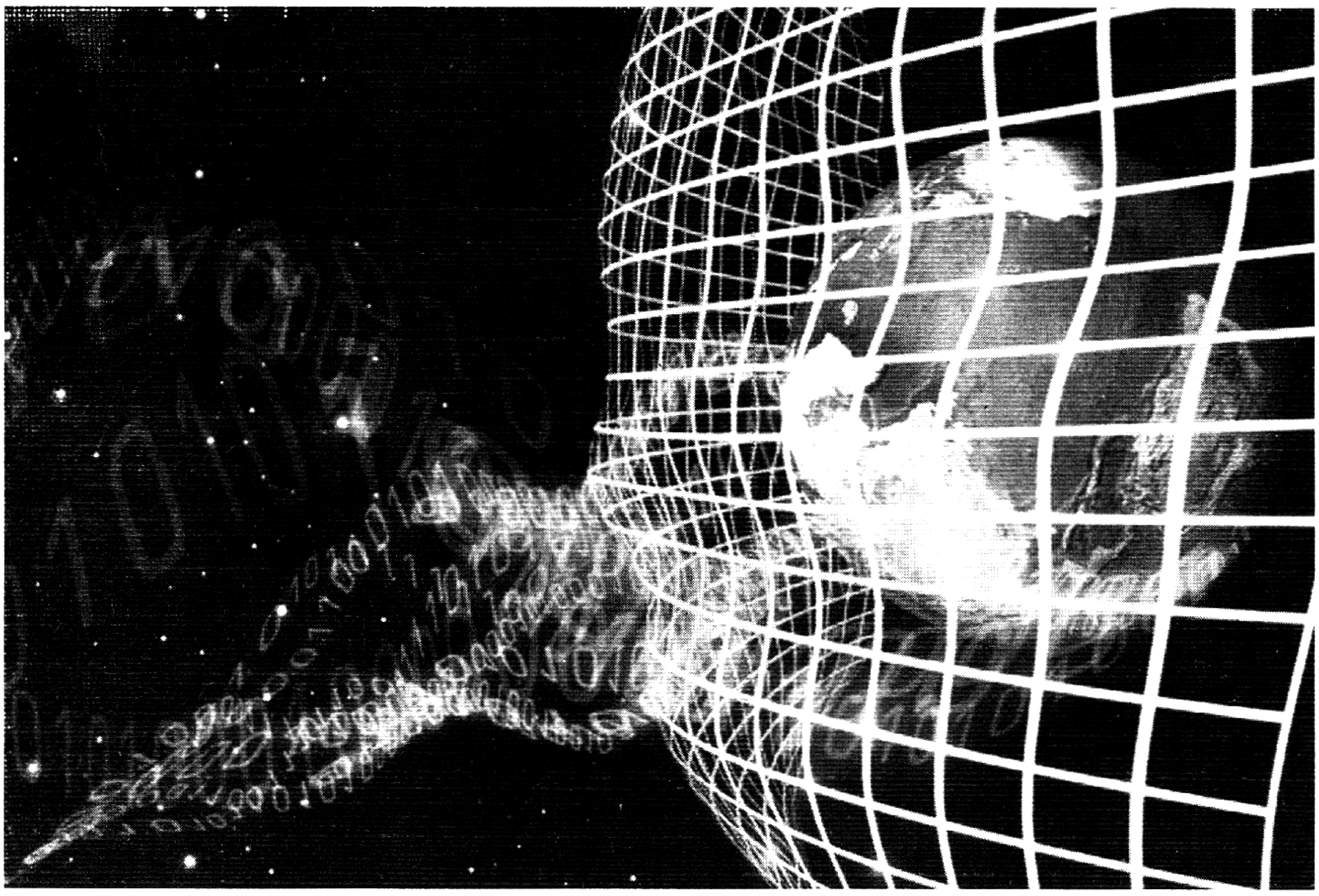
ISSN 0023-1274

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины



Международный
научно-теоретический
журнал

КИБЕРНЕТИКА И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

5 2011

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE

АДРЕС РЕДАКЦИИ:

03680, ГСП, Киев 187
Проспект Академика Глушкова, 40
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова
НАН Украины
Телефоны: **526-00-59, 526-64-61**
Факс: **(044) 526-74-18**
E-mail: **kisa-casa@ukr.net**
http://www.kibernetika.org

Журнал публикует оригинальные и обзорные статьи, материалы проблемного и дискуссионного характера, отчеты о конференциях и совещаниях по вопросам кибернетики и системного анализа, библиографические обзоры, рецензии на монографии, информирует читателей о новейших достижениях отечественной и зарубежной кибернетики.

Основные тематические разделы:

КИБЕРНЕТИКА

Теоретические проблемы кибернетики
Проектирование кибернетических систем
Проблемы искусственного интеллекта
Экономическая кибернетика

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Теория систем и математические вопросы системного анализа
Теория оптимальных решений
Прикладные методы системного анализа

ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ

Архитектура программно-технических комплексов
Математическое и программное обеспечение
Новые информационные технологии в медицине, биологии, лингвистике, юриспруденции и др.

НОВЫЕ СРЕДСТВА КИБЕРНЕТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

ДИСКУССИОННЫЕ СООБЩЕНИЯ

ЖУРНАЛ ПЕРЕИЗДАЕТСЯ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ ИЗДАТЕЛЬСТВОМ Springer ПОД НАЗВАНИЕМ
CYBERNETICS AND SYSTEMS ANALYSIS

Информация для авторов на сайте
http://www.springeronline.com/10559

Журнал *Cybernetics and Systems Analysis* реферируется или индексируется агентствами ABI/INFORM, Academic OneFile, Academic Search, Compendex, CompuScience, Computer Abstracts International Database, Computer Science Index, Current Abstracts, Current Index to Statistics, Digital Mathematics Registry, EBSCO, Gale, Google Scholar, INIS Atomindex, Inspec, io-port.net, Mathematical Reviews, OCLC, SCOPUS, Summon by Serial Solutions, Zentralblatt Math.

Журнал включен в перечень профильных изданий ВАК Украины и реферируется в Реферативном журнале и Базах данных ВИНИТИ, Москва, Россия, тел.: (0-07-495) 155-42-17

КИБЕРНЕТИКА И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Том 47 № 5 СЕНТЯБРЬ — ОКТЯБРЬ 2011

МЕЖДУНАРОДНЫЙ
НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИНСТИТУТА КИБЕРНЕТИКИ им. В.М. ГЛУШКОВА
НАН УКРАИНЫ
ОСНОВАН В ЯНВАРЕ 1965 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

КИБЕРНЕТИКА

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Свидетельство
о регистрации
КВ № 1331 от 22.03.95

Научные редакторы: **В.Б. Белова, Г.В. Яроцкая, Л.И. Лесько, А.М. Ковалевская**
Набор и компьютерная верстка: **Н.Б. Шишкина, А.Ю. Чижевская, Е.И. Нагорный**

Подписано и сдано в печать 29.07.2011. Формат 70x108/16.
Бум. офсетная. Офсетн. печ. Уч.-изд. л. 17. Тираж 450 экз. Заказ № 98.

Напечатано на полиграфическом участке
Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины.
03680, ГСП, Киев–187, проспект Академика Глушкова, 40.

