділах буде наведено відповідний математичний апарат, обґрунтовано вибір методів моделювання та оптимізації, а також описано алгоритми розрахунку, що дозволяють отримати коректні та відтворювані результати. Отримані теоретичні положення слугуватимуть основою для подальшого аналізу та практичної реалізації.

### 2.3 Висновки до другого розділу

Було проведено розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, визначено вплив частоти комутації на якість процесів. Виконано апроксимацію потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є, встановлено необхідні математичні залежності.

### 3 МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

3.1 Постановка і вирішення задачі синтезу розімкнутих автоматичних систем керування

Виконаємо синтез імпульсних систем відносно розімкнутих і замкнутих САК.

Спочатку зробимо синтез розімкнутої САК, схема такої САК представлена на рисунку 3.1.

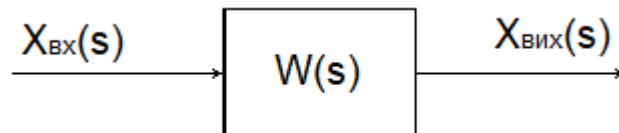


Рисунок 3.1 - Блок-схема розімкнутої САК

Задача ставиться наступним чином: нехай на множині  $E(0 \leq T_1)$  задано бажаний перехідний процес  $Y^*(t)$  на задаючий вплив  $V(t)$  при нульових початкових умовах. Необхідно визначити  $W(s, \bar{x})$ , з наступних умов:

$$\int_E \{Y^*(t) - Y(t)\}^2 dt \leq \delta; t \in E, \quad (3.1)$$

при виконанні умови:

$$W(s, \bar{x}) \in G, \quad (3.2)$$

де  $G$  - множини фізично реалізованих функцій  $W(s, \bar{x})$ ;  $\delta$  - допустиме значення похибки;  $\bar{x}$  - вектор варіюваних параметрів, які є коефіцієнтами:

$$A(p)Y(t) = B(p)V(t); p = \frac{d}{dt}. \quad (3.3)$$

Для цієї мети  $V(t), Y^*(t)$  штучно періодизуються відповідно до формули (3.3) і відповідні періодичні рухи апроксимуються тригонометричними рядами Фур'є. Відповідно до літературних джерел [27-31] для знаходження вектору  $\bar{x}$  необхідно вирішити наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{\sqrt{A_k^2 + B_k^2}}{\sqrt{P_k^2 + F_k^2}} = |W(j\omega k)|; \quad (3.4)$$

$$\arctan \frac{A_k}{B_k} - \arctan \frac{P_k}{F_k} = \arctan \frac{\text{Im}W(j\omega k)}{\text{Re}W(j\omega k)}. \quad (3.5)$$

Вирішуючи систему рівнянь (3.4) при різній розмірності вектора  $\bar{x}$ , можна побудувати різноманіття рівнянь. При цьому в якості умов до визначення виступають значення функціоналу (3.1), тобто число гармонік, що беруть участь у синтезі, а в якості умови розв'язності задачі - умова стійкості синтезуючих рівнянь [18-26].

У загальному вигляді в ми розглянемо наступні рівняння:

- рівняння другого порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_2}{s^2 + a_1s + a_2}; \quad (3.6)$$

- рівняння третього порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}; \quad (3.7)$$

- рівняння четвертого порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_4}{s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4}. \quad (3.8)$$

У практичному плані система рівнянь (3.4) зводиться до системи алгебраїчних рівнянь, яка коротко записується у наступному вигляді:

$$Ax = B, \quad (3.9)$$

де  $A$  - матриця, складена з коефіцієнтів, що стоять при невідомих;  $B$  - стовпець, складений з вільних членів;  $x$  - стовпець невідомих.

З рівняння (3.5) випливає наступне [32-34]:

$$x = A^{-1}B. \quad (3.10)$$

Тоді, матриця  $A$ , стовпці  $B$  і  $x$  мають наступний вигляд [32-34]:

- для рівнянь другого порядку:

$$A = \begin{bmatrix} \omega B_1 & A_1 - A_1 \\ -\omega A_1 & B_1 - B_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \omega^2 A_1 \\ \omega^2 B_1 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \quad (3.11)$$

- для рівнянь третього порядку:

$$A = \begin{bmatrix} -\omega^2 A_1 & \omega B_1 & A_1 - A_1 \\ -\omega^2 B_1 & -\omega A_1 & B_1 - B_1 \\ -9\omega^2 A_3 & 3\omega B_3 & A_3 - A_3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \omega^3 B_1 \\ -\omega^3 A_1 \\ 27\omega^3 B_3 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}; \quad (3.12)$$

- для рівнянь четвертого порядку:

$$A = \begin{bmatrix} -\omega^3 B_1 & -\omega^2 A_1 & \omega B_1 & A_1 - A_1 \\ \omega^3 A_1 & -\omega^2 B_1 & -\omega A_1 & B_1 - B_1 \\ -27\omega^3 B_3 & -9\omega^2 A_3 & 3\omega B_3 & A_3 - A_3 \\ 27\omega^3 A_3 & -9\omega^2 B_3 & -3\omega A_3 & B_3 - B_3 \end{bmatrix}; \quad (3.13)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\omega^4 A_1 \\ -\omega^4 B_1 \\ -81\omega^4 A_3 \\ -81\omega^4 B_3 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Результати розрахунків і моделювання розімкнутої САК.

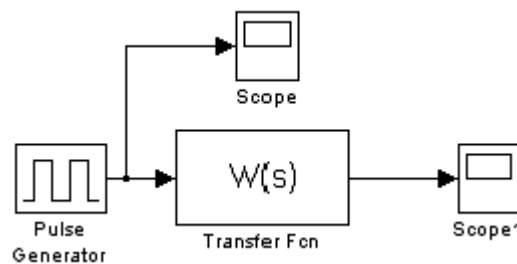


Рисунок 3.2 - Блок-схема розімкнутої САК, побудована в Simulink

Побудуємо схему розімкнутої системи в програмному продукті MATLAB, надбудові Simulink [35-39] (рис. 3.2) і змодельуємо роботу САК, при цьому будемо розглядати траєкторію з обмеженням величини прискорення, наведену на рис. 2.15, б. Вхідний вплив будемо моделювати як широко-імпульсну

послідовність із модуляцією переднього фронту імпульсів.

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності (рис. 3.3 - 3.7) для системи другого порядку [18-26].

Результати розрахунку і величини якісних показників САК представлені в табличному вигляді в Додатках (див. Додаток Б, табл. Б.2).

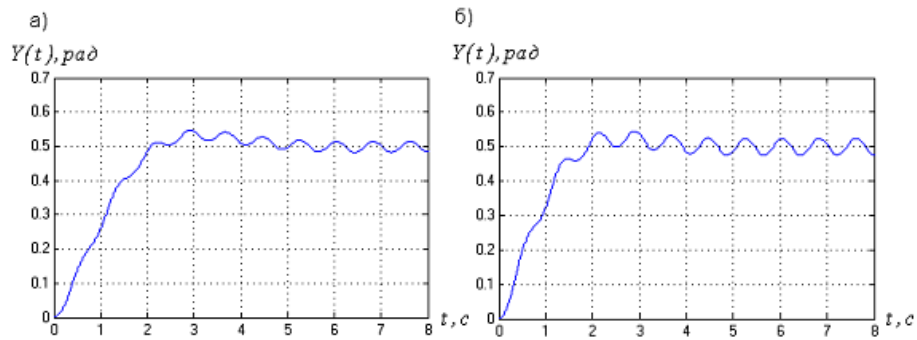


Рисунок 3.3 - Графічні залежності траєкторії 1

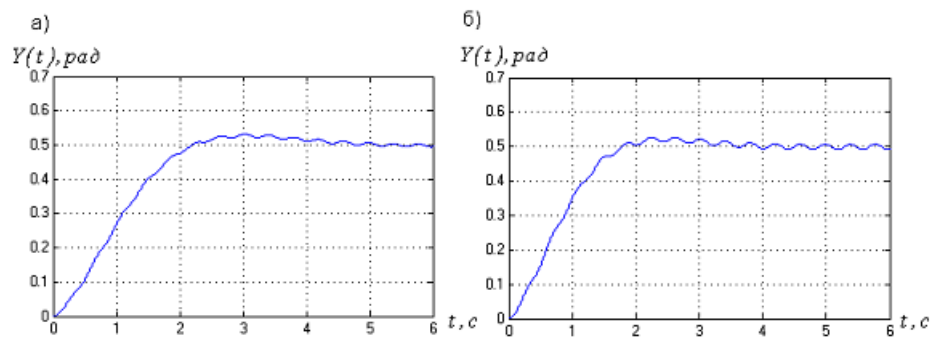


Рисунок 3.4 - Графічні залежності траєкторії 2

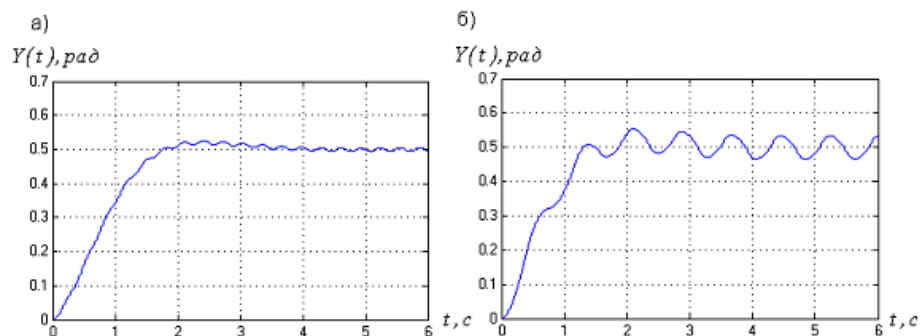


Рисунок 3.5 - Графічні залежності траєкторії 3

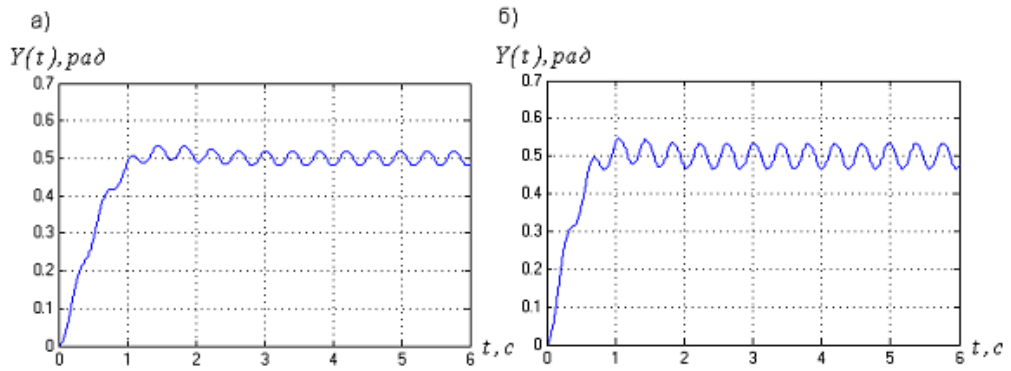


Рисунок 3.6 - Графічні залежності траєкторії 4

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторій (рис. 3.7 - 3.10) для САК третього порядку [18].

Результати розрахунку і величини якісних показників представимо в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.3).

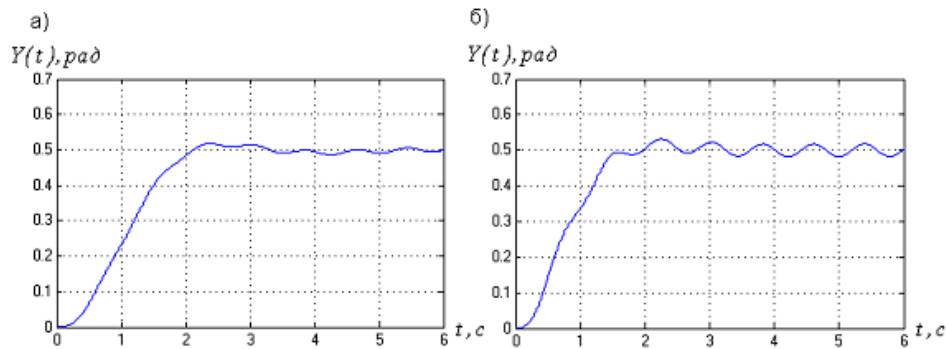


Рисунок 3.7 - Графічні залежності траєкторії 5

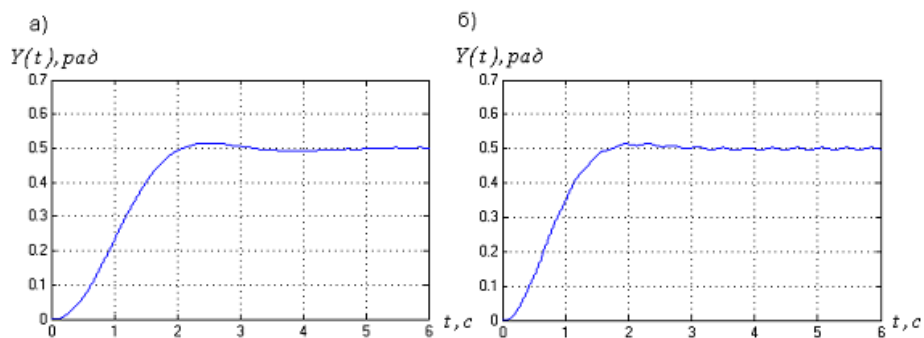


Рисунок 3.8 - Графічні залежності траєкторії 6

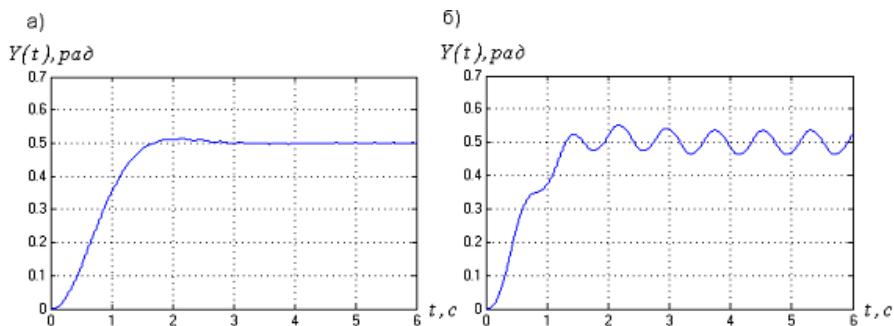


Рисунок 3.9 - Графічні залежності траєкторії 7

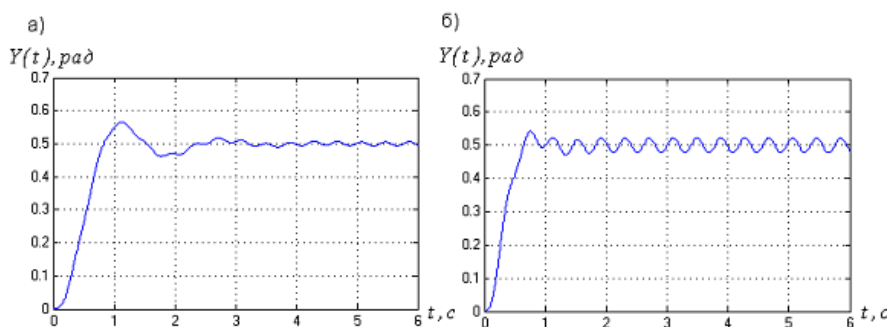


Рисунок 3.10 - Графічні залежності траєкторії 8

Тепер визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності (рис. 3.11 - 3.14) для САК четвертого порядку.

Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.4).

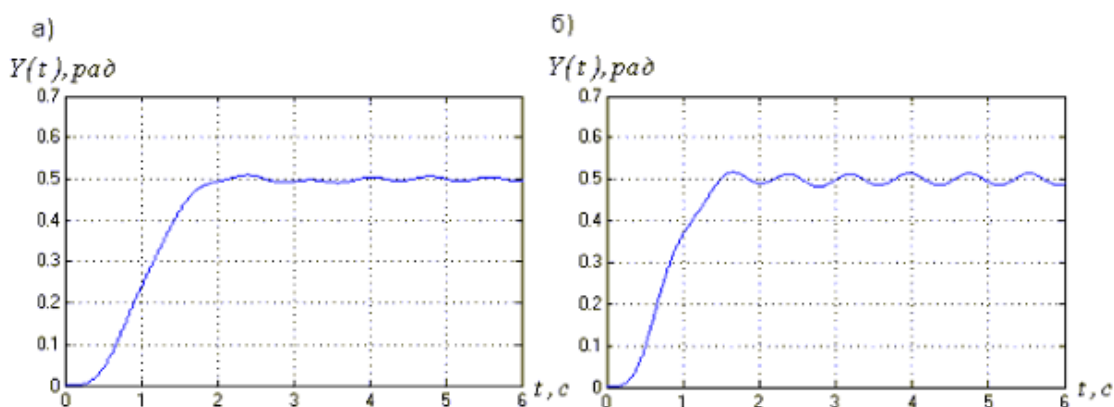


Рисунок 3.11 - Графічні залежності траєкторії 9

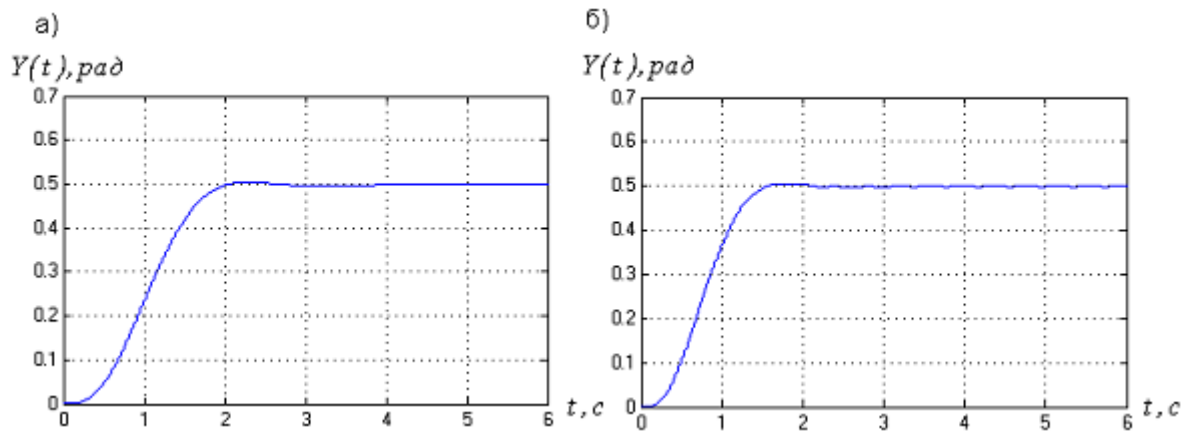


Рисунок 3.12 - Графічні залежності траєкторії 10

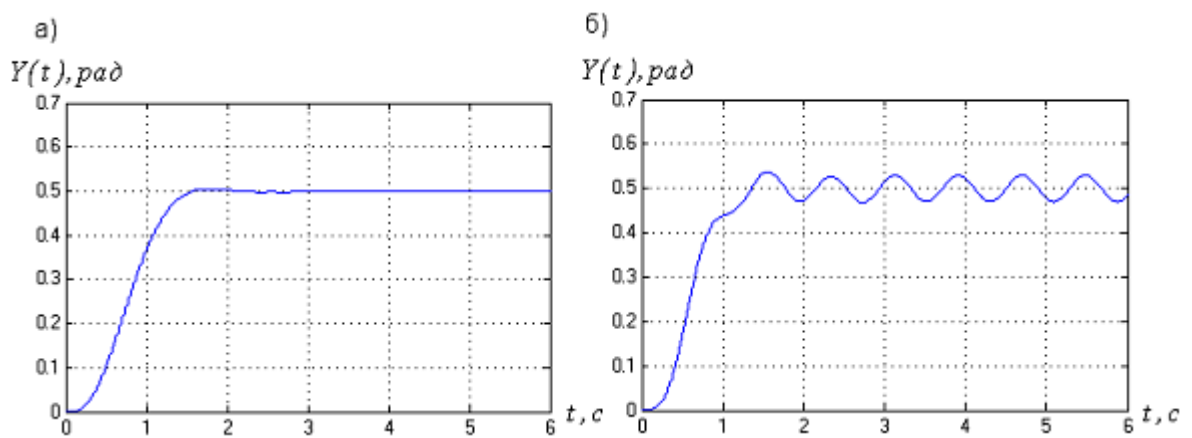


Рисунок 3.13 - Графічні залежності траєкторії 11

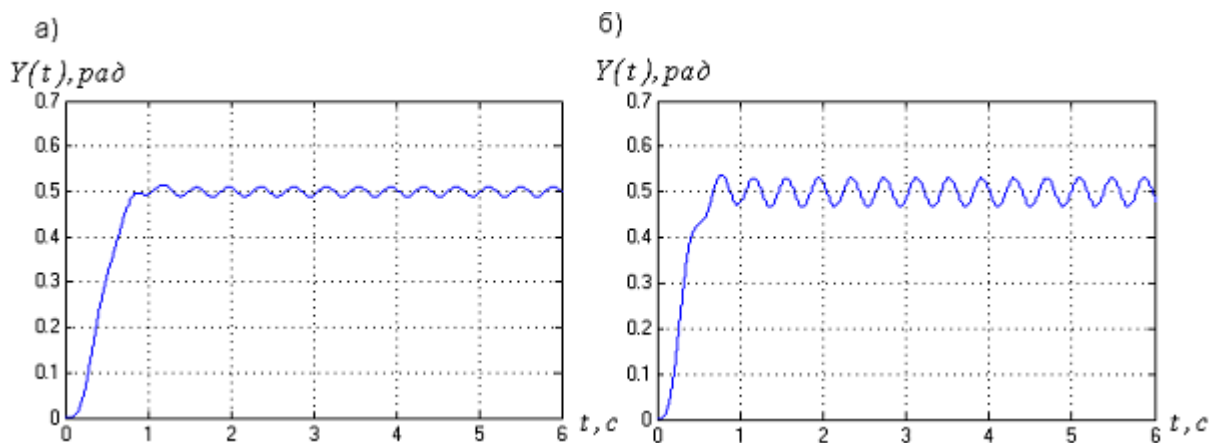


Рисунок 3.14 - Графічні залежності траєкторії 12

Наступним кроком, виконаємо моделювання роботи схеми для випадку, коли вхідний вплив буде широко-імпульсною послідовністю з модуляцією

заднього фронту імпульсів [18-26].

Визначимо коефіцієнти  $a_i$  для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторій (рис. 3.15 - 3.18) для САК третього порядку.

Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.5).

