

**Вельбой В.П.,
Диха М.О.**

Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна
E-mail: tribosenator@gmail.com

РОЗРАХУНОК КОНТАКТНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРИ ОБКАТУВАННІ ЦИЛІНДРА ТОРОМ

УДК 621.891

Розроблена методика розрахунку параметрів контактної поверхні двоякої кривизни на тілі циліндра при електроконтактному обкатуванні його твердосплавним роликом з тороїдальною робочою поверхнею, яка дозволяє встановити координати визначальних точок контуру просторової лінії і площу поверхні контакту залежно від розмірів ролика і циліндра та глибини втиснення ролика в поверхню циліндра.

Ключові слова: площа контакту, поверхня двоякої кривизни, циліндр-тор, обкатування, електромеханічне зміцнення.

Передача контактної тиску від одного жорсткого тіла до іншого (шарикові і роликові підшипники, зубчасті колеса, катки) відбувається по невеликій площадці у порівнянні з розмірами тіл, які дотикаються. В результаті деформації тіл початковий точковий контакт переходить в дотикання їх по певній площадці, контури якої представляють пляму контакту. Для визначення контактних напружень при взаємодії тіл двоякої кривизни пляму контакту представляють у формі еліпса, обчислюють за таблицями [1] півосі еліпса та розраховують його площу. В роботі [2] шляхом заміни еліпса еквівалентним кругом на основі формул Герца для контакту кулі і площини отримані формули для будь-якої комбінації контакту тіл двоякої кривизни.

Взаємодія тіл різної твердості призводить до формування контактної поверхні в тілі меншої твердості, яка набуває двоякої кривизни, геометричні параметри якої залежать від форми поверхонь цих тіл. Усереднені контактні напруження визначаються за відношенням сили притискання тіл до площі контактної поверхні, а не до її проекції, яку називають плямою контакту. На цьому принципі ґрунтуються, зокрема, випробування на твердість за методами Брінелля (ГОСТ 9012-83) та Віккерса (ГОСТ 2999-83). Досліди показують, що при втисненні, наприклад, загартованої кульки $\varnothing 10$ мм силою 30 кН в плоску поверхню зразка з відпаленої вуглецевої сталі за методом Брінелля отримують сферичний відбиток $\varnothing 4,0$ мм глибиною 0,42 мм. Площа поверхні контакту у формі сферичної лунки $S_{sf} = 3,14 \cdot 10 \cdot 0,42 = 13,19$ мм², а площа кругової площадки $\varnothing 4,0$ мм $S_{кр} = 0,785 \cdot 4^2 = 12,56$ мм². Площа сферичної поверхні контакту за таких умов лише в 1,05 разів перевищує площу плоскої кругової площадки $\varnothing 4$ мм. При втисненні алмазної чотиригранної піраміди з двогранним кутом при вершині 136° за методом Віккерса отримують ромбічний відбиток, середнє арифметичне діагоналей якого $d = 4,0$ мм. Площа поверхні пірамідального відбитку $S_n = 1,08 d^2 = 17,26$ мм², а площа ромбічної площадки $S_p = d^2 = 16$ мм². Виходить, що відношення $S_n / S_p = 1,08$. Таким чином показано, що залежно від форми тіл втиснення в плоску поверхню є різні відношення площ поверхні відбитку та її проекції на плоску поверхню.

В даній роботі представлений розрахунок площі контактної поверхні при електромеханічному обкатуванні циліндра твердосплавним роликом, робоча поверхня якого має форму тора, за умови, що поверхня контакту формується в тілі циліндра, який піддається пластичній деформації.

Для розрахунку спочатку знаходимо визначальні точки просторової лінії контуру контактної поверхні у взаємно перпендикулярних площинах XOY і XOZ (рис. 1, а).

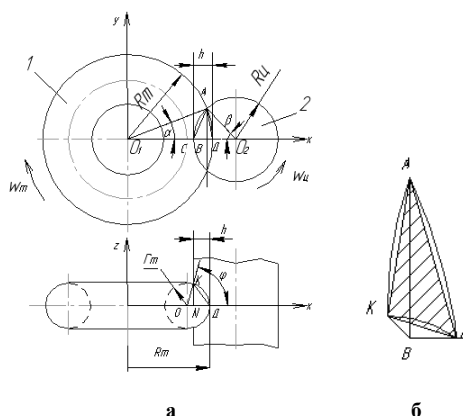


Рис. 1 – Визначальні точки контурної лінії (а) і форма фрагмента (б) ¼ контактної поверхні контакту циліндра 1 тором 2

Розрахунок виконано за умови обкатування вала (циліндр 2 радіусом R_y) абсолютно жорстким роликом 1 радіусом R_m , робоча поверхня якого має форму тора радіусом заокруглення r_m , при втисканні ролика в поверхню вала на глибину h .

