

## КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Кирилюк Олександр Сергійович  
Прізвище, ім'я, по батькові студента(ки)

На здобуття другого (магістерського) ступеня вищої освіти

Дослідження шестиосьового робота-маніпулятора  
Назва теми

Галузь знань 13 Механічна інженерія  
Спеціальність 133 Галузеве машинобудування  
Освітня програма Галузеве машинобудування

Шифр МРМА 25.00.00.000 ПЗ

Виконав студент(ка) 2 курсу група МБм-24-1  
Шифр

Керівник канд. техн. наук, доцент  
Науковий ступінь, вчене звання

Нормоконтролер канд. техн. наук, доцент  
Посада

До захисту допускаю:

Завідувач кафедри МАЕЕС

Назва

10.12.2025  
Дата

  
Підпис

Олександр КИРИЛЮК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

  
Підпис

Павло МАЙДАН  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

  
Підпис

Сергій ПУНДИК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

  
Підпис

Віталій НЕЙМАК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

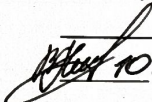
# ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет інженерії, транспорту та архітектури  
Кафедра машин і апаратів, електромеханічних та енергетичних систем  
Рівень вищої освіти      другий (магістерський)  
Галузь знань              13 Механічна інженерія  
Спеціальність            133 Галузеве машинобудування  
Освітня програма        Галузеве машинобудування

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри МАЕЕС

Неймак В.С.

 10. 12. 20 25 р.

## ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Кирилюк Олександр Сергійович

Прізвище, ім'я, по батькові студента

1. Тема роботи Дослідження шестиосьового робота-маніпулятора

Керівник роботи Майдан Павло Сергійович, канд. техн. наук, доцент

Прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання

Затверджено наказом ректора університету від 25 08 2025 р. № 65

2. Строк подання студентом кваліфікаційної роботи на кафедру 10.12.2025

3. Вихідні дані до роботи механічні та технологічні характеристики обладнання

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

Вступ. 1 Огляд та аналіз існуючих технічних та технологічних рішень конструкції промислових роботів-маніпуляторів. 2 Розроблення математичної моделі шести-осьового робота-маніпулятора. 3 Дослідження моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB. Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслень)

1. Промислові роботи-маніпулятори (ДО, А1). 2. Шести-осьовий робот-маніпулятор (КЗ, А1). 3. Робоча зона та вантажопідйомність ПРМ KR 10 R900-2 (ДТ, А1). 4. Математична модель шести-осьового робота маніпулятора (РР, А1). 5. Цифровий двійник промислового робота-маніпулятора (С5, А1). 6. Модель промислового робота-маніпулятора KR 10 R900-2 (ДД, А1).

6. Консультанти розділів кваліфікаційної роботи


Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання \_\_\_\_\_

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

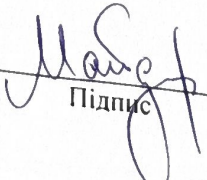
Назва етапів (розділів) кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1 Огляд та аналіз існуючих технічних та технологічних рішень конструкції промислових роботів-маніпуляторів.		
2 Розроблення математичної моделі шести-осьового робота-маніпулятора.		
3. Дослідження моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB		
4. Оформлення пояснювальної записки до кваліфікаційної роботи		
5. Оформлення графічного матеріалу		

Студент(ка)

  
Підпис

Олександр КИРИЛЮК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник роботи

  
Підпис

Павло МАЙДАН  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Факультет інженерії, транспорту та архітектури  
Кафедра машин і апаратів, електромеханічних та енергетичних систем  
Рівень вищої освіти другий (магістерський)  
Галузь знань 13 Механічна інженерія  
Спеціальність 133 Галузеве машинобудування  
Освітня програма Галузеве машинобудування

## АНОТАЦІЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Кирилюк Олександр Сергійович

Прізвище, ім'я, по батькові студента

Тема роботи Дослідження шестиосьового робота-маніпулятора

1. Прізвище, ініціали, вчена ступінь та звання рецензента \_\_\_\_\_

2. Обсяг магістерської роботи: креслень 6 арк, сторінок записки 73

3. Характеристика розділів пояснювальної записки:

У першому розділі кваліфікаційної роботи розглянуто розвиток промислових роботів-маніпуляторів та особливості використання програмного середовища MATLAB для моделювання роботи роботів-маніпуляторів. Наведено коротку характеристику об'єкта дослідження. В другому розділі кваліфікаційної роботи було розроблено математичну модель шести-осьового робота-маніпулятора, наведено характеристику кінематичної та динамічної моделей промислових шести-осьових роботів-маніпуляторів. Виконано розв'язок прямої та зворотної задачі динаміки шести-осьового промислового робота-маніпулятора з використанням програмного забезпечення. В третьому розділі кваліфікаційної роботи було проведено дослідження розробленої комп'ютерної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB Robotics Toolbox та проаналізовано отримані результати дослідження віртуальної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора.

Підпис студента \_\_\_\_\_

" 10 " 12 20 25 р.

### РІШЕННЯ ЕКЗАМЕНАЦІЙНОЇ КОМІСІЇ:

Протокол 9 від 29 12 2025 р.

Оцінка роботи ЕК Відмінно 1А 1100

Рекомендації ЕК Впровадження у кваліфікаційний процес

Особливі відмітки \_\_\_\_\_

Технічний секретар \_\_\_\_\_

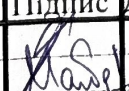
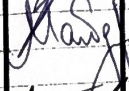
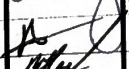

Підпис

Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

" 29 " 12 20 25 р.

# ЗМІСТ

	с.
Вступ	5
1 Огляд та аналіз існуючих технічних та технологічних рішень конструкції промислових роботів-маніпуляторів	7
1.1 Розвиток промислових роботів-маніпуляторів	7
1.2 Особливості використання програмного середовища MATLAB	20
1.3 Коротка характеристика об'єкта дослідження	27
Висновки до розділу	32
2 Розроблення математичної моделі шести-осьового робота- маніпулятора	33
2.1 Огляд існуючих математичних моделей шести-осьових ПРМ	33
2.2 Характеристика кінематичної та динамічної моделі ПРМ	35
2.3 Розв'язання прямої та зворотної задачі динаміки шести-осьового ПРМ	43
Висновки до розділу	49
3 Дослідження моделі шести-осьового промислового робота- маніпулятора в програмному середовищі MATLAB	50
3.1 Опис процесу розробки математичної моделі ПРМ	50
3.2 Розроблення моделі шести-осьового ПРМ в MATLAB Robotics Toolbox	59
3.3 Аналіз отриманих результатів дослідження шести-осьового ПРМ	63
Висновки до розділу	67
Висновки	68
Перелік джерел посилань	69
Додатки	73

<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>				
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата
Виконав		Кирилюк О.С.		
Перевір.		Майдан П.С.		
Н.контр.		Пундик С.І.		
Затвер.		Неймак В.С.		
Дослідження шестиосьового робота-маніпулятора			Літера	Аркуш
			М	4
			Аркушів	
			73	
ХНУ гр. МБм-24-1				

## ВСТУП

Робототехніка на сучасному етапі технічного прогресу є однією галузей техніки і технологій, що швидко розвивається. Вона знаходить застосування в різних сферах, таких як автоматизація виробництв, промисловість та медицина. В останні роки все більше і більше компаній впроваджують роботи-маніпулятори у свої виробничі процеси для автоматизації монотонних і трудомістких завдань замість використання людей.

Одним з найпоширеніших типів роботів-маніпуляторів є шести-осьовий робот-маніпулятор (ШРМ). Він складається з шести ланок і, відповідно, шести електроприводів, які дозволяють виконувати складні маніпуляційні завдання з достатньо високою точністю і рівнем швидкості.

Для керування будь-яким роботом-маніпулятором необхідна математична модель, яка дозволить визначити траєкторії руху і керувати електроприводами ШРМ. У кваліфікаційній роботі магістра ми розглянемо розробку математичної моделі ШРМ в програмному середовищі MATLAB [1-10].

Метою даної роботи є розробка математичної моделі ШРМ, яка дозволить розраховувати траєкторії руху і керувати електроприводами робота.

Для досягнення вказаної мети були поставлені наступні завдання:

- аналітичний огляд існуючих математичних моделей роботів-маніпуляторів;
- вибір методів і алгоритмів для розробки математичної моделі в програмному середовищі MATLAB;
- розробка і реалізація математичної моделі робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB;
- тестування і аналіз запропонованої математичної моделі.

