

гарантувати мінімальний рівень помилок перемикача.

### Висновки

Збільшення числа ітерацій при декодуванні покращує завадостійкість. Зі збільшенням числа ітерацій енергетичний виграш зменшується. Криві ймовірності помилки декодування мають область, де їх нахил різко зменшується. При цьому ймовірність помилки продовжує знижуватися, але з набагато меншою швидкістю, тому для досягнення значень помилки  $10^{-8}$  ...  $10^{-9}$  необхідні значні енергетичні витрати. Це пояснюється відносно малою мінімальною кодовою відстанню турбокодів, яке починає домінувати при середніх і великих значеннях відношення  $E_b/N_0$ .

### Література

1. Шинкарук О.М. Основи функціонування багатоканальних систем передачі інформації : навч. посібник / О.М. Шинкарук, Ю.М. Бойко, І.І. Чесановський. – Хмельницький : ХНУ, 2011. – 245 с.
2. Бойко Ю.М. Дослідження способів завадостійкого кодування для захисту від помилок у цифрових каналах передавання інформації / Ю.М. Бойко, Д.А. Макаришкін, С.В. Івчун // Вісник ХНУ. – 2013. – № 2. – С. 188–195.

Отримана/Received : 13.5.2017 р. Надрукована/Printed : 11.6.2017 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Бойко Ю.М.

УДК 621.396.12

Д.А. МАКАРИШКІН, Н.М. САМАРУК, І.С. ПЯТІН  
Хмельницький національний університет

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СУПЕРКОНДЕНСАТОРА ДЛЯ ОПТИМІЗОВАНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ ГЕНЕРАТОРА ЗОНДУЮЧИХ ІМПУЛЬСІВ НАДШИРОКОСМУГОВИХ МОБІЛЬНИХ РАДІОЛОКАТОРІВ

*В статті наведено математичну модель суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генератора зондуючих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів. Розроблена вдосконалена нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора у вигляді неперервної дробової схеми, яка синтезована по другій формі Кауера. Функцію комплексного опору суперконденсатора представлено у вигляді неперервного дробу. Отримано аналітичні вирази для визначення елементів модифікованої нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора та елементів вдосконаленої нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зондуючих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів.*

*Ключові слова: математична модель, суперконденсатор, функція комплексного опору, нелінійна еквівалентна схема заміщення, електричні параметри, система електроживлення, генератор зондуючих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів.*

D.A. MAKARYSHKIN, N.M. SAMARUK, I.S. PYATIN  
Khmelnytsky National University

## MATHEMATICAL MODEL OF SUPERCAPACITOR FOR OPTIMIZED POWER SYSTEMS OF ULTRA WIDEBAND RADARS DIRECT PULSE GENERATOR

*The paper presents the mathematical model of supercapacitor for optimized power systems of ultra wideband radars direct pulse generator. The obtained the complex impedance function of the supercapacitor in the form of a continued fraction, and built a modified nonlinear equivalent circuit of the supercapacitor. Developed advanced non-linear equivalent circuit of the supercapacitor in a continuous fractional scheme, which is synthesized by a second form of Kauer. The analytical expressions for the determination of elements of the modified nonlinear equivalent circuit of the supercapacitor in a continuous fractional scheme, which is synthesized by a second form of Kauer and elements advanced nonlinear equivalent circuit of supercapacitor for optimized power systems of ultra wideband radars direct pulse generator. Found that showed that non-linear equivalent circuit of the supercapacitor with distributed element can be directly replaced by the equivalent non-linear equivalent circuit with lumped element.*

*Keywords: mathematical model, supercapacitor, complex impedance function, nonlinear equivalent circuit, electric parameters, power system, direct pulse generator of ultra wideband radars.*

**Постановка проблеми.** Розвиток радіолокації є надзвичайно важливим для обороноздатності, суверенітету та економіки України. Спектр практичного застосування радіолокації є дуже широким. Найбільш важливі задачі радіолокації пов'язані із її застосуванням у військовій техніці для виявлення ворожих літаків, ракет та рухомих наземних об'єктів. Сучасний розвиток надширокосмугових мобільних радіолокаторів спрямований на розробку та вдосконалення їх окремих елементів, вузлів, блоків, апаратних засобів та підсистем [1–4]. В надширокосмугових мобільних радіолокаторах в якості зондуючих імпульсів, які дозволяють реалізувати надшироку смугу, використовуються два види сигналів тривалістю від 1 нс до 5 нс. До таких сигналів відносяться відеоімпульси та короткі відрізки синусоїди, які складаються з одного або двох періодів коливальності. Використання надширокосмугових сигналів та надкоротких імпульсів дозволяє

суттєво покращити характеристики мобільних радіолокаторів та розпізнавати об'єкти в укриттях та під землею, а також розрізнити об'єкти за видами матеріалів.