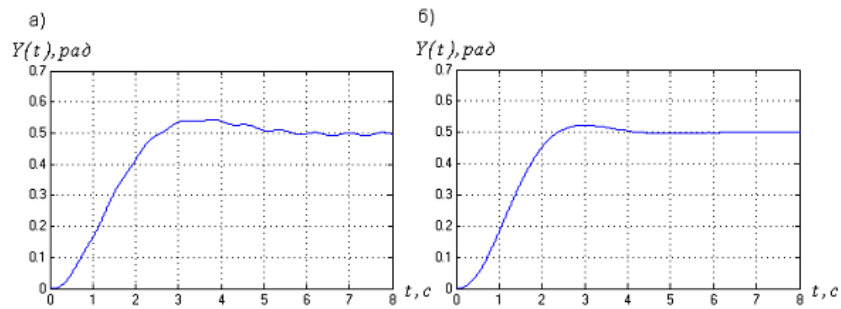


Рисунок 3.15 - Графічні залежності траєкторії 13

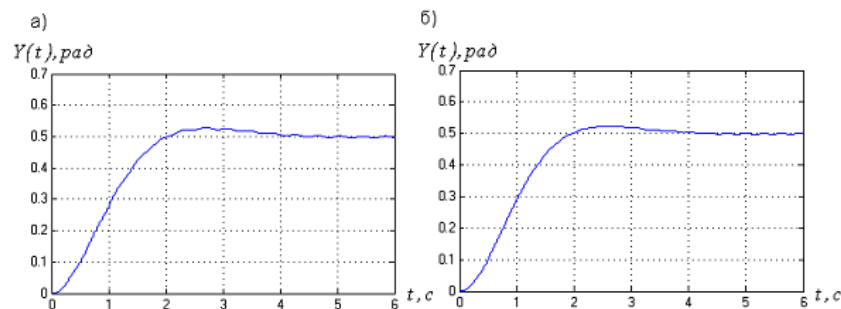


Рисунок 3.16 - Графічні залежності траєкторії 14

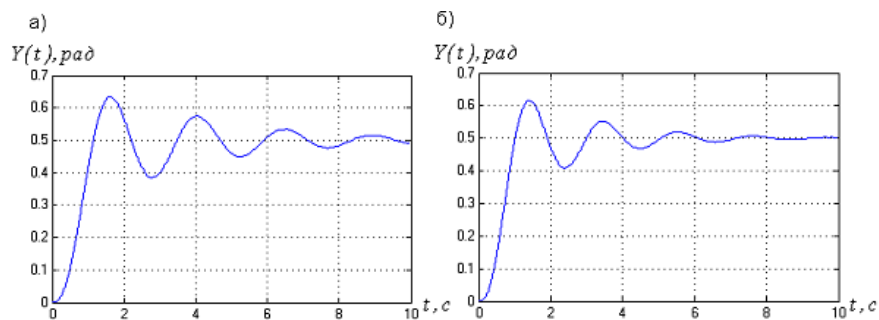


Рисунок 3.17 - Графічні залежності траєкторії 15

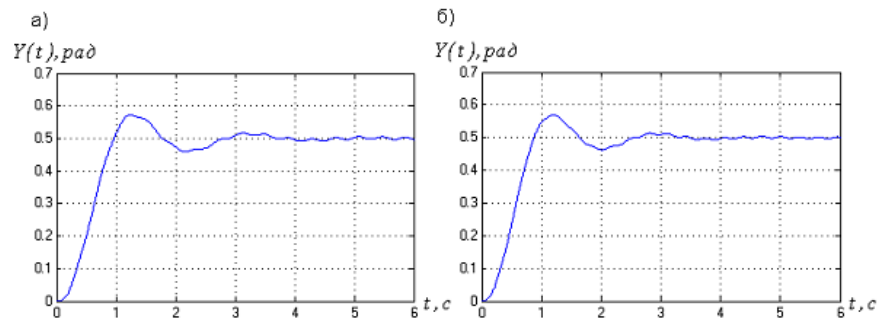


Рисунок 3.18 - Графічні залежності траєкторії при а -  $q = 10, N = 8$ ; б -  $q = 10, N = 10$

Тепер визначимо коефіцієнти  $a_i$  для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторій (рис. 3.19 - 3.22) для САК четвертого порядку [18-26].

Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.6).

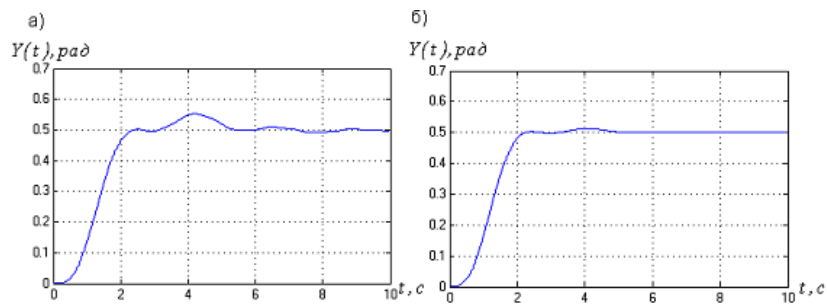


Рисунок 3.19 - Графічні залежності траєкторії при а -  $q = 3, N = 4$ ; б -  $q = 3, N = 8$

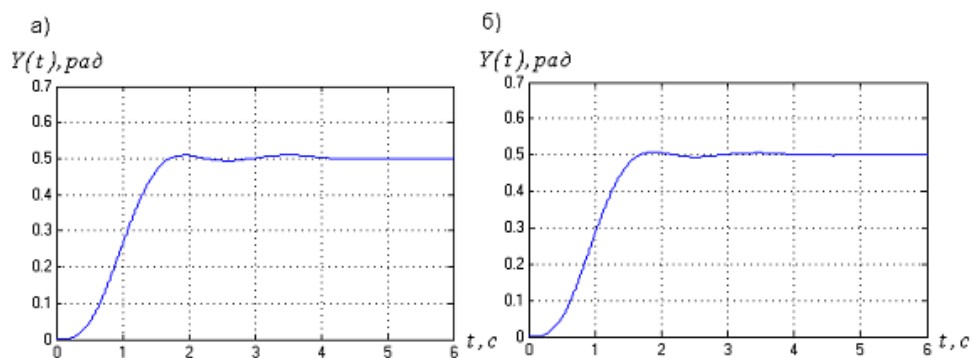


Рисунок 3.20 - Графічні залежності траєкторії при а -  $q = 4, N = 8$ ;  
б -  $q = 4, N = 10$

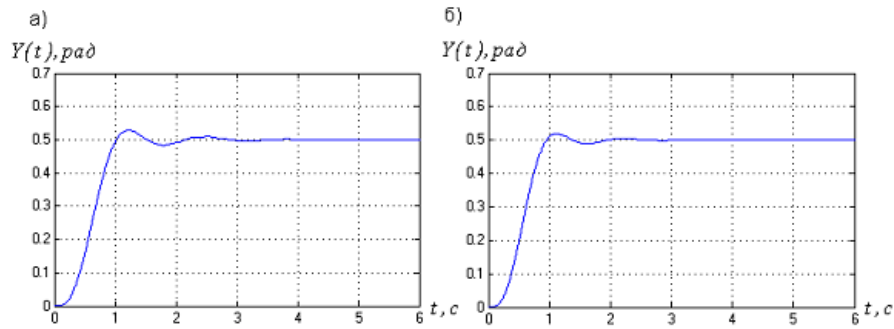


Рисунок 3.21 - Графічні залежності траєкторії при а -  $q = 7, N = 10$ ;

б -  $q = 7, N = 15$

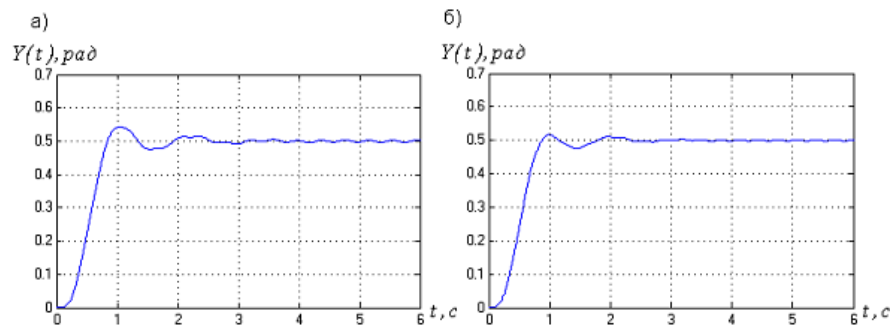


Рисунок 3.22 - Графічні залежності траєкторії при а -  $q = 10, N = 8$ ;

б -  $q = 10, N = 10$

З побудованих графічних залежностей та отриманих табличних даних можливо зробити наступні висновки [18-26]:

- із збільшенням числа імпульсів вхідного сигналу спадає коливанисть процесу;
- зміна  $q$  при постійному числі імпульсів вхідного сигналу призводить до зміни величини коливань;
- зі збільшенням числа імпульсів вхідного сигналу спадає величина перерегулювання процесу;
- із збільшенням порядку САК величина коливань спадає;

- зміна числа імпульсів вхідного сигналу при сталому значенні  $q$  також призводить до зміни величини коливань;

- перехідні процеси, коли вхідний вплив являє собою широко-імпульсну послідовність з модуляцією переднього фронту імпульсів і з модуляцією заднього фронту імпульсів, практично збігаються.

### 3.2 Постановка і вирішення задачі синтезу замкнутих автоматичних систем керування

Блок-схема замкнутої САК представлена на рисунку 3.23.

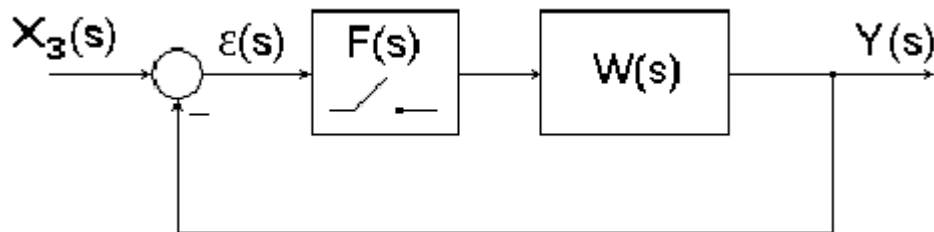


Рисунок 3.23 - Блок-схема замкнутої САК

Математично опишемо сигналу для такої блок-схеми [18-26]:

- величина задаючого впливу:

$$X_3(s) = D_0 + \sum_k D_k \sin k\omega s; \quad (3.15)$$

- величина вихідного сигналу:

$$Y(s) = A_0 + \sum_k A_k \cos k\omega s + \sum_k B_k \sin k\omega s; \quad (3.16)$$

- величина сигналу помилки при замкнутому ключі:

$$\varepsilon(s) = \varepsilon A_0 + \sum_k \varepsilon A_k \cos k\omega s + \sum_k \varepsilon B_k \sin k\omega s; \quad (3.17)$$

- величина сигналу помилки, коли робота ключа є широтно-імпульсною послідовністю:

$$\varepsilon l(s) = \varepsilon A l_0 + \sum_k \varepsilon A l_k \cos k\omega s + \sum_k \varepsilon B l_k \sin k\omega s. \quad (3.18)$$

Для визначення співвідношення між зображеннями вхідного і вихідного сигналів імпульсного елемента використаємо стандартну процедуру [18-26]. Функція, представлена на рисунку 3.24, являє собою сигнал на вході ІЕ; відповідний сигнал на виході ІЕ зображений як функція часу на рисунку 3.25.

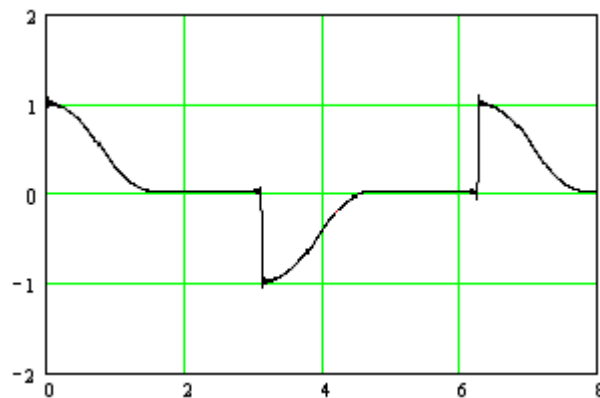


Рисунок 3.24 - Графічне зображення сигналу на вході ІЕ

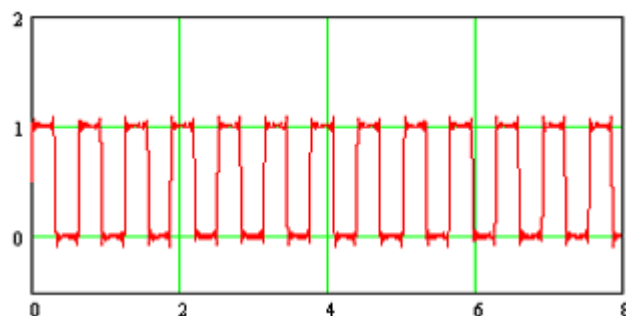


Рисунок 3.25 - Графічне зображення імпульсної функції

Очевидно, що графічне зображення функції представленої на рисунку 3.26, можна отримати множенням вхідного сигналу на функцію часу.

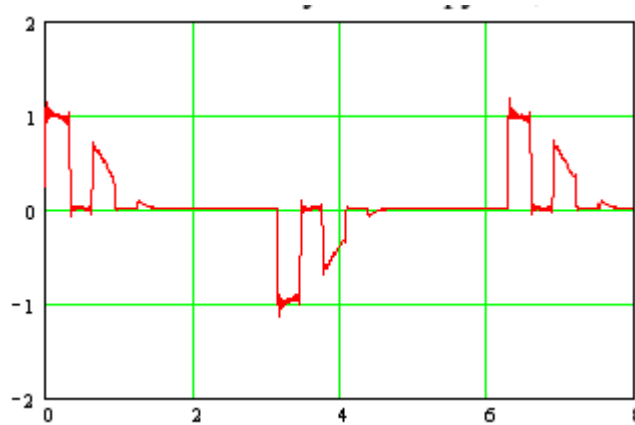


Рисунок 3.26 - Графічна залежність вихідної величини ІЕ, отриманої множенням вхідного сигналу на імпульсну функцію

З графічних залежностей видно, що при множенні вхідного сигналу на функцію часу виходить також функція часу, яка представляє зображення сигналу на виході ІЕ. Таким чином, можна розглядати ІЕ як деякий пристрій множення, в якому вхідний сигнал безперервно множиться на функцію часу.

Коефіцієнти рівняння для сигналу помилки  $\varepsilon A1_0, \varepsilon A1_k, \varepsilon B1_k$  отримані за допомогою використання формул Бесселя [40-48]. Даний метод базується на заміні інтегралів у формулах Ейлера [40-48] сумами за однією з формул наближеного інтегрування. Найбільш зручною тут є формула трапецій, при її застосуванні можливо отримати наступні формули Бесселя [40-48]. Нехай період часу  $T$  розділений на  $2n$  рівні частини, абсциси точок поділу  $x_k = kT/2n$ , ординати в точках поділу  $f_k(x_k) = y_k (k = 0, 1, \dots, 2n)$ . Тоді отримаємо:

$$nA_0 = \sum_{k=0}^{2n-1} y_k; \quad (3.19)$$

$$nA_m = \sum_{k=0}^{2n-1} y_k \cos \frac{\pi km}{n}; \quad (3.20)$$

$$nB_m = \sum_{k=0}^{2n-1} y_k \sin \frac{\pi km}{n}; \quad (3.21)$$

Тоді задачу можливо сформулювати наступним чином.

Нехай на множині  $E(0 \square T_1)$  задано бажаний перехідний процес  $Y^*(t)$  при нульових початкових умовах. Необхідно визначити  $W(s, \bar{x})$ , з наступних умов:

$$\int_E \left\{ Y^*(t) - L^{-1} \left[ W(s, \bar{x}) V(s) \right] \right\}^2 dt \leq \delta; t \in E, \quad (3.22)$$

при виконанні умови:

$$W(s, \bar{x}) \in G, \quad (3.23)$$

де  $G$  - множини фізично реалізованих функцій  $W(s, \bar{x})$ ;  $\delta$  - допустиме значення похибки;  $x$  - вектор варіюваних параметрів, які є коефіцієнтами рівняння.

Очевидно, що задача синтезу знову зводиться до відомої системи алгебраїчних рівнянь.

У даному випадку [18-26]:

- рівняння другого порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_2}{s^2 + a_1 s + a_2}; \quad (3.24)$$

- рівняння третього порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}; \quad (3.25)$$

- рівняння четвертого порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_4}{s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4}. \quad (3.26)$$

- рівняння п'ятого порядку з передаточною функцією:

$$W(s) = \frac{a_5}{s(s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4)}. \quad (3.27)$$

Тоді, матриця  $A$ , стовпці  $B$  і  $x$  мають наступний вигляд:

- для рівнянь другого порядку [40-48]:

$$A = \begin{bmatrix} \omega B_1 & -\varepsilon A_1 \\ -\omega A_1 & -\varepsilon B_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \omega^2 A_1 \\ \omega^2 B_1 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \quad (3.28)$$

- для рівнянь третього порядку:

$$A = \begin{bmatrix} -\omega^2 A_1 & \omega B_1 & -\varepsilon A_1 \\ -\omega^2 B_1 & -\omega A_1 & -\varepsilon B_1 \\ -9\omega^2 A_3 & 3\omega B_3 & -\varepsilon A_3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \omega^3 B_1 \\ -\omega^3 A_1 \\ 27\omega^3 B_3 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}; \quad (3.29)$$

- для рівнянь четвертого порядку:

$$A = \begin{bmatrix} -\omega^3 B_1 & -\omega^2 A_1 & \omega B_1 & -\varepsilon A_1 \\ \omega^3 A_1 & -\omega^2 B_1 & -\omega A_1 & -\varepsilon B_1 \\ -27\omega^3 B_3 & -9\omega^2 A_3 & 3\omega B_3 & -\varepsilon A_3 \\ 27\omega^3 A_3 & -9\omega^2 B_3 & -3\omega A_3 & -\varepsilon B_3 \end{bmatrix}; \quad (3.30)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\omega^4 A_1 \\ -\omega^4 B_1 \\ -81\omega^4 A_3 \\ -81\omega^4 B_3 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

- для рівнянь п'ятого порядку:

$$A = \begin{bmatrix} \omega^4 A_1 & -\omega^3 B_1 & -\omega^2 A_1 & \omega B_1 & -\varepsilon A_1 \\ \omega^4 B_1 & \omega^3 A_1 & -\omega^2 B_1 & -\omega A_1 & -\varepsilon B_1 \\ 81\omega^4 A_3 & -27\omega^3 B_3 & -9\omega^2 A_3 & 3\omega B_3 & -\varepsilon A_3 \\ 81\omega^4 B_3 & 27\omega^3 A_3 & -9\omega^2 B_3 & -3\omega A_3 & -\varepsilon B_3 \\ 625\omega^4 B_5 & 125\omega^3 A_5 & -25\omega^2 B_5 & -5\omega A_5 & -\varepsilon B_5 \end{bmatrix}; \quad (3.32)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\omega^5 B_1 \\ \omega^5 A_1 \\ -243\omega^5 B_3 \\ 243\omega^5 A_3 \\ 3125\omega^5 A_5 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Результати розрахунків і моделювання замкнутої САК. Побудуємо блок-схему замкнутої САК в прикладному пакеті MATLAB надбудова Simulink [35, 39] (рис.3.27) і змодельуємо роботу, при цьому будемо розглядати траєкторію з обмеженням прискорення, представлену на рисунку 2.15, б (див. Розділ 2).

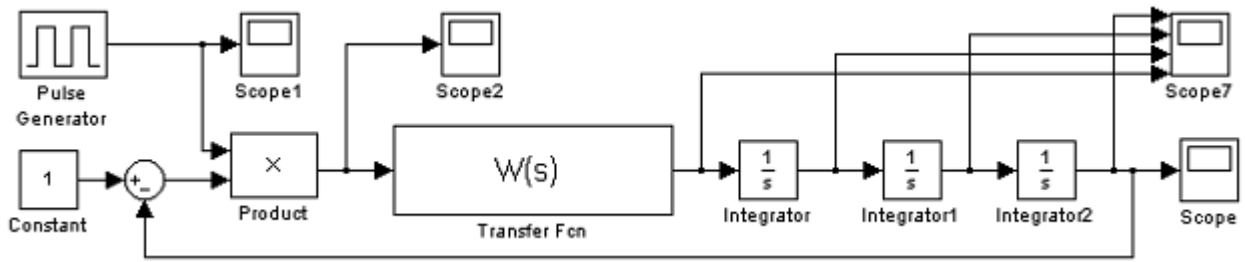


Рисунок 3.27 - Блок-схема замкнутої САК, побудована в Simulink

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення (рис.3.28 - 3.33) для САК другого порядку. Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток б, табл. Б.7).

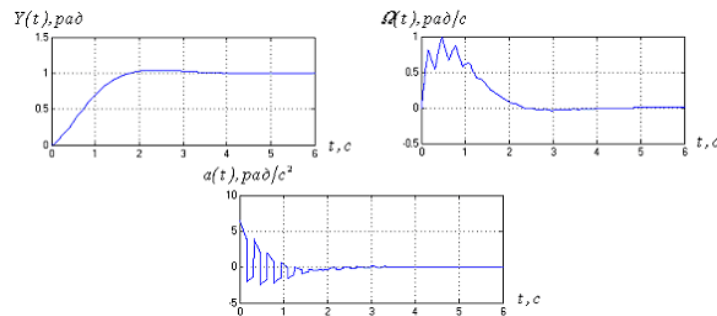


Рисунок 3.28 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 0,5, N = 20$

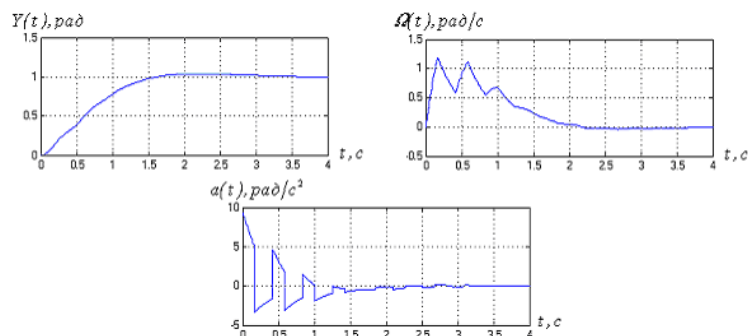


Рисунок 3.29 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 0,4, N = 15$

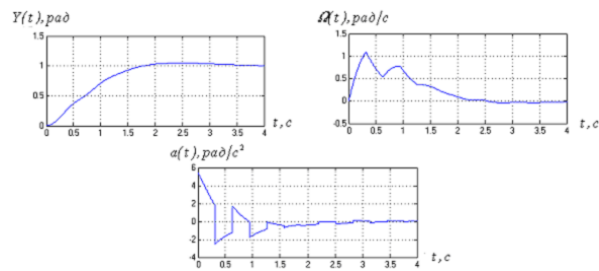


Рисунок 3.30 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 0,5, N = 10$

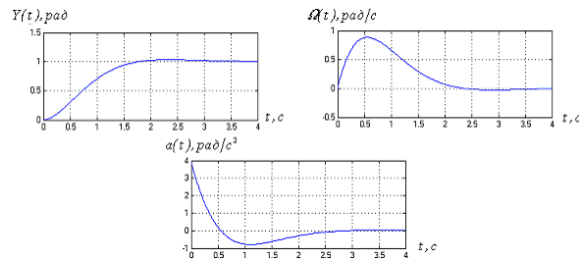


Рисунок 3.31 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 1$

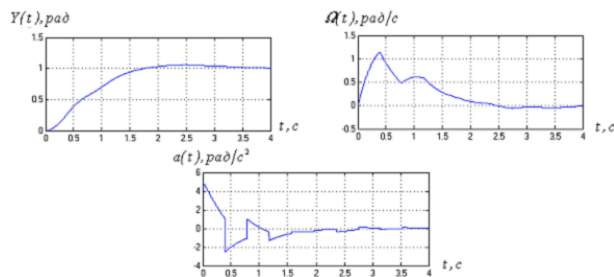


Рисунок 3.32 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 0,5, N = 8$

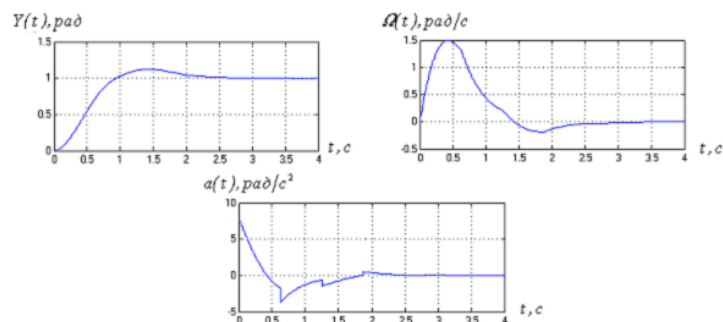


Рисунок 3.33 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості та величини прискорення при  $\gamma = 0,5, N = 5$

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка (рис. 3.34 - 3.39) для САК третього порядку. Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.8).