УДК 519.832.3

В.В. РОМАНЮК

ДИСКРЕТНАЯ БЕСШУМНАЯ ДУЭЛЬ С КОСОСИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИЕЙ ВЫИГРЫША НА ЕДИНИЧНОМ КВАДРАТЕ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ КОНКУРЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЙ

Ключевые слова: *бесшумная дуэль, конечное множество чистых стратегий, оптимальное поведение, равновесная ситуация в чистых стратегиях.*

ОБЛАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Антагонистические игры с выбором момента времени являются достаточно гибкими и простыми моделями относительно широкого класса социально-экономических явлений с конфликтами в условиях противоположных интересов [1, 2]. Одной из наиболее изученных в этой связи считают антагонистическую игру типа дуэли, задаваемую своей функцией выигрыша $F(x, y)$ на единичном квадрате

$$X \times Y = [0;1] \times [0;1], \tag{1}$$

где $X = [0;1]$ и $Y = [0;1]$ — множества чистых стратегий первого и второго игроков соответственно. В игре типа дуэли с симметричными возможностями игроков функция выигрыша имеет вид

$$F(x, y) = \left[\frac{1+\operatorname{sign}(y-x)}{2} K(x, y) + \frac{1-\operatorname{sign}(y-x)}{2} L(x, y)\right] \operatorname{sign}(|y-x|), \tag{2}$$

т.е. соблюдается условие ее кососимметричности

$$F(x, y) = -F(y, x) \tag{3}$$

при монотонном возрастании по x обеих функций $K(x, y)$ и $L(x, y)$ при любом значении y, а также при монотонном убывании по y этих же функций при любом значении x.

Более узкий класс дуэлей составляют так называемые бесшумные дуэли [3, 4], в которых функция выигрыша (2) имеет вид

$$F(x, y) = p(x) - q(y) + p(x)q(y)\operatorname{sign}[q(y) - p(x)] \tag{4}$$

с обязательными условиями

$$p(0) = 0, \; q(0) = 0 \tag{5}$$

и

$$p(1) = 1, \; q(1) = 1 \tag{6}$$

для вероятностных функций $p(x)$ и $q(y)$ меткости первого и второго игроков соответственно. С помощью бесшумных дуэлей можно моделировать принятие решений в ситуациях, когда, с одной стороны, некое действие необходимо выполнить как можно позже, а с другой — своим поведением необходимо опередить конкурента, который преследует аналогичные цели.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ В ОБЛАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В наиболее тривиальном случае бесшумной дуэли вероятностные функции меткости игроков, удовлетворяющие условиям (5) и (6), являются линейными:

$$p(x) = x, \; q(y) = y. \tag{7}$$

Тогда функция выигрыша (4) принимает вид

$$F(x, y) = x - y + xy\operatorname{sign}(y - x). \tag{8}$$

Однако и в этом случае игра, определяемая функцией выигрыша (8), носит решение, мало напоминающее тривиальное. Хотя условие кососимметричности (3) указывает на нулевое оптимальное значение игры и идентичные оптимальные стратегии обоих игроков, сама конфигурация этих стратегий является довольно сложной для того, чтобы игрок мог воплотить в реальность свое оптимальное поведение. Действительно, в наиболее тривиальном случае бесшумной дуэли с функцией выигрыша (8) каждый игрок для достижения своего ожидаемого нулевого выигрыша должен применить оптимальную смешанную стратегию, состоящую в случайном выборе чистых стратегий согласно закону распределения [5, 6]

$$\rho(u)=\begin{cases} 0, & u\in\left[0;\dfrac{1}{3}\right), \\ \dfrac{1}{4u^3}, & u\in\left[\dfrac{1}{3};1\right], \end{cases} \tag{9}$$

при $u=x$ или $u=y$. Заметим, что здесь идет речь о реализации некоторого подмножества единичного сегмента чистых стратегий, т.е. континуума чистых стратегий, а это уже принципиально неразрешимая задача. Такая неразрешимость еще более усиливается при рассмотрении задач с одноразовой возможностью проведения бесшумной дуэли, когда две идентичные фирмы-конкуренты пытаются вывести свои услуги на инновационный рынок или на рассмотрение вносится рациональное предложение двумя оппонентами [7]. Поэтому изучение возможностей адаптации модели бесшумной дуэли к условиям ее немногократного повторения представляет в известной степени актуальную задачу. Кроме того, практически целесообразно привести множества чистых стратегий игроков к множествам изолированных точек, поскольку непрерывность этих множеств носит характер соответствующей абстракции в предельном переходе.

ЦЕЛЬ СТАТЬИ

Широкий класс социально-экономических явлений с конфликтами в условиях противоположных интересов оснащает двух участников стратегически ограниченно. Это необходимо учитывать при построении соответствующей функции выигрыша для антагонистической игры типа дуэли, которая будет служить моделью этих явлений. Например, если при выведении своих услуг на инновационный рынок две идентичные фирмы-конкуренты имеют в распоряжении некоторый конечный период времени, выраженный в днях или неделях, то, исходя из логических соображений, при моделировании данного конфликта каждой фирме следует дать дискретное множество чистых стратегий, подразумевая один день или одну неделю для каждой. Задача настоящей статьи состоит в определении антагонистической игры типа бесшумной дуэли с дискретным множеством чистых стратегий для каждого игрока и конструкции программной процедуры для получения быстрого решения этой игры.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ БЕСШУМНОЙ ДУЭЛИ НА ЕДИНИЧНОМ КВАДРАТЕ

Дискретной бесшумной дуэлью на единичном квадрате назовем антагонистическую игру с выбором момента времени, в которой функция выигрыша имеет вид (8), причем

$$x\in\left\{0,\frac{1}{N-1},\frac{2}{N-1},\ldots,\frac{N-2}{N-1},1\right\}=\left\{\frac{i-1}{N-1}\right\}_{i=1}^{N}=$$

$$=\{x_1,x_2,x_3,\ldots,x_{N-1},x_N\}=\{x_i\}_{i=1}^{N}\subset X=[0;1], \tag{10}$$

$$y\in\left\{0,\frac{1}{N-1},\frac{2}{N-1},\ldots,\frac{N-2}{N-1},1\right\}=\left\{\frac{j-1}{N-1}\right\}_{j=1}^{N}=$$

$$=\{y_1,y_2,y_3,\ldots,y_{N-1},y_N\}=\{y_j\}_{j=1}^{N}\subset Y=[0;1], \tag{11}$$

где $N \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Иными словами, каждый игрок имеет в наличии по N чистых стратегий, равномерно распределенных по единичному сегменту $[0; 1]$. Очевидно, что в этом случае функцию выигрыша целесообразно называть матрицей выигрыша $\mathbf{F}$ с элементами $f_{ij} = F(x_i, y_j)$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, N}$, причем

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & F(x_1, y_2) & F(x_1, y_3) & \cdots & F(x_1, y_{N-1}) & F(x_1, y_N) \\ -F(x_1, y_2) & 0 & F(x_2, y_3) & \cdots & F(x_2, y_{N-1}) & F(x_2, y_N) \\ -F(x_1, y_3) & -F(x_2, y_3) & 0 & \cdots & F(x_3, y_{N-1}) & F(x_3, y_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -F(x_1, y_{N-1}) & -F(x_2, y_{N-1}) & -F(x_3, y_{N-1}) & \cdots & 0 & F(x_{N-1}, y_N) \\ -F(x_1, y_N) & -F(x_2, y_N) & -F(x_3, y_N) & \cdots & -F(x_{N-1}, y_N) & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В наиболее тривиальном случае, когда у каждого игрока в наличии по две чистых стратегии, т.е. при $N = 2$, матрица выигрыша (12) будет иметь вид

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Нетрудно увидеть, что здесь нижняя V_* и верхняя V^* цены игры совпадают:

$$V_* = \max_{i=1,2} \min_{j=1,2} f_{ij} = 0 = f_{22} = V^* = \min_{j=1,2} \max_{i=1,2} f_{ij}, \quad (14)$$

и матричная 2×2-игра с матрицей выигрыша (13) имеет седловую точку $S(2)$ в чистых стратегиях:

$$S(2) = \{x_2, y_2\}. \quad (15)$$

Итак, при наименее сложном стратегическом оснащении бесшумная дуэль решается достаточно просто и является несущественной игрой. Можно предположить, что при добавлении одной чистой стратегии игра по-прежнему остается несущественной. Это легко проверить, принимая $N = 3$ и решая матричную 3×3-игру с матрицей

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

имеющей четыре седловые точки:

$$S(3) = \{x_2, y_2\},\ S(3) = \{x_2, y_3\},\ S(3) = \{x_3, y_2\},\ S(3) = \{x_3, y_3\}. \quad (17)$$

Следуя далее, докажем теорему о том, что у каждого игрока при небольшом количестве чистых стратегий, не превосходящем некоторое известное число, бесшумная дуэль с функцией выигрыша (8), задаваемая на дискретных множествах чистых стратегий игроков (10) и (11), имеет ситуации равновесия в чистых стратегиях.