Для надширокосмугових мобільних радіолокаторів є характерним імпульсний режим роботи з короткими імпульсами струму від 2 А і більше в залежності від випромінюваної потужності. У проміжках між цими імпульсами значення струму значно менше. Живлення надширокосмугових мобільних радіолокаторів здійснюється від акумуляторів та батарей номінальним струмом, значення якого значно менше ніж імпульси струму надширокосмугових мобільних радіолокаторів. Акумулятори та батареї є інерційними пристроями живлення із тривалим часом доступу до накопичуваної енергії. Постійні розряди та заряди акумуляторів та батарей великими струмами та їх використання в недозарядженому стані не забезпечує потрібних параметрів та призводить до швидкої втрати працездатності.

Погіршення властивостей стандартних джерел живлення надширокосмугових мобільних радіолокаторів призводить до погіршення технічних параметрів, зокрема коефіцієнта корисної дії та вихідної потужності генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів, а також тривалості фронту та спаду імпульсів. Як показали проведені у даному напрямку дослідження одним із альтернативних шляхів забезпечення потрібних значень технічних параметрів надширокосмугових мобільних радіолокаторів є застосування суперконденсаторів.

Важливою перевагою застосування суперконденсаторів в надширокосмугових мобільних радіолокаторах є також значне збільшення терміну експлуатації акумуляторів та батарей живлення надширокосмугових мобільних радіолокаторів, що значно підвищує ефективність роботи генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів.

Тому розробка математичної моделі суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів є актуальною науковою задачею і має важливе значення для підвищення ефективності проектування та покращення характеристик цього класу пристроїв.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Аналіз типової структурної схеми надширокосмугового мобільного радіолокатора показує, що генератори зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів будуються по схемі релаксаційних генераторів із зовнішнім збудженням і складаються із формувача імпульсів та підсилювача потужності надвисокої частоти (рис. 1) [2–4].

Втрати енергії на внутрішньому активному опорі літій-іонної батареї спричиняють зменшення напруги літій-іонної батареї  $U_{БЗМ}$ , яка поступає на підсилювач потужності надвисокої частоти генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугового мобільного радіолокатора.

Зменшення напруги літій-іонної батареї  $U_{БЗМ}$  призводить до зменшення вихідної потужності сигналу, зміни положення робочої точки активного елемента підсилювача потужності надвисокої частоти, спотворення форми вихідного сигналу та зменшення його коефіцієнта корисної дії майже на 17% в порівнянні із живленням від ідеального джерела, для якого значення активного внутрішнього опору  $R_{ВН}=0$  Ом.

Для подолання цього недоліку використовують [2–4] вдосконалену структурну схему генератора зондуєчих імпульсів із використанням блоку суперконденсаторів (рисунк 2).

Враховуючи, що типова літій-іонна батарея створює напругу  $U_{Б}=3,6В$ , а робоча напруга одного суперконденсатора складає  $U_{СК}=2,75В$ , пропонується застосувати послідовне з'єднання двох суперконденсаторів у блок суперконденсаторів із загальною робочою напругою  $U_{БСК}=5,5В$ . Це підвищить потужність генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів та призведе до покращення їх технічних характеристик.

Для перетворення постійної напруги літій-іонної батареї  $U_{Б}=3,6 В$  в постійну напругу блоку суперконденсаторів  $U_{БСК}=5,5В$  використовується перетворювач постійної напруги.

Аналіз параметрів і характеристик суперконденсаторів показує, що спостерігається відхилення експериментальних імпедансних спектрів від результатів їх апроксимації. Таке відхилення пояснюється наявністю фарадеївського струму саморозряду, який обумовлює викривлення експериментальних імпедансних спектрів



Рис. 1. Типова структурна схема генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів



Рис. 2. Вдосконалена структурна схема генератора зондуєчих імпульсів надширокосмугових мобільних радіолокаторів із використанням блоку суперконденсаторів [4–6].

**Метою статті** є розробка математичної моделі суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генератора зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для підвищення точності математичного опису параметрів і характеристик суперконденсаторів для оптимізованої системи електроживлення генератора зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів автори пропонують нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора [4, 5, 7], яка представлена на рисунку 3.

У цій нелінійній математичній моделі маємо наступні елементи:  $R_B$  – активний опір виводів,  $R_E(u)$  – активний розподілений нелінійний опір електродів,  $L_E$  – розподілена індуктивність електродів,  $R_\Phi(u)$  – активний розподілений нелінійний фарадеївський опір,  $C_\Phi(u)$  – розподілена нелінійна фарадеївська ємність,  $R_{\Phi CP}(u)$  – активний розподілений нелінійний фарадеївський опір саморозряду,  $C_{ПЕШ}(u)$  – розподілена нелінійна ємність подвійного електричного шару та  $R_{CP}(u)$  – активний розподілений нелінійний опір саморозряду.