В площині XOY визначальною для просторової лінії контуру поверхні контакту тора 1 і циліндра 2 є точка A , координати якої X і Y залежать від глибини h втискання тора у поверхню циліндра. З наведеної схеми (рис. 1, а) знаходимо: $X_A = O_1B$, $Y_A = AB$.

З урахуванням співвідношень розмірів ΔO_1AB і ΔO_2AB отримуємо:

$$AB = R_m \sin \alpha = R_y \sin \beta ; \quad O_1B = R_m \cos \alpha \quad O_2B = R_y \cos \beta ; \quad (1)$$

$$AB^2 = R_m^2 - O_1B^2 = R_y^2 - O_2B^2 . \quad (2)$$

Оскільки до початку обкатування відстань $O_1O_2 = R_m + R_y$, а після втискання тора в поверхню циліндра на глибину h відстань $O_1O_2 = O_1B + O_2B$, то отримуємо:

$$h = (R_m + R_y) - (R_m \cos \alpha + R_y \cos \beta) . \quad (3)$$

В процесі обкатування, враховуючи залежності (1 - 3) і різницю квадратів, отримуємо:

$$R_m^2 - R_y^2 = [(R_m + R_y) - h](R_m \cos \alpha - R_y \cos \beta) . \quad (4)$$

$$R_m \cos \alpha - R_y \cos \beta = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h} . \quad (5)$$

Для визначення кута α використаємо функцію одного кута:

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{R_m \sin \alpha}{R_y} \right)^2} ; \quad (6)$$

$$R_m \cos \alpha - R_y \sqrt{1 - \left(\frac{R_m \sin \alpha}{R_y} \right)^2} = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h} ;$$

$$R_m \cos \alpha - \sqrt{R_y^2 - R_m^2 \sin^2 \alpha} = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h} ;$$

$$R_m \cos \alpha - \sqrt{R_y^2 - R_m^2 (1 - \cos^2 \alpha)} = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h} . \quad (7)$$

Позначивши $x^* = R \cos \alpha$, $A^* = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h}$ рівняння (7) отримаємо у вигляді:

$$x^* - \sqrt{R_y^2 - R_m^2 + x^2} = A^* . \quad (8)$$

В результаті розв'язку (8) знаходимо:

$$x^* = \frac{A^{*2} + R_m^2 - R_y^2}{2A^*} ; \quad \cos \alpha = \cos \beta = \frac{x^*}{R_m} . \quad (9)$$

В площині XOZ визначальною для просторової лінії контуру поверхні контакту тора 1 і циліндра 2 є точка K , координати якої X і Z також залежать від глибини h втискання тора у поверхню циліндра. З наведеної схеми (рис. 1, а) знаходимо:

$$X_K = R_m - h ; \quad Z_K = KN = r_m \sin \varphi . \quad (10)$$

З урахуванням співвідношення розмірів ΔOKD знаходимо:

$$\cos \varphi = \frac{r_m - h}{r_m} . \quad (11)$$

Для інженерного розрахунку розглянуто фрагмент 1/4 криволінійної поверхні AKD контакту тора і циліндра, площу поверхні якого наближено прийнято рівновеликою площі ΔAKD (рис. 1, б), оскільки криві контуру площадки контакту мало відрізняються від прямих між визначальними точками контуру. За такої умови фактична площа поверхні контакту буде дещо більшою розрахункового значення, а контактний тиск відповідно менший.

Площу ΔAKD можна обчислити за формулою Герона:

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p - AD)(p - AK)(p - KD)}, \quad (12)$$

де $p = 0,5(AD + AK + KD)$ – півпериметр трикутника.