О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЯ В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ ДИСКРЕТНОЙ БЕСШУМНОЙ ДУЭЛИ С МАЛЫМ КОЛИЧЕСТВОМ СТРАТЕГИЙ

Теорема. Если в дискретной бесшумной дуэли с матрицей выигрыша (12) каждый игрок имеет семь чистых стратегий или не более пяти чистых стратегий, то эта антагонистическая игра имеет по крайней мере одну ситуацию равновесия в чистых стратегиях, причем при $N = 3$ (три чистых стратегии) существует четыре ситуации равновесия в чистых стратегиях. В остальных случаях игра решается в смешанных стратегиях.

Доказательство. По условию теоремы при $N \in \{2, 3, 4, 5, 7\}$ матрица (12) должна иметь седловые точки. Для случая $N = 2$ (уже рассмотренного выше) существует седловая точка (15). При $N = 3$ в матрице (16)

$$V_* = \max_{i=\overline{1,3}} \min_{j=\overline{1,3}} f_{ij} = 0 = f_{22} = f_{23} = f_{32} = f_{33} = V^* = \min_{j=\overline{1,3}} \max_{i=\overline{1,3}} f_{ij}, \tag{18}$$

откуда следуют соотношения (17), что и определяет наличие четырех ситуаций равновесия в чистых стратегиях при трех чистых стратегиях у каждого игрока.

Обратимся теперь к матрице выигрыша (12). Заметим, что если в каждой строке этой матрицы содержится хотя бы один отрицательный элемент, то это означает, что нижняя цена игры $V_* < 0$. В этом случае благодаря кососимметричности матрицы (12) в каждом ее столбце содержится хотя бы один положительный элемент; значит, верхняя цена игры $V^* > 0$. Тогда $V_* < V^*$ и игра не будет иметь ситуаций равновесия в чистых стратегиях. Выясним, при каких значениях N в каждой строке матрицы выигрыша (12) содержится хотя бы один отрицательный элемент. Для этого сначала при $x < y$ решим неравенство

$$x - y + xy < 0 \tag{19}$$

относительно переменной x. Здесь очевидно, что неравенство (19) имеет место при

$$x < \frac{y}{1+y}, \tag{20}$$

где $y \in (0; 1]$, поскольку случай $x < y = 0$ невозможен. Итак, при $y \in (0; 1]$ из неравенства (20) следует, что $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right)$. Таким образом, при любом $x < \frac{1}{2}$ существует такое y, что $F(x, y) < 0$. Переходя к дискретной форме функции выигрыша $F(x, y)$, выраженной матрицей (12), чистую стратегию y второго игрока запишем согласно (11) как $y = \frac{j-1}{N-1}$ при $j = \overline{1, N}$. Тогда

$$\frac{y}{1+y} = \frac{\frac{j-1}{N-1}}{1 + \frac{j-1}{N-1}} = \frac{j-1}{N+j-2}. \tag{21}$$

Итак, для $x \in \left[0; \frac{j-1}{N+j-2}\right)$ существует такое y из множества (11) без учета $y = 0$, что $F(x, y) < 0$, где очевидно, что $j = \overline{2, N}$.

Остается показать, что при определенных N для $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ также существует хотя бы одно значение y такое, что $F(x, y) < 0$. Для этого рассмотрим элементы матрицы (12), расположенные под главной диагональю, т.е. зададим $x > y$. Решением неравенства

$$x - y - xy < 0 \tag{22}$$

относительно переменной x будет

$$x < \frac{y}{1-y} \tag{23}$$

или, более точно,

$$y < x < \frac{y}{1-y}. \tag{24}$$

Очевидно, что для соблюдения двойного неравенства (24) необходимо исключить случаи, когда $y = 0$ и $y = 1$. Тем не менее при $y \in (0; 1)$ из неравенства (24) получаем $x \in (0; 1)$, что в общей сложности имеем при подстановке каждого значения y из интервала $(0; 1)$. В дискретном варианте получим

$$\frac{y}{1-y} = \frac{\frac{j-1}{N-1}}{1 - \frac{j-1}{N-1}} = \frac{j-1}{N-j}, \tag{25}$$

где при $x \in \left(\frac{j-1}{N-1}; \frac{j-1}{N-j}\right)$, $j = \overline{2, N-1}$, существует такое y, что $F(x, y) < 0$.

Выясним, при каких условиях во множество интервалов

$$\left\{\left(\frac{j-1}{N-1};\frac{j-1}{N-j}\right)\right\}_{j=2}^{N-1} \tag{26}$$

переменной x входят все значения $x \geq \frac{1}{2}$. Вначале из этого множества исключим те интервалы, которые являются подмножествами полуинтервала $\left[0;\frac{1}{2}\right)$, поскольку для него существование отрицательных элементов в строках матрицы (12) уже установлено. Очевидно, что если $\frac{j-1}{N-j} \leq \frac{1}{2}$, то

$$\left(\frac{j-1}{N-1};\frac{j-1}{N-j}\right) \subset \left[0;\frac{1}{2}\right). \tag{27}$$

Тогда необходимы только такие x, при которых $\frac{j-1}{N-j} > \frac{1}{2}$. Отсюда получаем условие $j > \frac{N+2}{3}$ для целых значений j. Однако если некоторый интервал множества (26) содержит точку $x=1$, то следующие за ним интервалы (если таковые есть) также не имеет смысла рассматривать, поскольку при $x=1$ из неравенства (22) вытекает отрицательность элементов последней строки матрицы (12) при $y \in \left(\frac{1}{2};1\right)$. Так если при некотором j впервые выполнено неравенство $\frac{j-1}{N-j} \geq 1$, то при таком $j \geq \frac{N+1}{2}$ следует прекратить рассмотрение, т.е. здесь имеем $j < \frac{N+1}{2}+1 = \frac{N+3}{2}$.

Теперь проанализируем, каким образом множество интервалов (26) при таком целом j, что $j \in \left(\frac{N+2}{3};\frac{N+3}{2}\right)$, покрывает полуинтервал $x \in \left[\frac{1}{2};1\right)$. Для этого рассмотрим разность между левым концом последующего интервала и правым концом предыдущего интервала:

$$\frac{(j+1)-1}{N-1} - \frac{j-1}{N-j} = \frac{j}{N-1} - \frac{j-1}{N-j} = \frac{j(N-j)-(j-1)(N-1)}{(N-1)(N-j)} =$$

$$= \frac{jN-j^2-jN+N+j-1}{(N-1)(N-j)} = \frac{-j^2+j+N-1}{(N-1)(N-j)}, \tag{28}$$

где $j \in \left(\frac{N+2}{3};\frac{N+3}{2}\right)$ при $j = \overline{2, N-2}$. Необходимо рассмотреть все случаи с $N \in \mathbb{N} \setminus \{2, 3\}$. Итак, оценим разность (28) для целых значений интервала $\left(\frac{N+2}{3};\frac{N+3}{2}\right)$. Знаменатель представляет положительное число, поскольку при максимально возможном $j = \frac{N+3}{2}$ имеем

$$(N-1)\left(N - \frac{N+3}{2}\right) = (N-1)\left(\frac{2N-N-3}{2}\right) = (N-1)\frac{N-3}{2} > 0. \tag{29}$$

