

## ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ В ОРНАМЕНТАХ УКРАЇНСЬКОЇ НАЦІОНАЛЬНОЇ ВИШИВКИ

*Застосування вишивки як плоского виду оздоблення ґрунтується на повторі однакових елементів орнаменту в програмному забезпеченні технології вишивання. Досліджено процес масштабної інваріантності фракталів типової структурної організації хрестів в рослинних і геометричних орнаментах автентичної української вишивки.*

*Ключові слова: самоподібність елементів орнаменту, фрактал, масштабна інваріантність, алфавіт, автентичний орнамент, патерн, генерація мультифракталу, розмірність, синтез, художнє поле «Оксіс».*

A.L. SLAVINSKA, O.P. SYROTENKO

Khmelnitskyi National University

### APPLICATION OF THE FRACTAL STRUCTURE IN THE ORNAMENTS OF UKRAINIAN NATIONAL EMBROIDERY

*The use of embroidery as a flat type of decoration is based on repeating the same elements of the ornament in software embroidery technology. The process of large-scale invariance of fractals of a typical structural organization of crosses in plant and geometric ornaments of authentic Ukrainian embroidery is researched. Fractal box of the alphabet of base ornament units for generation of multifractals was used. A number of ideas of ornaments of Ukrainian embroidery was formed with the help of the art field "Oksis". The hierarchical approach of synthesis in transitions from one group of fractals to another is proposed maintaining the unity of compositional construction of plant and geometric ornamentation.*

*Key words: self-similarity of elements of ornament, fractal, scale invariance, alphabet, authentic ornament, pattern, generation of multifractals, dimension, synthesis, artistic field of "Oksis".*

#### Постановка задачі

Візуальний аналіз орнаментів автентичної української вишивки вказує на частий повтор однакових елементів в межах одного орнаменту з збереженням їхніх сталих розмірів або із закономірною покровою зміною за ознакою подібності. Найбільш чітко ці закономірності прослідковуються в групі геометричних орнаментів і вказують на те, що вони можуть бути описані законами фрактальної геометрії за ірраціональними співвідношеннями кількості подібних об'єктів з їх розмірами.

Відсутність регламентації розмірностей геометричних орнаментів не забезпечує ентропійний механізм формування алфавіту елементів для генерації рисунку орнаменту. Актуальність геометричних фракталів для програмного забезпечення технології вишивання орнаментів полягає у формуванні базових орнаментальних блоків елементарних частин для тиражування або масштабування фрагментів вишивки, що суттєво скорочує терміни розробки і підвищує якість виконання операцій вишивання.

#### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Фрактал (лат. *fractus, fractal* – дроблений) – це нескінченно самоподібна геометрична фігура, кожний фрагмент якої повторюється при зменшенні масштабу. Масштабна інваріантність, що спостерігається у фракталах, може бути точною або наближеною [1]. Прикладами геометричних фракталів є крива Гільберта-Пеано (рис. 1, а), триадна крива Коха (рис. 1, б), дракон «Хартера-Хейтуея» (рис. 1, в), крива Мінковського (рис. 1, г), крива Леві (рис. 1, д), килим Серпінського (рис. 1, е), трикутник Серпінського (рис. 1, є), дерево Піфагора (рис. 1, ж) [2], крива Госпера (рис. 1, з), Н-фрактал (рис. 1, и), Т-фрактал (рис. 1, і), фрактал Мандельброта (рис. 1, і), зірка Дарера (рис. 1, й) [3], фрактал Вісекка (рис. 1, к) [4], фрактал на основі кола (рис. 1, л) [5]. Це сукупності геометричних фігур, які утворюються шляхом нескладних геометричних перетворень – поділом більших фігур на подібні менші (масштабуванням) або шляхом тиражування одного і того ж елемента на ділянці простору з використанням афінних перетворень – повороту (зламу), паралельного перенесення. Афінні перетворення, які використовуються для побудови фракталів вважаються стискаючими, якщо коефіцієнт їхнього масштабування менший одиниці [1].

Рівень організації складних геометричних систем за законами фрактальної геометрії описують наступними розмірностями: Хаусдорфа, Мінковського, Рені, інформаційною, кореляційною та ін. [6].

Сьогодні теорія фракталів широко використовується для розробки складних орнаментів з використанням комп'ютерних технологій (рис. 2) [7], для опису процесів та явищ [8–12]. Відповідно доцільним є її застосування для дослідження будови схем орнаментів української національної вишивки, серед яких Т-фрактал, фрактал Вісекка та Серпінського є наглядним прикладом типової структурної організації хрестів в більшості орнаментів автентичної української вишивки.