Для визначення сторін ΔAKD знаходимо відстані між визначальними точками за співвідношенням розмірів ΔASD (рис. 1, а):

$$BD = R_m - X_A; \quad CB = h - BD; \quad ND = h.$$

Відстань між визначальними точками складає:

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}; \quad AK \approx AC = \sqrt{AB^2 + CB^2}; \quad KD = \sqrt{KN^2 + ND^2} \quad (13)$$

Площа проекції ΔAKD в площині YOZ : $S_{np} = 0,5Y_A \cdot Z_K$.

Відношення площі ΔAKD до площі його проекції в площині YOZ можна наближено вважати рівновеликим відношенню площі поверхні контакту тора і циліндра до площі проекції контурної лінії поверхні у формі еліпса в площині YOZ і визначити коефіцієнт корегування площі поверхні контакту за формулою:

$$k = \frac{S_{\Delta}}{S_{np\Delta}}. \quad (14)$$

З урахуванням вказаних припущень площу контактної поверхні тора і циліндра визначено за формулою:

$$S_{кн} = kF_{np}, \quad (15)$$

де $F_{np} = \pi \cdot AB \cdot KN$ – площа проекції контактної поверхні у формі еліпса в площині YOZ .

Наведемо приклад розрахунку геометричних параметрів поверхні контакту при електромеханічному дискретному обкатуванні вала діаметром 24 мм твердосплавним роликом діаметром 60 мм і радіусом робочої поверхні $r_m = 2,5$ мм при глибині втискання ролика в поверхню циліндра $h = 1$ мм.

1. Радіус тора $R_m = 60/2 = 30$ мм, радіус циліндра $R_y = 24/2 = 12$ мм (рис. 1, а).

$$2. \text{ Умовний параметр } A^* = \frac{R_m^2 - R_y^2}{(R_m + R_y) - h} = \frac{30^2 - 12^2}{(30 + 12) - 1} = 18,44 \text{ мм.}$$

$$3. \text{ Допоміжний параметр } x^* = \frac{A^{*2} + R_m^2 - R_y^2}{2A^*} = \frac{18,44^2 + 30^2 - 12^2}{2 \cdot 18,44} = 29,72 \text{ мм.}$$

$$\cos \alpha = \frac{x^*}{R_m} = \frac{29,72}{30} = 0,9906, \quad \alpha = 7^\circ 54'.$$

4. Координати визначальної точки A в площині XOY :

$$X_A = O_1B = R_m \cos \alpha = 30 \cdot 0,9906 = 29,72 \text{ мм;}$$

$$Y_A = AB = R_m \sin \alpha = 30 \cdot 0,1374 = 4,12 \text{ мм.}$$

5. Координати визначальної точки K в площині XOZ :

$$\cos \varphi = \frac{r_m - h}{r_m} = \frac{2,5 - 1}{2,5} = 0,6; \quad \varphi = 53^\circ 54'.$$

$$X_K = R_m - h = 30 - 1 = 29 \text{ мм;}$$

$$Z_K = KN = r_m \sin \varphi = 2,5 \cdot 0,8080 = 2,02 \text{ мм.}$$

6. Відстані між точками для визначення сторін ΔAKD (рис. 1, б):

$$BD = R_m - X_A = 30 - 29,72 = 0,28 \text{ мм}; \quad CB = h - BD = 1 - 0,28 = 0,72 \text{ мм};$$

$$ND = h = 1 \text{ мм.}$$

7. Довжина сторін ΔAKD :

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{4,12^2 + 0,28^2} = 4,13 \text{ мм};$$

$$AK \approx AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = \sqrt{4,12^2 + 0,72^2} = 4,18 \text{ мм};$$

$$KD = \sqrt{KN^2 + ND^2} = \sqrt{2,02^2 + 1^2} = 2,25 \text{ мм.}$$

8. Півпериметр і площа ΔAKD :

$$p = 0,5(AD + AK + KD) = 0,5(4,13 + 4,18 + 2,25) = 5,28 \text{ мм.}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p - AD)(p - AK)(p - KD)} = \sqrt{5,28(5,28 - 4,13)(5,28 - 4,18)(5,28 - 2,25)} = 4,49 \text{ мм}^2.$$