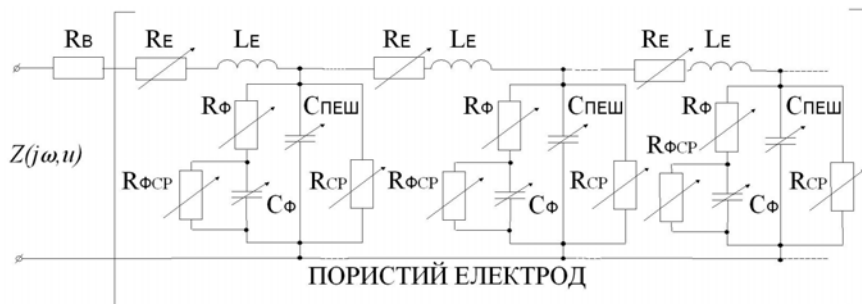


Рис. 3. Нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора

У квадратні дужки взято фрагмент схеми, який відповідає еквівалентній схемі заміщення пористого електроду. Замінимо в нелінійній еквівалентній схемі заміщення суперконденсатора (рис. 3) послідовне з'єднання активного розподіленого опору електродів  $R_E$  із розподіленою індуктивністю електродів  $L_E$  на питомий розподілений комплексний опір електродів  $z = z(j\omega)$ . В результаті отримаємо модифіковану нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора, яку зображено на рис. 4.

У модифікованій нелінійній еквівалентній схемі заміщення суперконденсатора, яка зображена на рис. 4, замінимо паралельне з'єднання нелінійної розподіленої ланки  $R_\Phi C_\Phi R_{\Phi CP}$  фарадеївського процесу із нелінійною розподіленою ємністю подвійного електричного шару  $C_{ПЕШ}$  та активним розподіленим нелінійним опором саморозряду  $R_{CP}$  на питому нелінійну розподілену комплексну провідність  $y = f(j\omega, u, i)$ .

Математичною моделлю нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора є нелінійна функція комплексного опору  $Z(j\omega, u, i)$ . В загальному випадку нелінійна функція комплексного опору  $Z(j\omega, u, i)$  є функцією трьох змінних: частоти зондуючого синусоїдального сигналу  $\omega$ , напруги  $u$  на виводах суперконденсатора та струму  $i$ , який проходить через суперконденсатор.

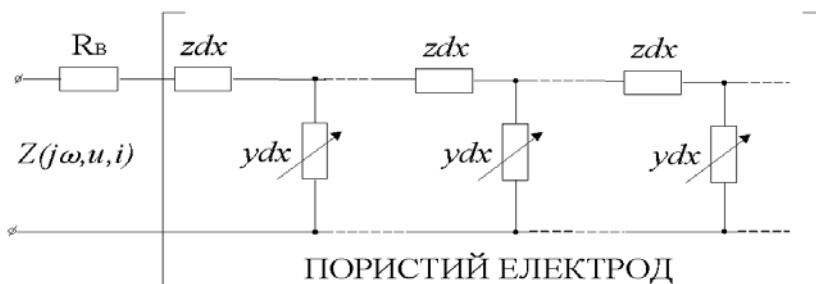


Рис. 4. Модифікована нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора

Визначення комплексного опору нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора, здійснюється за допомогою гармонічного зондуючого сигналу у двох режимах:

- 1) потенціостатичному режимі, коли підтримується постійна напруга на виводах суперконденсатора  $u = const$ ;
- 2) гальваностатичному режимі, коли підтримується постійний струм через суперконденсатор  $i = const$ .

Якщо амплітуди напруги  $U_m$  та струму  $I_m$  зондуючого синусоїдального сигналу набагато менші

ніж відповідно постійна напруга на виводах суперконденсатора у потенціостатичному режимі ( $U_m \ll u = const$ ) та постійний струм через суперконденсатор у гальваностатичному режимі ( $I_m \ll i = const$ ), тоді для таких умов нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора рис. 4 можна вважати лінійною.

Для таких умов розглянемо пористий електрод довжиною  $l$  та його елементарну ділянку кінцевої довжини  $dx$  із лінійною еквівалентною схемою заміщення, яка зображена на рис. 5.