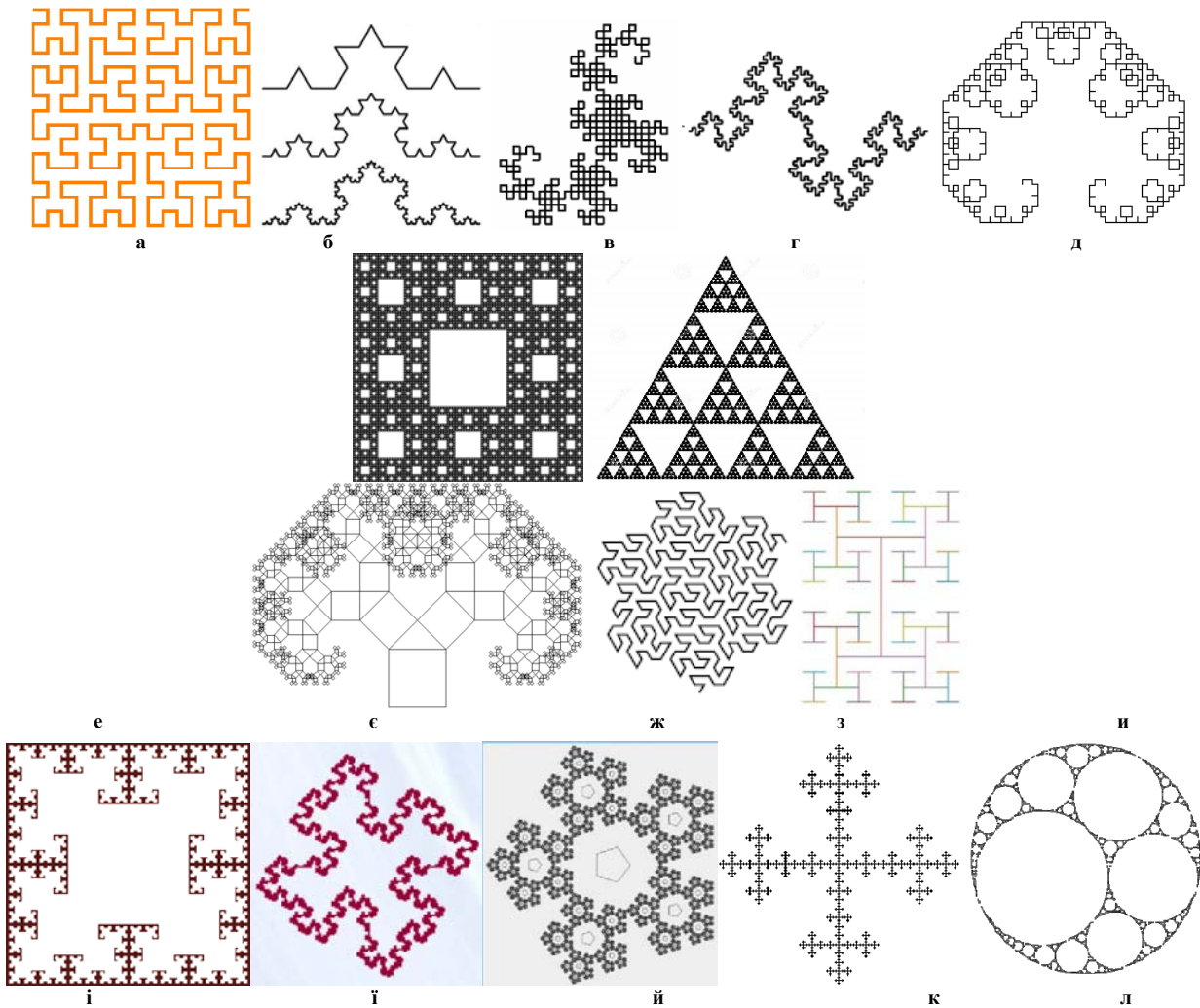


Рис. 1. Приклади геометричних фракталів

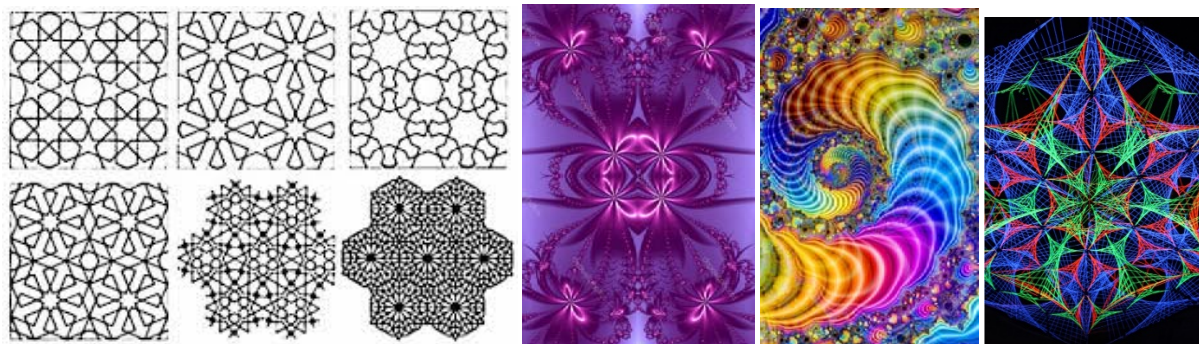


Рис. 2. Геометричні орнаменти розроблені за принципом фракталів

### Мета і завдання дослідження

З метою дослідження законів внутрішньої будови орнаментів української національної вишивки доцільно вирішити ряд наступних завдань: визначити елементарні складові частини орнаменту; проаналізувати та математично обґрунтувати співвідношення параметрів цих частин між собою за законами фрактальної геометрії; визначити принципи формування патернів базових орнаментальних блоків (ізоморфем) на основі алфавіту української вишивки і встановити закономірності їх розташування та взаємозв'язку в єдиній орнаментальній схемі.

### Виклад основного матеріалу

Подібність однакових елементів в різних схемах орнаментів української національної вишивки говорить про їх спільну структуру, обумовлену формою хреста як базового елемента вишивки. Вона пов'язана з сітчастою структурою канви або тканини, що обумовлює його чітку геометричну будову, яка вписується в межі квадрата (комірки). При цьому сітка матеріалу обумовлює характер їх взаємного розташування – лише під кутом  $90^\circ$  за умови зсуву на один цілий крок по вертикалі або горизонталі або  $45^\circ$  за умови одночасного зсуву на 1 крок по вертикалі та один по горизонталі. Більшість орнаментальних фігур,

побудованих на основі хреста, є прикладом фрактальної коробки, яку можна побудувати, використовуючи переписування рядків у матриці, починаючи з 1 комірки та ітеруючи правило:

$$\left\{ \begin{matrix} 0 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \right\}. \quad (1)$$

Фрактал Вісекка будується шляхом покрокового віддалення кутових квадратів. Алгоритм для цієї фігури полягає в тому, щоб віддалити чотири кутові квадрати, залишивши середній квадрат (рис. 3, а), або віддалити квадрати зверху, знизу, зліва і справа від середнього (рис. 3, б). Ці дві конструкції створюють ідентичні граничні криві, але одна повернута на 45° відносно іншої [4].



Рис. 3. Побудова фракталу Вісекка

Рівняння, яке описує будову даного фракталу, представлене формулою 2, а його розмірність – формулою 3.

$$A_n = L_n^2 \cdot N_n = (5/9)^n \quad (2)$$

$$d_{cap} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln N_n}{\ln L_n} \right) = \log_3 5 = \frac{\ln 5}{\ln 3} = 1,465 \quad (3)$$

де  $N_n$  – число чорних скриньок;  
 $L_n$  – довжина сторони білого скриньки.

В результаті аналізу структур орнаментів визначено, що вони складаються з найпростіших елементів, які можуть бути основою елементарних геометричних фракталів (рис. 4) з 4- та 8-кратною повторюваністю елементів.

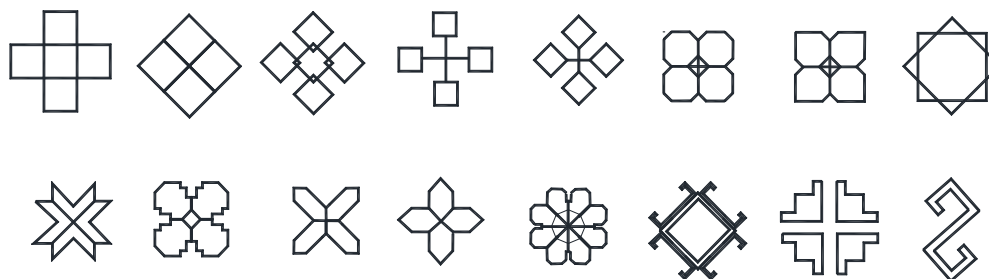


Рис. 4. Патерни геометричних фракталів в алфавіті української вишивки

Їх також використовують для генерування більш складних базових одиниць орнаменту шляхом накладання двох різних фракталів (рис. 5, а) або шляхом тиражування (рис. 5, б), приєднання (нарощування) (рис. 5, в) однакових фракталів або їх частин.