9. Площа проекції ΔAKD в площині YOZ :

$$S_{np} = 0,5Y_A \cdot Z_K = 0,5 \cdot 4,12 \cdot 2,02 = 4,16 \text{ мм}^2.$$

10. Коефіцієнт корегування площі ΔAKD і його проекції в площині YOZ :

$$k = \frac{S_{\Delta}}{S_{np\Delta}} = \frac{4,49}{4,16} = 1,079.$$

11. Площа проекції площадки контакту в площині YOZ :

$$F_{np} = \pi \cdot Y_A \cdot Z_K = 3,14 \cdot 4,12 \cdot 2,02 = 26,13 \text{ мм}^2.$$

12. Площа контактної поверхні тора і циліндра:

$$S_{кп} = kF_{np} = 1,079 \cdot 26,13 = 28,2 \text{ мм}^2.$$

Геометричні параметри контактної поверхні при електромеханічному дискретному обкатуванні вала діаметром 24 мм твердосплавним роликом діаметром 60 мм і радіусом робочої поверхні $r_m = 2,5$ мм при глибині втискування ролика в поверхню циліндра h від 0,25 до 2 мм, розраховані за даною методикою, показані на рис. 2 і наведені в табл. 1.

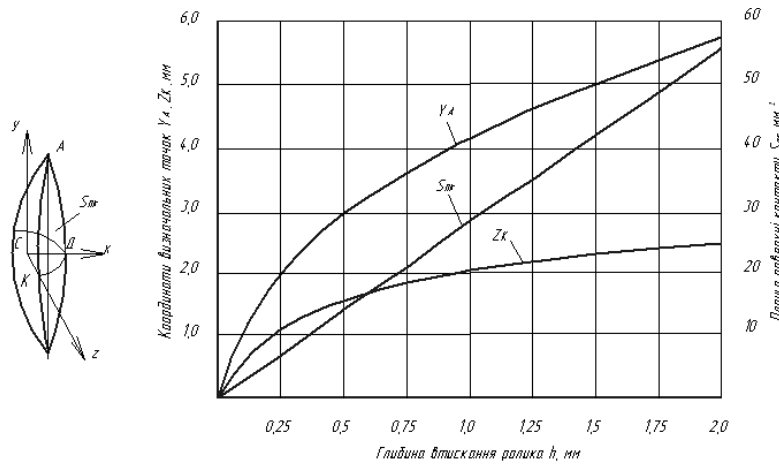


Рис. 2 – Залежність координат визначальних точок і площі поверхні контакту від глибини втискування ролика в поверхню циліндра

Таблиця 1

Геометричні параметри при дискретному електромеханічному зміцненні

h , мм	α	X_A , мм	Y_A , мм	φ	X_K , мм	Z_K , мм	S_{Δ} , мм ²	$S_{np\Delta}$, мм ²	k	F_{np} , мм ²	$S_{кп}$, мм ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,25	3°48'	29,93	1,99	25°48'	29,75	1,09	1,09	1,08	1,009	6,81	6,87

0,50	5°36'	29,86	2,9 3	36°48'	29,50	1,49	2,20	2,18	1,023	13,71	14,02
0,75	6°48'	29,79	3,56	45°30'	29,25	1,78	3,29	3,16	1,042	19,84	20,67

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,00	7°54'	29,72	4,12	53°54'	29,00	2,02	4,49	4,16	1,079	26,13	28,19
1,25	8°48'	29,65	4,59	59°00'	28,75	2,14	5,51	4,91	1,122	30,84	34,60
1,50	9°36'	29,58	5,00	66°24'	28,50	2,29	6,64	5,72	1,160	35,95	41,70
1,75	10°18'	29,52	5,36	72°30'	28,25	2,38	7,72	6,38	1,210	40,05	48,46
2,00	11°00'	29,45	5,72	78°24'	28,00	2,45	8,84	7,00	1,263	44,00	55,57

Розраховані за формулами (1) і (10) координати визначальних точок контуру просторової лінії контакту можна використати як границі інтегрування для розрахунку площі контактної поверхні в декартовій системі координат, а кути α і φ за формулами (9) і (10) – в полярній системі координат [3]. Розрахунок методом інтегрування передбачає визначення математичної функції контактної поверхні в результаті розв'язку системи рівнянь поверхонь тора і циліндра, що значно ускладнює процедуру розрахунку.

Висновки

1. Відомі методи розрахунку контактних напружень при взаємодії тіл двоякої кривизни ґрунтуються на припущенні однакової твердості контактних поверхонь і формування плоскої еліпсоподібної площадки контакту, площу якої обчислюють за осями еліпса.