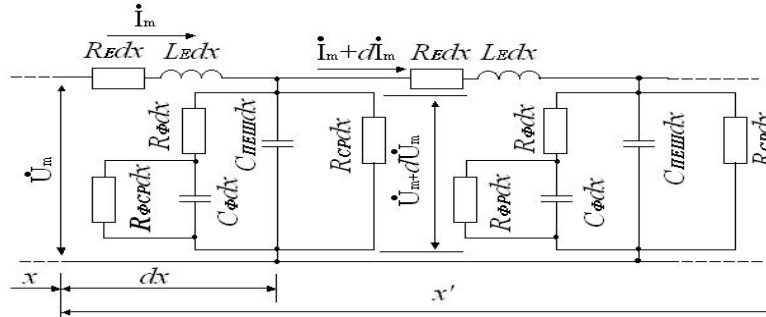


Рис. 5. Лінійна еквівалентна схема заміщення елементарної ділянки  $dx$  пористого електрода

Комплексні амплітуди зонduючого синусоїдальної напруги  $\dot{U}_m = \dot{U}_m(x)$  та струму  $\dot{I}_m = \dot{I}_m(x)$  для ділянки пористого електрода  $dx$  є функціями просторової координати  $x$ , яка визначається відстанню від початку пористого електрода до точки спостереження. Тоді відстань від точки спостереження до кінця пористого електрода дорівнює  $x'$ , так що  $x + x' = l$ . Приріст комплексної амплітуди напруги  $d\dot{U}_m$  та струму  $d\dot{I}_m$  на ділянці пористого електрода  $dx$  визначаються системою рівнянь (1).

Розділимо ліві та праві частини рівнянь (1) на  $dx$  та виразимо комплексну амплітуду струму  $\dot{I}_m$  у першому рівнянні через комплексну амплітуду напруги  $\dot{U}_m$  із другого рівняння, а комплексну амплітуду напруги  $\dot{U}_m$  у другому рівнянні через комплексну амплітуду струму  $\dot{I}_m$  із першого рівняння. Отримаємо систему однорідних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку (2) для елементарної ділянки пористого електрода  $dx$ .

$$\begin{cases} -d\dot{U}_m = (R_E + j\omega L_E)\dot{I}_m dx \\ -d\dot{I}_m = \left( \frac{1}{R_\phi + \frac{1}{j\omega C_\phi + \frac{1}{R_{\phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{PEH} \right) \dot{U}_m dx \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}_m}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U}_m \\ \frac{d^2 \dot{I}_m}{dx^2} = \gamma^2 \dot{I}_m \end{cases}, \quad (2)$$

де  $\gamma = \sqrt{(R_E + j\omega L_E) \cdot \left( \frac{1}{R_\phi + \frac{1}{j\omega C_\phi + \frac{1}{R_{\phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{PEH} \right)}$  – коефіцієнт пропорційності.

Загальний розв'язок першого однорідного лінійного диференціального рівняння другого порядку із системи (2) шукають для комплексної амплітуди напруги  $\dot{U}_m$  елементарної ділянки пористого електрода  $dx$  у вигляді (3)

$$\dot{U}_m = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}, \quad (3)$$

де  $A_1$  та  $A_2$  – константи інтегрування.

Якщо підставити вираз комплексної амплітуди напруги  $\dot{U}_m$  (3) у перше рівняння системи (1), то можна отримати вираз для комплексної амплітуди струму  $\dot{I}_m$  елементарної ділянки пористого електрода  $dx$  (4).

$$\dot{I}_m = \frac{1}{Z_{xap}} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}), \quad (4)$$

де  $Z_{xap} = \left( \frac{R_E + j\omega L_E}{\frac{1}{R_\phi + \frac{1}{j\omega C_\phi + \frac{1}{R_{\phi CP}}}} + \frac{1}{R_\phi} + j\omega C_{ПЕШ}} \right)$  – комплексний характеристичний опір пористого

електрода.

Константи інтегрування  $A_1$  та  $A_2$  можна визначити із граничних умов для пористого електрода, а саме комплексної амплітуди напруги і струму вимірювального синусоїдального сигналу на кінці пористого електрода відповідно  $\dot{U}_m \text{ вих}$  та  $\dot{I}_m \text{ вих}$  при  $x = l$

$$\begin{cases} \dot{U}_m(l) = \dot{U}_{m\text{вих}} = A_1 e^{\gamma l} + A_2 e^{-\gamma l} \\ \dot{I}_m(l) = \dot{I}_{m\text{вих}} = \frac{1}{Z_{xap}} (A_1 e^{\gamma l} - A_2 e^{-\gamma l}) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} + Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{\gamma l} \\ A_2 = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} - Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{-\gamma l} \end{cases} \quad (6)$$

Підставимо отримані вирази для констант інтегрування  $A_1$  і  $A_2$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_m = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} + Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{\gamma(l-x)} + \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} - Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{-\gamma(l-x)} \\ \dot{I}_m = \frac{1}{Z_{xap}} \left( \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} + Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{\gamma(l-x)} - \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} - Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} e^{-\gamma(l-x)} \right) \end{cases} \quad (7)$$

Враховуючи, що  $x' = l - x$  та  $Z_{вих} = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}}}{\dot{I}_{m\text{вих}}}$  після математичних перетворень отримаємо систему

виразів (8) для комплексної амплітуди напруги  $\dot{U}_m$  та струму  $\dot{I}_m$  у будь-якій точці пористого електрода.