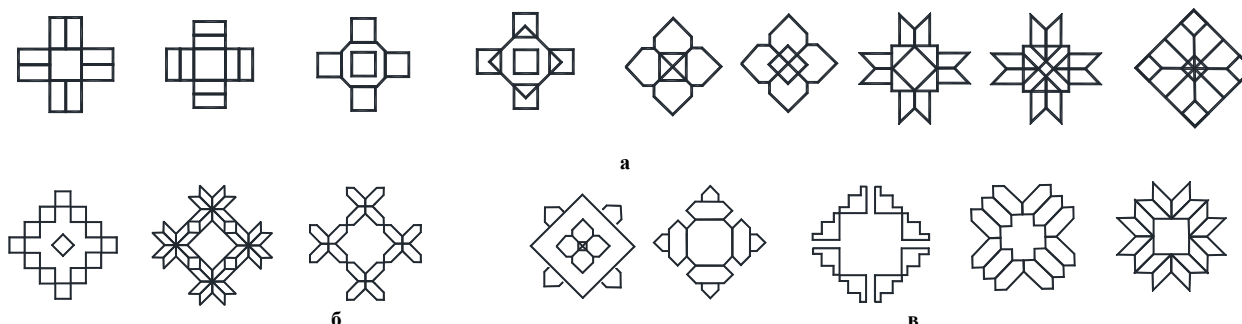


Рис. 5. Базові одиниці орнаменту, утворені при: а) накладанні; б) тиражуванні; в) приєднанні декількох найпростіших фракталів

Як правило, більшість орнаментів української національної вишивки містить в собі поєднання декількох фракталів (рис. 6), тому вони є мультифрактальними. Мультифрактал – це комплексний фрактал,

який може детермінуватись не одним єдиним алгоритмом побудови, а декількома послідовними алгоритмами, що змінюють один одного. Кожен з них генерує патерн зі своєю фрактальною розмірністю.

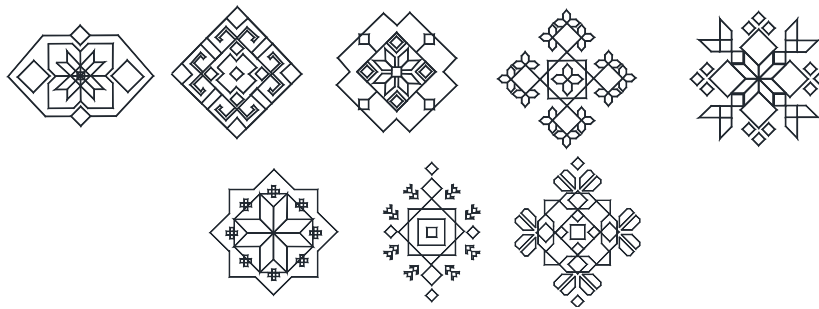


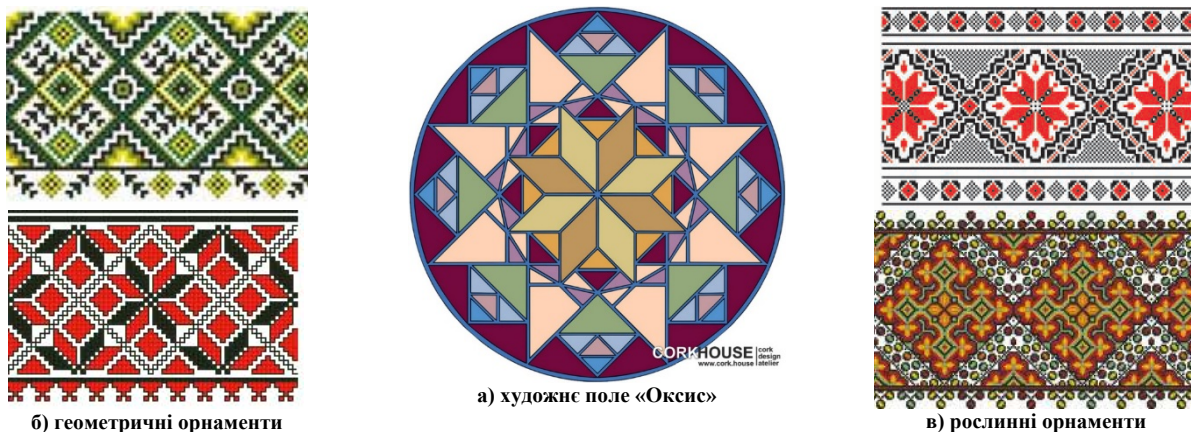
Рис. 6. Мультифрактальна генерація орнаментів української вишивки

Динамічна система мультифракталу задається ітераціями многочлена чи голоморфною функцією комплексної перемінної на площині (формула 4) [13]:

$$z_0, z_1 = F(z_0), z_2 = F(F(z_0)) = F(z_1), z_3 = F(F(F(z_0))) = F(z_2), \dots \tag{4}$$

де  $F(z)$  – многочлен;  
 $z_0$  – комплексне число.

Художнє поле «Оксис» (рис. 7, а), розроблене дизайнерською студією Cork house [14], є планшетом ідей можливих варіантів використання (рис. 7, б, в) алфавіту української вишивки, оскільки містить сукупність базових геометричних фігур, які найчастіше зустрічаються в автентичних орнаментах (трикутник, квадрат, восьмикутник, восьмикутна «Віфлеємська» зірка) тощо.