Значит, знак в разности (28) определяется числителем, точнее, корнями квадратного уравнения

$$-j^2 + j + N - 1 = 0. \tag{30}$$

Его дискриминант равен

$$1+4\cdot 1\cdot (N-1)=4N-3, \tag{31}$$

откуда корни уравнения (30) имеют вид

$$j=j_1=\frac{-1+\sqrt{4N-3}}{-2}=\frac{1-\sqrt{4N-3}}{2} \tag{32}$$

или

$$j=j_2=\frac{-1-\sqrt{4N-3}}{-2}=\frac{1+\sqrt{4N-3}}{2}. \tag{33}$$

Первый корень (32), безусловно, неприемлем, так как $j_1=\frac{1-\sqrt{4N-3}}{2}<0$ при $N\in\mathbb{N}\setminus\{2,3\}$. Поскольку ветки параболы $-j^2+j+N-1$ направлены вниз, то при $j<j_2=\frac{1+\sqrt{4N-3}}{2}$ разность (28) положительна и при целых значениях j из интервала

$$\left(\frac{N+2}{3};\frac{N+3}{2}\right)\cap\left(\frac{N+2}{3};\frac{1+\sqrt{4N-3}}{2}\right) \tag{34}$$

предыдущий и последующий интервалы из множества (26) не пересекаются:

$$\left(\frac{j-1}{N-1};\frac{j-1}{N-j}\right)\cap\left(\frac{(j+1)-1}{N-1};\frac{(j+1)-1}{N-(j+1)}\right)=$$

$$=\left(\frac{j-1}{N-1};\frac{j-1}{N-j}\right)\cap\left(\frac{j}{N-1};\frac{j}{N-j-1}\right)=\varnothing. \tag{35}$$

Заметим, что разность

$$\frac{1+\sqrt{4N-3}}{2}-\frac{N+2}{3}=\frac{3\sqrt{4N-3}-2N-1}{6} \tag{36}$$

между вторым корнем (33) и началом интересующих нас отсчетов целых значений j является убывающей функцией от N при $N\in\mathbb{N}\setminus\{2,3\}$. Действительно, первая производная разности (36)

$$\frac{d}{dN}\left(\frac{3\sqrt{4N-3}-2N-1}{6}\right)=\frac{1}{\sqrt{4N-3}}-\frac{1}{3} \tag{37}$$

обращается в нуль (как нетрудно проверить) в точке $N=3$. В этой точке вторая производная

$$\frac{d^2}{dN^2}\left(\frac{3\sqrt{4N-3}-2N-1}{6}\right)=\frac{d}{dN}\left(\frac{1}{\sqrt{4N-3}}-\frac{1}{3}\right)=\frac{-2}{(\sqrt{4N-3})^3} \tag{38}$$

отрицательна, поэтому точка $N=3$ является точкой максимума разности (36). Значит, при $N\geq 4$ разность (36) убывает, но при $N=7$ разность (36) обращается в нуль. Следовательно, при любом целом $N>7$

$$\left(\frac{N+2}{3};\frac{1+\sqrt{4N-3}}{2}\right)=\varnothing \tag{39}$$

и пересечение (34) также пусто. Это означает, что при любом целом $N>7$ не существует таких целых значений j, чтобы соотношение (35) выполнялось, т.е. во множество интервалов (26) переменной x входят все $x\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Далее проверим вхождение во множество (26) точки $x=\frac{1}{2}$. Для этого необходимы такие целые значения j из интервала $\left(\frac{N+2}{3};\frac{N+3}{2}\right)$, чтобы $\frac{j-1}{N-1}<\frac{1}{2}$ или, более конкретно, $j<\frac{N+1}{2}$. Таким образом, при целых $j\in\left(\frac{N+2}{3};\frac{N+1}{2}\right)$ точка $x=\frac{1}{2}$ входит во множество (26). Поскольку

$$\frac{N+1}{2}-\frac{N+2}{3}=\frac{3N+3-2N-4}{6}=\frac{N-1}{6}, \tag{40}$$

то при $N>7$ хотя бы одно целое j обязательно войдет в интервал $\left(\frac{N+2}{3};\frac{N+1}{2}\right)$. Тогда множество интервалов (26) полностью покроет полуинтервал $x\in\left[\frac{1}{2};1\right)$ и при $N>7$ для $x\in\left[\frac{1}{2};1\right]$ также найдется хотя бы одно такое значение y, что $F(x,y)<0$. Поэтому при $N>7$ в каждой строке матрицы (12) содержится хотя бы один отрицательный элемент, а нижняя цена игры $V_*<0$, верхняя цена игры $V^*>0$; следовательно, при $N>7$ матрица (12) не имеет седловых точек в чистых стратегиях и соответствующая антагонистическая игра решается в смешанных стратегиях.

Остается показать, что при $N\in\{4,5,7\}$ матрица (12) имеет седловые точки, а при $N=6$ соответствующая игра решается в смешанных стратегиях. При $N=4$ без учета условия (27) множество (26) является одноэлементным, однако в интервал $\left(\frac{2}{3};2\right)$ не входит стратегия $x=x_3=\frac{2}{3}$, поэтому в третьей строке соответствующей матрицы (12) отсутствуют отрицательные элементы и $V_*=0$. Ввиду условия (3) в третьей строке матрицы (12) существует седловая точка

$$S(4)=\{x_3,y_3\}, \tag{41}$$

что можно легко проверить. При $N=5$ без учета условия (27) для (10) множеством (26) является один интервал $\left(\frac{1}{2};1\right)$, в который не входит чистая стратегия $x=x_3=\frac{1}{2}$, поэтому в третьей строке соответствующей матрицы (12) отрицательные элементы отсутствуют и $V_*=0$. Нетрудно убедиться, что в соответствующей 5×5-игре существует седловая точка

$$S(5)=\{x_3,y_3\}. \tag{42}$$

Если $N=6$, то, даже несмотря на невыполнение соотношения (39), пересечение (34) с целыми j является пустым и соответствующее двухэлементное множество (26) $\left\{\left(\frac{2}{5};\frac{2}{3}\right),\left(\frac{3}{5};\frac{3}{2}\right)\right\}$ переменной x покрывает не только весь интервал $\left(\frac{1}{2};\ 1\right)$, но и весь полуинтервал $\left[\frac{1}{2};1\right)$. Поэтому при $N=6$ в каждой строке матрицы (12) содержится хотя бы один отрицательный элемент, нижняя цена игры $V_*<0$, верхняя цена игры $V^*>0$, матрица (12) не имеет седловых точек в чистых стратегиях и соответствующая 6×6-игра решается в смешанных стратегиях.

Следует отметить случай, когда $N=7$. Здесь выполнено равенство (39), разность (40) обращается в нуль и, кроме того, множество (26) для соотношения (10) снова становится одноэлементным без учета условия (27), и оно состоит из интервала $\left(\frac{1}{2};1\right)$. В этот интервал не входит чистая стратегия $x=x_4=\frac{1}{2}$, поэтому в четвертой строке соответствующей матрицы (12) отрицательные элементы отсутствуют и $V_*=0$. Таким образом, в соответствующей 7×7-игре существует седловая точка

$$S(7)=\{x_4,y_4\}. \tag{43}$$

Итак, рассмотрены все случаи чистых стратегий с различным числом N. Теорема доказана.

ПРОГРАММНАЯ ПРОЦЕДУРА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РЕШЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ БЕСШУМНОЙ ДУЭЛИ

Доказанная теорема существенно упрощает анализ дискретной бесшумной дуэли с малым количеством чистых стратегий. Например если упомянутые две идентичные фирмы-конкуренты пытаются вывести свои услуги на инновационный рынок в течение нескольких дней в условиях однократного повторения такого выведения, то идеальным сроком для этого можно считать любое количество дней недели, исключив период в шесть дней, поскольку тогда соответствующее решение будет в смешанных стратегиях. Если, например, $N = 7$ и процесс выхода на инновационный рынок начинается с понедельника, то согласно (43) для каждой фирмы оптимальным днем является четверг. Если выходные дни исключить, то $N = 5$ и согласно (42) стартовать конкурентам следует в среду. Однако возможны и менее благоприятные варианты с точки зрения быстрой реализации принципа оптимальности [5], когда $N = 6$ или $N > 7$. В этом случае каждому игроку необходимо быстро получать решение игры в виде N-элементного вектора вероятностей

$$\mathbf{P} = [\rho_1\ \rho_2\ \rho_3 \cdots \rho_{N-1}\ \rho_N] \qquad (44)$$

выбора чистых стратегий из множеств (10) и (11), где $\rho_j \in [0; 1]$ $\forall\, j = \overline{1, N}$ и $\sum\limits_{j=1}^{N} \rho_j = 1$. Для этого можно использовать мощное программно-математическое средство MATLAB с подключенным программным модулем SP для нахождения седловых точек матриц в чистых или смешанных стратегиях [8]. На рис. 1 показано окно с текстом кода программного модуля SP, возвращающего решение матричной игры, нижнюю и верхнюю цены игры, извещение о существенности игры и оптимальное значение игры.