$$\begin{cases} \dot{U}_m = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} + Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2} \left( e^{\gamma x'} + \frac{Z_{вих} - Z_{xap}}{Z_{вих} + Z_{xap}} e^{-\gamma x'} \right) \\ \dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{m\text{вих}} + Z_{xap} \dot{I}_{m\text{вих}}}{2Z_{xap}} \left( e^{\gamma x'} - \frac{Z_{вих} - Z_{xap}}{Z_{вих} + Z_{xap}} e^{-\gamma x'} \right) \end{cases} \quad (8)$$

Комплексний вхідний опір  $Z_{вх}$  пористого електрода, виміряний у будь-якій довільній точці на

відстані  $x'$  від кінця пористого електрода, визначається відношенням  $Z_{вх} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}$ .

$$\underline{Z}_{ex} = \underline{Z}_{xap} \frac{e^{\gamma x'} + \frac{\underline{Z}_{вих} - \underline{Z}_{xap}}{\underline{Z}_{вих} + \underline{Z}_{xap}} e^{-\gamma x'}}{e^{\gamma x'} - \frac{\underline{Z}_{вих} - \underline{Z}_{xap}}{\underline{Z}_{вих} + \underline{Z}_{xap}} e^{-\gamma x'}} \quad (9)$$

В режимі холостого ходу, коли вихідний кінець пористого електроду розімкнутий ( $\underline{Z}_{вих} = \infty$ ), рівнянь (9) можна записати у вигляді (10).

$$\underline{Z}_{ex} = \underline{Z}_{xap} \text{cth} \gamma x' \quad (10)$$

Зробимо заміну  $\underline{Z}_{xap}$  та  $\gamma$  їх виразами. В результаті отримаємо вираз (11), який відповідає лінійній еквівалентній схемі заміщення пористого електрода при умові, що амплітуди напруги  $U_m$  та струму  $I_m$  вимірювального синусоїдального сигналу набагато менші ніж відповідно постійна напруга на виводах суперконденсатора у потенціостатичному режимі ( $U_m \ll u = const$ ) та постійний струм через суперконденсатор у гальваностатичному режимі ( $I_m \ll i = const$ ).

$$Z_{BX}(j\omega) = \left[ \frac{R_E + j\omega L_E}{R_\Phi + \frac{1}{j\omega C_\Phi + \frac{1}{R_{\Phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{ПЕШ} \right] \times \text{cth} \left[ (R_E + j\omega L_E) \cdot \left( \frac{1}{R_\Phi + \frac{1}{j\omega C_\Phi + \frac{1}{R_{\Phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{ПЕШ} \right) x' \right] \quad (11)$$

Враховуючи опір виводів суперконденсатора, який ввімкнено послідовно із комплексним вхідним опором пористого електрода функцію комплексного опору суперконденсатора можна записати у вигляді (12).

$$Z(j\omega) = R_B + \left[ \frac{R_E + j\omega L_E}{R_\Phi + \frac{1}{j\omega C_\Phi + \frac{1}{R_{\Phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{ПЕШ} \right] \times \text{cth} \left[ (R_E + j\omega L_E) \cdot \left( \frac{1}{R_\Phi + \frac{1}{j\omega C_\Phi + \frac{1}{R_{\Phi CP}}}} + \frac{1}{R_{CP}} + j\omega C_{ПЕШ} \right) x' \right] \quad (12)$$

Вираз (12) справедливий для умов, коли амплітуди напруги  $U_m$  та струму  $I_m$  вимірювального синусоїдального сигналу набагато менші ніж відповідно постійна напруга на виводах суперконденсатора у потенціостатичному режимі ( $U_m \ll u = const$ ) та постійний струм через суперконденсатор у гальваностатичному режимі ( $I_m \ll i = const$ ).

Звідси функцію комплексного опору нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора можна записати у вигляді (13).

$$Z(j\omega, u) = R_B + \sqrt{\frac{R_E(u) + j\omega L_E}{1 + \frac{1}{R_{CP}(u)} + j\omega C_{ПЕШ}(u)}} \times \sqrt{\frac{R_\Phi(u) + \frac{1}{j\omega C_\Phi(u) + \frac{1}{R_{\Phi CP}(u)}}}{1 + \frac{1}{R_{CP}(u)} + j\omega C_{ПЕШ}(u)}} \times \text{cth} \left[ \sqrt{(R_E(u) + j\omega L_E) \left( \frac{1}{R_\Phi(u) + \frac{1}{j\omega C_\Phi(u) + \frac{1}{R_{\Phi CP}(u)}}} + \frac{1}{R_{CP}(u)} + j\omega C_{ПЕШ}(u) \right)} \right] \quad (13)$$