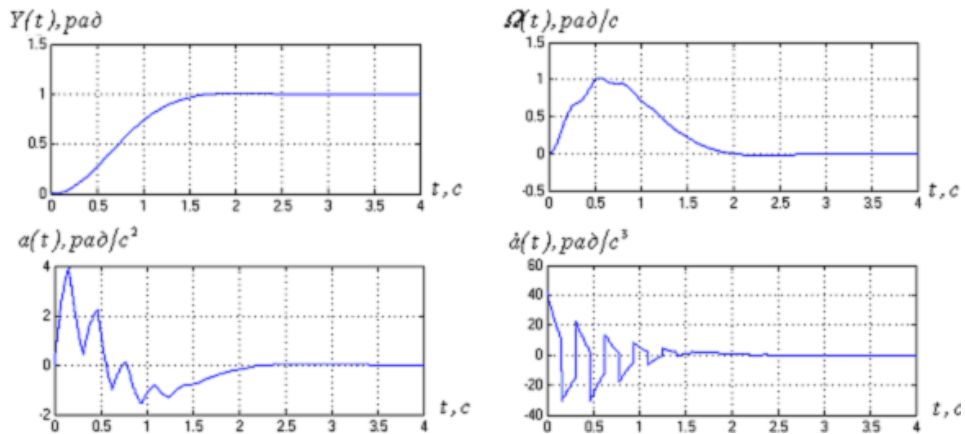


Рисунок 3.34 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 20$

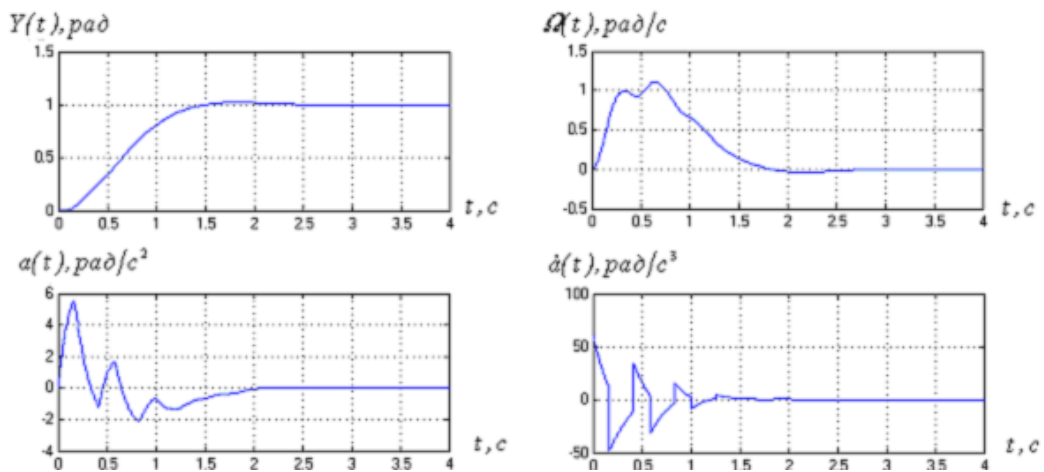


Рисунок 3.35 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,4, N = 15$

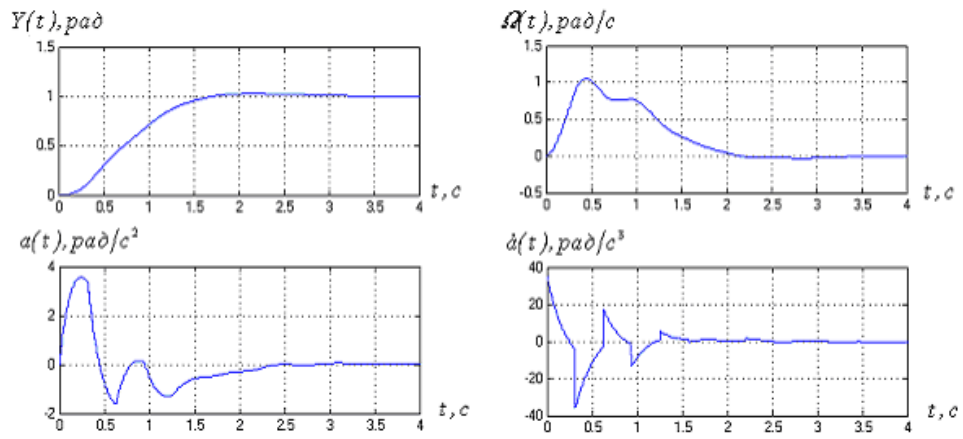


Рисунок 3.36 - Графічні траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 10$

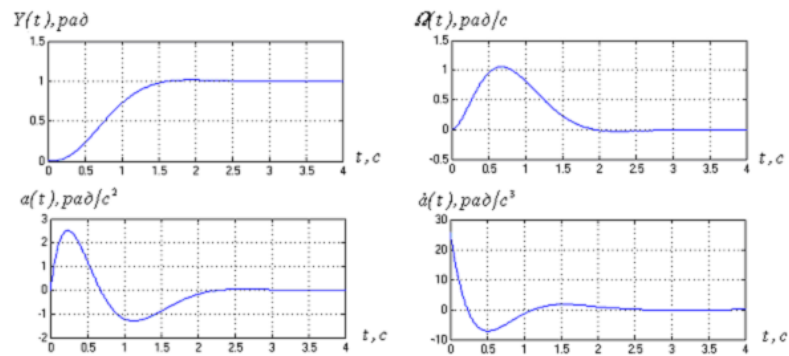


Рисунок 3.37 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 1$

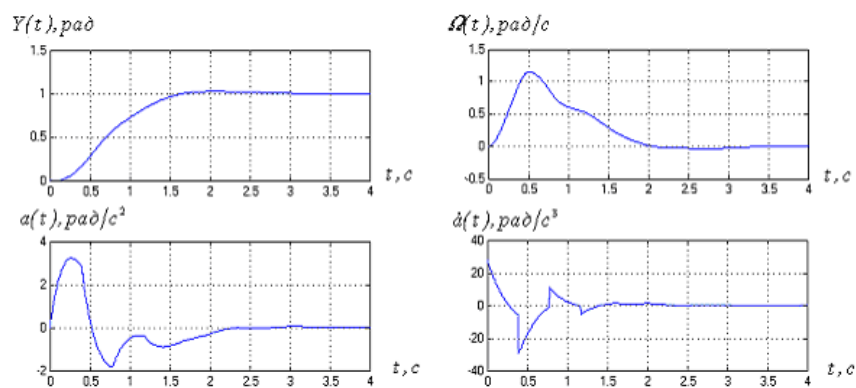


Рисунок 3.38 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 8$

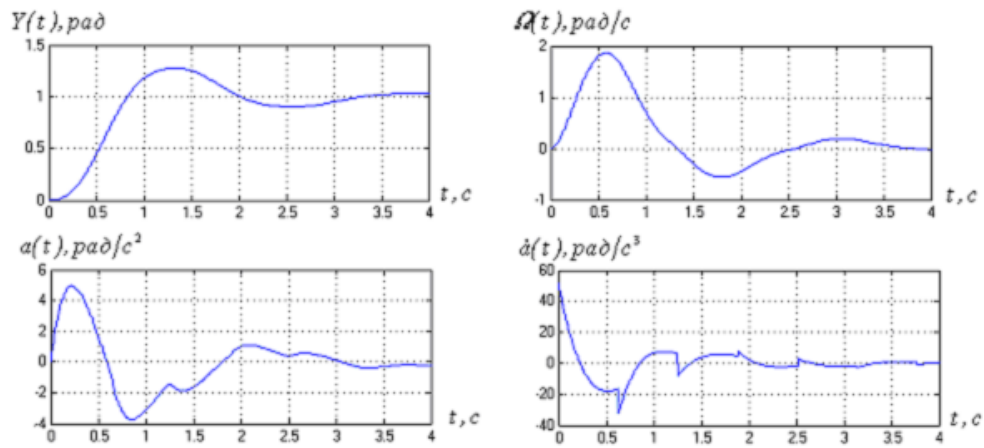


Рисунок 3.39 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 5$

Тепер визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості та побудуємо графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка (3.40 - 3.45) для САК четвертого порядку. Результати розрахунку та величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.9).

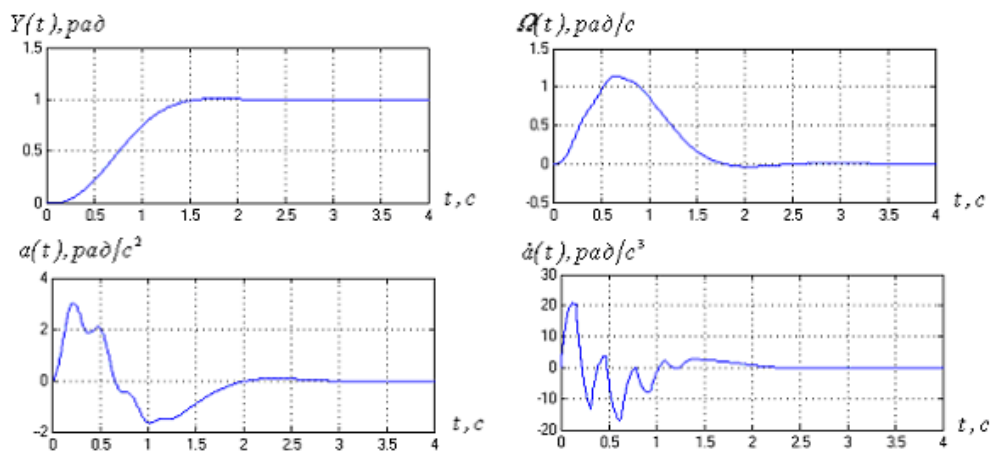


Рисунок 3.40 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 20$

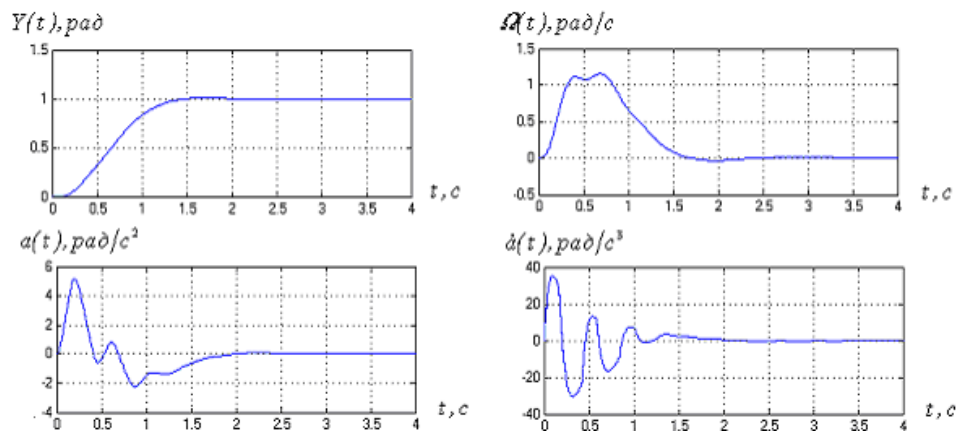


Рисунок 3.41 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,4, N = 15$

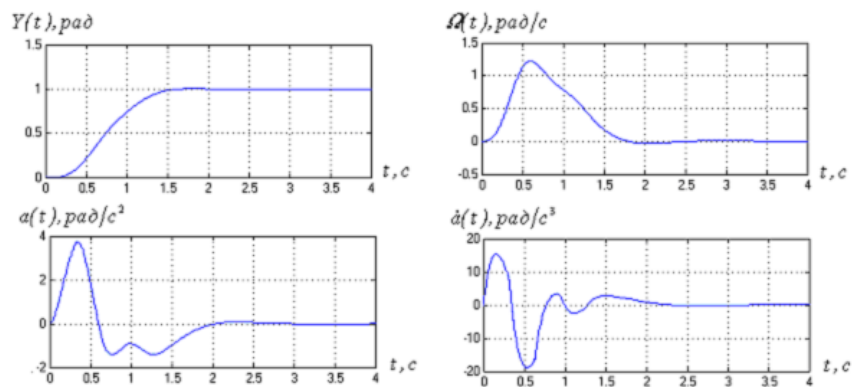


Рисунок 3.42 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 10$

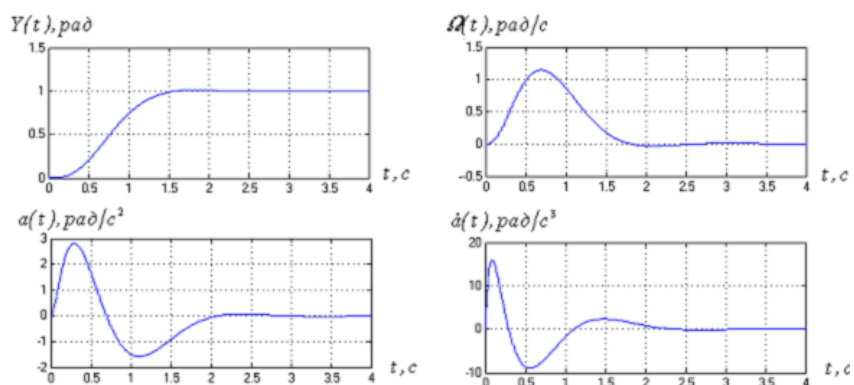


Рисунок 3.43 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 1$

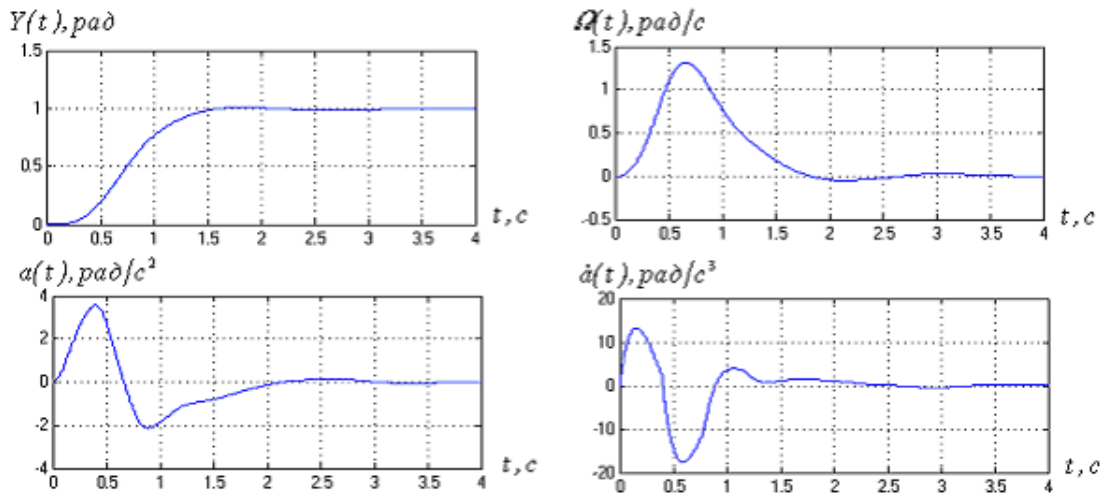


Рисунок 3.44 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 8$

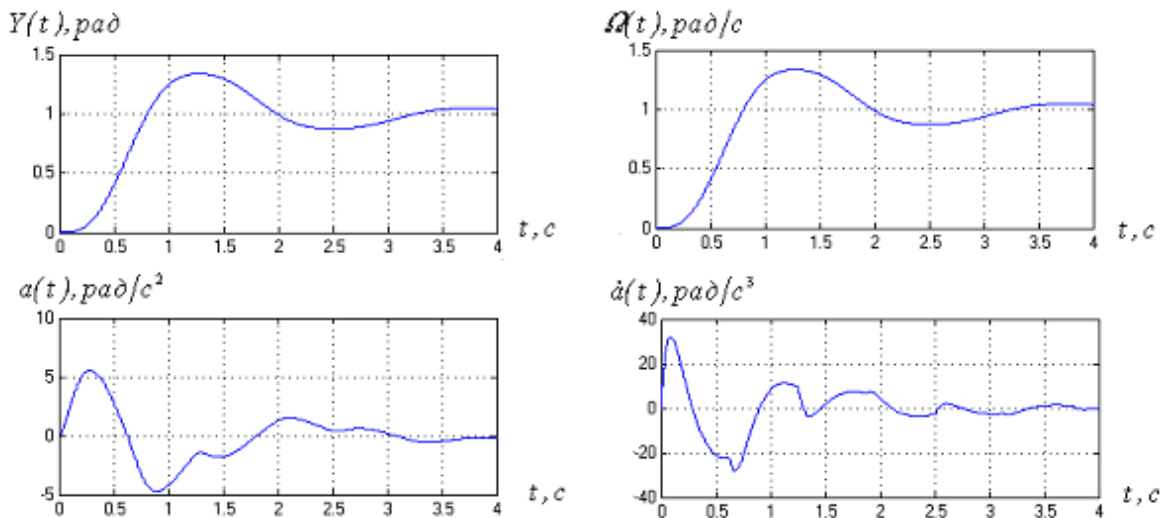


Рисунок 3.45 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 5$

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка (рис. 3.46 - 3.51) для САК четвертого порядку із ПІ-регулятором [49-53]. Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.10).

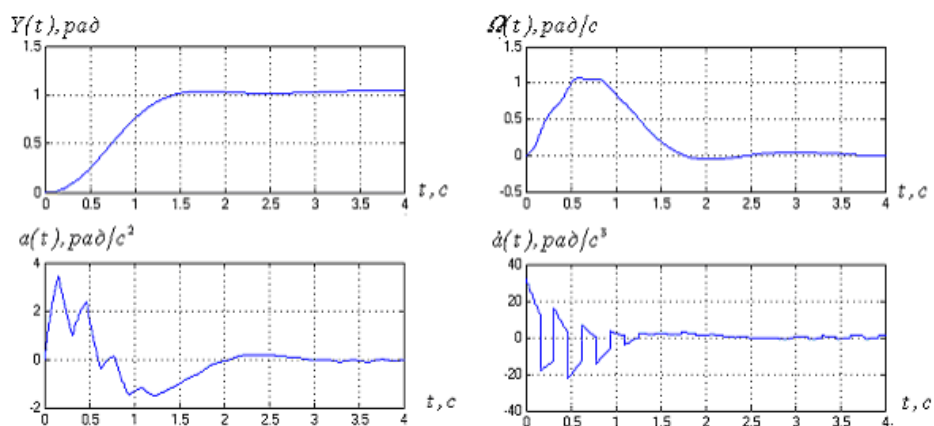


Рисунок 3.46 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 20$

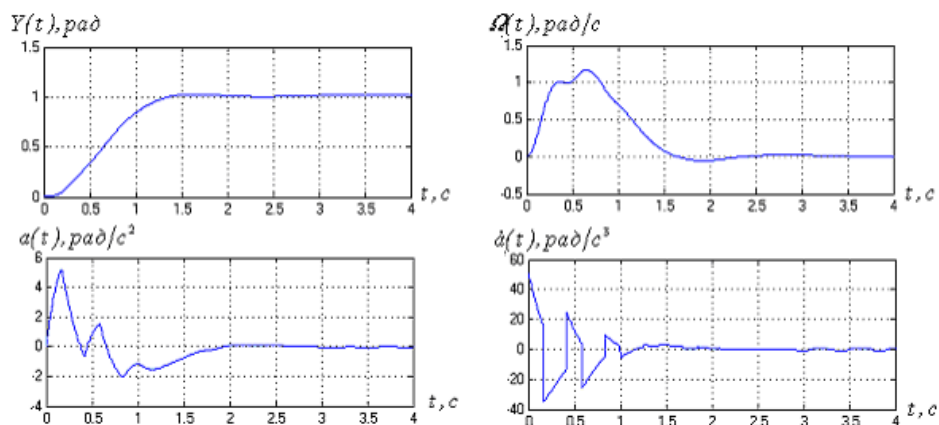


Рисунок 3.47 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,4, N = 15$

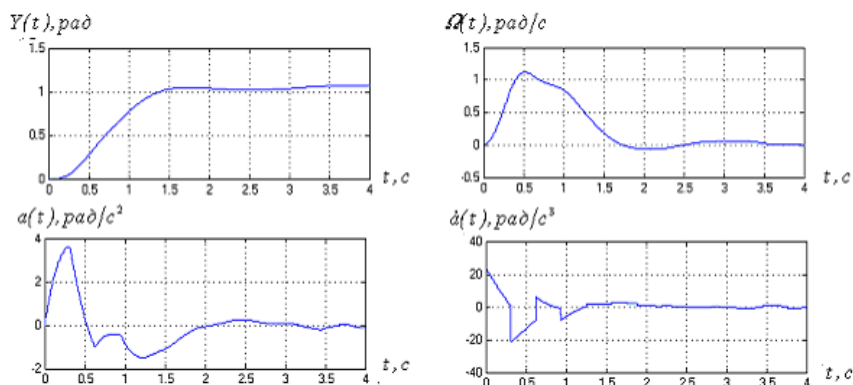


Рисунок 3.48 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 10$

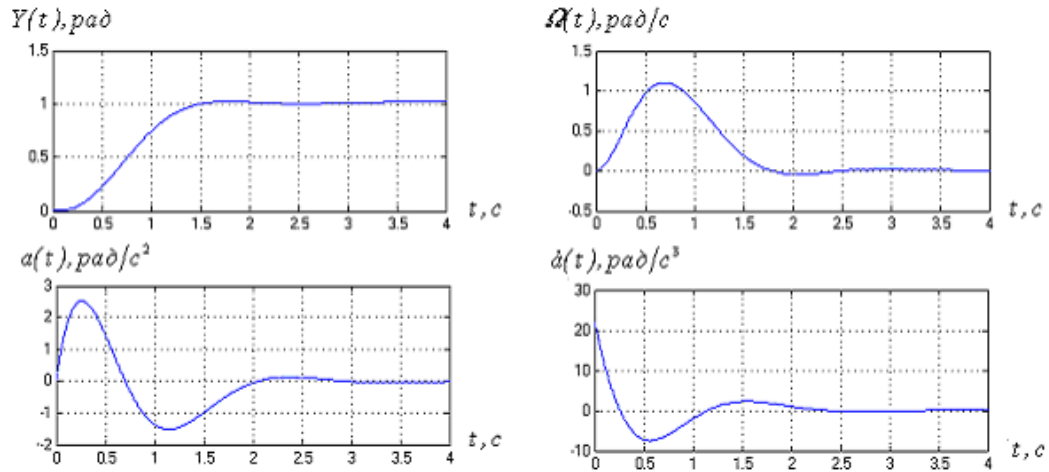


Рисунок 3.49 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 1$

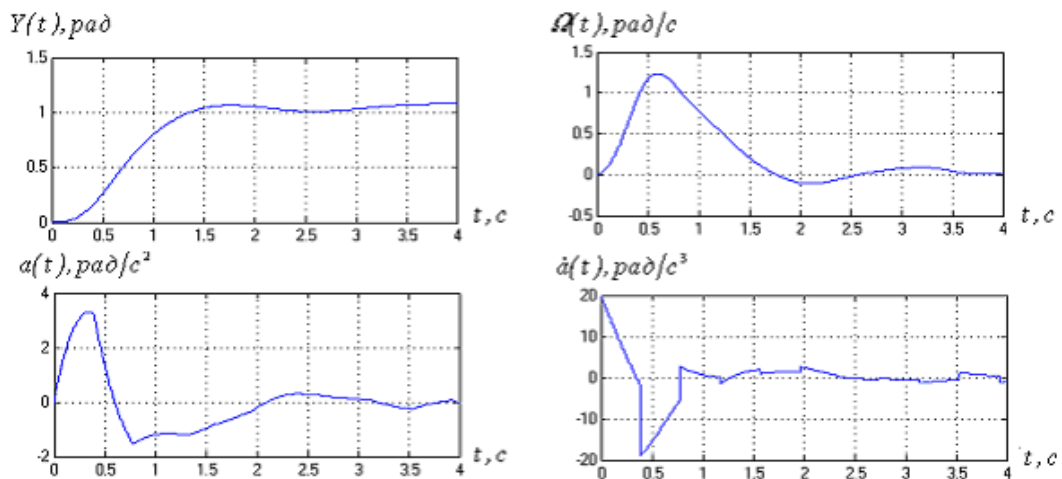


Рисунок 3.50 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 8$

Визначимо коефіцієнти для різних значень шпаруватості і побудуємо графічні залежності траєкторій (рис. 3.52 - 3.57) для САК п'ятого порядку. Результати розрахунку і величини якісних показників представлені в табличному вигляді (див. Додаток Б, табл. Б.11).