2. При контакті жорсткого тіла з пластично деформованою поверхнею формується просторова поверхня контакту, зосереджена в тілі меншої твердості. Форма, розміри і площа просторової поверхні контакту залежать від форми контактуючих тіл і ступеню деформації менш твердого тіла. Контактні напруження розраховують за відношенням сили притискання тіл до площі просторової контактної поверхні.

3. Розроблена методика розрахунку контактної поверхні двоякої кривизни на тілі циліндра при електроконтактному обкатуванні його твердосплавним роликом з тороїдальною робочою поверхнею, яка дозволяє встановити координати визначальних точок контуру просторової лінії і площу поверхні контакту залежно від розмірів ролика і циліндра та глибини втискання ролика в поверхню циліндра. Визначено коефіцієнт коригування площі еліпсоподібної площадки контакту за контурами поверхні контакту і площі контакту поверхні двоякої кривизни.

4. Наведено приклад і результати розрахунку геометричних параметрів контактної поверхні при електромеханічному дискретному обкатуванні вала діаметром 24 мм твердосплавним роликом діаметром 60 мм і радіусом робочої поверхні $r_m = 2,5$ мм при глибині втискання ролика в поверхню циліндра h від 0,25 до 2 мм. Показано, що площа поверхні контакту більша за площу еліпсоподібної площадки. При збільшенні глибини втискання ролика зростає різниця розрахункових значень цих площ зростає. Якщо при глибині втискання ролик до 1 мм ця різниця не перевищує 10 %, то при 2 мм складає 26 %.

5. Обчислена за наведеною методикою за умови прийнятих спрощень площа контактної поверхні дещо менша значення фактичної площі поверхні двоякої кривизни, а розрахункові контактні напруження відповідно більші, що умовно можна віднести до «запасу підвищення зносостійкості» подібної пари тертя.

6. Форма і розміри поверхні контакту при електромеханічному дискретному обкатуванні набувають особливого значення, оскільки від цих параметрів залежить формування зон термічного впливу і відповідного розподілу зміцнення контактної поверхні.

Література

1. Рудицын М. Н. Справочное пособи еро сопротивлению материалов / М. Н. Рудицын, П.Я. Артемов, М. И. Любошиц. – Минск: Вышейш. Школа, 1970. – 630 с.
2. Кузьменко А.Г. Метод подобия в решении контактных задач для тел двоякой кривизни // Проблемы трибологии. – 2008. – №2. – С.25-55.
3. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М.: Наука, 1973. – 872 с.

Надійшла 15.04.2013

Velboj V.P., Dykha M. O. Calculation of contact parameters at the rolling-off of cylinder by a torus.

At the contact of cruel body with the plastic deformed surface the spatial surface of contact, concentrated in the body of less hardness, is formed. A form, sizes and area of spatial surface of contact, depend on the form of contacting bodies and degree of deformation of less solid. Contact of tension expect after a relation the clench of bodies to the area of spatial contact surface.

Developed method of calculation of contact surface of bicurvature body of cylinder at electro- contact rolling-off it by the working surface of roller. It allows to set co-ordinates the contour of spatial line and area of surface of contact depending on the sizes of roller and cylinder and depth of deepening of roller in the surface of cylinder. Certainly coefficient of correction of areas of ellipse ground of contact after the contours of surface of contact and area of contact of surface of bicurvature.

An example and results of calculation of geometrical parameters of contact surface is resulted at electro-mechanical discrete rolling-off of cylinder by a roller. The area of contact surface calculated on the resulted method is less actual area of surface of bicurvature, and calculation contact tensions are accordingly greater, that it is possible to attribute to the supply of reliability of pair of friction.

Keywords: area of contact, surface of bicurvature, cylinder - torus, rolling-off, electro- mechanical strengthening.

References

1. Rudicyn M. N., Artemov P.Ja., Ljuboshic M. I. Spravochnoe posobie po soprotivleniju materialov. Minsk : Vyshejshfja Shkola, 1970, 630 p.
2. Kuzmenko A.G. Metod podobija v reshenii kontaknyh zadach dlja tel dvojakoju krivizni. Problems of Tribology, 2008, No. 2, pp. 25-55.
3. Vygodskij M. Ja. Spravochnik po vysšej matematike. M. : Nauka, 1973, 872 p.