Аналізуючи експериментальні значення ємності та активного опору суперконденсатора можна зробити висновок, що ємність  $C_p(\omega, u)$  та активний опір  $R_p(\omega, u)$  суперконденсатора є функціями частоти і напруги [5, 6]. Нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора не відображує функціональних залежностей  $C_m(\omega, u)$  та  $R_m(\omega, u)$  абсолютно точно. Для спрощення запису введемо наступні позначення:

$$Z_E = R_E(u) + j\omega L_E, \quad (14)$$

$$Y_\Phi = \frac{1}{R_\Phi(u) + \frac{1}{j\omega C_\Phi(u) + \frac{1}{R_{\Phi CP}(u)}}} + \frac{1}{R_{CP}(u)} + j\omega C_{ПЕШ}(u). \quad (15)$$

Тоді функцію комплексного опору нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора можна записати у вигляді (16), а функцію гіперболічного котангенса можна розкласти за степенями у ряд Лорана (17).

$$Z(j\omega, u) = R_B + \sqrt{\frac{Z_E}{Y_\Phi}} \text{cth}(\sqrt{Z_E Y_\Phi}) \quad (16)$$

$$\text{cthx} = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^{2n} B_n x^{2n-1}}{(2n)!}, \quad (17)$$

де  $0 < |x| < \pi$ ;

$$B_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \sum_{r=0}^k (-1)^r \binom{k}{r} r^n - \text{числа Бернуллі};$$

$\binom{k}{r}$  – біноміальні коефіцієнти.

Звідси функцію комплексного опору нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора можна записати у вигляді (18).

$$\begin{aligned} Z(j\omega, u) &= R_B + \sqrt{\frac{Z_E}{Y_\Phi}} \left[ \frac{1}{\sqrt{Z_E Y_\Phi}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^{2n} B_n (\sqrt{Z_E Y_\Phi})^{2n-1}}{(2n)!} \right] = \\ &= R_B + \frac{1}{Y_\Phi} + \frac{Z_E}{3} - \frac{Z_E^2 Y_\Phi}{45} + \frac{2Z_E^3 Y_\Phi^2}{945} - \frac{Z_E^4 Y_\Phi^3}{4725} + \dots = \\ &= R_B + \frac{1}{Y_\Phi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 2^{2n} B_n Z_E^n Y_\Phi^{n-1}}{(2n)!} \end{aligned} \quad (18)$$

У виразі комплексного вхідного опору (13) гіперболічний котангенс необхідно представити у вигляді неперервного дробу використовуючи наступне співвідношення [8]

$$\text{cthx} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3}{x} + \frac{1}{\frac{5}{x} + \frac{1}{\frac{7}{x} + \frac{1}{\frac{9}{x} + \frac{1}{\frac{11}{x} + \frac{1}{\frac{13}{x} + \frac{1}{\frac{15}{x} + \dots}}}}}}}} \quad (19)$$

Тоді

$$Z(j\omega, u) = R_B + \frac{\sqrt{Z_E}}{\sqrt{Y_\Phi}} \left( \frac{1}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{3}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{7}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{9}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{11}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \frac{1}{\frac{13}{\sqrt{Z_E Y_\Phi x'}} + \dots}}}}}} \right) \quad (20)$$

після математичних перетворень отримаємо

$$Z(j\omega, u) = R_B + \frac{1}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{3}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{5}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{7}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{9}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{11}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{13}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{15}{Z_E x'} + \dots}}}}}}}} \quad (21)$$

представимо вираз (21) у наступному вигляді

$$Z(j\omega, u) = R_B + \frac{1}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{3}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{5}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{7}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{9}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{11}{Z_E x'} + \frac{1}{\frac{13}{Y_\Phi x'} + \frac{1}{\frac{15}{Z_E x'} + \dots}}}}}}}} \quad (22)$$

Використовуючи вираз комплексного опору  $Z(j\omega, u)$  у вигляді неперервного дроби (22) побудуємо нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора, яка відповідає неперервній дробовій схемі по другій формі Кауера (рис. 6) [8–10].

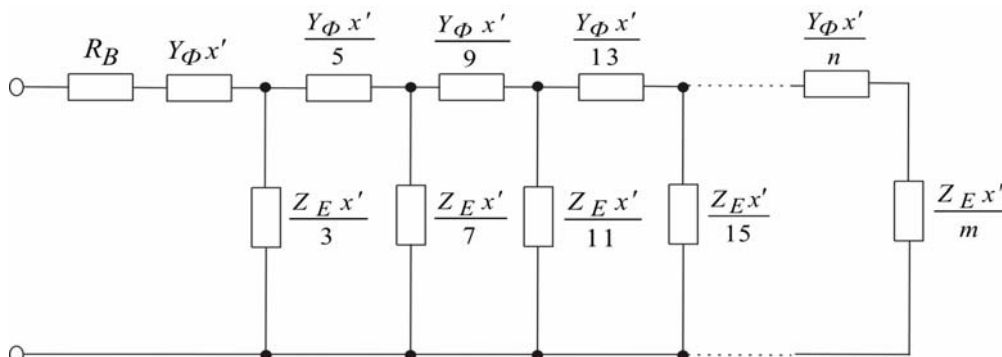


Рис. 6. Модифікована нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора у вигляді неперервної дробової схеми, яка синтезована по другій формі Кауера