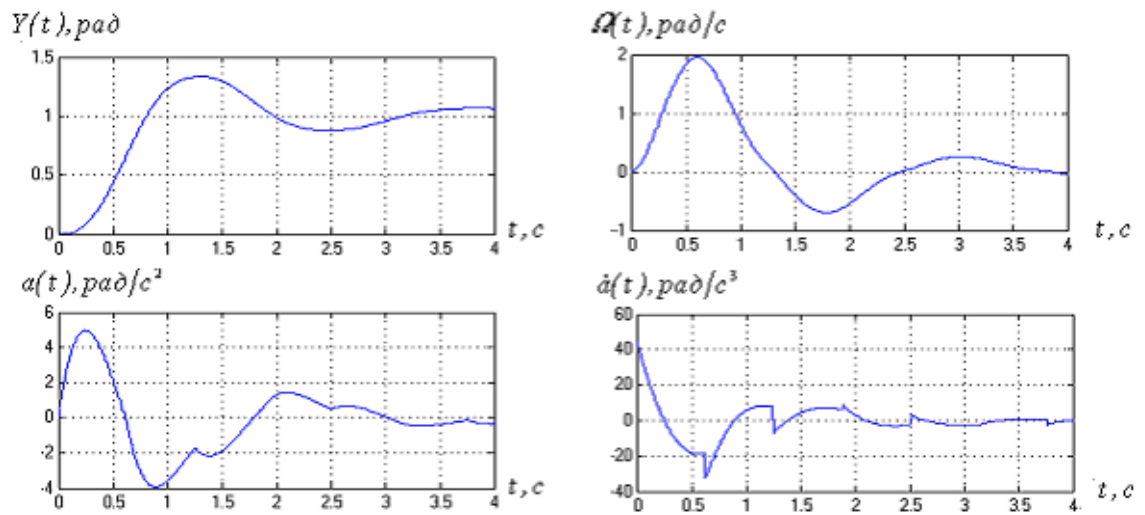


Рисунок 3.51 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 5$

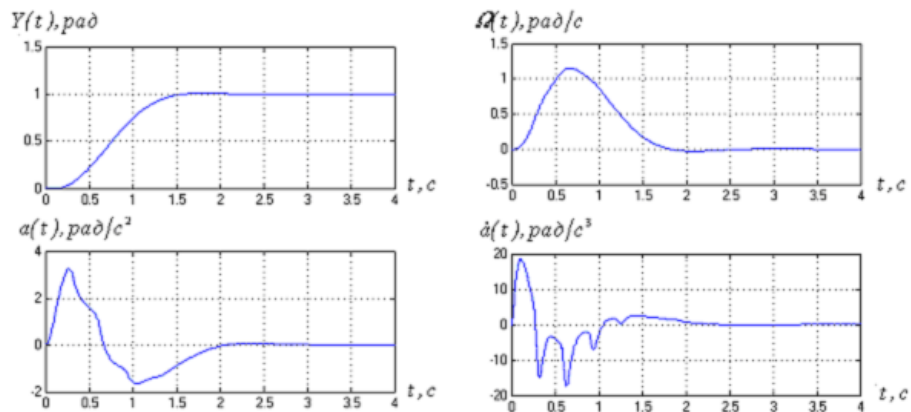


Рисунок 3.52 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,8, N = 20$

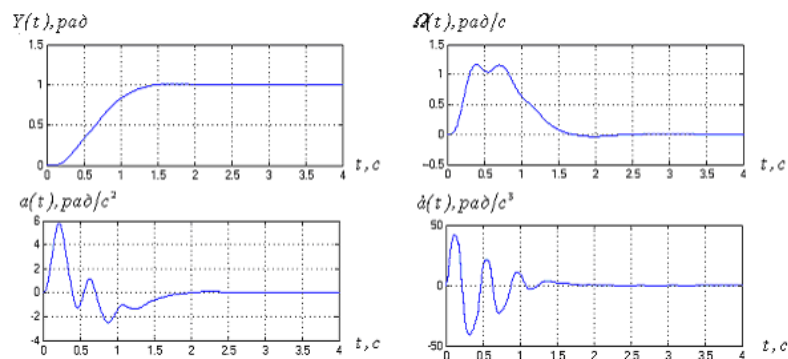


Рисунок 3.53 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,4, N = 15$

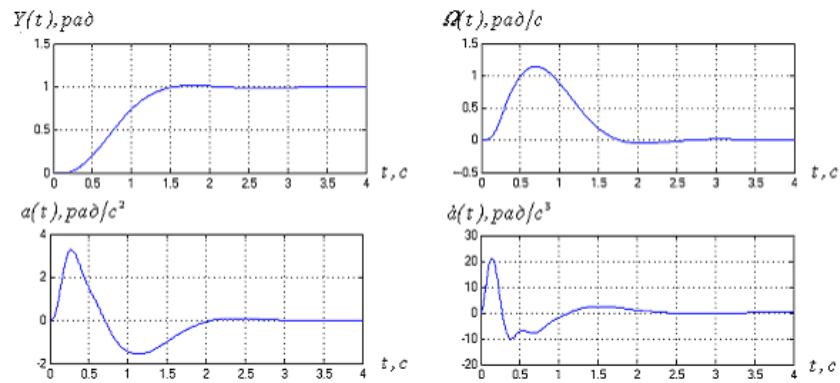


Рисунок 3.54 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 1$

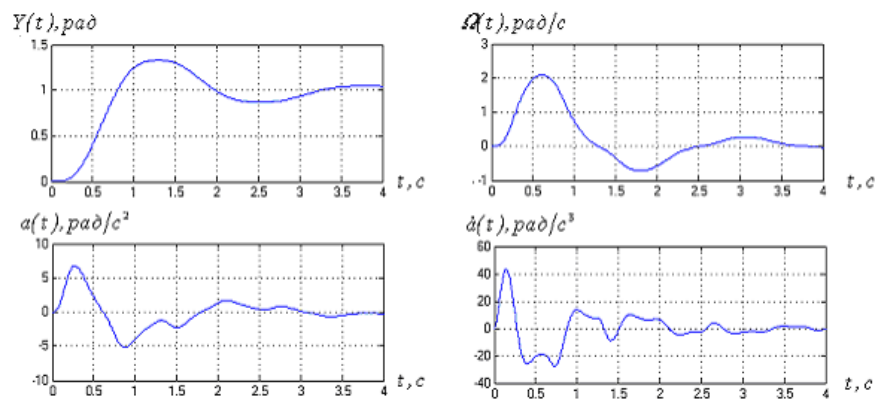


Рисунок 3.55 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 5$

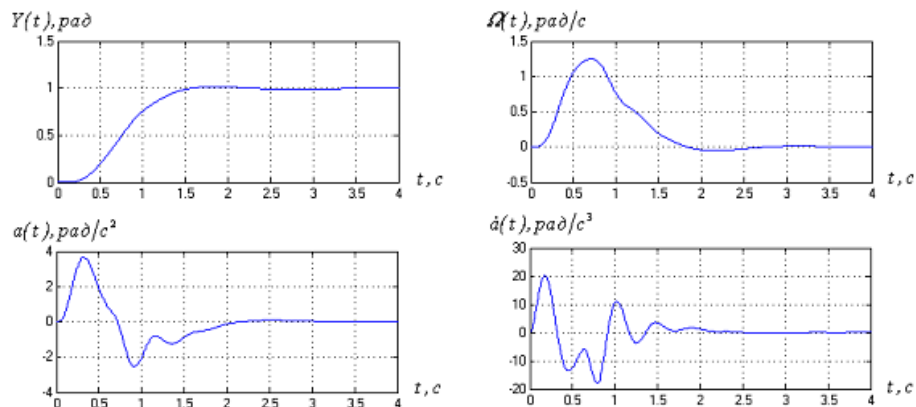


Рисунок 3.56 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,8, N = 8$

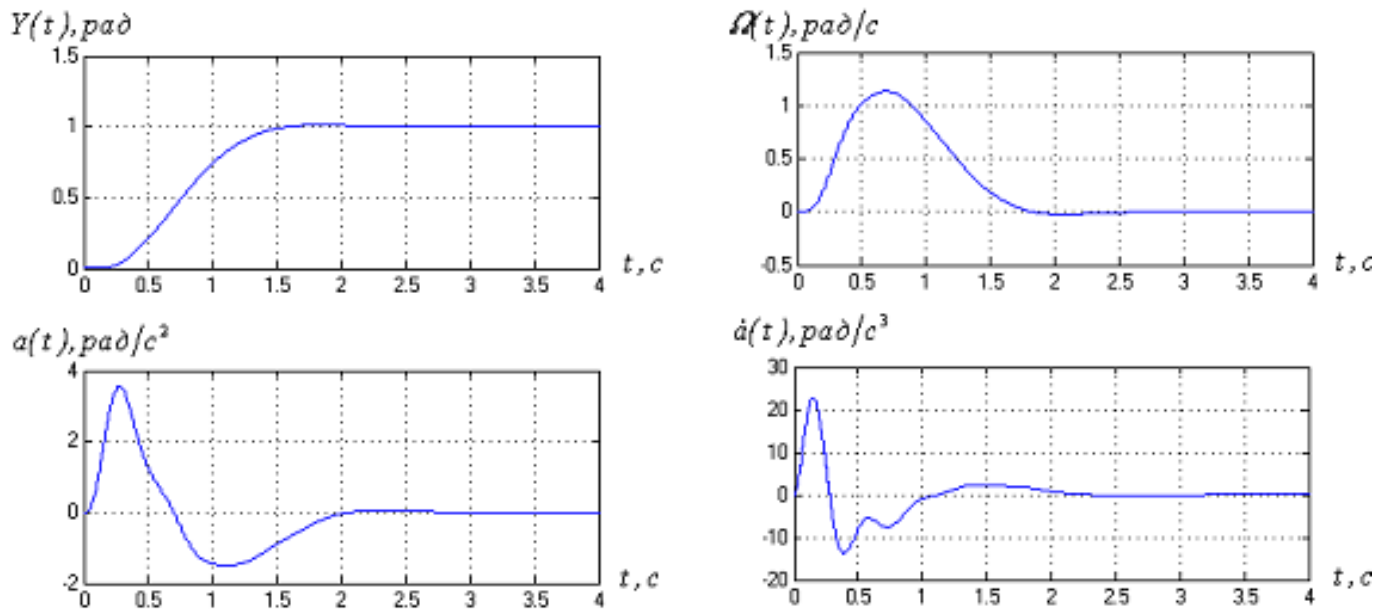


Рисунок 3.57 - Графічні залежності траєкторії, рівнів швидкості, величин прискорення та стрибка при  $\gamma = 0,5, N = 2$

З графічних залежностей та отриманих табличних даних можливо зробити наступні висновки:

- зі збільшенням шпаруватості ( $\gamma$ ) вхідного сигналу спадає загальна величина перерегулювання;
- із зростанням порядку САК графічні залежності набувають більш згладженої форми;
- при будь-якому порядку САК, коли число імпульсів є рівним п'яти, спостерігається зростання перерегулювання;
- час перехідного процесу практично не залежить від шпаруватості та загальної кількості імпульсів;
- зміна порядку САК на графічні залежності траєкторії не несе ніякого впливу.

### 3.3 Висновки до третього розділу

Виконано моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Було проведено постановку і вирішення задачі синтезу розімкнутих та замкнутих автоматичних систем керування. Отримано необхідні графічних залежності та табличні дані про перебіг процесів.

## 4 ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ МОДЕЛІ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

### 4.1 Дослідження замкнутих дискретних автоматичних систем керування

На рисунку 4.1 представлено САК з модальним регулюванням координат, для якої характерні наступні параметри [18-26, 54-58]:

$$U_{Я} = (L_{Я}p + r_{Я})I_{Я} + k_e pY(t); \quad (4.1)$$

$$I_{Я} = \frac{J}{k_M} p^2 Y(t) + \frac{M_{ном}}{k_M}; \quad (4.2)$$

$$U_{Я} = (X_3(t) - Y(t))k_{\varepsilon}k_{\Pi} - k_{\Omega}k_n pY(t) - k_i k_I I_{Я}. \quad (4.3)$$

Прирівняємо між собою рівняння для рівнів напруги  $U_{Я}$  і підставимо вираз для сил струму  $I_{Я}$  [18-26, 54-58]:

$$\begin{aligned} & k_{\varepsilon}k_{\Pi}X_3(t) - k_{\varepsilon}k_{\Pi}Y(t) - k_{\Omega}k_n pY(t) - k_i k_I \left( \frac{J}{k_M} p^2 Y(t) + \frac{M_{ном}}{k_M} \right) = \\ & = (L_{Я}p + r_{Я}) \left( \frac{J}{k_M} p^2 Y(t) + \frac{M_{ном}}{k_M} \right) + k_e pY(t); \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} & k_{\varepsilon}k_{\Pi}X_3(t) - k_{\varepsilon}k_{\Pi}Y(t) - k_{\Omega}k_n pY(t) - \frac{k_i k_I J}{k_M} p^2 Y(t) - k_i k_I \frac{M_{ном}}{k_M} = \\ & = \frac{L_{Я}J}{k_M} p^3 Y(t) + \frac{L_{Я}}{k_M} p M_{ном} + \frac{r_{Я}J}{k_M} p^2 Y(t) + \frac{r_{Я}M_{ном}}{k_M} + k_e pY(t); \end{aligned} \quad (4.4)$$

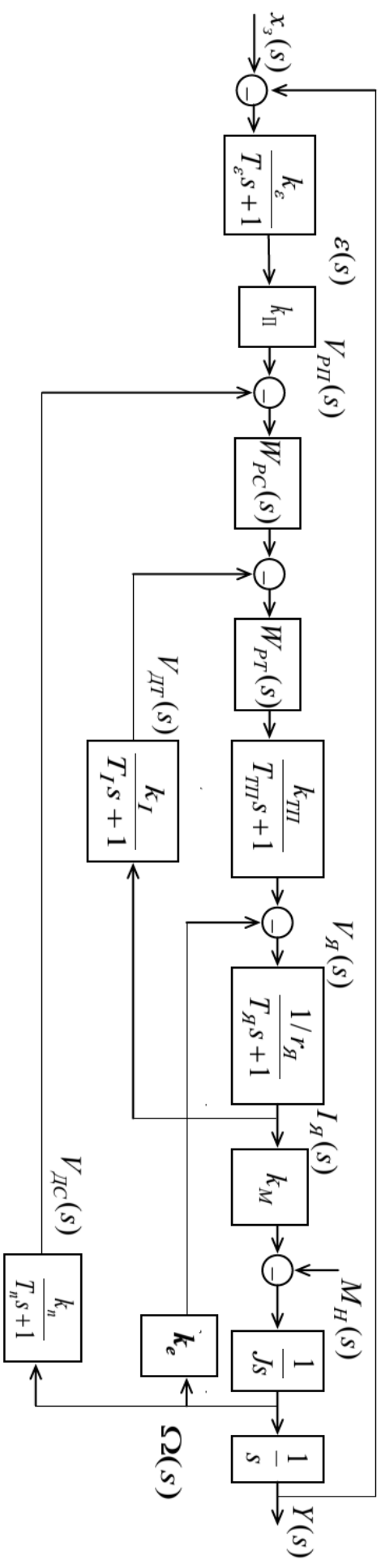


Рисунок 4.1 - Блок-схема САК стеження із підлеглим регулюванням координат

Спростивши вираз, отримаємо наступне [18-26, 54-58]:

$$\begin{aligned} \frac{L_{Я}J}{k_M} p^3 Y(t) + \left( \frac{r_{Я}J}{k_M} + \frac{k_i k_I J}{k_M} \right) p^2 Y(t) + (k_{\Omega} k_n + k_e) p Y(t) + k_{\varepsilon} k_{II} Y(t) = \\ = k_{\varepsilon} k_{II} X_3(t) - \left( \frac{L_{Я}J}{k_M} p + \frac{r_{Я}J}{k_M} + k_i k_I \right) M_{ном}; \end{aligned} \quad (4.5)$$

Отримане рівняння можна записати у операторній формі запису [18-26, 54-58]:

$$(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) Y(t) = a_3 X_3(t) - (p + a_1) \frac{M_{ном}}{J}, \quad (4.6)$$

звідки

$$a_1 = \frac{\frac{r_{Я}J}{k_M} + \frac{k_i k_I J}{k_M}}{\frac{L_{Я}J}{k_M}} = \frac{r_{Я}}{L_{Я}} + \frac{k_i k_I}{L_{Я}}; \quad (4.7)$$

$$a_2 = \frac{(k_{\Omega} k_n + k_e) k_M}{L_{Я}J}; a_3 = \frac{k_{\varepsilon} k_{II} k_M}{L_{Я}J}. \quad (4.8)$$

З отриманих виразів випливає, що, знаючи значення коефіцієнтів рівняння  $a_1, a_2, a_3$  можна визначити значення коефіцієнтів блок-схеми САК  $k_{II}, k_{\Omega}, k_i$ .

Розрахуємо коефіцієнти блок-схеми САК  $k_{II}, k_{\Omega}, k_i$  і промодельюємо роботу схеми в програмному середовищі Simulink [11-17, 35-39].

В результаті розрахунку для безперервної САК, при  $\omega = 20$  отримано наступні значення коефіцієнтів:  $k_{II} = 17,378, k_{\Omega} = 0,064, k_i = 0,02$ .

Вихідні дані для дослідження замкнених дискретних автоматичних систем

керування, наступні:

$$T_\varepsilon = T_i = T_n = 0,002c; T_{III} = 0,003c; T_\gamma = 0,00765c; J = 0,0668 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ k_n = k_l = 1; k_e = 0,75 \frac{B}{c \cdot \text{рад}}; k_M = 0,75 \frac{H \cdot \text{м}}{A}; k_{EIII} = 1; r_\gamma = 0,144 \text{ Ом}. \quad (4.9)$$

Побудуємо графічну залежність  $Y(t)$  без урахування фільтрів [18-26, 54-58].

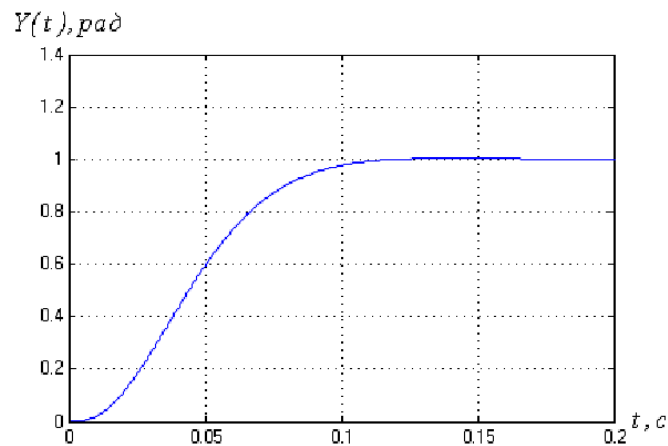


Рисунок 4.2 - Графічна залежність траєкторії без урахування фільтрів при  $\omega = 20$

Тепер промодельуємо роботу реальної САК із встановленими фільтрами.

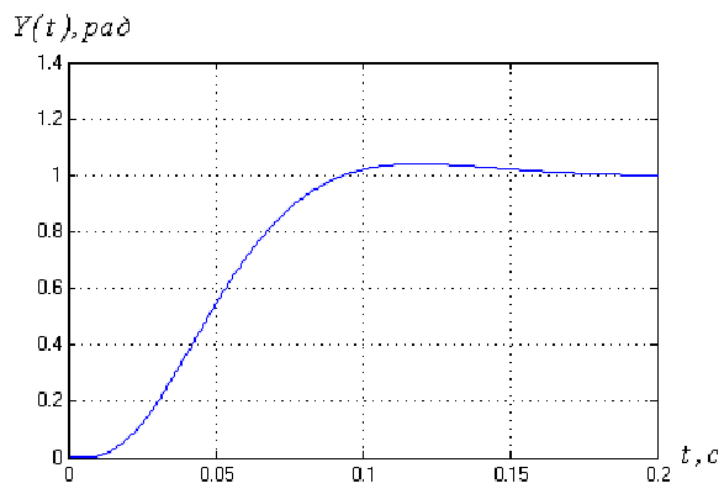


Рисунок 4.3 - Графічна залежність траєкторії при  $\omega = 20$  з фільтрами

Як видно з графічних залежностей (див. рис. 4.3) перехідний процес погіршився, отже, необхідно провести дослідження з урахуванням наявності фільтрів. Отримуємо  $k_{II} = 24,935, k_{\Omega} = 0,245, k_i = 0,00494$ .

Тепер дослідимо роботу схеми САК із перериванням [18-26, 54-58].

В результаті досліджень для варіанту  $N=8, \gamma=0,5$  з коефіцієнтами рівняння  $a_1 = 5,596; a_2 = 13,415; a_3 = 28,034$ , були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{II} = 21,07, k_{\Omega} = 0,224, k_i = 0,0208$ .

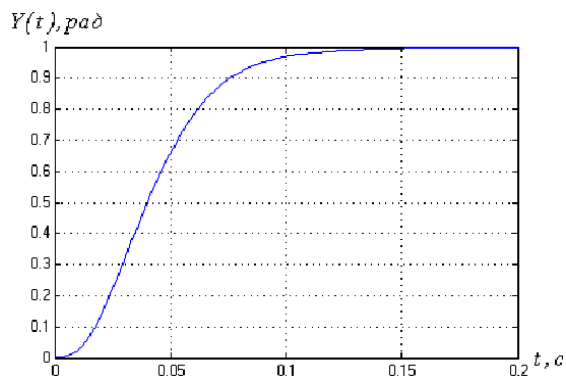


Рисунок 4.4 - Графічна залежність траєкторії 1 без урахування фільтрів

В результаті досліджень для варіанту  $N=8, \gamma=0,8$  з коефіцієнтами рівняння  $a_1 = 5,743; a_2 = 16,034; a_3 = 23,342$ , були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{II} = 18,29, k_{\Omega} = 0,121, k_i = 0,017$ .

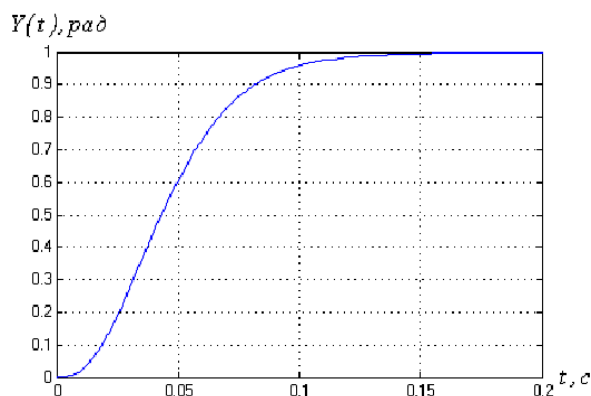


Рисунок 4.5 - Графічна залежність траєкторії 2 без урахування фільтрів

В результаті досліджень для варіанту  $N=10, \gamma=0,5$  з коефіцієнтами рівняння  $a_1 = 6,514; a_2 = 16,06; a_3 = 35,08$ , були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{II} = 27,495, k_{\Omega} = 0,12, k_i = 0,000682$ .

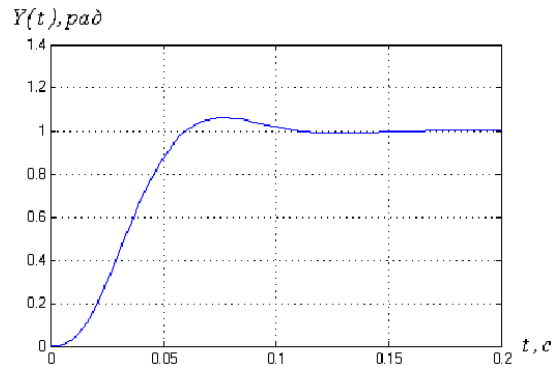


Рисунок 4.6 - Графічна залежність траєкторії 2 без урахування фільтрів

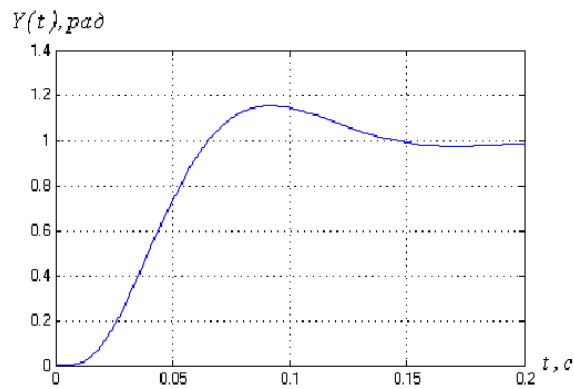


Рисунок 4.7 - Графічна залежність траєкторії 1 із урахуванням фільтрів

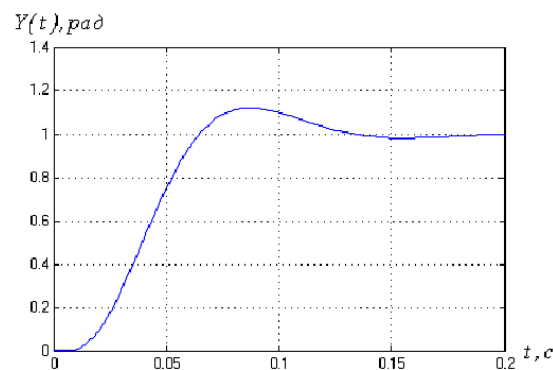


Рисунок 4.8 - Графічна залежність траєкторії із урахуванням фільтрів при

$$\omega = 20, N = 8, \gamma = 0,8$$

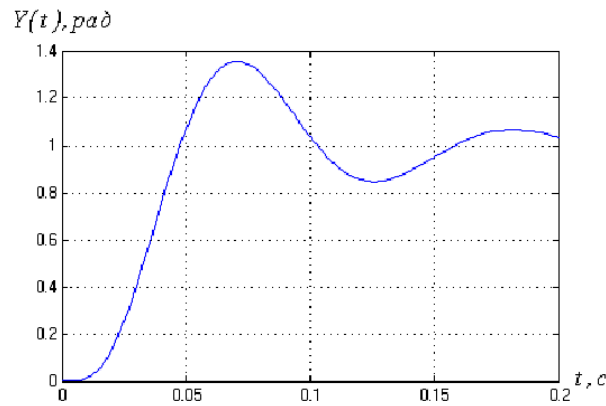


Рисунок 4.9 - Графічна залежність траєкторії із урахуванням фільтрів при  $\omega = 20, N = 10, \gamma = 0,5$

З графічних залежностей траєкторій (рис. 4.6 - 4.8) видно, що при дослідженні реальної САК із встановленими фільтрами, використовуючи коефіцієнти  $k_{\Pi}, k_{\Omega}, k_i$ , отримані без урахування фільтрів, якість перехідних процесів погіршується (зростає величина перерегулювання і час перехідного процесу). Отже, в розрахунках для реальної САК із перериванням також необхідно використовувати фільтри [18-26, 54-58].