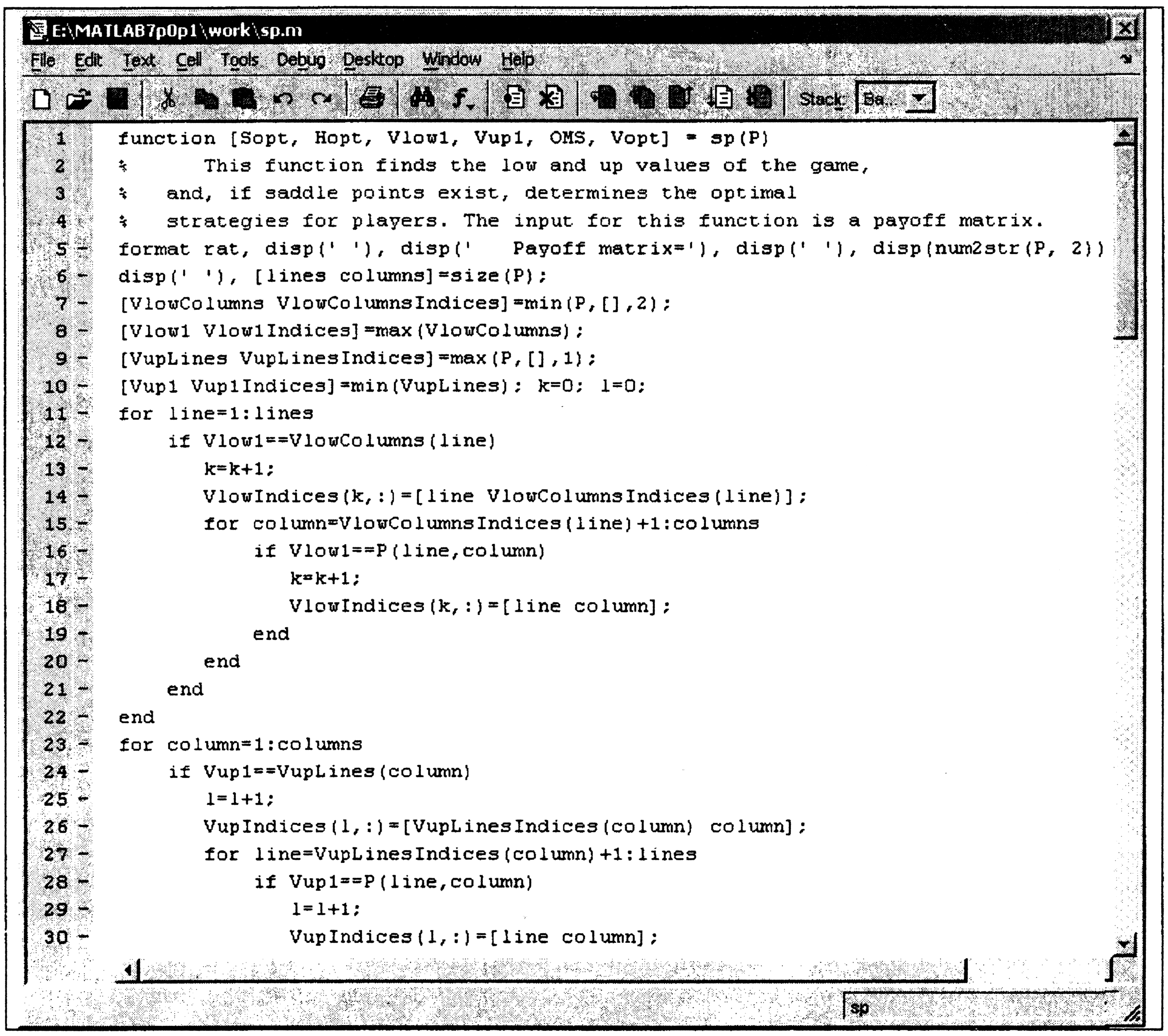


Рис. 1

E:\MATLAB7p0p1\work\dnd.m

```
function [P] = dnd(N)
% Discrete Noiseless Duel Fast Solution
if (N < 2) | (rem (N, 1) ~= 0)
   error('     The number of pure strategies N must be integer, which is not less than 2.')
end
format rat
for i=1:N
    x(i)=(i-1)/(N-1);
    for j=1:N
        y(j)=(j-1)/(N-1);
        F(i, j)=x(i) - y(j) + x(i)*y(j)*sign(y(j) - x(i));
    end
end
disp('     Discrete Noiseless Duel Payoff matrix:')
disp(F)
[Sopt, Hopt, Vlow1, Vup1, OMS, Vopt] = sp(F);
if OMS==1
   P=Sopt;
   disp('     The optimal probabilities vector:')
   disp(P)
else
   if N==3
      P=Sopt;
      disp('     The optimal pure strategy numbers:')
      disp(P)
      disp('     The optimal pure strategy values:')
      disp(x(P))
   else
      P=Sopt;
      disp('     The optimal pure strategy number:')
      disp(P)
      disp('     The optimal pure strategy value:')
      disp(x(P))
   end
end
```

Рис. 2

MATLAB

```
>> dnd(7);
   Discrete Noiseless Duel Payoff matrix:
     0          -1/6        -1/3        -1/2        -2/3        -5/6        -1
     1/6         0          -1/9        -1/4        -7/18       -19/36      -2/3
     1/3         1/9         0           0          -1/9        -2/9        -1/3
     1/2         1/4         0           0           1/6         1/12        0
     2/3         7/18        1/9        -1/6         0           7/18        1/3
     5/6         19/36       2/9        -1/12       -7/18        0           2/3
     1           2/3         1/3         0          -1/3        -2/3         0

  Vlow=Vup=0
   The optimal pure strategy number:
     4
   The optimal pure strategy value:
     1/2
>> dnd(6);
   Discrete Noiseless Duel Payoff matrix:
     0          -1/5        -2/5        -3/5        -4/5        -1
     1/5         0          -3/25       -7/25       -11/25      -3/5
     2/5         3/25        0           1/25       -2/25       -1/5
     3/5         7/25       -1/25        0           7/25        1/5
     4/5         11/25       2/25       -7/25        0           3/5
     1           3/5         1/5        -1/5        -3/5         0


   The optimal probabilities vector:
     0           0           5/11        5/11        0           1/11
>> dnd(8);
   Discrete Noiseless Duel Payoff matrix:
     0          -1/7        -2/7        -3/7        -4/7        -5/7        -6/7        -1
     1/7         0          -5/49       -11/49      -17/49      -23/49      -29/49      -5/7
     2/7         5/49        0          -1/49       -6/49       -11/49      -16/49      -3/7
     3/7         11/49       1/49        0           5/49        1/49       -3/49       -1/7
     4/7         17/49       6/49       -5/49        0           13/49       10/49       1/7
     5/7         23/49       11/49      -1/49       -13/49       0           23/49       3/7
     6/7         29/49       16/49       3/49       -10/49      -23/49       0           5/7
     1           5/7         3/7         1/7        -1/7        -3/7        -5/7         0


   The optimal probabilities vector:
     0           0           0           21/29       0           7/29        0           1/29
```

Рис. 3

Информация о векторе (44) выводится с помощью программной процедуры, выполненной в модуле DND, входным параметром которого является число чистых стратегий N. На рис. 2 показано окно с текстом кода программного модуля DND, возвращающего решение дискретной бесшумной дуэли в форме сообщения об оптимальной чистой стратегии или в форме вектора (44). На рис. 3 даны примеры получаемых в командном окне MATLAB решений, приведены результаты выполнения модуля DND при $N \in \{6, 7, 8\}$.