Аналізуючи вдосконалену нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора, можна записати вирази для визначення елементів цієї схеми через її електричні параметри  $Z_0$  та  $Y_0$

$$Y_n = \frac{Y_\Phi x'}{n}, \quad n=1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots \quad (23)$$

для повздовжніх елементів

$$Z_n = \frac{Z_E x'}{m}, m=3, 7, 11, 15, 19, 23, \dots \quad (24)$$

для поперечних елементів

Вирази (23) та (24) можна представити у вигляді загальних співвідношень (25) та (26) відповідно

$$Y_n = \frac{Y_\Phi x'}{4n-3} \text{ при } n \geq 1 \quad (25)$$

$$Z_n = \frac{Z_E x'}{4n-5} \text{ при } n \geq 1 \quad (26)$$

З урахуванням виразів (14) та (15), того що формули (25) та (26) отримують наступний вигляд

$$Y_n = \frac{Y_\Phi x'}{4n-3} = \left( \frac{1}{R_\Phi(u) + \frac{1}{j\omega C_\Phi(u) + \frac{1}{R_{\Phi CP}(u)}}} + \frac{1}{R_{CP}(u)} + j\omega C_{ПЕШ}(u) \right) x' \text{ при } n \geq 1 \quad (27)$$

$$Z_n = \frac{Z_E x'}{4n-5} = \frac{(R_E(u) + j\omega L_E)x'}{4n-5} = \frac{R_E x' + j\omega L_E x'}{4n-5} = \frac{R_E x'}{4n-5} + j\omega \frac{L_E x'}{4n-5} \text{ при } n \geq 1 \quad (28)$$

Звідки можна визначити параметри запропонованої нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора через її первинні параметри

$$R_{En} = \frac{R_E x'}{4n-5}, \quad (29)$$

$$L_{En} = \frac{L_E x'}{4n-5}, \quad (30)$$

$$R_{CPn} = \frac{(4n-3)R_{CP}}{x'}, \quad (31)$$

$$C_{ПЕШn} = \frac{C_{ПЕШ} x'}{4n-3}, \quad (32)$$

$$R_{\Phi n} = \frac{(4n-3)R_\Phi}{x'}, \quad (33)$$

$$C_{\Phi n} = \frac{C_\Phi x'}{4n-3}, \quad (34)$$

$$R_{\Phi CPn} = \frac{(4n-3)R_{\Phi CP}}{x'}. \quad (35)$$

Такий результат відповідає безпосередньо заміні відрізка пористого електроду довжиною  $x'$  еквівалентними його елементами з зосередженими параметрами – повздовжніми опором  $R_{CPn}$ , ємністю  $C_{ПЕШn}$ , опором  $R_{\Phi n}$ , ємністю  $C_{\Phi n}$  та опором  $R_{\Phi CPn}$ , поперечними опором  $R_{En}$  та індуктивністю  $L_{En}$ . З урахуванням цього вдосконалена нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генератора зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів на рисунку 7.

**Висновки.** Встановлено, що існуючі принципові схеми систем електроживлення генераторів зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів мають багато суттєвих недоліків та обмежень, тому підвищення ефективності та оптимізація систем електроживлення генераторів зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів можливе завдяки використанню при їх схемотехнічній реалізації нових радіоелектронних компонентів, які отримали назву суперконденсатори.

Вибрано адекватну математичну модель суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів, яка складається із нелінійної еквівалентної схеми заміщення та функції комплексного опору. Функцію комплексного опору нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зондуючих імпульсів надширококутових мобільних радіолокаторів можна записати у вигляді нескінченного ряду, якщо функцію гіперболічного котангенса розкласти за степенями у ряд Лорана.

Отримано функцію комплексного опору суперконденсатора у вигляді неперервного дробу та побудовано модифіковану нелінійну еквівалентну схему заміщення суперконденсатора у вигляді неперервної дробової схеми, яка синтезована по другій формі Кауера.