б) геометричні орнаменти

а) художнє поле «Оксис»

в) рослинні орнаменти

Рис. 7. Планшет ідей використання алфавіту української вишивки на основі художнього поля «Оксис»

Розглянемо особливості синтезу мультифракталів рослинного (рис. 8, а) та геометричного (рис. 9, а) орнаментів на основі художнього поля «Оксис». Рослинний орнамент базується на застосуванні фракталу поля  $Z_9$  р-адичного числа [15] (рис. 8, б), геометричний – на основі фракталу квадратури кола Леонардо да Вінчі (рис. 9, б). Їм характерний круговий перехід від контуру найбільшого елемента до контуру найменшого шляхом поступового поділу найбільшого елемента на частини за принципом подібності. Кількість здійснених поділів характеризує передфрактальне покоління –  $n$ . В обох орнаментах для генерації необхідної кількості патернів достатніми є чотири ланцюги перетворень. В рослинному орнаменті (рис. 8, в) внутрішній контур більшого фракталу (рівень 1, крок 4) є основою для розвитку меншого (рівень 2 та 3), квадратна комірка фракталу (рівень 2, крок 3) є основою для генерації патерну рівня 4.

В геометричному орнаменті вихідним для ланцюгів перетворень рівня 1 та 2 є контур найбільшого елемента орнаменту, для рівня 3 – внутрішній контур патерну рівня 1 (крок 1), для рівня 4 – внутрішній контур патерну рівня 3 (крок 2). В усіх ланцюгах перетворень, крім рівня 2, здійснюється покрокове зменшення вихідного елемента на один і той же коефіцієнт подібності з одночасним його поворотом на  $45^\circ$ . На 2–4 рівнях застосовується принцип приєднання елементів алфавіту, які за розмірами вписуються в контури сітки фракталу, що призводить до формування нової схеми патерну.

Із патернів, отриманих на всіх рівнях, синтезують повну схему орнаменту, здійснюючи багатократне їх тиражування за чітко визначеним алгоритмом. Базові патерни (рівень 1 (рис. 8, в) та рівень 2 (рис. 9, в)) тиражуються по прямій за законами ланцюга і утворюють типологічний ряд, а модифікаційні (рівень 2 (рис. 8, в) та рівень 3 (рис. 9, в)) – за законами тріадної кривої Коха першого передфрактального покоління ( $n = 1$ ). Патерни інших рівнів використовуються для доповнення базових та модифікаційних патернів.