В результаті досліджень для варіанту  $N = 8, \gamma = 0,5$  були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{\Pi} = 28,398, k_{\Omega} = 0,055, k_i = 0,024$ .

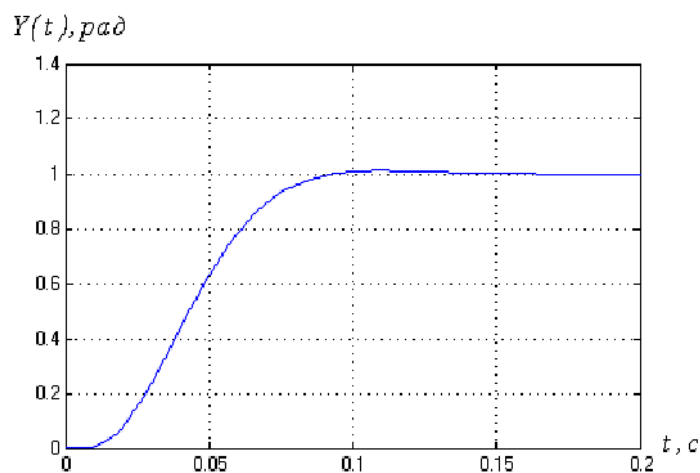


Рисунок 4.10 - Графічна залежність траєкторії із урахуванням фільтрів при  $\omega = 20, N = 8, \gamma = 0,5$

В результаті досліджень для варіанту  $N = 8, \gamma = 0,8$  були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{\Pi} = 24,773, k_{\Omega} = 0,114, k_i = 0,012$ .

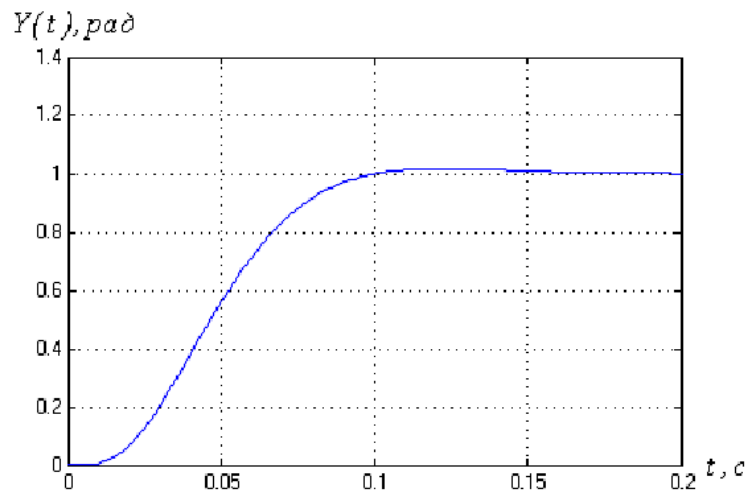


Рисунок 4.11 - Графічна залежність траєкторії із урахуванням фільтрів при  $\omega = 20, N = 8, \gamma = 0,8$

В результаті досліджень для варіанту  $N = 10, \gamma = 0,5$  були отримані наступні значення коефіцієнтів:  $k_{\Pi} = 35,181, k_{\Omega} = 0,072, k_i = 0,000202$ .

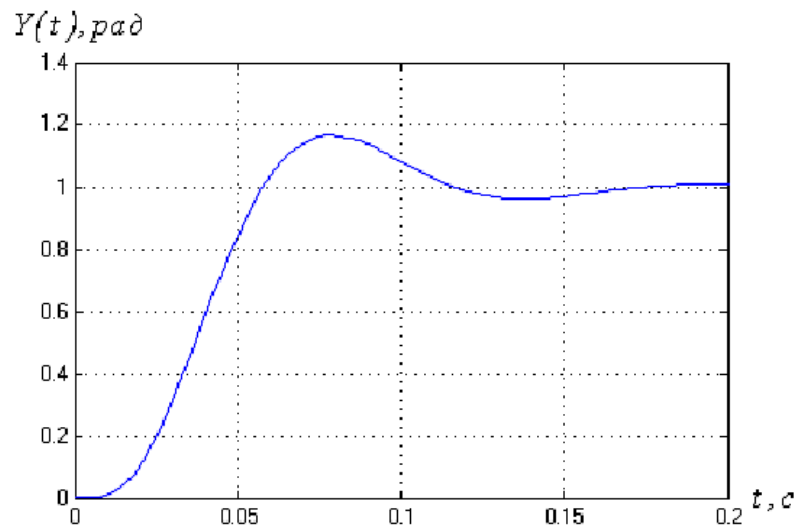


Рисунок 4.12 - Графічна залежність траєкторії із урахуванням фільтрів при  $\omega = 20, N = 10, \gamma = 0,5$

#### 4.2 Висновки до четвертого розділу

Показано вплив частоти комутації на якість перехідних процесів. Розглянуто потенційно досяжні траєкторії для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування.

Виконано перевірку графічних залежностей траєкторій шляхом побудови у програмі Mathcad (див. Додаток В).

Виконано синтез імпульсних САК із кінцевим часом зняття інформації стосовно розімкнутих і замкнутих САК та представлено результати розрахунків в табличному вигляді і графічні залежності.

## ВИСНОВКИ

Проведено огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, а саме аналіз математичних моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

За результатами якого було виконано постановку завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

Було проведено розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, визначено вплив частоти комутації на якість процесів. Виконано апроксимацію потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є, встановлено необхідні математичні залежності.

Виконано моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Було проведено постановку і вирішення задачі синтезу розімкнутих та замкнутих автоматичних систем керування. Отримано необхідні графічних залежності та табличні дані про перебіг процесів.

Показано вплив частоти комутації на якість перехідних процесів. Розглянуто потенційно досяжні траєкторії для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування.

Виконано перевірку графічних залежностей траєкторій шляхом побудови у програмі Mathcad (див. Додаток В).

Виконано синтез імпульсних САК із кінцевим часом зняття інформації стосовно розімкнутих і замкнутих САК та представлено результати розрахунків в табличному вигляді і графічні залежності.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування : Підручник. - 2-ге вид., перероб. і доп. Київ : Либідь, 2007. 656 с. ISBN 978-966-06-0447-6.
2. Штіфзон О.Й., Новіков П.В. Теорія автоматичного управління. Нелінійні та дискретні системи. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», освітньо-професійною програмою «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології кібер-енергетичних систем». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 98 с.
3. Боровська Т.М. Теорія автоматичного управління : курс лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.
4. Сільвестров А.М. Островерхов М.Я., Шефер О.В., Ладік Н.А., Зіменков Д.К. Системи автоматичного керування технологічними комплексами: навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022. 466 с.
5. Жученко О.А., Бородін В.І. Теорія автоматичного управління. Дискретні системи керування: Лабораторний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 57 с.
6. Довідник. Програмування в MathCAD / В. Г. Дзісь та ін. Вінниця : Видавничий центр ВНАУ, 2015. 187 с.
7. Бойко Т.В., Квітка О.О., Шахновський А.М. Комп'ютерна техніка та організація обчислювальних робіт: Організація розрахунків у середовищі MathCAD [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 64 с.
8. Литвин О.М., Нечуйвітер О.П., Першина Ю.І. Система комп'ютерної математики MathCAD в науково-технічних розрахунках: навч.-метод. посібник

для студентів денної та заочної форм навчання інж. та інж.-пед. спеціальностей / Українська інж.-пед. акад. Харків : [б. в.], 2017. 64 с.

9. Бородай В.А., Воскобойник В.Е. Методичні вказівки до виконання лабораторних та самостійних робіт з дисципліни “Обчислювальна техніка в розрахунках електромеханічних систем” (пакет MathCAD) для студентів напряму 0922 Електромеханіка / Упоряд. В. А. Бородай, В. Е. Воскобойник. Дніпропетровськ : Національний гірничий університет, 2003. 64 с.

10. Квітка О.О., Шахновський А.М. Комп'ютерне моделювання процесів і систем: Організація розрахунків у середовищі MathCAD [Електронний ресурс]: навчальний посібник для самостійної роботи студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Електронні текстові дані (1 файл 4,84 Мбайт). Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 89 с.

11. Гоблик Н. М., Гоблик В. В. MATLAB в інженерних розрахунках. Комп'ютерний практикум: навчальний посібник, 2-ге видання, доповнене. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. 130 с. ISBN 978-617-607-130-3

12. Гоблик Н.М., Кунинець А.В., Пелех Я.М. MATLAB в курсі вищої математики: навчальний посібник. Львів: СПОЛОМ, 2024. 243 с. ISBN 978-617-8450-26-7

13. Лазарєв Ю.Ф. Моделювання динамічних систем у MATLAB: електронний навчальний посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2011. 421 с.

14. Коржик М.В. Моделювання об'єктів та систем керування засобами MATLAB [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Київ : НТУУ «КПІ», 2016. 174 с.

15. Оптимізація технологічних процесів в середовищі MATLAB [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавр за освітньою програмою «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології» спеціальності 174 (151) «Автоматизація, комп'ютерно- інтегровані технології та робототехніка» / Жученко А.І., Ладієва Л.Р., Дубік Р.М, Тюріна Є.О. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського. 2024. 161 с.

16. Трасковецька Л., Боровик Л., Боровик О.. Програмування в середовищі MATLAB Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт: Навчально-методичний посібник. Хмельницький: Видавництво НАДПСУ, 2023. 103 с.

17. Лазарев Ю.Ф. Довідник з MATLAB: електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування. Київ : НТУУ «КПІ», 2013. 132 с.

18. Штіфзон О.Й., Новіков П.В., Бунь В.П. Теорія автоматичного управління. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», освітньо-професійна програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології кібер-енергетичних систем». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 144 с.

19. Бунь В.П., Баган Т.Г. Теорія автоматичного керування [Електронний ресурс] : підруч. для здобувачів ступеня бакалавра за спец. «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка». У 2-х ч. Ч. 1. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2025. 160 с.

20. Навчальний посібник з дисципліни "Теорія автоматичного керування" [Електронний ресурс] : електрон. вид. комбін. використання на DVD-ROM. у 2 ч. Ч. 1. / Гуров А.П., Ольшевський С.І., Черно О.О., Бугрім Л.І. Миколаїв : НУК, 2018.

21. Трипутень М.М., Воскобойник Є. К. Теорія автоматичного управління. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з дисципліни для студентів напряму підготовки 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Ч. 1. Дніпро : НТУ «ДП», 2018. 93 с.

22. Корпань Я.В. Конспект лекцій з дисципліни «Теорія автоматичного управління» для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр» зі спеціальності 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології денної форми навчання [Електронний ресурс]. Черкаси : ЧДТУ, 2019. 124 с.

23. Зайцев Г.Ф. Теорія автоматичного управління: Підручник Київ: Техніка, 2002. 668 с

24. Бахрушин В.Є., Огаренко Т.Ю. Теорія керування : навч. посіб. Запоріжжя : КПУ, 2014. 224 с.
25. Артюшин Л.М., Машков О.А., Дурняк Б.В., Сівов М.С. Теорія автоматичного керування. Львів: Видавництво УАД, 2004.
26. Репніков Н.Б. Теорія автоматичного керування: класика і сучасність: підр.. Київ : НТУУ «КПІ», 2011. 328 с
27. Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б. Ряди Фур'є. Практикум. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. 88 с.
28. Синявська О.О., Слюсарчук П.В. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для студентів спеціальностей математика, прикладна математика, статистика. Ужгород, 2015. 70 с.
29. Тацій Р., Трусеївч О. Ряди: навчальний посібник. Львів: ЛДУ БЖД, 2024. 109 с.
30. Мурашківська В.П., Руновська Л.А., Следнікова О.С. Ряди Фур'є. Методичні вказівки та завдання до самостійної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів технічних спеціальностей. Чернігів: ЧНТУ, 2019. 42с.
31. Синявська О.О., Сливка-Тилищак Г.І., Слюсарчук П.В. Ряди Фур'є: навчальний посібник для студентів математичних та технічних спеціальностей. Видання друге, виправлене і доповнене. Ужгород : ДВНЗ «УжНУ», 2024. 84 с.
32. Єрьоміна Т.О., Поварова О.А. Вища математика: Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії: Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 112 с.
33. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах: Навчальний посібник. 2+ге видання. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 594 с. ISBN 978-966-364-928-3
34. Landi, Giovanni, Zampini, Alessandro. Linear Algebra and Analytic Geometry for Physical Sciences. - Springer International Publishing. 2018. 332 p. ISBN 978-3-319-78360-4.

35. Гурко О.Г., Єрмоменко І.Ф. Аналіз та синтез систем автоматичного управління у MATLAB: Навчальний посібник. Харків, ХНАДУ, 2012. 303 с.
36. Derek Atherton. An introduction to Nonlinearity in Control Systems. Ventus Publishing, 2011, 176 p.
37. Толочко О.І. Моделювання систем автоматичного керування. Методичні вказівки до лабораторних робіт [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» з дисципліни «Моделювання систем автоматичного керування». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 250 с.
38. Tolochko O., Palis S., Burmelov O., Kaluhin D. Discrete approximation of continuous objects with MATLAB // International Journal of Science "Applied Aspects of Information Technology", Vol. 4 № 2, 2021. 178-191p.
39. Ogata K. Solving control engineering problems with MATLAB (MATLAB curriculum series). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994. 359 p.
40. Собчук В.В., Чичурін О.В., Кальчук І.В., Жигалло Т.В. Розв'язування задач аналізу та диференціальних рівнянь засобами комп'ютерної алгебри Mathematica: підручник. Київ: Міленіум, 2021. 420 с. ISBN 978-966-8063-79-8
41. Андруник В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник, Том 2. Львів: Видавництво «Новий Світ - 2000», 2020. 536 с.
42. Завгородня Н.М., Панченко С.В., Бантюков С.Є., Меркулов В.С. Математичні методи і моделі: комп'ютерне моделювання: Підручник. Харків: УкрДАЗТ, 2012. 185 с. ISBN 978-966-2033-83-0
43. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики: підручник, КНУ ім. Тараса Шевченка. Київ : ВПЦ "Київський університет", 2017. 519 с.
44. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Готинчан Т.І., Мельничук Л.М. Рівняння математичної фізики: основні методи, приклади, задачі. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2018. 212 с.

45. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики. Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2015. 358 с.
46. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики. Київ : Інрес: Воля, 2006. 332 с.
47. Блажевський С.Г., Ленюк О.М. Диференціальні рівняння та елементи математичної фізики : навчально-методичний посібник. Чернівці: Чернівецький національний ун-т ім. Юрія Федьковича, 2021. 248 с.
48. Бобик О.І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум): навч. посібник. Львів: «НовийСвіт - 2000», 2023. 252 с.
49. Корчемний М.О., Клендій П.Б., Потапенко М.В. Теоретичні основи автоматики: Навч. посібн. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2021. 304 с. ISBN 978-966-10-7530-5
50. Ковриго Ю.М., Степанець О.В., Баган Т.Г., Бунке О.С. Сучасна теорія управління. Частина 2. Прикладні аспекти сучасної теорії управління [Електронний ресурс] : підручник для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», спеціалізацій «Автоматизоване управління технологічними процесами», «Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси та виробництва». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 155 с.
51. Astrom K.I., Hagglund T. Advanced PID Control. USA, ISA (The Instrumentation Systems And Automation Society), 2006. 460p.
52. O'Dwyer A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. UK, London: Imperial College Press, 2003. 564 p.
53. Vilanova R. PID Control in the Third Millennium. UK, London:Springer, 2012. 599 p.
54. Мокін Б.І., Мокін О.Б. Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2013. 210 с.
55. Галай М.В. Теорія автоматичного керування: неперервні та дискретні системи: Навчальний посібник. Полтава: ПНТУ, 2002. 454с.

56. Приймак Б.І. Теорія автоматичного керування. Лінійні системи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 310 с.
57. Ліске О.М. Теорія автоматичного управління [Електронний ресурс] : електронний навчально-методичний комплекс. Львів : НУ "Львівська політехніка", 2021.
58. Леонтьєв П.В. Теорія автоматичного керування : навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2024. 296 с. ISBN 978-966-657-987-7.
59. Попович М.Г., Лозинський О.Ю., Мацко Б.М. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи : навч. посібник. Київ : Либідь, 2005. 680 с.
60. Копилова Л. О. Інтелектуальна автоматизована система керування електроспоживанням та електропостачанням промислового підприємства : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Національний університет харчових технологій. Київ, 2018. 23 с.
61. Кір'язов І. М. Автоматичне керування процесами перевантаження зерна на елеваторах: моделювання ПТЛ як об'єкта керування, формування керованої змінної, напівнатурне тестування САК : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Національний університет харчових технологій. Київ, 2019. 22 с.
62. Крак Ю.В., Шатирко А.В. Теорія керування для інформатиків : підручник. Київ : Київ. ун-т, 2015. 175 с.
63. Ладанюк А.П., Архангельська К.С., Власенко Л.О. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами : навч. посібник. Київ : НУХТ, 2014. 274 с.
64. Ладанюк А.П., Луцька Н.М., Кишенько В.Д. Методи сучасної теорії управління : підручник. Київ : Ліра-К, 2019. 368 с.
65. Рожков П. П. Моделі та засоби автоматичного керування плавністю ходу мобільних машин і агрегатів в агропромисловому комплексі : автореф. дис.

... канд. техн. наук : 05.13.07 / Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут". Харків, 2004. 19 с.

66. Самотокін Б.Б. Лекції з теорії автоматичного керування : навч. посібник. Житомир : ЖІТІ, 2001. 508 с.

67. Тітлова О. О. Вдосконалення систем автоматичного керування абсорбційних холодильних приладів : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Одеський національний політехнічний університет. Одеса, 2012. 20 с.

68. Чупрін А. Є. Синтез цифрових нечітких регуляторів систем автоматичного керування нестационарними об'єктами й об'єктами з чистим запізнюванням : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Науково-виробнича корпорація "Київський інститут атоматики". Київ, 2003. 23 с.

69. Шейкус А. Р. Автоматичне керування оптимальними статичними режимами процесів ректифікації з використанням рухливих керуючих впливів : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Національний технічний університет "Дніпровська політехніка". Дніпро, 2019. 20 с.

70. Мартинюк В.В., Корецька Л.О., Федула М.В., Савенко О.С. Кваліфікаційна робота : метод. рек. і настанови до виконання кваліфікаційної роботи здобувачами другого (магістерського) рівня вищої освіти за спец. 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка». Хмельницький : ХНУ, 2024. 25 с.

## ДОДАТОК А

## ТЕЗИ В ЗБІРНИКУ НАУКОВИХ ПРАЦЬ «ТЕХНІЧНА ТВОРЧІСТЬ»

УДК 681.5

Інформаційні технології проектування

ПРОБЛЕМАТИКА МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНОГО АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ  
ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Бардадимов В.В.,

Форкун Ю.В.,

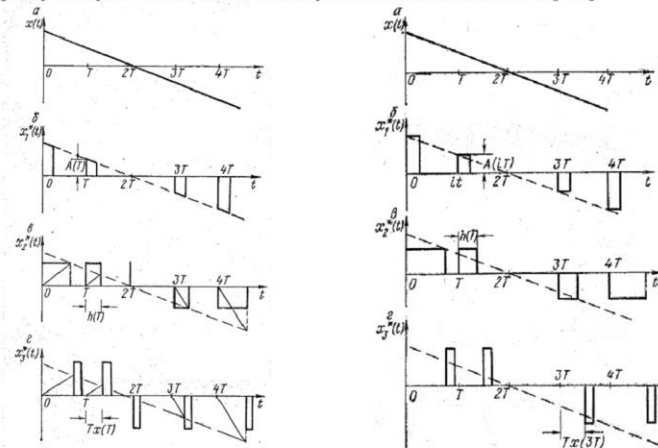
Макаришкін Д.А.

*Хмельницький національний університет*

На сучасному етапі розвитку в різних галузях техніки використовуються так звані імпульсні системи (ІС). Якість роботи ІС пов'язана із отриманням необхідних характеристик, як в перехідних, так і в ustalених режимах роботи, що вимагає розробки спеціальних спектральних методів аналізу і синтезу.

Системи автоматичного керування (САК), в яких поряд з безперервними діють імпульсно-модульовані сигнали, носять назву ІС. Імпульсно-модульовані сигнали (ІМС) представляють послідовності імпульсів, у яких один або декілька параметрів змінюються за певним часовим законом. Такими параметрами є: амплітуда імпульсів, тривалість та, звичайно, період повторення (або період комутації) [1-5].

Часовий закон, за яким змінюється той чи інший параметр імпульсної послідовності, носить назву модулюючої функції або закону модуляції. В залежності від того, який з перерахованих параметрів регулюється, розрізняють: амплітудну імпульсну модуляцію; широтно-імпульсну модуляцію (ШІМ); тимчасову імпульсну модуляцію. Крім того, класифікують також і 2 види модуляції імпульсної послідовності. Якщо параметри імпульсної послідовності змінюються відповідно до поточного значення модулюючої функції, то така модуляція носить назву імпульсної модуляції першого виду (або ІМ-1). При цьому амплітуда імпульсів змінюється протягом часу існування імпульсів, і тривалість імпульсів, їх положення на осі часу або частота визначаються значенням модулюючої функції в моменти часу, визначені через інтервали, в загальному випадку не рівні періоду слідування вихідної, немодульованої послідовності [1-5].



а – моделююча функція; б – зміна амплітуди імпульсу; в – зміна тривалості імпульсів; г – зміна періоду слідування імпульсів

Рис. 1. Загальний вигляд ІМ-1 та ІМ-2:

На відміну від ІМ-1, при імпульсній модуляції другого виду (ІМ-2) параметри вихідної послідовності змінюються в залежності від значень модулюючої функції у

фіксовані моменти часу, що відстають один від одного на стандартні інтервали, що дорівнюють періоду слідування.

Модулятори, в яких використовуються ІМ-1 або ІМ-2, носять назву імпульсних елементів (ІЕ) або інакше, ключів. В залежності від виду модуляції, ІЕ класифікують на амплітудні, широтні і тимчасові (фазові або частотні), відповідно або першого або другого рядів. Основними параметрами ІЕ є наступні: період часу повторення вихідних імпульсів, тривалість імпульсів і форма імпульсів. Як очевидно, амплітудні ІЕ володіють сталими параметрами, в той час як в широтних і тимчасових ІЕ – параметри перемінні [1-5].

У статичному режимі роботи ІЕ, як і всі інші елементи САК, характеризуються статичною характеристикою, під якою розуміють залежність модульованого параметра імпульсної послідовності від дискретних значень самої модулюючої функції. Дані характеристики можуть бути як лінійними так і нелінійними. Зокрема, статичні характеристики частотних та широтних ІЕ представляють парні функції власних аргументів, а, відповідно, фазових і амплітудних - непарні функції.

Крім ІЕ, до складу будь-якої імпульсної САК входить безперервна частина, яка багато в чому визначає динамічні властивості САК. В залежності від типу і властивостей ІЕ, а також безперервної частини ІС класифікують на наступні види [1-5]:

- лінійні імпульсні САК із сталими параметрами – тобто такі системи, в яких ІЕ і безперервна частина САК лінійні і містять лише сталі параметри;
- лінійні імпульсні САК зі перемінними параметрами, якщо ІЕ і безперервна частина лінійні, але володіють перемінними параметрами;
- нелінійні імпульсні САК, якщо хоча б одна з складових частин системи володіє нелінійною статичною характеристикою. У свою чергу нелінійні імпульсні САК класифікують на нестационарні та стаціонарні.