Таким образом, несмотря на всю простоту моделей, полученных на основе антагонистических игр, результаты доказанной теоремы действительно применимы при практическом разрешении конфликтных ситуаций. Сконструированная программная процедура для получения решения дискретной бесшумной дуэли выдает его в доступной форме. При этом, однако, не предлагается способ практической реализации смешанной стратегии в виде вектора вероятностей (44) с более чем одним ненулевым элементом. Этот вопрос подробно рассматривается в работах [9, 10]. В дальнейших публикациях будет предложено исследовать игру типа дискретной бесшумной дуэли с двумя и более выстрелами у игроков. Предполагается, что в этом случае решение будет намного сложнее, чем в задаче с одним выстрелом, но не исключена возможность, что отдельными теоремами будет доказана несущественность игры или определены другие пути реализации известного принципа оптимальности в антагонистических играх.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. — М.: Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. — 304 с.

2. Васин А.А., Морозов В.В. Введение в теорию игр с приложениями к экономике: Учеб. пособие. — М., 2003. — 278 с.

3. Teraoka Y. A single bullet duel with uncertain information available to the duelists // Bull. Math. Statist. — 1979. — N 18. — P. 69–80.

4. Teraoka Y. A two-person game of timing with random arrival time of the object // Math. Japonica. — 1979. — N 24. — P. 427–438.

5. Воробьёв Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. — М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1985. — 272 с.

6. Оуэн Г. Теория игр: Пер. с англ. Изд. 2-е. — М.: Эдиториал УРСС, 2004. — 216 с.

7. Романюк В.В. Моделирование выхода на рынок двух конкурирующих предприятий с помощью игровой бесшумной дуэли в MATLAB 7.0.1 // Вісн. Хмельницкого нац. ун-ту. Економ. науки. — 2009. — 2, № 3. — С. 233–238.

8. Романюк В.В. Разрешение системы преследователь — добыча для экспоненциальной вероятности поражения добычи преследователем // Вестн. НТУ «ХПИ». Тематич. вып.: Информатика и моделирование. — 2009. — № 13. — С. 138–149.

9. Романюк В.В. Метод реалізації принципу оптимальності у матричних іграх без сідлової точки // Вісник НТУ «ХПІ». Тематич. вип. Інформатика та моделювання. — 2008. — № 49. — С. 146–154.

10. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2009. — № 2. — С. 45–52.

Поступила 16.10.2009

КІБЕРНЕТИКА CYBERNETICS

УДК 51.681.3

Скінченні автомати в інформаційних технологіях / Кривий С.Л. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 3–20.

Наведено короткий огляд застосуваня теорії скінченних автоматів у деяких сучасних галузях комп'ютерних наук і технологій. Зокрема, розглядаються сфери застосування скінченних автоматів в комп'ютерній алгебрі, мережах Петрі, біології, верифікації. Іл.: 8. Бібліогр.: 36 назв.

UDC 51.681.3

Finite state automata in informational technologies / Kryvyi S.L. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 3–20.

A short review of applications of finite state automata in some modern areas of computer science and technologies is presented. In particular, fields of application of finite state automata in computer algebra, Petri nets, biology, and verification are considered. Figs: 8.. Refs: 36 titles.

УДК 519.86

Про розв'язання одного класу нелінійних балансових моделей міжгалузевої еколого-економічної взаємодії / Недашковський М.О., Крошка Т.І. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 21–32.

Проаналізовано нелінійні балансові моделі міжгалузевої еколого-економічної взаємодії та запропоновано нові підходи до їх розв'язання. Обґрунтовано ефективність цих алгоритмів і можливості їх застосування на практиці. Бібліогр.: 15 назв.

UDC 519.86

On the solution of one class of nonlinear balance models of intersectorial ecological-economic interaction / Nedashkovskiy N.A., Kroshka T.I. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 21–32.

This paper analyzes nonlinear balance models of intersectorial ecological-economic interaction and proposes new approaches to solving them. The efficiency of these algorithms and possibility of using them in practice are substantiated. Refs: 15 titles.

УДК 658.012:681.32

Спеціалізовані клітинні структури для контурного аналізу зображень / Білан С.М. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 33–44.

Розглянуто принципи побудови багатоканальної системи технічного зору з використанням клітинних автоматів. На основі запропонованого поняття геометричного типу зображення розпізнаються зображення, інваріантні до повороту, масштабування і динамічних змін. Запропоновано методи побудови геометричного типу зображення на основі клітинних технологій. Іл.: 14. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 658.012:681.32

Specialized cellular structures for image contour analysis // Belan S.N. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 33–44.

This article considers principles of construction of a multichannel system of technical vision using cellular automata. Based on the proposed concept of a geometric type, images invariant to rotations, scaling, and dynamic changes are recognized. Methods based on cellular technologies are proposed for the construction of geometrical-type images. Figs: 14. Refs: 16 titles.

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ SYSTEMS ANALYSIS

УДК 519.6

Ідентифікація кінетичних параметрів масопереносу в складових багатокомпонентних неоднорідних нанопористих середовищ системи компетитивної дифузії / Дейнека В.С., Петрик М.Р., Фрессард Ж. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 45–64.

Розглянуто питання ідентифікації параметрів дифузії двокомпонентного розчину в неоднорідних нанопористих матеріалах. Градієнт функціонала-нев'язки побудовано на основі теорії оптимального керування. Наведено результати чисельних експериментів. Іл. 7. Бібліогр.: 33 назви.

UDC 519.6

Identification of kinetic parameters of mass transfer in components of multicomponent heterogeneous nanoporous media of a competitive diffusion system / Deineka V.S., Petryk M.R., Fraissard J. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 45–64.

Questions of identification of diffusion parameters of a two-component solution in heterogeneous nanoporous materials are considered. The results of numerical experiments are presented. Figs: 7. Refs: 33 titles.

УДК 519.65

Наближення гладким інтерполяційним сплайном / Скопецький В.В., Малачівський П.С., Пізюр Я.В. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 65–71.

Розглянуто властивості гладкого інтерполяційного сплайн-наближення. Встановлено умови існування і запропоновано алгоритм визначення параметрів такого сплайну з ланками у вигляді суми полінома та експоненти. Отримано оцінки похибок наближення функції та її похідної таким сплайном з поліноміальними ланками та ланками у вигляді суми полінома та експоненти. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 519.65

Approximation by a smooth interpolation spline / Skopetskyy V.V., Malachivskyy P.S., Pizyur Y.V. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 65–71.

Properties of a smooth continuous spline are considered. Existence conditions are established and an algorithm for determining parameters of such a spline by the sum of a polynomial and an exponent is proposed. Estimates of approximation errors are obtained for polynomial splines and splines with sections in the form of the sum of a polynomial and an exponent. Refs: 10 titles.

УДК 517.9

Пошук невідомих законів руху на основі екстремальної теорії розмірностей / Смольяков Е.Р. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 72–82.

Розроблено техніку виведення диференціальних рівнянь, що описують будь-які процеси, відносно яких відома лише їх залежність від деякого набору параметрів. Зокрема, знайдено множину раніше невідомих диференціальних рівнянь, що мають цікаві властивості, перспективні щодо їх використання в різних галузях техніки і особливо в динаміці польотів літальних апаратів. На основі екстремальної теорії розмірностей показано, що ця теорія дозволяє знаходити форму диференціальних рівнянь буд-яких складних процесів та визначати фізичні закони, яким ці рівняння підпорядковуються. Іл.: 1. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 517.9

Searching for unknown laws of motion on the basis of the extremal theory of dimensions / Smoliakov E.R. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 72–82.