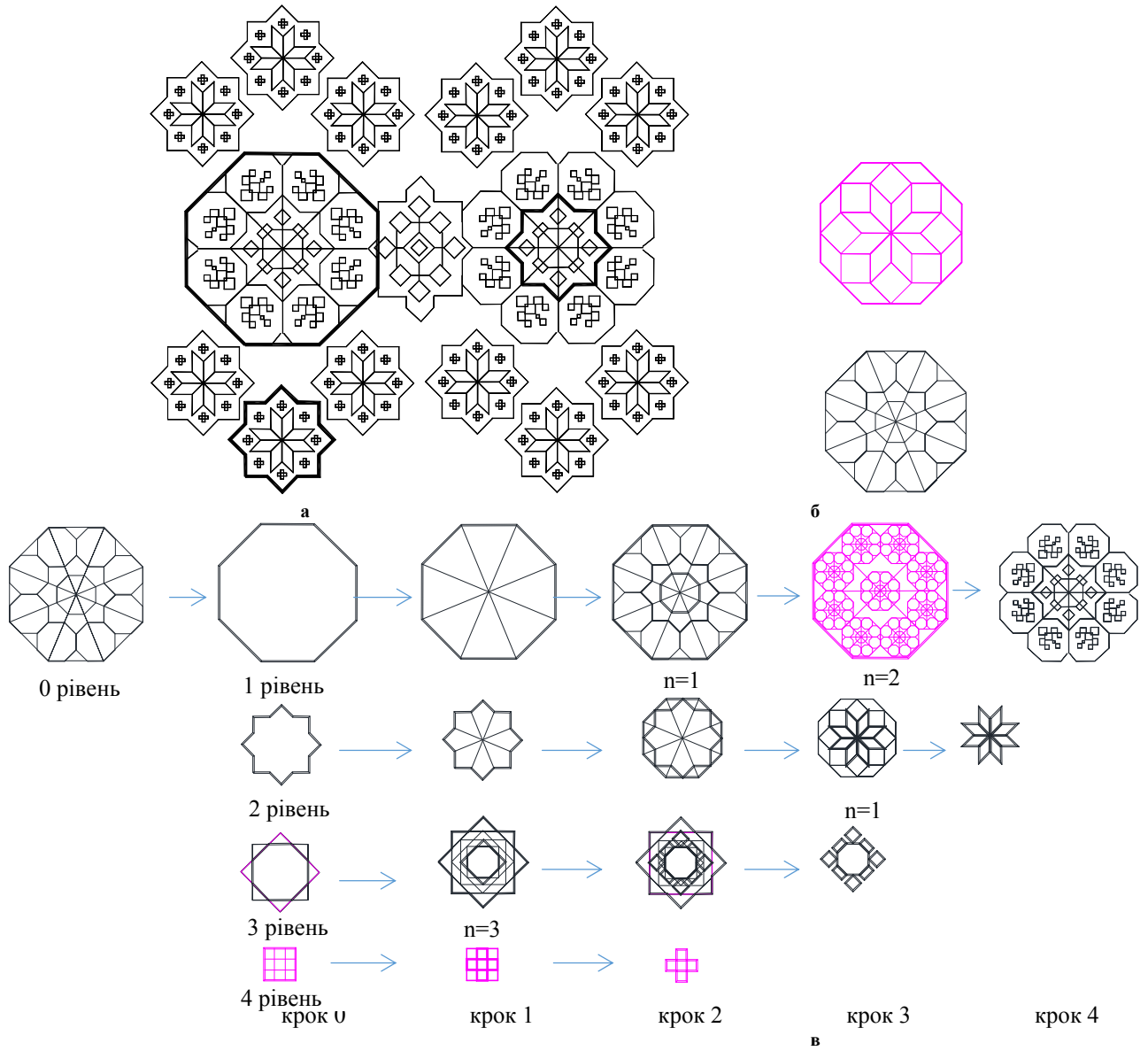


Рис. 8. Схема ієрархічних рівнів синтезу мультифракталу рослинного орнаменту

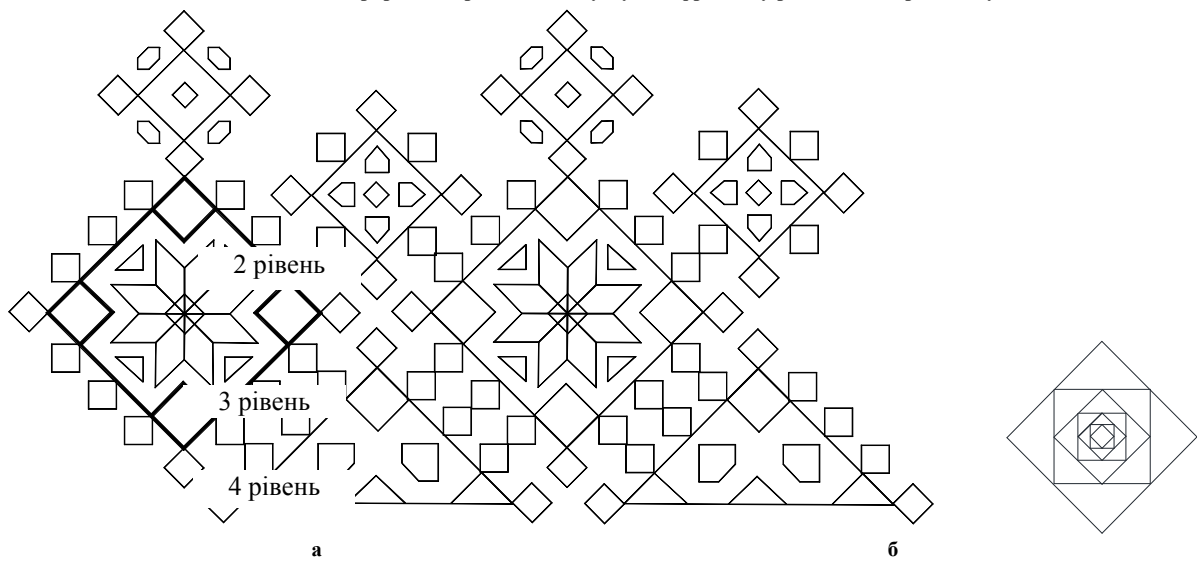


Рис. 9. Схема ієрархічних рівнів синтезу мультифракталу геометричного орнаменту

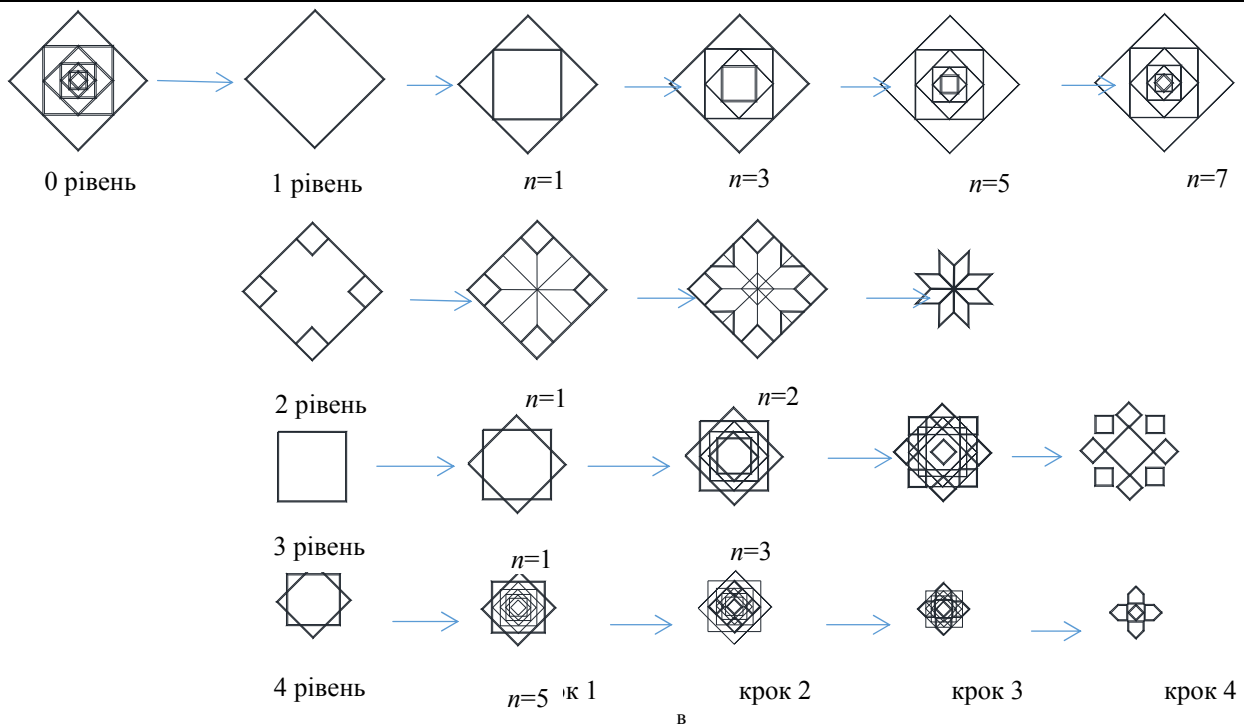


Рис. 9. Схема ієрархічних рівнів синтезу мультифракталу геометричного орнаменту (продовження)

Розглянуті способи побудови фракталів дозволяють здійснювати перехід від однієї групи фракталів до іншої, зберігаючи єдність композиційної побудови та чітку співрозмірність всіх елементів орнаменту.

Система поділу базових елементів орнаменту на більш дрібні частини має обмеження у вигляді факторіалу  $n!$  елементарної одиниці розмірності хреста за рівнями масштабування.

### Висновки

Досліджено можливості застосування закономірностей фрактальної геометрії в масштабній інваріантності типової структурної організації хрестів в орнаментах автентичної української вишивки на основі Т-фракталу, фракталів Вісека та Серпінського.

Визначено принципи формування патернів базових орнаментальних блоків шляхом збереження закономірностей розташування алфавіту української вишивки в єдиній орнаментальній схемі.

Наведені приклади ієрархічного підходу до синтезу мультифракталів рослинного і геометричного орнаментів української вишивки за допомогою планшету ідей, розробленого на основі художнього поля «Окис».

### Література

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М., Ижевск : ИИКИ, НИЦ «РХД», 2010. – 656 с.