До лінійних імпульсних САК відносяться тільки ті САК, до складу яких входять амплітудний ІЕ і лінійна безперервна частина (ЛБЧ). Клас нелінійних імпульсних САК охоплює лише ті системи керування, до складу яких входять часові та широтні ІЕ.

Якщо в лінійній імпульсній САК із сталими параметрами діють амплітудні ІМ-1, то вона носить назву системи із кінцевим часом отримання даних, а якщо діють сигнали амплітудні ІМ-2, - то системою із миттєвим отриманням даних.

Постановка завдань для кваліфікаційної роботи магістра:

- розглянути практичне використання імпульсних систем (ІС) і обґрунтувати необхідність розробки нетрадиційних методів аналізу та синтезу таких систем;
- обґрунтувати теоретичні положення синтезу на основі частотного підходу до вирішення зворотних задач динаміки шляхом штучної періодизації задаючих і вихідних траєкторій;
- виконати спектральний аналіз потенційно досяжних вихідних траєкторій;
- розробити частотний алгоритм;
- виконати синтез ІС різного функціонального призначення;
- виконати моделювання на ЕОМ з метою перевірки адекватності припущень.

Проведено огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

За результатами якого було виконано постановку завдань для розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування.

#### Перелік посилань

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування : Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. Київ : Либідь, 2007. 656 с. ISBN 978-966-06-0447-6.
2. Штіфзон О.Й., Новіков П.В. Теорія автоматичного управління. Нелінійні та дискретні системи. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», освітньо-професійною програмою «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології кібер-енергетичних систем». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 98 с.
3. Боровська Т.М. Теорія автоматичного управління : курс лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2018. 256 с.

4. Сільвестров А.М., Островерхов М.Я., Шефер О.В., Ладік Н.А., Зіменков Д.К. Системи автоматичного керування технологічними комплексами: навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 466 с.
5. Жученко О.А., Бородин В.І. Теорія автоматичного управління. Дискретні системи керування: Лабораторний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 57 с.

## ДОДАТОК Б

## ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ САК

Таблиця Б.1 - Якісні показники замкнутої САК третього порядку при коефіцієнтах передаточної функції  $W(s)$ , розрахованих для безперервної САК

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$\dot{a}_m, c^{-3}$	$t_{m1}, c$
0,3	20	5,65	17,49	22,14	0	0,4	1,5	22	7
0,5	20				0	0,6	2,1	22	3,6
0,8	20				0	0,9	2,4	22	1,9
0,2	15				0	0,29	1,5	22	10,5
0,4	15				0	0,52	2,2	22	4,9
0,7	15				0	0,83	2,3	22	2,3
0,4	10				0	0,6	2,3	22	4,9
0,5	10				0	0,7	2,3	22	3
0,7	10				0	0,9	2,3	22	2
1	10				0,5	1,1	2,3	22	1,5
0,2	8				0	0,38	2,1	22	10,3
0,5	8				0	0,85	2,3	22	3,6
0,8	8				0	1,1	2,3	22	1,9
0,2	5				0	0,6	2,2	22	9
0,5	5				0	1,1	2,2	22	3
0,8	5				0	1,1	2,2	22	1,5
0,5	2				1	1,1	2,3	22	1,4
0,8	2				1	1,1	2,3	22	1,4

Таблиця Б.2 - Якісні показники розімкнутої САК другого порядку

$\gamma$	N	q	$a_1$	$a_2$	$\sigma, \%$	$K_{II}$
0,5	4	3	1,653	1,561	6	1,03
0,5	8	3	1,841	1,834	4	1,01
0,5	10	3	1,886	1,9	3,5	1,005
0,5	4	4	2,212	2,478	8	1,04
0,5	8	4	2,488	3,042	4	1,015
0,5	10	4	2,558	3,185	4	1,005
0,5	15	4	2,662	3,397	3	1,005
0,5	4	5	2,718	3,513	10	1,045
0,5	8	5	3,084	4,471	4	1,02
0,5	10	5	3,181	4,725	3	1,015
0,5	15	5	3,329	5,111	2,5	1,01
0,5	4	7	3,635	5,83	10	1,08
0,5	8	7	4,178	7,861	4	1,025
0,5	10	7	4,33	8,44	3,5	1,015
0,5	4	10	4,874	9,703	20	1,16
0,5	8	10	5,657	13,933	8	1,04
0,5	10	10	5,9	15,243	4	1,02
0,5	4	12	5,647	12,451	25	1,18
0,5	8	12	6,571	18,458	10	1,08
0,5	10	12	6,869	20,398	8	1,06

Таблиця Б.3 - Якісні показники розімкнутої САК третього порядку

$\gamma$	N	q	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\sigma, \%$	$K_H$
0,5	4	3	3,186	6,266	4,974	1,5	1,005
0,5	8	3	3,481	7,407	6,384	1,5	1,005
0,5	10	3	3,538	7,637	6,721	1,5	1,005
0,5	4	4	6,117	14,534	15,16	3,5	1,025
0,5	8	4	6,614	17,458	20,121	1,5	1,005
0,5	10	4	6,635	17,973	21,132	1,5	1,005
0,5	15	4	6,633	18,654	22,528	1	1,005
0,5	4	5	15,235	42,414	53,518	8	1,045
0,5	8	5	18,895	59,277	84,476	2,5	1,015
0,5	10	5	17,539	56,798	82,87	2	1,01
0,5	15	5	15,281	51,864	78,092	2	1,01
0,5	4	7	5,474	20,9	31,917	10	1,08
0,5	8	7	4,77	20,927	37,493	4	1,025
0,5	10	7	4,964	22,507	41,894	3,5	1,015
0,5	4	10	13,561	67,099	131,59	25	1,18
0,5	8	10	9,862	56,789	137,406	5,5	1,02
0,5	10	10	10,008	60,042	152,548	3,5	1,01
0,5	4	12	21,8	124,136	271,5	30	1,21
0,5	8	12	12,528	83,32	231,248	10	1,08
0,5	10	12	12,521	87,011	255,408	3,5	1,01

Таблиця Б.4 - Якісні показники розімкнутої САК четвертого порядку

$\gamma$	N	q	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$\sigma, \%$	$K_H$
0,5	4	3	6,299	21,071	39,472	31,332	1,5	1,01
0,5	8	3	7,834	28,268	58,033	50,013	1	1,005
0,5	10	3	8,432	30,834	64,698	56,671	1	1,005
0,5	4	4	9,656	41,717	99,739	100,909	1,5	1,015
0,5	8	4	10,779	52,451	138,796	156,512	1	1,01
0,5	10	4	11,515	57,498	156,036	179,931	1	1,005
0,5	15	4	13,054	67,687	190,548	226,503	0,5	1,005
0,5	4	5	14,033	74,134	212,835	256,905	4,5	1,045
0,5	8	5	13,45	80,686	259,226	356,276	1	1,01
0,5	10	5	14,182	87,802	290,328	410,127	0,5	1,01
0,5	15	5	15,951	103,658	357,67	524,645	1	1,005
0,5	4	7	38,495	283,695	1066	1648	10	1,075
0,5	8	7	19,099	154,789	661,613	1209	2	1,01
0,5	10	7	19,357	162,324	718,336	1362	1	1,005
0,5	4	10	-29,454	-342,474	-1703	-3333		
0,5	8	10	31,253	349,92	2005	4862	3,5	1,025
0,5	10	10	28,5	327,529	1955	4978	2	1,02
0,5	4	12	-11,815	-191,22	-1097	-2393		
0,5	8	12	46,318	618,86	4106	11400	10	1,075
0,5	10	12	36,924	500,89	3471	10200	4	1,035

Таблиця Б.5 - Якісні показники розімкнутої САК третього порядку

$\gamma$	N	q	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\sigma, \%$	$K_{II}$
0,5	4	3	4,116	5,279	3,835	6,5	1,01
0,5	8	3	3,452	5,941	4,604	3	1,005
0,5	10	3	3,429	6,26	4,987	2	1,005
0,5	15	3	3,458	6,845	5,701	2	1,005
0,5	4	4	-78,001	-102,9	-98,668		
0,5	8	4	10,494	20,538	20,937	3	1,01
0,5	10	4	8,925	18,939	19,918	2,5	1,005
0,5	15	4	7,639	18,14	20,09	2	1,005
0,5	4	5	-2,393	-2,724	-3,767		
0,5	8	5	-7,299	-15,197	-19,56		
0,5	4	7	1,054	2,989	2,227	20	1,025
0,5	8	7	1,842	6,143	7,437	20	1,025
0,5	10	7	2,186	7,67	10,342	20	1,025
0,5	15	7	2,845	11,128	17,463	20	1,025
0,5	4	10	2,576	6,721	7,086	10	1,015
0,5	8	10	4,168	15,304	24,691	10	1,01
0,5	10	10	4,789	19,385	34,79	10	1,01
0,5	4	12	3,146	8,487	9,712	15	1,02
0,5	8	12	5,048	19,997	35,598	10	1,015
0,5	10	12	5,789	25,57	51,042	10	1,01

Таблиця Б.6 - Якісні показники розімкнутої САК четвертого порядку

$\gamma$	N	q	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$\sigma, \%$	$K_{II}$
0,5	4	3	2,032	9,365	10,729	7,795	5,6	1,02
0,5	8	3	3,803	14,128	22,592	17,509	1,5	1,005
0,5	10	3	4,43	16,192	27,734	22,095	1	1,005
0,5	15	3	5,657	20,561	38,723	32,253	0,5	1,005
0,5	4	4	2,855	12,32	17,933	14,319	3,5	1,015
0,5	8	4	4,89	20,83	41,81	39,565	1,5	1,01
0,5	10	4	5,647	24,623	53,127	52,719	1	1,005
0,5	15	4	7,186	32,98	78,94	84,11	1	1,005
0,5	4	5	3,428	14,889	25,044	21,863	3,6	1,015
0,5	8	5	5,686	26,888	63,131	69,372	1,5	1,01
0,5	4	7	4,264	19,345	38,889	38,769	4,5	1,015
0,5	8	7	6,906	37,928	110,016	149,102	3	1,01
0,5	10	7	7,922	46,67	148,42	217,851	2,5	1,01
0,5	15	7	10,043	66,966	244,867	404,916	1,5	1,005
0,5	4	10	5,148	24,9	58,22	65,738	5,5	1,02
0,5	8	10	8,277	52,71	185,725	306,313	2	1,01
0,5	10	10	9,491	66,226	259,889	437,838	1,5	1,01
0,5	4	12	5,601	28,055	70,003	83,534	4	1,02
0,5	8	12	9,016	61,653	237,286	427,741	5	1,02
0,5	10	12	10,347	78,264	338,293	681,265	4	1,015

Таблиця Б.7 - Якісні показники замкнутої САК другого порядку

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$t_{im}, c$
0,3	20	2,46	10,02	2	1,1	10	1,5
0,5	20	2,58	6,45	3	1	6	1,4
0,8	20	2,78	4,54	2	0,9	4,5	1,4
0,2	15	2,64	16,829	3	1,25	17	1,4
0,4	15	2,825	9,312	3	1,2	9	1,4
0,7	15	2,829	5,344	2	1	5	1,5
0,4	10	2,216	6,297	4	1,1	6	1,6
0,5	10	2,312	5,386	5	1,1	5	1,6
0,7	10	2,536	4,449	3	1	4,5	1,6
1	10	2,915	3,915	2	0,9	3,9	1,6
0,2	8	1,903	10,02	4	1,3	10	1,6
0,5	8	2,218	5,01	3	1,2	5	1,6
0,8	8	2,618	4,065	2	0,9	4	1,6
0,2	5	2,216	12,59	18	2,1	13	1,9
0,5	5	2,915	7,831	14	1,5	8	1,8
0,8	5	2,693	4,32	3	1	4	1,4
0,5	2	2,931	3,947	2	0,9	4	1,6
0,8	2	2,931	3,947	2	0,9	4	1,6

Таблиця Б.8 - Якісні показники замкнутої САК третього порядку

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$\dot{a}_m, c^{-3}$	$t_{im}, c$
0,3	20	6.806	17.761	68.186	2	0,95	4,6	68	1,6
0,5	20	6.616	18.073	42.672	1,5	1	4	42	1,6
0,8	20	6.512	19.122	29.562	1,5	1,05	3	30	1,5
0,2	15	6.673	18.642	112.306	1,5	1,1	6,3	112	1,4
0,4	15	6.533	19.509	61.018	1	1,1	5,6	63	1,4
0,7	15	6.59	19.648	35.225	1	1,05	3,6	36	1,4
0,4	10	6.736	15.93	42.417	1,5	1,05	4,3	43	1,5
0,5	10	6.514	16.06	35.08	1,5	1,05	3,6	36	1,5
0,7	10	6.287	16.946	27.97	1,5	1,1	3	28	1,5
1	10	6.544	20.108	25.662	1	1,05	2,5	26	1,5
0,2	8	7.44	15.15	74.553	3	1,15	6,3	75	1,5
0,5	8	5.596	13.415	28.034	1,5	1,3	3,2	29	1,5
0,8	8	5.743	16.034	23.342	1	1,2	2,6	24	1,5
0,2	5	6.73	15.93	84.83	28	2	7,5	84	1,9
0,5	5	6.554	20.108	51.323	25	1,9	4,9	52	1,9
0,8	5	6.467	18.417	27.94	4	1,3	2,9	28	1,3
0,5	2	6.549	20.194	25.847	1	1,1	2,5	26	1,5
0,8	2	6.547	20.19	25.842	1	1,1	2,5	26	1,5

Таблиця Б.9 - Якісні показники замкнутої САК четвертого порядку

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$\dot{a}_m, c^{-3}$	$t_{III}, c$
0,3	20	9,85	47,64	124,72	467,3	1	1,2	2,8	26	1,4
0,5	20	11,811	5,289	162,24	375,97	1	1,2	3	20	1,4
0,8	20	16,784	90,76	266,57	407,47	1	1,2	3,1	17	1,4
0,2	15	12,558	64,785	181,179	1073	1	1,2	4,5	51	1,4
0,4	15	17,791	97,922	291,558	902,49	1	1,2	5,1	35	1,4
0,7	15	17,449	96,24	286,88	508,96	1	1,2	4	20	1,4
0,4	10	8,36	37,1	88,34	227,33	1	1,2	3,9	16	1,4
0,5	10	9,565	43,759	108,427	230,3	1	1,2	3,7	15	1,4
0,7	10	13,172	64,954	175,377	284,539	1	1,3	3,5	15	1,4
1	10	21,859	124,59	382,2	483,94	1	1,2	2,8	16	1,4
0,2	8	5,916	22,69	47,186	217,391	1	1,3	3,3	20	1,4
0,5	8	10,393	42,369	102,17	207,24	1	1,3	2,8	14	1,4
0,8	8	20,161	99,55	278,16	400,58	1	1,3	2,9	14	1,4
0,2	5	8,359	37,1	88,34	454,65	41	2,2	7,1	36	4,1
0,5	5	21,859	124,597	382,21	967,88	34	2,1	5,5	31	2,9
0,8	5	14,774	77,145	219,837	328,96	10	1,3	3,1	14	1,8
0,5	2	22,908	131,369	405,012	514,57	1	1,2	2,9	16	1,4
0,8	2	22,94	131,543	405,57	515,283	1	1,2	2,9	16	1,4

Таблиця Б.10 - Якісні показники замкнутої САК четвертого порядку (ПІ-регулятор)

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$\dot{a}_m, c^{-3}$	$t_{III}, c$
0,3	20	3,864	12,912	47,081	3,397	4	1,1	3,7	47	1,4
0,5	20	4,209	13,95	31,68	1,758	4	1,1	3,5	31	1,4
0,8	20	4,83	16,03	24,23	0,818	3	1,1	3	24	1,4
0,2	15	4,39	14,62	85,14	4,23	3	1,2	6	85	1,3
0,4	15	4,964	16,529	50,641	1,563	2	1,2	5,1	49	1,3
0,7	15	4,965	16,585	29,117	0,913	1,5	1,15	3,5	29	1,3
0,4	10	3,3	10,88	26,87	2,737	4,5	1,1	4,1	27	1,3
0,5	10	3,58	11,61	23,87	1,98	4	1,2	3,5	23	1,3
0,7	10	4,207	13,515	21,518	1,104	3	1,15	3	21	1,3
1	10	5,261	17,601	22,116	0,521	1	1,1	2,5	22	1,3
0,2	8	2,263	8,436	35,599	6,79	15	1,3	4,6	36	7,9
0,5	8	3,176	10,104	19,774	1,742	5	1,3	3,3	20	1,3
0,8	8	4,467	13,93	19,83	0,64	2	1,15	2,5	20	1,3
0,2	5	3,304	10,88	53,734	5,474	50	2,1	7	54	9,5
0,5	5	5,261	17,601	44,232	1,042	35	2	5,1	43	2,4
0,8	5	4,573	15,05	22,205	0,909	10	1,3	2,3	22	1,8
0,5	2	5,315	17,79	22,441	0,499	3	1,15	2,5	22	1,3
0,8	2	5,315	17,79	22,44	0,498	3	1,15	2,5	22	1,3

Таблиця Б.11 - Якісні показники замкнутої САК п'ятого порядку

$\gamma$	N	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$\sigma, \%$	$\Omega_m, c^{-1}$	$a_m, c^{-2}$	$\dot{a}_m, c^{-3}$	$t_{im}, c$
0,3	20	-22,33	-210,015	-1064	-2776	-10430					
0,5	20	-32,19	-370,18	-1908	-5213	-12100					
0,8	20	81,5	1378	7398	21740	33220	1	1,2	3,3	18	1,3
0,2	15	-49,324	-609,413	-3195	-8927	-52950					
0,4	15	41,68	751,66	4082	12160	37620	1	1,2	5,9	40	1,3
0,7	15	44,55	787,3	4287	12790	22670	1	1,2	4,1	23	1,3
0,4	10	-10,8	-80,5	-401,7	-947,4	-2461					
0,5	10	-12,56	-110,19	-549,87	-1353	-2897					
0,7	10	-30,58	-392,8	-1986	-5355	-8702					
1	10	16,402	386,53	2044	6278	7938	1	1,2	3,3	22	1,3
0,2	8	-9,9	-48,592	-224,74	-458,33	-2153					
0,5	8	-29,4	-295,6	-1246	-2995	-6094					
0,8	8	11,47	241,3	1142	3200	4596	1	1,3	3,8	21	1,3
0,2	5	-10,8	-80,5	-401,65	-947,4	-4922					
0,5	5	16,4	368,5	2044	6278	15880	30	2,2	7	44	2,9
0,8	5	-53,4	-779,28	-4121	-11740	-17570					
0,5	2	14,25	336,38	1872	5780	7331	1	1,2	3,5	23	1,3
0,8	2	14,27	337,42	1878	5798	7355	1	1,2	3,5	23	1,3

## ДОДАТОК В

## РОЗРАХУНКИ В ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ МАТНСАД

$$T := 6.28$$

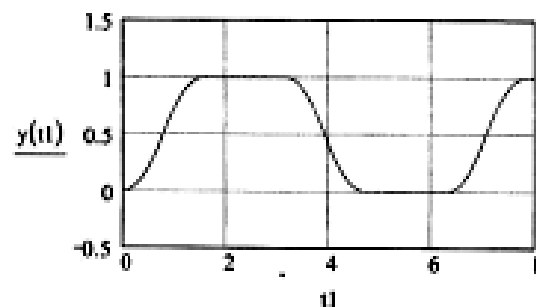
$$q := 4 \quad w := 1 \quad S := 1 \quad t1 := 0, 0.01..8$$

$$k1 := 1, 3..300$$

$$A_{k1} := \frac{2 \cdot q^2 \cdot S}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad d_{k1} := \frac{2}{\pi \cdot k1}$$

$$B_{k1} := \frac{2 \cdot q^2 \cdot S}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -1 + 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad A_0 := 0.5$$

$$y(t1) := A_0 + \sum_{i=1}^{30} A_i \cdot \cos[(i) \cdot w \cdot t1] + \sum_{i=1}^{30} B_i \cdot \sin[(i) \cdot w \cdot t1]$$



$$N := 8 \quad c := 1$$

$$k := 1..400$$

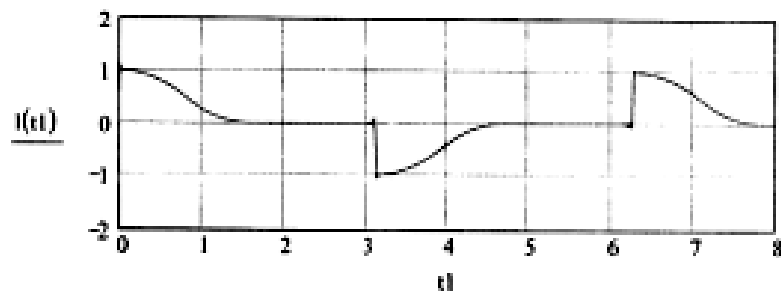
$$D := 1$$

$$a_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D) \cdot c}{2 \cdot N} \quad a_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$b_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$S(t1) := a_0 + \sum_{k=1}^{300} a_k \cdot \cos(k \cdot w \cdot t1) + \sum_{k=1}^{300} b_k \cdot \sin(k \cdot w \cdot t1)$$

$$l(t1) := S(t1) - y(t1)$$



$$N := 2 \quad c := 0.249 \quad k := 1..500$$

$$t := 0, 0.01..8$$

$$P_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{2 \cdot c}{N \cdot 2} \quad P_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin \left[ \frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N} \right] - \sin \left( \frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N} \right) \right]$$

$$T_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos \left[ \frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N} \right] + \cos \left( \frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N} \right) \right]$$

$$S(t) := P_0 + \sum_{k=1}^{500} P_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{500} T_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$

$$sl(t) := 1 - S(t)$$

$$ll(t) := l(t) \cdot sl(t)$$

$$k := 1..400$$

$$E := 0.5 \quad t := 0, 0.01..8$$

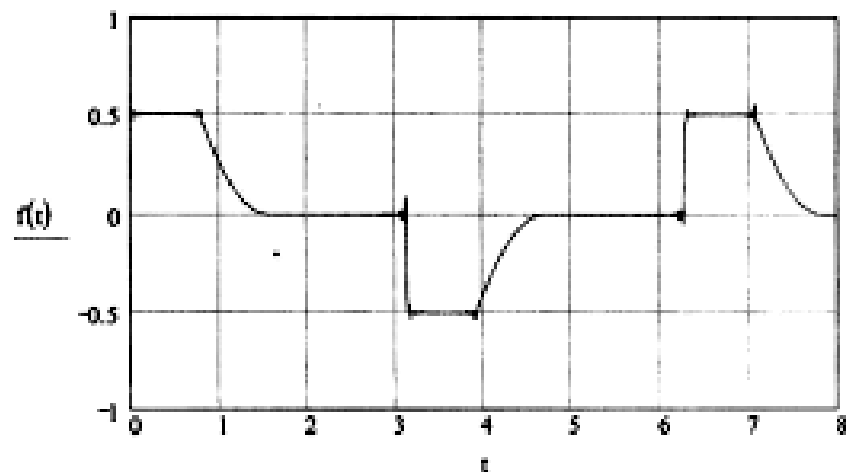
$$c := 0.12462$$

$$P_k := \frac{E}{\pi \cdot k} \cdot \left[ \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot c) - \sin[2 \cdot \pi \cdot k \cdot (0.5 + c)] + \sin(k \cdot \pi) \right]$$

$$T_k := \frac{E}{\pi \cdot k} \cdot \left[ -\cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot c) + 1 + \cos[2 \cdot \pi \cdot k \cdot (0.5 + c)] - \cos(k \cdot \pi) \right]$$

$$s(t) := \sum_k P_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_k (T_k) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$

$$r(t) := ll(t) + s(t)$$



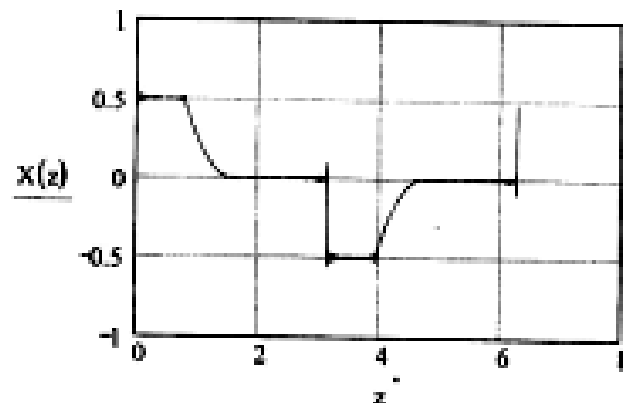
$$h := 0..628$$

$$n := 314 \quad P := \frac{2}{w} \cdot \pi$$

$$z_h := \frac{h \cdot P}{2 \cdot n} \quad u_h := f(z_h) \quad r := 1, 3..314$$

$$q_0 := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \quad q_r := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \cdot \cos\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right) := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \cdot \sin\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right)$$