A technique for searching for differential equations describing any dynamics processes for which only their dependence on some parameters is known. In particular, many unknown differential equations are found that have the wonderful properties and great prospects using in various branches of technology and especially in the flight dynamics. Based on the proposed extremal theory of dimensions, it is shown that the theory allows one to find the form of differential equations for very complex dynamic processes and to define physical laws for them. Fig.: 1. Refs: 16 titles.

УДК 621.391:519.2:519.7

Аналіз перемішуючих властивостей операцій модульного та побітового додавання, визначених на одному носії / Ковальчук Л.В., Сіренко О.О. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 83–97.

Отримано результати щодо впливу операції побітового (модульного) додавання на структуру фактор-групи за певною підгрупою відносно операції модульного (побітового) додавання на множині двійкових векторів залежно від типу вибраної підгрупи. Табл.: 10. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 621.391:519.2:519.7

Analysis of mixing properties of the operations of modular addition and bitwise addition defined on one carrier / Kovalchuk L.V., Sirenko O.A. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 83–97.

Some results are obtained concerning the influence of bitwise (modular) addition on the structure of the quotient group of a particular subgroup under the operation of modular (bitwise) addition on the set of binary vectors depending on the type of the chosen subgroup. Tabl.: 10. Refs: 9 titles.

УДК 519.685.3

Оптимізація параметрів функціональних перетворень у системі класифікації сигналів / Кириченко М.Ф., Гавриленко С.О., Гавриленко А.С. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 98–106.

Наведено стислу математичну постановку задачі класифікації сигналів. Розглянуто критерії лінійної роздільності множини точок в скінченновимірному просторі з узагальненням результатів для нескінченновимірного простору. Розв'язано задачу синтезу як лінійних, так і нелінійних систем класифікації, для якої сформульовано алгоритм вибору оптимальної структури паралельних та послідовних нелінійних функціональних перетворень малоінформативних координат у векторі ознак. Іл.: 2. Бібліогр.: 8 назв.

UDC 519.685.3

Optimization of parameters of functional transformations in a signal classification system / Kirichenko N.F., Gavrilenko S.A., Gavrilenko A.S. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 98–106.

A concise mathematical statement of the signal classification problem is given. Within its framework, linear separability criteria are described for a set of points in a finite-dimensional space and then are generalized to a infinite-dimensional space. The problem of synthesis of both linear and non-linear classification systems is also solved for which an algorithm is formulated that chooses optimal structures of sequential and parallel functional transformations of uninformative coordinates in an attribute vector. Figs: 2. Refs: 8 titles.

УДК 004.383.3

Перетворення кодів в композиційних мікропрограмних пристроях керування / Баркалов О.О., Титаренко Л.О. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 107–118.

Запропоновано спільне використання методів структурної декомпозиції та перетворення кодів об'єктів, що орієнтоване на зменшення апаратурних витрат у схемі композиційного мікропрограмного пристрою керування. Оптимізація досягається завдяки зменшенню як кількості аргументів нерегулярних функцій, так і кількості самих функцій. Для реалізації регулярних функцій використовуються вбудовані блоки пам'яті. Розглянуто метод і приклад синтезу, а також наведено результати досліджень. Іл.: 4. Табл.: 6. Бібліогр.: 11 назв.

UDC 004.383.3

Code transformation in compositional microprogram control units / Barkalov A.A., Titarenko L.A. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 107–118.

The joint use of structural decomposition and code transformation is proposed. The method oriented towards decreasing hardware expenditures in compositional microprogram control units. This reduction is reached owing the decrease in the number of arguments for irregular functions and in the number of the functions themseves. Embedded memory blocks are used for implementing regular functions. Design methods and an example are discussed. Experimental results are given. Figs: 4. Tabl.: 6. Refs: 11 titles.

УДК 519.21

Змішаний емпіричний пуасонівський випадковий процес сферичних сегментів / Семейко М.Г. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 119–130.

Побудовано математичну модель змішаного емпіричного пуасонівського випадкового процесу сегментів (ВПС) на сфері S^2, за допомогою теорії змішаних емпіричних маркірованих точкових процесів. Знайдено моментну міру першого порядку ВПС для сферичних множин спеціального виду. Іл.: 1. Бібліогр.: 18 назв.

UDC 519.21

Mixed empirical Poisson random spherical cap process / Semejko N.G. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 119–130.

A mathematical model of a mixed empirical Poisson random cap process (RCP) on the sphere S^2 is investigated using the theory of mixed empirical marked point processes. The first-order moment measure of the RCP is proposed for spherical sets of special forms. Fig.: 1. Refs: 18 titles.

УДК 519.6

Точність різницевої схеми розв'язання задачі на власні значення для оператора Лапласа / Майко Н.В., Приказчиков В.Г., Рябичев В.Л. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 131–139.

Досліджено точність скінченно-різницевої апроксимації задачі на власні значення для оператора Лапласа з крайовими умовами Діріхле у двовимірній області складної форми та одержано оцінку похибки власних функцій класу $W_2^2(\Omega)$ у сітковій нормі $W_2^1(\omega)$. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 519.6

Accuracy of the difference scheme of solving the eigenvalue problem for the Laplace operator / Maiko N.V., Prikazchikov V.G., Ryabichev V.L. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 131–139.

The accuracy of the finite-difference approximation of the eigenvalue problem with the Dirichlet boundary conditions for the Laplace operator in an arbitrary domain is investigated and an eigenfunction error estimate is obtained in the grid norm of $W_2^2(\Omega)$ under the condition that eigenfunctions belong to $W_2^1(\omega)$. Refs: 7 titles.

УДК 330.101.541–336.7

Функція темпу зростання ставки зарплати від рівня безробіття / Дунаєв Б.Б. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 140–149.

Темп зростання ставки зарплати пропорційний інфляції і є зростаючою функцією рівня безробіття. Зростання рівня безробіття збільшує інфляцію. Збереження від одного року до другого великої інфляції при високому рівні безробіття приводить до стагфляції, причиною якої є надлишкова кількість грошей у річному кругообігу й зростання зарплати понад рівноважну зарплату. Іл.: 2. Табл.: 2. Бібліогр.: 19 назв.

UDC 330.101.541–336.7

Function of the dependence of salary growth rate on unemployment rate / Dunaev B.B. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 140–149.

The salary growth rate is proportional to inflation and is an increasing function of unemployment rate. The unemployment rate growth increases inflation. The retention of a high inflation rate from year to year with a high unemployment rate leads to stagflation caused by a redundant amount of money in annual circulation and to the salary growth beyond the equilibrium salary. Figs: 2. Tabl.: 2. Refs: 19 titles.

УДК 517.9

Багатозначна динаміка розв'язків автономного диференціально-операторного включення із псевдомонотонною нелінійністю / Касьянов П.О. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 150–163.

Розглянуто нелінійне автономне диференціально-операторне включення із псевдомонотонною залежністю між визначаючими параметрами задачі. Вивчено динаміку всіх слабких розв'язків, визначених на додатній півосі часу. Доведено існування траєкторного і глобального атракторів. Досліджено їх структуру. В якості одного із можливих застосувань розглянуто клас нелінійних параболічних рівнянь високого порядку. Бібліогр.: 17 назв.

UDC 517.9

Multivalued dynamics of solutions of an autonomous differential-operator inclusion with a pseudomonotone nonlinearity / Kasyanov P.O. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 150–163.

This article considers a nonlinear autonomous differential-operator inclusion with a pseudomonotone dependence between determinative parameters of the problem. The dynamics of all weak solutions defined on the positive semi-axis of time is studied. The existence of a trajectory and global attractors is proved and their structure is investigated. A class of high-order nonlinear parabolic equations considered to be a possible application. Refs: 17 titles.

УДК 519.81

До параметричної задачі рішення з грошовими доходами / Михалевич В.М. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 163–169.