2. Hazewinkel M. Encyclopedia of Mathematics, Springer. Accessed May 25, 2007.
3. Понятие фрактал [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://fractbifur.narod.ru/html/index1.html>
4. Аметов А. Компьютерная графика. Фрактал Виссека [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://grafika.me/node/708>. – 28. 05. 2017.
5. Ronald L. Graham, Jeffrey C. Lagarias, Colin M. Mallows, Alan R. Wilks, and Catherine H. Yan. Apollonian Circle Packings: Number Theory. J. Number Theory, 100 (2003), 1–45.
6. O'Connor J. J., Robertson E. F. A History of Fractal Geometry. MacTutor History of Mathematics archive. School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Scotland (01, 2009).
7. Компьютерная графика. Уроки, алгоритмы, программы, примеры [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://grafika.me/fractals>.
8. Vicsek, Tamás (2001). Fluctuations and scaling in biology. Oxford [Oxfordshire]: Oxford University Press.
9. Николаева Е. В. Фракталы в дизайнерских коллекциях и социокультурных практиках моды / Е. В. Николаева // Дизайн и технологии. – 2013. – № 35 (77). – С. 105–112.
10. Дмитришин Т. В. Особливості візуалізації фрактальних структур для підвищення естетичного рівня моделей одягу / Т. В. Дмитришин, С. Г. Кулешова // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених «Молодь – науці і виробництву – 2018: Інноваційні технології легкої

промисловості» (Херсон, 17-18 травня 2018 р.). – Херсон : ХНТУ, 2018. – С. 194–196.