$$X(z) := \frac{q_0}{2} + \sum_{h=1}^{300} q_h \cdot \cos\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot z}{P}\right) + \sum_{h=1}^{300} q_h \cdot \sin\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot z}{P}\right)$$



$$mA1 := \begin{pmatrix} w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w \cdot A_1 & -g_1 \end{pmatrix} \quad mB1 := \begin{pmatrix} w^2 \cdot A_1 \\ w^2 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$X1 := mA1^{-1} \cdot mB1$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 3.936 \\ 7.754 \end{pmatrix}$$

$$mA3 := \begin{pmatrix} -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -g_1 \\ -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \end{pmatrix} \quad mB3 := \begin{pmatrix} w^3 \cdot B_1 \\ -w^3 \cdot A_1 \\ 27 \cdot w^3 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X3 := mA3^{-1} \cdot mB3$$

$$X3 = \begin{pmatrix} 7.956 \\ 32.315 \\ 61.687 \end{pmatrix}$$

$$mAS := \begin{pmatrix} -w^3 \cdot B_1 & -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ w^3 \cdot A_1 & -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -g_1 \\ -27 \cdot w^3 \cdot B_3 & -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \\ 27 \cdot w \cdot A_3 & -9 \cdot w^2 \cdot B_3 & -3 \cdot w \cdot A_3 & -g_3 \end{pmatrix} \quad mBS := \begin{pmatrix} -w^4 \cdot A_1 \\ -w^4 \cdot B_1 \\ -81 \cdot w^4 \cdot A_3 \\ -81 \cdot w^4 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$XS := mAS^{-1} \cdot mBS$$

$$XS = \begin{pmatrix} 17.6 \\ 117.153 \\ 474.784 \\ 900.602 \end{pmatrix}$$

$$q := 4$$

$$N := 4$$

$$P := 2 \cdot \frac{\pi}{w}$$

$$ty := \frac{P}{q}$$

$$ty = 1.571$$

$$T1 := \frac{ty}{N}$$

$$T1 = 0.393$$

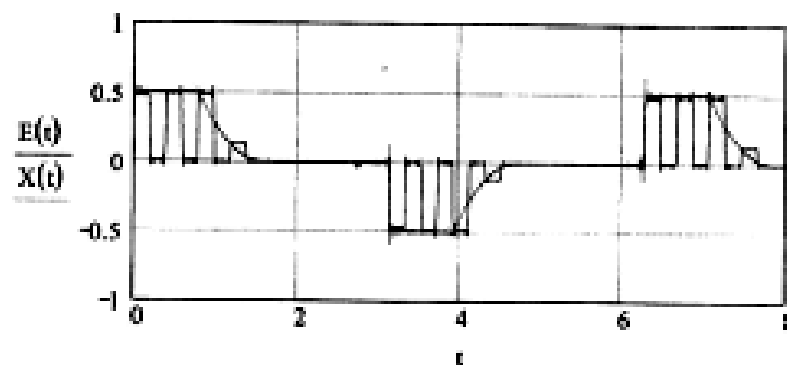
$$k := 1, 3 \dots 300$$

$$y := 0.5$$

$$a_k := \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2 \cdot X(i \cdot T1)}{\pi \cdot k} \cdot \left[ \sin \left[ \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot (i + \gamma)}{q \cdot N} \right] - \sin \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot i}{q \cdot N} \right) \right]$$

$$b_k := \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2 \cdot X(i \cdot T1)}{\pi \cdot k} \cdot \left[ -\cos \left[ \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot (i + \gamma)}{q \cdot N} \right] + \cos \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot i}{q \cdot N} \right) \right]$$

$$E(t) := \sum_{k=1}^{290} (a)_k \cdot \cos(k \cdot w \cdot t) + \sum_{k=1}^{290} (b)_k \cdot \sin(k \cdot w \cdot t)$$



$$a =$$

	a
0	0.2
1	0.166
2	0
3	-2.271 · 10 <sup>-3</sup>
4	0
5	2.726 · 10 <sup>-3</sup>
6	0
7	0.020
8	0
9	0.010
10	0
11	8.138 · 10 <sup>-3</sup>
12	0
13	0.874
14	0
15	0.888

$$b =$$

	b
0	0
1	0.098
2	0
3	0.097
4	0
5	9.804 · 10 <sup>-3</sup>
6	0
7	0.02
8	0
9	0.03
10	0
11	2.278 · 10 <sup>-3</sup>
12	0
13	-2.28 · 10 <sup>-3</sup>
14	0
15	0.187

$$mA1 := \begin{pmatrix} w \cdot B_1 & -a_1 \\ -w \cdot A_1 & -b_1 \end{pmatrix} \quad mB1 := \begin{pmatrix} w^2 \cdot A_1 \\ w^2 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$X1 := mA1^{-1} \cdot mB1 \quad X1 = \begin{pmatrix} 4.248 \\ 14.228 \end{pmatrix}$$

$$mA3 := \begin{pmatrix} -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -a_1 \\ -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -b_1 \\ -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -a_3 \end{pmatrix} \quad mB3 := \begin{pmatrix} w^3 \cdot B_1 \\ -w^3 \cdot A_1 \\ 27 \cdot w^3 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X3 := mA3^{-1} \cdot mB3 \quad X3 = \begin{pmatrix} 7.303 \\ 32.023 \\ 103.901 \end{pmatrix}$$

$$mA5 := \begin{pmatrix} -w^3 \cdot B_1 & -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -a_1 \\ w^3 \cdot A_1 & -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -b_1 \\ -27 \cdot w^3 \cdot B_3 & -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -a_3 \\ 27 \cdot w^3 \cdot A_3 & -9 \cdot w^2 \cdot B_3 & -3 \cdot w \cdot A_3 & -b_3 \end{pmatrix} \quad mB5 := \begin{pmatrix} -w^4 \cdot A_1 \\ -w^4 \cdot B_1 \\ -81 \cdot w^4 \cdot A_3 \\ -81 \cdot w^4 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X5 := mA5^{-1} \cdot mB5 \quad X5 = \begin{pmatrix} 8.545 \\ 41.491 \\ 180.559 \\ 576.108 \end{pmatrix}$$

T := 6.28

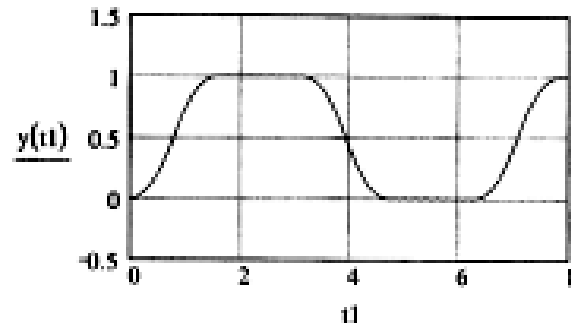
q := 4 w := 1 S := 1 t1 := 0,0.01..8

k1 := 1,3..300

$$A_{k1} := \frac{2 \cdot q^2 \cdot S}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad d_{k1} := \frac{2}{\pi \cdot k1}$$

$$B_{k1} := \frac{2 \cdot q^2 \cdot S}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -1 + 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad A_0 := 0.5$$

$$y(t1) := A_0 + \sum_{i=1}^{30} A_i \cdot \cos[(i) \cdot w \cdot t1] + \sum_{i=1}^{30} B_i \cdot \sin[(i) \cdot w \cdot t1]$$



N := 8 c := 1

k := 1..400

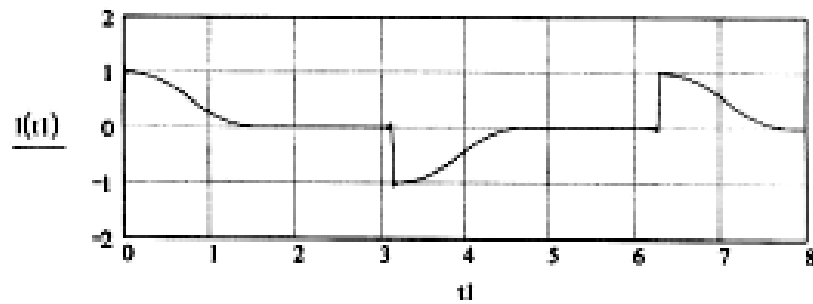
D := 1

$$a_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D) \cdot c}{2 \cdot N} \quad a_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$b_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(D)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$S(t1) := a_0 + \sum_{k=1}^{300} a_k \cdot \cos(k \cdot w \cdot t1) + \sum_{k=1}^{300} b_k \cdot \sin(k \cdot w \cdot t1)$$

$$l(t1) := S(t1) - y(t1)$$



$$N := 2 \quad c := 0.249 \quad k := 1..500$$

$$t := 0, 0.01..8$$

$$P_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{2 \cdot c}{N \cdot 2} \quad P_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{l(n)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N}\right) \right]$$

$$T_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{l(n)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N}\right) \right]$$

$$S(t) := P_0 + \sum_{k=1}^{400} P_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{400} T_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$

$$s1(t) := 1 - S(t)$$

$$l1(t) := l(t) \cdot s1(t)$$

$$k := 1..300$$

$$E := 0.5 \quad t := 0, 0.01..8$$

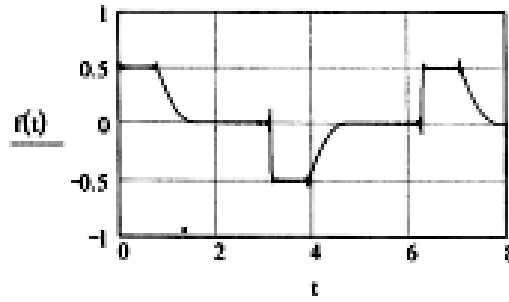
$$c := 0.12462$$

$$P_k := \frac{E}{\pi \cdot k} \cdot \left[ \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot c) - \sin[2 \cdot \pi \cdot k \cdot (0.5 + c)] + \sin(k \cdot \pi) \right]$$

$$T_k := \frac{E}{\pi \cdot k} \cdot \left[ -\cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot c) + 1 + \cos[2 \cdot \pi \cdot k \cdot (0.5 + c)] - \cos(k \cdot \pi) \right]$$

$$s(t) := \sum_k P_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_k (T_k) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$

$$f(t) := l1(t) + s(t)$$



$q := 1 \quad h := 4$

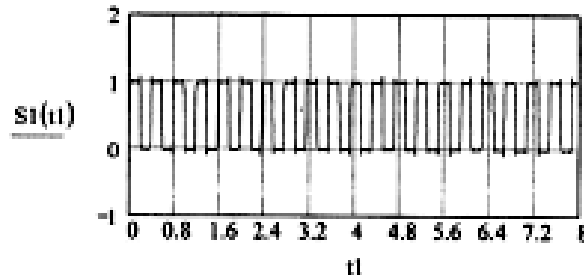
$N := h \cdot 4 \quad c := 0.5 \quad k := 1..500$

$$a_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f(n) \cdot c}{N \cdot q}$$

$$a_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f(n)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N \cdot q}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N \cdot q}\right) \right]$$

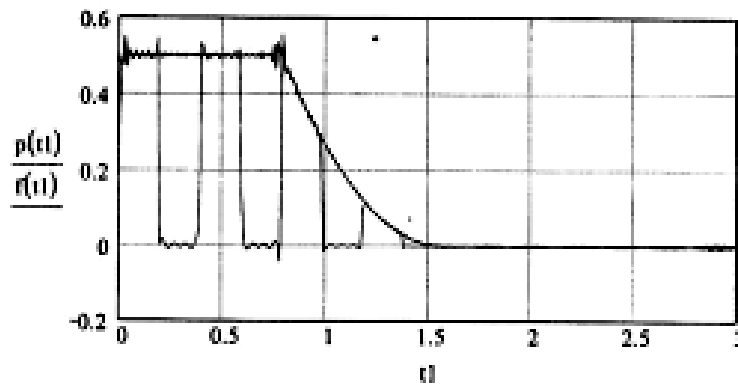
$$b_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f(n)}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N \cdot q}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N \cdot q}\right) \right]$$

$$S1(t1) := a_0 + \sum_{k=1}^{500} a_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t1) + \sum_{k=1}^{500} b_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t1)$$



$t1 := 0, 0.01..3$

$p(t1) := S1(t1) \cdot f(t1)$

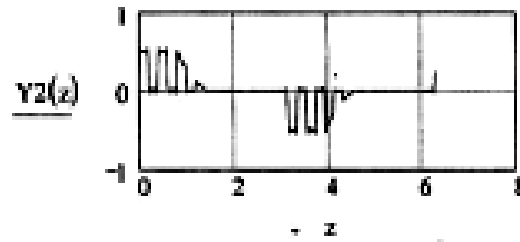


$$h := 0..628 \quad n := 314 \quad P := 2 \cdot \frac{\pi}{w}$$

$$z_h := \frac{h \cdot P}{2 \cdot n} \quad u_h := p(z_h) \quad r := 1, 3..314$$

$$q_0 := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \quad q_r := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \cdot \cos\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right) \quad g_r := \sum_{h=0}^{2n-1} \frac{u_h}{n} \cdot \sin\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right)$$

$$Y2(z) := \frac{q_0}{2} + \sum_{h=1}^{150} q_h \cdot \cos\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot z}{P}\right) + \sum_{h=1}^{150} g_h \cdot \sin\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot z}{P}\right)$$



$$q =$$

	0
0	0
1	0.787
2	0
3	0.878
4	0
5	-4.822 10 <sup>-4</sup>
6	0
7	0.828
8	0
9	0.827
10	0
11	0.82
12	0
13	0.887
14	0
15	0.888

$$g =$$

	0
0	0
1	0.087
2	0
3	0.088
4	0
5	0.022
6	0
7	0.018
8	0
9	0.025
10	0
11	3.808 10 <sup>-3</sup>
12	0
13	0.071
14	0
15	0.095

$$mA1 := \begin{pmatrix} w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w \cdot A_1 & -g_1 \end{pmatrix} \quad mB1 := \begin{pmatrix} w^2 \cdot A_1 \\ w^2 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$X1 := mA1^{-1} \cdot mB1$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 3.334 \\ 12.291 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mA3} &:= \begin{pmatrix} -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -g_1 \\ -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \end{pmatrix} & \text{mB3} &:= \begin{pmatrix} w^3 \cdot B_1 \\ -w^3 \cdot A_1 \\ 27 \cdot w^3 \cdot B_3 \end{pmatrix} \\
 X3 &:= \text{mA3}^{-1} \cdot \text{mB3} \\
 X3 &= \begin{pmatrix} 7.608 \\ 26.364 \\ 93.507 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mA5} &:= \begin{pmatrix} -w^3 \cdot B_1 & -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ w^3 \cdot A_1 & -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -g_1 \\ -27 \cdot w^3 \cdot B_3 & -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \\ 27 \cdot w^3 \cdot A_3 & -9 \cdot w^2 \cdot B_3 & -3 \cdot w \cdot A_3 & -g_3 \end{pmatrix} & \text{mB5} &:= \begin{pmatrix} -w^4 \cdot A_1 \\ -w^4 \cdot B_1 \\ -81 \cdot w^4 \cdot A_3 \\ -81 \cdot w^4 \cdot B_3 \end{pmatrix} \\
 X5 &:= \text{mA5}^{-1} \cdot \text{mB5} \\
 X5 &= \begin{pmatrix} 9.641 \\ 51.525 \\ 178.089 \\ 621.006 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$r(i) := 0 \quad q := 4 \quad w := 1$$

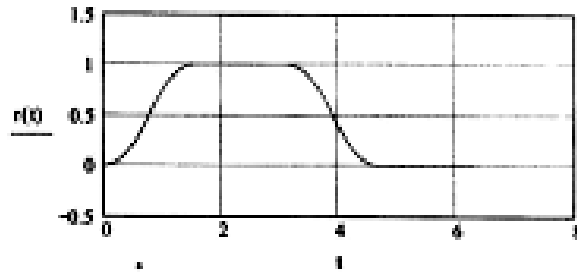
$$k1 := 1, 3..80 \quad k := 1..500 \quad P := 2 \cdot \frac{\pi}{w} \quad t := 0, 0.01.. 2 \cdot \frac{\pi}{w}$$

$$A_{k1} := \frac{2 \cdot q^2}{(\pi \cdot k1)^3} \left( -2 \sin\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad d_q := 0.5$$

$$B_{k1} := \frac{2 \cdot q^2}{(\pi \cdot k1)^3} \left( -1 + 2 \cos\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right) \quad \phi_{k1} := \frac{2}{\pi \cdot k1}$$

$$r(i) := 0.5 + \sum_{l=1}^{30} A_l \cos[(i) \cdot w \cdot q] + \sum_{l=1}^{30} B_l \sin[(i) \cdot w \cdot q] \quad A_q := 0.5$$

$$t_y := \frac{P}{q} \quad t_x = 1.571$$



$$A =$$

	$\phi$
0	0.5
1	-0.427
2	0
3	-0.082
4	0
5	0.023
6	0
7	$1.248 \cdot 10^{-3}$
8	0
9	$-3.884 \cdot 10^{-4}$
10	0
11	$-1.872 \cdot 10^{-3}$
12	0
13	$1.124 \cdot 10^{-3}$
14	0
15	$1.287 \cdot 10^{-4}$

$$B =$$

	$\phi$
0	0
1	-0.427
2	0
3	-0.082
4	0
5	-0.023
6	0
7	$1.248 \cdot 10^{-3}$
8	0
9	$3.884 \cdot 10^{-4}$
10	0
11	$-1.872 \cdot 10^{-3}$
12	0
13	$-1.124 \cdot 10^{-3}$
14	0
15	$1.287 \cdot 10^{-4}$

$$X(i) := 1 - r(i)$$

$$N := 4$$

$$k := 1, 3..360 \quad \gamma := 1$$

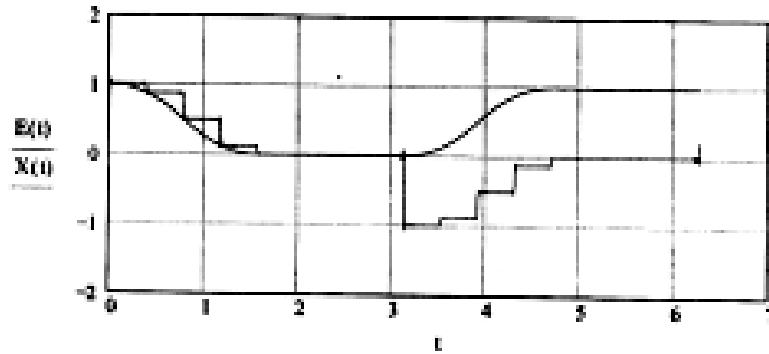
$$a_k := \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2 \cdot X(i \cdot T1)}{\pi \cdot k} \left[ \sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot (i + \gamma)}{q \cdot N}\right] - \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot i}{q \cdot N}\right) \right]$$

$$T1 := \frac{t_x}{N}$$

$$T1 = 0.393$$

$$b_k := \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2 \cdot X(i \cdot T)}{\pi \cdot k} \left[ -\cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot (i + \gamma)}{q \cdot N}\right] + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot i}{q \cdot N}\right) \right]$$

$$E(t) := \sum_{k=1}^{290} (a)_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{290} (b)_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$



a =

	a
0	0
1	0.489
2	0
3	0.024
4	0
5	-0.027
6	0
7	3.678 · 10 <sup>-4</sup>
8	0
9	-3.887 · 10 <sup>-4</sup>
10	0
11	3.798 · 10 <sup>-5</sup>
12	0
13	-5.489 · 10 <sup>-5</sup>
14	0
15	-0.003

b =

	b
0	0
1	0.209
2	0
3	0.222
4	0
5	0.123
6	0
7	0.09
8	0
9	0.07
10	0
11	0.006
12	0
13	0.007
14	0
15	0.02

$$mA1 := \begin{pmatrix} \omega \cdot B_1 & -a_1 \\ -\omega \cdot A_1 & -b_1 \end{pmatrix}$$

$$mB1 := \begin{pmatrix} \omega^2 \cdot A_1 \\ \omega^2 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$XI := mA1^{-1} \cdot mB1$$

$$XI = \begin{pmatrix} 4.014 \\ 4.352 \end{pmatrix}$$

$$mA3 := \begin{pmatrix} -\omega^2 \cdot A_1 & \omega \cdot B_1 & -a_1 \\ -\omega^2 \cdot B_1 & -\omega \cdot A_1 & -b_1 \\ -9 \cdot \omega^2 \cdot A_1 & 3 \cdot \omega \cdot B_1 & -a_3 \end{pmatrix}$$

$$mB3 := \begin{pmatrix} \omega^3 \cdot B_1 \\ -\omega^3 \cdot A_1 \\ 27 \cdot \omega^3 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X3 := mA3^{-1} \cdot mB3$$

$$X3 = \begin{pmatrix} 5.486 \\ 23.407 \\ 23.877 \end{pmatrix}$$

$$mA5 := \begin{pmatrix} -w^3 \cdot B_1 & -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -a_1 \\ w^3 \cdot A_1 & -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -b_1 \\ -27 \cdot w^3 \cdot B_1 & -9 \cdot w^2 \cdot A_1 & 3 \cdot w \cdot B_1 & -a_1 \\ 27 \cdot w^3 \cdot A_1 & -9 \cdot w^2 \cdot B_1 & -3 \cdot w \cdot A_1 & -b_1 \end{pmatrix}$$

$$mB5 := \begin{pmatrix} -w^4 \cdot A_1 \\ -w^4 \cdot B_1 \\ -81 \cdot w^4 \cdot A_1 \\ -81 \cdot w^4 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$X5 := mA5^{-1} \cdot mB5$$

$$X5 = \begin{pmatrix} 24.359 \\ 118.176 \\ 502.937 \\ 509.986 \end{pmatrix}$$

$$r(t) := 0 \quad q := 4 \quad w := 1 \quad t := 0, 0.01 \dots 2 \cdot \frac{\pi}{w}$$

$$dk1 := 1, 3 \dots 30 \quad k := 1 \dots 300$$

$$dq := 0.5 \quad dk2 := \frac{2}{\pi \cdot k1}$$

$$A_{k1} := \frac{2 \cdot q^2}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right)$$

$$B_{k1} := \frac{2 \cdot q^2}{(\pi \cdot k1)^3} \cdot \left( -1 + 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot k1}{q}\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot k1}{q}\right) \right)$$

$$r(t) := 0.5 + \sum_{i=1}^{30} A_i \cdot \cos[(i) \cdot w \cdot t] + \sum_{i=1}^{30} B_i \cdot \sin[(i) \cdot w \cdot t]$$

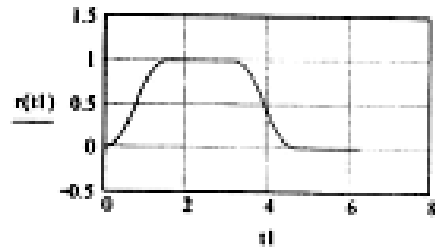
$$A_0 := 0.5$$

A =

	$\theta$
0	0.5
1	-0.427
2	0
3	-0.082
4	0
5	0.02
6	0
7	$1.248 \cdot 10^{-3}$
8	0
9	$-3.264 \cdot 10^{-4}$
10	0
11	$-1.872 \cdot 10^{-3}$
12	0
13	$1.128 \cdot 10^{-3}$
14	0
15	$7.297 \cdot 10^{-4}$