Досліджується система прийняття рішень, ситуація в якій має числові наслідки з природним порядком як відношенням переваг того, хто приймає рішення. Виділяється досить широкий клас ситуацій, в яких той, хто приймає рішення, при погодженні з достатньо природними умовами, які базуються на принципі гарантованого результату, може використовувати критерій вказаного виду, що залежить лише від закономірності, яка описує випадковість в широкому сенсі — закономірність масового явища, що являє собою стан природи. Бібліогр.: 3 назви.

UDC 519.81

To parametric decision problems with money income / Mikhalevich V.M. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 163–169.

The subject of this paper is the study of a decision-making system in which a situation has its numerical consequences with the natural order as the preference relation of a decision-maker. The formalisation suggested selects a rather wide class of situations in which the decision-maker can use the criterion of the mentioned type under some rather natural conditions based on the principle of the guaranteed result, which depends only on the regularity that describes randomness in a general sense, i.e., the regularity of a mass phenomenon representing a state of nature. Refs: 3 titles.

УДК 519.832.3

Дискретна безшумна дуель з кососиметричною функцією виграшу на одиничному квадраті для моделей соціально-економічних конкурентних процесів зі скінеченною кількістю чистих стратегій / Романюк В.В. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 170–179.

Означено дискретну безшумну дуель на одиничному квадраті, де кожен з гравців володіє кінцевим числом чистих стратегій, рівномірно розподілених на одиничному сегменті. Доведено теорему існування окремих розв'язків дискретної безшумної дуелі у чистих стратегіях. Представлено конструкцію програмної процедури для отримання розв'язку дискретної безшумної дуелі. Іл.: 3. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 519.832.3

Discrete noiseless duel with a skewsymmetric payoff function on the unit square for models of social-economic competitive processes with a finite number of pure strategies / Romanuk V.V. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 170–179.

The discrete noiseless duel is defined on the unit square in which each player has a finite number of pure strategies uniformly distributed on the unit segment. The theorem on the existence of individual solutions of the discrete noiseless duel in pure strategies is proved.The construction of a program procedure for obtaining the solution of the discrete noiseless duel is presented. Figs: 3. Refs: 10 titles.

ПРОГРАМНО-ТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ SOFTWARE–HARDWARE COMPLEXES

УДК 681.3:002.651.028(083.73)

Національна система електронних цифрових підписів як відкрита система / Мелащенко А.О., Перевозчикова О.Л. // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 180–187.

Викладено методи та описано інструментарій досягнення інтероперабельності Національної системи електронних цифрових підписів як відкритої системи для забезпечення транзакцій електронних бізнесів. Обговорено принципи еталонної моделі кваліфікованої інфраструктури відкритих ключів як реалізації бізнес-моделі електронних цифрових підписів згідно Директиви 1999/93/ЄС та Закону України «Про електронний цифровий підпис». Специфіковано профіль комплекту підписів ГОСТ 34.311 + ДСТУ 4145 для підвищення рівня інтероперабельності реалізацій криптомодулів. Описано тестовий стенд як набір програм верифікації та тестування компонентів НСЕЦП в рамках формальної процедури акредитації центрів сертифікації ключів. Іл. 8. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 681.3:002.651.028(083.73)

The national system of digital signatures as an open system / Melashchenko A.O., Perevozchikova O.L. // Kibernetika i sistemny analiz. — 2011. — N 5. — P. 180–187.

This article describes methods and tools for achieving interoperability of the national system of digital signatures as an open system for e-business transactions. It also discusses principles of a standard model for the qualified public key infrastructure as an implementation of the business model of electronic signatures in accordance with Directive 1999/93/EC and the Law of Ukraine "On electronic digital signature". The profile of the signatures suite GOST 34.311 + DSTU 4145 is specified to improve interoperability of implementations of cryptomodules. A testbed is described as a set of programs for verifying and testing components of the national system of digital signatures within the framework of the formal procedure of accreditation of CA. Figs: 8. Refs: 5 titles.

АВТОРЫ НОМЕРА

Баркалов Александр Александрович, доктор техн. наук, профессор ДонНТУ, профессор Университета Зеленогурского, Польша, e-mail: A.Barkalov@iie.uz.zgora.pl

Белан Степан Николаевич, кандидат техн. наук, доцент Государственного экономико-технологического университета транспорта, Киев, e-mail: bstepan@ukr.net

Гавриленко Анастасия Сергеевна, младший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: npi2007@ukr.net

Гавриленко Сергей Александрович, научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: sergegav@gmail.com

Дейнека Василий Степанович, академик НАН Украины, заведующий отделом Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: vdeineka@ukr.net

Дунаев Борис Борисович, кандидат техн. наук, старший научный сотрудник Технического центра НАН Украины, Киев, e-mail: bbdunaev@i.com.ua

Касьянов Павел Олегович, доктор физ.-мат. наук, заведующий лабораторией Учебно-научного комплекса «Институт прикладного системного анализа» НАН Украины и МОН Украины НТУУ «КПИ», Киев, e-mail: kasyanov@i.ua

Кириченко Николай Федорович, доктор физ.-мат. наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев.

Ковальчук Людмила Васильевна, доктор техн. наук, профессор Института специальной связи и защиты информации Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт», e-mail: lv_kov_crypto@mail.ru

Крошка Татьяна Ильинична, ассистент Буковинской государственной финансовой академии, Черновцы, e-mail: tanya.kroshka83@gmail.com

Крывый Сергей Лукьянович, доктор физ.-мат. наук, профессор Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: krivoi@i.com.ua

Майко Наталия Валентиновна, кандидат физ.-мат. наук, доцент Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: maiko@univ.kiev.ua

Малачивский Петр Стефанович, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник Центра математического моделирования Института прикладных проблем механики и математики им. Я.С. Подстригача НАН Украины, Львов e-mail: pasml@cmm.lviv.ua

Мелащенко Андрей Олегович, кандидат физ.-мат. наук, научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев.

Михалевич Вадим Михайлович, кандидат физ.-мат. наук, доцент Национального университета «Киево-Могилянская академия», e-mail: mih@ukma.kiev.ua

Недашковский Николай Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор Тернопольского национального экономического университета, e-mail: m_nedashkovsky@yahoo.com

Перевозчикова Ольга Леонидовна, чл.-кор. НАН Украины, профессор, заведующая отделом Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: dep145@gmail.com

Петрик Михаил Романович, кандидат техн. наук, заведующий кафедрой Тернопольского национального технического университета имени Ивана Пулюя, e-mail: Mykhaylo_Petryk@tu.edu.te.ua

Пизюр Ярополк Владимирович, кандидат физ.-мат. наук, доцент Национального университета «Львовская политехника», e-mail: pizyur@yahoo.com

Приказчиков Виктор Георгиевич, доктор физ.-мат. наук, профессор Киевского национального университета имени Тараса Шевченко.

Романюк Вадим Васильевич, кандидат техн. наук, доцент Хмельницкого национального университета, e-mail: romanukevadimv@mail.ru

Рябичев Вячеслав Львович, кандидат физ.-мат. наук, доцент Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: ryabichev@univ.kiev.ua

Семейко Николай Григорьевич, кандидат физ.-мат. наук, доцент Киевского национального экономического университета имени Вадима Гетьмана, e-mail: semejko@ukr.net

Сиренко Ольга Александровна, аспирантка Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: Olga_Sirenko@ukr.net

Скопецкий Василий Васильевич, чл.-кор. НАН Украины, профессор, заведующий отделом Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев.

Смольяков Эдуард Римович, доктор физ.-мат. наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, e-mail: ser-math@rambler.ru

Титаренко Лариса Александровна, доктор техн. наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники; профессор Университета Зеленогурского, Польша, e-mail: L.Titarenko@iie.uz.zgora.pl

Фрессард Жак, академик НАН Франции, доктор наук, профессор Университета Пьера и Марии Кюри, e-mail: jacques.fraissard@upmc.fr

Индекс 70463

ISSN 0023–1274. Кибернетика и системный анализ. 2011 № 5. 1–192.