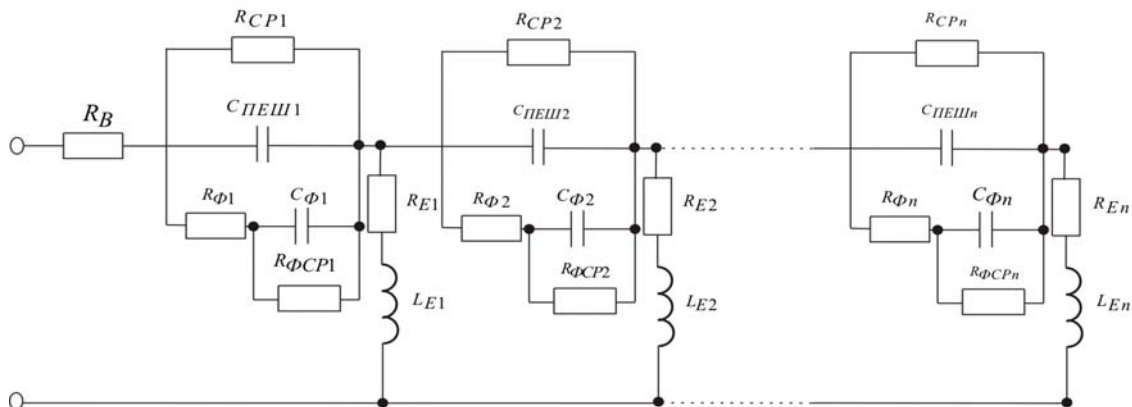


Рис. 7. Вдосконалена нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генератора зонduючих імпульсів надширокопосмугових мобільних радіолокаторів

Розроблена вдосконалена нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зонduючих імпульсів надширокопосмугових мобільних радіолокаторів.

Отримано аналітичні вирази для визначення елементів модифікованої нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора у вигляді неперервної дробової схеми, яка синтезована по другій формі Кауера та елементів вдосконаленої нелінійної еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зонduючих імпульсів надширокопосмугових мобільних радіолокаторів.

Аналіз математичної моделі суперконденсатора для оптимізованої системи електроживлення генераторів зонduючих імпульсів надширокопосмугових мобільних радіолокаторів показав, що нелінійна еквівалентна схема заміщення суперконденсатора з розподіленими електричними параметрами може бути безпосередньо замінена нелінійною еквівалентною схемою заміщення з зосередженими електричними параметрами.

#### Література

1. Иммореев И.Я. Сверхширокополосные и узкополосные системы связи совместная работа в общей полосе частот / И.Я. Иммореев, А.А. Судаков // *Электроника: Наука, Технология.* – 2003. – № 2. – С. 34–37.
2. Макаришкін Д.А. Підвищення ефективності імпульсних передавальних пристроїв надширокопосмугових мобільних радіолокаторів шляхом оптимізації побудови системи електроживлення / Д.А. Макаришкін, В.М. Кульчицький // *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки.* – 2010. – № 5. – С. 184–187.
3. Макаришкін Д.А. Математична модель генератора зонduючих імпульсів із використанням суперконденсаторів для надширокопосмугових мобільних радіолокаторів / Д.А. Макаришкін // *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки.* – 2009. – № 3. – С. 245–249.
4. Макаришкін Д.А. Математична модель генератора зонduючих імпульсів надширокопосмугових мобільних радіолокаторів із покращеними характеристиками / Д.А. Макаришкін, Р.В. Сорокатиї, К.І. Любечук // *Вісник Хмельницького національного університету.* – Хмельницький. – 2014. – № 4. – С. 45–52.
5. Martynyuk V. Frequency Domain Analysis for Electrochemical Supercapacitors / V. Martynyuk, D. Makaryshkin, J. Boyko // *Proceedings of the 15th IMEKO TC-4 International Symposium on Novelties in Electrical Measurements and Instrumentations.* – Iasi. – 2007. – Volume II. – P. 357–361.
6. Макаришкін Д.А. Вимірювання параметрів електрохімічних суперконденсаторів / Д.А. Макаришкін // *Матеріали міжнародної молодіжної науково-технічної конференції студентів, аспірантів и учених «Молодежь и современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций».* – Севастополь, 2006. – С. 129.
7. Makaryshkin D.A. Investigation of the Supercapacitor Mathematical Model by Means of LTspice IV / D.A. Makaryshkin, V.V. Martynyuk, G.B. Paraska // *Xth International Conference on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET'2010).* – Lviv-Slavsko, Ukraine, 2010. – P. 40–42.
8. Макаришкін Д.А. Моделювання пасивного фільтра нижніх частот з використанням регулярної лінії передачі / Д.А. Макаришкін, В.В. Мартинюк, Ю.М. Бойко, О.М. Бриндак // *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки.* – 2013. – № 2. – С. 188–195.
9. Песков С.Н. Основы теории линий передачи на высоких частотах. Часть 1: Режимы работы длинной линии / Песков С.Н. // *Телеспутник.* – 2009. – № 5. – С. 74–78.
10. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей / Улахович Д.А. – СПб : БХВ – Петербург, 2009. – 816 с.

Отримана/Received : 6.5.2017 р. Надрукована/Printed : 11.6.2017 р.  
Рецензент: д.т.н., професор В.В. Мартинюк