B =

	$\theta$
0	0
1	0.427
2	0
3	-0.082
4	0
5	-0.02
6	0
7	$-1.248 \cdot 10^{-3}$
8	0
9	$3.264 \cdot 10^{-4}$
10	0
11	$1.872 \cdot 10^{-3}$
12	0
13	$-1.128 \cdot 10^{-3}$
14	0
15	$-7.297 \cdot 10^{-4}$



$$N := 8 \quad c := 1$$

$$a_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1) \cdot c}{2 \cdot N}$$

$$a_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1)}{k \cdot \pi} \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$b_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1)}{k \cdot \pi} \left[ -\cos\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$S(t) := a_0 + \sum_{k=1}^{200} a_k \cdot \cos(k \cdot w \cdot t) + \sum_{k=1}^{200} b_k \cdot \sin(k \cdot w \cdot t)$$

$$R(t) := S(t) - r(t)$$

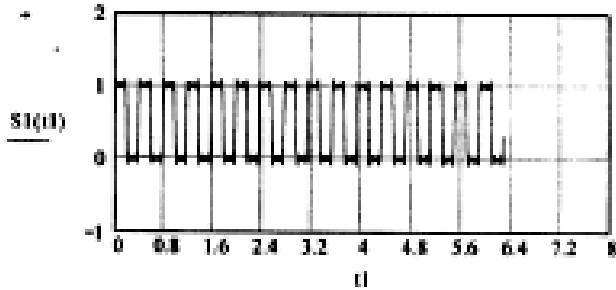
$$N := 4 \cdot 4 \quad c := 0.5 \quad k := 1 \dots 300$$

$$a_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1) \cdot c}{N}$$

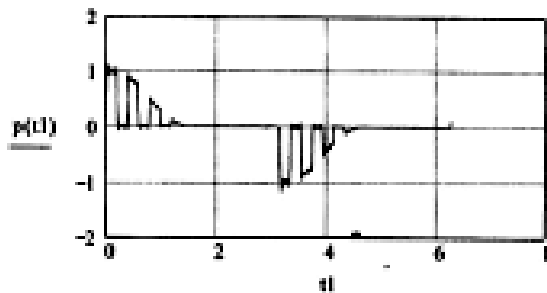
$$a_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(1)}{k \cdot \pi} \left[ \sin\left[\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N}\right) \right]$$

$$b_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f(n)}{k \cdot \pi} \left[ -\cos\left(\frac{(n+c) \cdot k \cdot \pi \cdot 2}{N}\right) + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n \cdot 2}{N}\right) \right]$$

$$S1(t) := a_0 + \sum_{k=1}^{500} a_k \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{500} b_k \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$



$$p(t) := S1(t) - f(t)$$

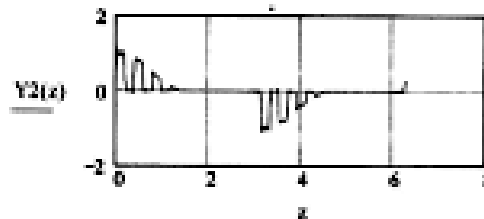


$$h := 0..314 \quad n := 157 \quad P := 2 \cdot \frac{\pi}{\omega}$$

$$x_h := \frac{h \cdot P}{2 \cdot n} \quad r := 1, 3, \dots, 157$$

$$q_0 := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n} \quad q_r := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n} \cdot \cos\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right) \quad q_r := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n} \cdot \sin\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right)$$

$$Y2(x) := \frac{q_0}{2} + \sum_{h=1}^{150} q_h \cos\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{P}\right) + \sum_{h=1}^{150} q_r \sin\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{P}\right)$$



$$q =$$

	$q$
0	0
1	0.243
2	0
3	0.077
4	0
5	0.023
6	0
7	0.003
8	0
9	0.047
10	0
11	0.09
12	0
13	0.108
14	0
15	0.078

$$g =$$

	$g$
0	0
1	0.104
2	0
3	0.032
4	0
5	0.074
6	0
7	0.048
8	0
9	0.038
10	0
11	0.023
12	0
13	0.054
14	0
15	0.157

$$mA1 := \begin{pmatrix} w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w \cdot A_1 & -B_1 \end{pmatrix}$$

$$mB1 := \begin{pmatrix} w^2 \cdot A_1 \\ w^2 \cdot B_1 \end{pmatrix}$$

$$X1 := mA1^{-1} \cdot mB1$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 2.504 \\ 6.151 \end{pmatrix}$$

$$mA3 := \begin{pmatrix} -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -B_1 \\ -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \end{pmatrix}$$

$$mB3 := \begin{pmatrix} w^3 \cdot B_1 \\ -w^3 \cdot A_1 \\ 27 \cdot w^3 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X3 := mA3^{-1} \cdot mB3$$

$$X3 = \begin{pmatrix} 6.572 \\ 17.458 \\ 40.441 \end{pmatrix}$$

$$mA5 := \begin{pmatrix} -w^3 \cdot B_1 & -w^2 \cdot A_1 & w \cdot B_1 & -q_1 \\ w^3 \cdot A_1 & -w^2 \cdot B_1 & -w \cdot A_1 & -B_1 \\ -27 \cdot w^3 \cdot B_3 & -9 \cdot w^2 \cdot A_3 & 3 \cdot w \cdot B_3 & -q_3 \\ 27 \cdot w^3 \cdot A_3 & -9 \cdot w^2 \cdot B_3 & -3 \cdot w \cdot A_3 & -B_3 \end{pmatrix}$$

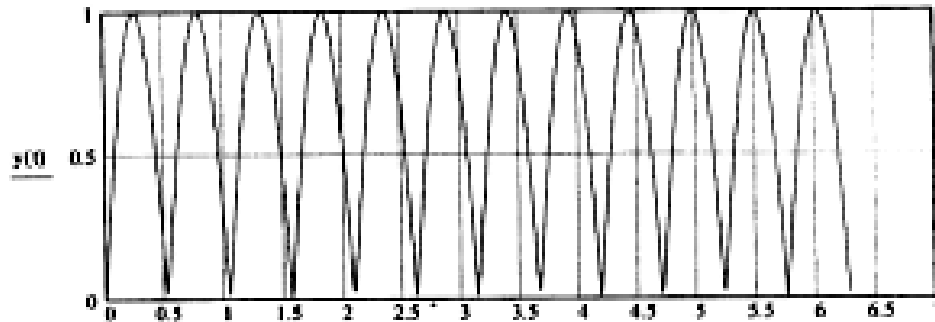
$$mB5 := \begin{pmatrix} -w^4 \cdot A_1 \\ -w^4 \cdot B_1 \\ -B_1 \cdot w^4 \cdot A_3 \\ -B_1 \cdot w^4 \cdot B_3 \end{pmatrix}$$

$$X5 := mA5^{-1} \cdot mB5$$

$$X5 = \begin{pmatrix} 10.994 \\ 53.539 \\ 142.561 \\ 323.294 \end{pmatrix}$$

$$w := 6 \quad t := 0, 0.01, 2\pi \quad A1 := 1$$

$$y(t) := |A1 \cdot \sin(w \cdot t)|$$



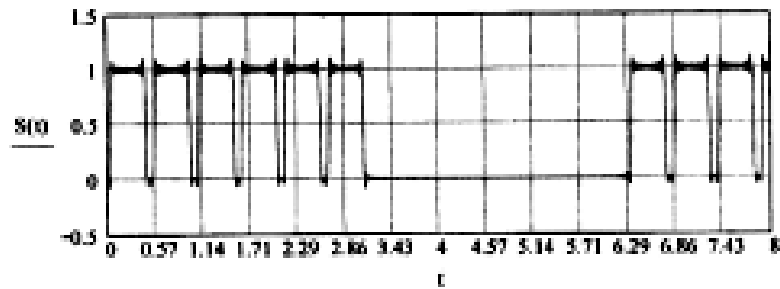
$$N := 6 \quad c1 := 0.1 \quad c2 := 0.1 \quad w := 1 \quad k := 1..100 \quad t := 0, 0.001..8$$

$$f := 1 \quad P_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1 - c1 - c2}{2 \cdot N} \quad P_0 = 0.4$$

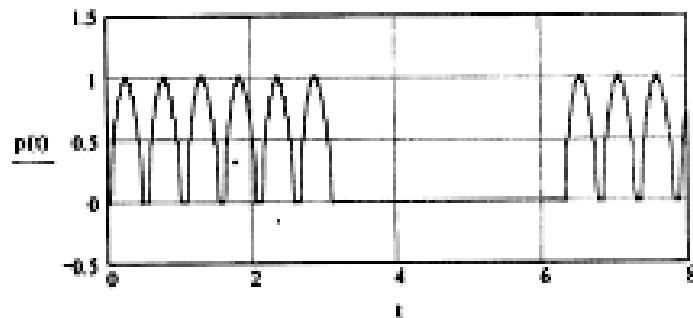
$$P_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{k \cdot \pi} \left[ \sin\left[\frac{(n+1-c2) \cdot k \cdot \pi \cdot 1}{N}\right] - \sin\left[\frac{(n+c1) \cdot k \cdot \pi \cdot 1}{N}\right] \right]$$

$$T_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{k \cdot \pi} \left[ -\cos\left[\frac{(n+1-c2) \cdot k \cdot \pi \cdot 1}{N}\right] + \cos\left[\frac{(n+c1) \cdot k \cdot \pi \cdot 1}{N}\right] \right]$$

$$s(t) := r(t) = \sum_k P_k \cos(k \cdot w \cdot t) + \sum_k T_k \sin(k \cdot w \cdot t)$$



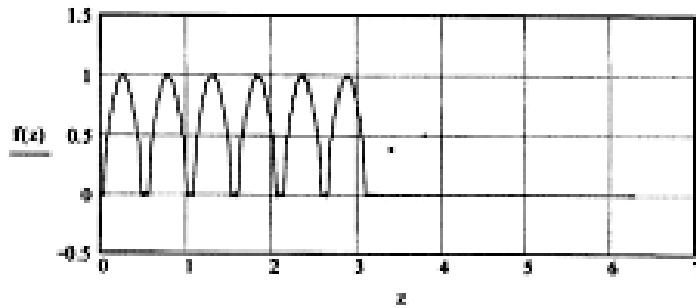
$$p(t) := y(t) - s(t)$$



$h := 0..500$        $n := 250$        $P := 2 \cdot \pi$   
 $u_h := \frac{h \cdot P}{2 \cdot n}$        $u_h := P(u_h)$        $r := 1, 2, \dots, 250$

$P1_0 := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n}$        $P1_r := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n} \cdot \cos\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right)$        $T1_r := \sum_{h=0}^{2 \cdot n - 1} \frac{u_h}{n} \cdot \sin\left(\frac{h \cdot r \cdot \pi}{n}\right)$

$f(x) := \frac{P1_0}{2} + \sum_{h=1}^{150} P1_h \cdot \cos\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{P}\right) + \sum_{h=1}^{150} T1_h \cdot \sin\left(h \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{P}\right)$



$C_1 := \sqrt{(P1_1)^2 + (T1_1)^2}$

$C_k := \sqrt{(P1_k)^2 + (T1_k)^2}$

$kms := \frac{C_1}{\sqrt{\sum_{k=1}^{100} (C_k)^2}}$   
 $kms = 0.697$

$kms = 0.697$

$kg := \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{100} (C_k)^2}}{C_1}$   
 $kg = 1.038$

$kg = 1.038$

$P1 =$

	$\phi$
0	0.805
1	0
2	0
3	0
4	$-0.542 \cdot 10^{-7}$
5	0
6	0
7	0
8	$-0.407 \cdot 10^{-7}$
9	0
10	0
11	0
12	$-0.24$
13	0
14	0
15	0

$T1 =$

	$\theta$
0	0
1	0.189
2	0
3	0.138
4	0
5	0.091
6	0
7	0.079
8	0
9	0.088
10	0
11	0.168
12	0
13	-0.127
14	0
15	-0.027

$w := 1$

$a_1 := 7.525$      $a_2 := 28.24$      $a_3 := 53.07$      $k := 1..150$

$r := 0, 0.01..3$

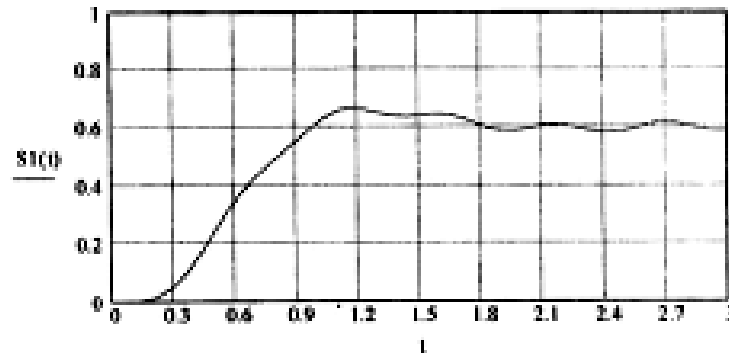
$F1_k := k^3 \cdot w^3 - a_2 \cdot k \cdot w$        $F2_k := a_3 - a_1 \cdot k^2 \cdot w^2$

$$B_k := \frac{a_2 \cdot T1_k \cdot F2_k - a_2 \cdot F1_k \cdot F1_k}{(F2_k)^2 + (F1_k)^2}$$

$$A_k := \frac{a_2 \cdot T1_k - F2_k \cdot B_k}{F1_k}$$

$$A_0 := \frac{F1_0}{2}$$

$$S1(t) := A_0 + \sum_{k=1}^{100} A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{100} B_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$



	$\vartheta$
0	0.303
1	-0.789
2	0
3	-0.777
4	$-4.434 \cdot 10^{-7}$
5	$-4.218 \cdot 10^{-7}$
6	0
7	$5.024 \cdot 10^{-7}$
8	$7.253 \cdot 10^{-8}$
9	$4.184 \cdot 10^{-7}$
10	0
11	$5.597 \cdot 10^{-8}$
12	$-4.398 \cdot 10^{-8}$
13	$-2.544 \cdot 10^{-7}$
14	0
15	$-3.735 \cdot 10^{-8}$

A =

	$\vartheta$
0	0
1	0.333
2	0
3	-0.03
4	$-3.803 \cdot 10^{-7}$
5	-0.023
6	0
7	-0.011
8	$4.843 \cdot 10^{-8}$
9	$-4.888 \cdot 10^{-7}$
10	0
11	$-4.703 \cdot 10^{-8}$
12	$5.824 \cdot 10^{-8}$
13	$1.823 \cdot 10^{-7}$
14	0
15	$2.678 \cdot 10^{-8}$

B =

$N := 4$                        $w := 1$                        $k := 1..400$                        $t := 0, 0.01 .. 3 \cdot \pi$

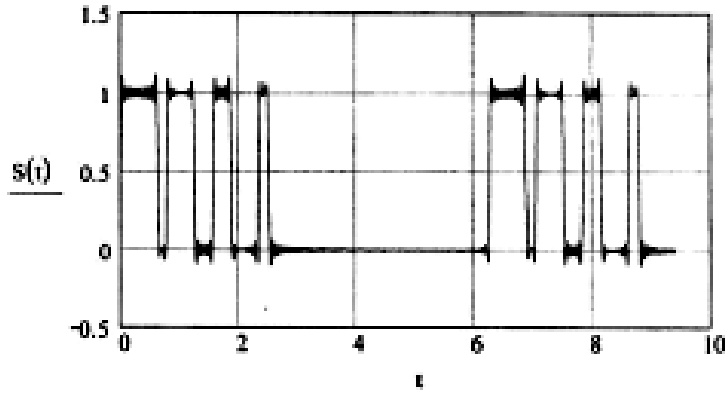
$$P_0 := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{c_n}{2 \cdot N} \quad P_0 = 0.25$$

$c :=$   $\begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix}$

$$P_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{k \cdot \pi} \cdot \left[ \sin\left[\frac{(n + c_n) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] - \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$T_k := \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{k \cdot \pi} \cdot \left[ -\cos\left[\frac{(n + c_n) \cdot k \cdot \pi}{N}\right] + \cos\left(\frac{k \cdot \pi \cdot n}{N}\right) \right]$$

$$S(t) := P_0 + \sum_{k=1}^{100} P_k \cdot \cos(k \cdot w \cdot t) + \sum_{k=1}^{100} T_k \cdot \sin(k \cdot w \cdot t)$$



$P =$

	$\phi$
0	0.28
1	0.271
2	0
3	0.033
4	0
5	0.028
6	0
7	0.077
8	0
9	-0.104
10	0
11	0.077
12	0
13	0.028
14	0
15	0.021

$T =$

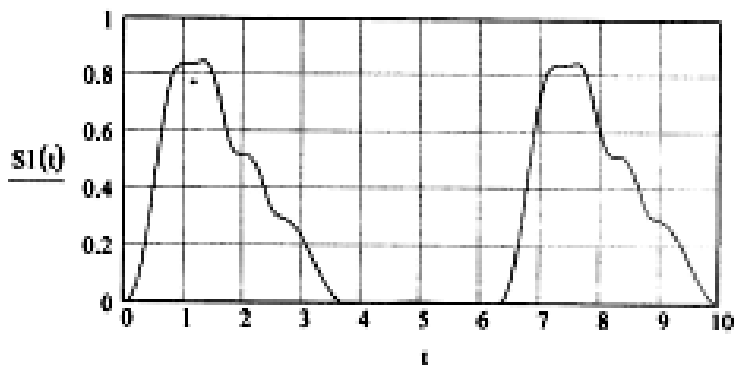
	$\theta$
0	0
1	0.316
2	0.188
3	0.106
4	0.028
5	0.064
6	0.033
7	0.045
8	0.188
9	0.033
10	-0.137
11	0.038
12	0.027
13	0.024
14	0.023
15	0.021

$$a_1 := 7.525 \quad a_2 := 28.24 \quad a_3 := 53.07 \quad k := 1..400 \quad t := 0, 0.01..10 \quad \omega := 1$$

$$F1_k := k^3 \cdot \omega^3 - a_2 \cdot k \cdot \omega \quad F2_k := a_3 - a_1 \cdot k^2 \cdot \omega^2$$

$$B_k := \frac{a_3 \cdot T_k \cdot F2_k - a_3 \cdot P_k \cdot F1_k}{(F2_k)^2 + (F1_k)^2} \quad A_k := \frac{a_3 \cdot T_k - F2_k \cdot B_k}{F1_k} \quad A_0 := \frac{P_0}{1}$$

$$S1(t) := A_0 + \sum_{k=1}^{100} A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) + \sum_{k=1}^{100} B_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t)$$



A =

	0
0	0.33
1	0.011
2	-0.142
3	-0.088
4	-0.23
5	-0.013
6	2.643 10 <sup>-3</sup>
7	-7.742 10 <sup>-3</sup>
8	0.011
9	0.012
10	-4.829 10 <sup>-3</sup>
11	-1.002 10 <sup>-3</sup>
12	6.537 10 <sup>-4</sup>
13	1.682 10 <sup>-4</sup>
14	3.76 10 <sup>-4</sup>
15	-0.258 10 <sup>-3</sup>

B =

	0
0	0
1	0.263
2	0.087
3	5.265 10 <sup>-3</sup>
4	-0.047
5	-0.033
6	-0.012
7	-0.017
8	-0.017
9	7.185 10 <sup>-3</sup>
10	4.707 10 <sup>-3</sup>
11	-0.001 10 <sup>-3</sup>
12	-4.849 10 <sup>-4</sup>
13	-0.000 10 <sup>-4</sup>
14	-2.376 10 <sup>-4</sup>
15	-0.000 10 <sup>-4</sup>

РЕЦЕНЗІЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Дипломник: Бардадимов Володимир Віталійович

Тема: Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

Спеціальність: 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Обсяг кваліфікаційної роботи:

Кількість сторінок записки 87

1. Короткий зміст роботи та прийнятих рішень: Метою роботи є розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

2. Висновок про відповідність роботи дипломному завданню: Робота повністю відповідає поставленому завданню

3. Характеристика виконання кожного розділу, ступінь використання останніх досягнень науки і техніки і передових методів роботи: У першому розділі проведено огляд та аналіз існуючих моделей частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. У другому розділі проведено розроблення моделі частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування, визначено вплив частоти комутації на якість процесів. У третьому розділі виконано моделювання частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування. Було проведено постановку і вирішення задачі синтезу розімкнутих та замкнутих автоматичних систем керування. У четвертому розділі показано вплив частоти комутації на якість перехідних процесів. Розглянуто потенційно досяжні траєкторії для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування. Виконано синтез імпульсних САК із кінцевим часом зняття інформації стосовно розімкнутих і замкнутих САК та представлено результати розрахунків в табличному вигляді та графічні залежності.

4. Позитивні сторони роботи: висока практична цінність роботи, виконано апроксимацію потенційно-досяжних траєкторій за допомогою використання рядів Фур'є, встановлено необхідні математичні залежності. Виконано перевірку графічних залежностей траєкторій для САК стабілізації рівнів швидкості та для САК стеження та позиціонування шляхом побудови у програмі MathCAD

5. Негативні сторони роботи: у роботі недостатньо уваги приділяється практичному аспекту завдання, доцільно було б навести практичні приклади використання розробленого алгоритму.

6. Оцінка графічного оформлення та пояснювальної записки роботи: Пояснювальна записка оформлена коректно, згідно діючих стандартів оформлення документації


7. Відгук про роботу в цілому: Робота виконана на належному науково-технічному рівні.

8. Інші зауваження: відсутні

9. Оцінка дипломної роботи: задовільно (70 / D)

Рецензент (прізвище, ім'я, по батькові, посада, місце роботи) Майдан Павло Сергійович, канд. техн. наук, доцент кафедри МАЕЕС

" 16 " 12 2025 р.

 (підпис)

Завідувачу кафедри АКІТтаР  
канд. техн. наук, доценту Корецька Л.О.

Бардадимов Володимир Віталійович

ПІБ здобувача вищої освіти

ФІТ, 2 курс, групи АКІТРм-24-1

### ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про систему забезпечення академічної доброчесності у Хмельницькому національному університеті» від 01.07.2022, згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на наявність плагіату ознайомлений(а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї роботи для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (StrikePlagiarism та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

05.12.2025

дата

В. Бардадимов

підпис

## Протокол аналізу звіту подібності експертом

Заявляю, що я ознайомився (-лась) з Повним звітом подібності, який був згенерований Системою виявлення і запобігання плагіату щодо роботи:

Автор: Володимир БАРДАДИМОВ

Співавтор:

Назва: БАРДАДИМОВ\_на\_плагіат

Експерт: Юрій ФОРКУН

Підрозділ: Кафедра автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки

Коефіцієнт подібності 1:8.6%

Коефіцієнт подібності 2:0.8%

Мікропробіли: 0

Заміна букв: 23

Інтервали: 0

Білі знаки: 2

Дата створення звіту: 2025-12-16 09:08:46.0

Після аналізу Звіту подібності констатую наступне:

Запозичення, виявлені в роботі є законними і не є плагіатом. Рівень подібності не перевищує допустимої межі. Таким чином робота незалежна і приймається.

Запозичення не є плагіатом, але перевищено граничне значення рівня подібностей. Таким чином робота повертається на доопрацювання.

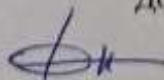
Виявлено запозичення і плагіат або навмисні текстові спотворення (маніпуляції), як передбачувані спроби укриття плагіату, які роблять роботу невідповідною вимогам законодавства (Ст. 32. ЗУ Про вищу освіту, пункт 3.1, Ст. 42. ЗУ Про освіту) та вимог НАЗЯВО (Критерій 5), а також кодексу етики і процедурам. Таким чином робота не приймається.

Обґрунтування:

2025-12-16

Доцент Микола Федула

Дата



експерт

**РІШЕННЯ ЕКСПЕРНОЇ КОМІСІЇ  
КАФЕДРИ АВТОМАТИЗАЦІЇ, КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА  
РОБОТОТЕХНІКИ  
ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ**

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: Модель частотного алгоритму синтезу для дискретних автоматичних систем керування

Автор: Бардадимов Володимир Віталійович

Спеціальність: 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

Освітня програма: Освітньо-професійна програма «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Науковий керівник: Форкун Юрій Вікторович, кандидат технічних наук, доцент

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом. Робота приймається до захисту.	<b>відповідає</b>
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої й електронної версії роботи.	
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того, як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	
5	Інше:	

Підтвердження:

Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом, оскільки:

1) у тексті кваліфікаційної роботи системами перевірки на плагіат виявлено схожість з деякими документами в частині загальноновживаних обов'язкових словосполучень у стандартних бланках (титулка, відомість документів), у структурі змісту, назвах розділів/підрозділів тощо, у назвах публікацій у переліку джерел посилання;

2) усі запозичення є фрагментарними або мають належним чином оформленні посилання;

3) виявлені модифікації тексту не впливають на відсоток схожості.

Сумарний обсяг всіх запозичень, визначений системою виявлення збігів ідентичності/схожості, складає 8,6% і адресується до 82 джерел, що, з урахуванням наведених обґрунтувань, відповідає характеру теми і свідчить на користь кваліфікаційної роботи.

Завідувач кафедри

Гарант освітньої програми

Керівник кваліфікаційної роботи



Людмила КОРЕЦЬКА

Валерій МАРТИНЮК

Юрій ФОРКУН