11. Kuleshova S. G. Application of the fractal graphics as an innovative technology in clothing design / S. G. Kuleshova, T. V. Dmytryshyn, O. E. Glovatskaya // Textiles, clothing, leather and technology. – 2019. – Vol. 2. – P. 13–16. – URL : <https://tok-bg.org/archive-2019/number-of-2-2019/>.

12. Кулешова С.Г. Передумови застосування фрактальної графіки для структурного аналізу сучасного костюма / С.Г. Кулешова // Вісник Хмельницького національного університету. – 2015. – № 2. – С. 55–61.

13. Божокин С. В. Фракталы и мультифракталы / Божокин С. В., Паршин Д. А. – Ижевск : «РХД», 2001. – С. 128.

14. Художественное поле. Коллекция «геометрия» [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://cork.house/khudozhestvennye-poly-ot-cork-house/khudozhestvennye-poly-print/khudozhestvennye-poly-kollektsiya-geometriya?tmpl=component>.

15. Маврикиди Ф. И. Фракталы: постигая взаимосвязанный мир [Электронный ресурс]/ Ф. И. Маврикиди // Дельфис. – 2000. – № 23(3). – Режим доступа : <http://www.delphis.ru/journal/article/fraktaly-postigaya-vzaimosvyazannyi-mir>.

#### References

1. Mandelbrot B. Fraktalnaya geometriya prirody / B. Mandelbrot. – M., Izhevsk : IIKI, NIC «RHD», 2010.– 656 s.
2. Hazewinkel M. Encyclopedia of Mathematics, Springer. Accessed May 25, 2007.
3. Ponyatie fraktal [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <http://fractbifur.narod.ru/html/index1.html>
4. Ametov A. Kompyuternaya grafika. Fraktal Visseka [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <http://grafika.me/node/708>. – 28. 05. 2017.
5. Ronald L. Graham, Jeffrey C. Lagarias, Colin M. Mallows, Alan R. Wilks, and Catherine H. Yan. Apollonian Circle Packings: Number Theory. J. Number Theory, 100 (2003), 1–45.
6. O'Connor J. J., Robertson E. F. A History of Fractal Geometry. MacTutor History of Mathematics archive. School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Scotland (01, 2009).
7. Kompyuternaya grafika. Uroki, algoritmy, programmy, primery [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <http://grafika.me/fractals>.
8. Vicsek, Tamas (2001). Fluctuations and scaling in biology. Oxford [Oxfordshire]: Oxford University Press.
9. Nikolaeva E. V. Fraktaly v dizajnerskih kollekcijah i sociokulturnyh praktikah mody / E. V. Nikolaeva // Dizajn i tehnologii. – 2013. – № 35 (77). – S. 105–112.
10. Dmytryshyn T. V. Osoblyvosti vizualizatsii fraktalnykh struktur dlia pidvyshchennia estetychnoho rivnia modelei odiahu / T. V. Dmytryshyn, S. H. Kuleshova // Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii zdobuvachiv vyshchoi osvity i molodykh uchenykh «Molod – nautsi i vyrobnytstvu – 2018: Innovatsiini tekhnologii lehkoj promyslovosti» (Kherson, 17-18 travnia 2018 r.). – Kherson : KhNTU, 2018. – S. 194–196.
11. Kuleshova S. G. Application of the fractal graphics as an innovative technology in clothing design / S. G. Kuleshova, T. V. Dmytryshyn, O. E. Glovatskaya // Textiles, clothing, leather and technology. – 2019. – Vol. 2. – P. 13–16. – URL : <https://tok-bg.org/archive-2019/number-of-2-2019/>.
12. Kuleshova S.H. Peredumovy zastosuвання fraktalnoi hrafiky dlia strukturalnogo analizu suchasnoho kostiuma / S.H. Kuleshova // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2015. – № 2. – S. 55–61.
13. Bozhokin S. V. Fraktaly i multifraktaly / Bozhokin S. V., Parshin D. A. – Izhevsk : «RHD», 2001. – S. 128.
14. Hudozhestvennoe pole. Kolleksiya «geometriya» [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <https://cork.house/khudozhestvennye-poly-ot-cork-house/khudozhestvennye-poly-print/khudozhestvennye-poly-kollektsiya-geometriya?tmpl=component>.
15. Mavrikidi F. I. Fraktaly: postigaya vzaimosvyazannyj mir [Elektronnyj resurs]/ F. I. Mavrikidi // Delfis. – 2000. – № 23(3). – Rezhim dostupa : <http://www.delphis.ru/journal/article/fraktaly-postigaya-vzaimosvyazannyi-mir>.

Рецензія/Peer review : 11.06.2019 р. Надрукована/Printed : 23.07.2019 р.

Стаття рецензована редакційною колегією