Буде використано програмне середовище MATLAB [1-10], який дозволяє ефективно працювати з математичними моделями та алгоритмами.

Для розробки математичної моделі ШРМ необхідно проаналізувати існуючі

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						5
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

математичні моделі роботів-маніпуляторів і вибрати найбільш підходящий метод для вирішення даної задачі. У кваліфікаційній роботі буде використана методика Денавіта-Хартенберга [11, 12], а для опису кінематики робота і методика Ейлера [13] для опису динаміки ШРМ.

Одним з ключових етапів у розробці математичної моделі є вибір системи координат, які будуть використовуватися для опису положення і орієнтації ШРМ в просторі. Ми будемо використовувати узагальнені координати, які дозволяють описувати положення і орієнтацію ШРМ в просторі за допомогою шести перемінних.

Крім необхідно використати методи зворотної кінематики для вирішення задачі позиціонування ШРМ і методи зворотної динаміки для керування електроприводами ШРМ.

Після розробки математичної моделі для робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB [1-10] необхідно провести тестування і аналіз розробленої моделі на прикладі позиціонування ШРМ в заданій точці.

Результати кваліфікаційної роботи магістра були представлені та високо оцінені на науковій студентській конференції кафедри машин та апаратів, електромеханічних та енергетичних систем у 2025 році. На основі виконаної роботи було підготовлено тези у Збірник наукових праць «Технічна творчість» №9, 2025р. (див. додаток А).

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						6
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

# 1 ОГЛЯД ТА АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ТЕХНІЧНИХ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИХ РІШЕНЬ КОНСТРУКЦІЇ ПРОМИСЛОВИХ РОБОТІВ-МАНІПУЛЯТОРІВ

## 1.1 Розвиток промислових роботів-маніпуляторів

Промислові роботи-маніпулятори (ПРМ) стали відігравати важливу роль у сучасній промисловості та автоматизації виробничих процесів. Історія розвитку почалася в 1954 році минулого сторіччя, коли перший ПРМ був створений в США фірмою Unimation [14]. Даний ПРМ, названий Unimate, був виготовлений для виконання завдань зі зварювання автомобільних кузовів і став першим ПРМ, що використовує програмовані логічні контролери (PLC).



Рисунок 1.1 – Виробництво перших ПРМ

Трохи пізніше, у 1960-ті роки ХХ сторіччя, виробництво ПРМ почалося в Європі та Японії. Японія, зокрема, стала лідером у виробництві ПРМ і почала використовувати їх у виробництві автомобілів та інших галузях промисловості.

У 1970-ті роки минулого століття розробка ПРМ стала більш розвинутою, з використанням комп'ютерних технологій для керування роботами і розробки більш складних алгоритмів керування (рис. 1.2 та МРМА 25.00.00.000 ДО).

ПРМ стали здатними виконувати більш складні завдання, такі як складання і монтаж, а також використовуватися в інших галузях промисловості, наприклад, медицина і наука.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		7



Рисунок 1.2 – Загальний вигляд ПРМ виготовленого в 1970-х роках

У 1980-х роках ХХ століття розробка ПРМ продовжувалася з використанням більш прогресивних технологій, таких як датчики та комп'ютерний зір. Це дозволило ПРМ виконувати завдання з більш високою точністю та рівними прискорення (рис. 1.3 та МРМА 25.00.00.000 ДО).



Рисунок 1.3 – Загальний вигляд ПРМ виготовлених в 1980 р. ХХ століття

В даний час ПРМ використовуються в різних галузях, таких як електронна, автомобільна, харчова та медична промисловість. ПРМ дозволяють автоматизувати виробничі процеси, збільшити ефективність роботи і знизити загальні витрати на виробництво.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		8



IoT (інтернет речей) дозволяє збирати дані про стан ПРМ, продуктивність і навколишнє середовище в реальному режимі часу. Такі дані можуть використовуватися для моніторингу та оптимізації роботи ПРМ, а також для попередження виникнення можливих проблем чи аварійних ситуацій [15-17].

Big Data (великі дані) дозволяє виконувати аналіз великих обсягів даних, які збираються від ПРМ та інших пристроїв на виробництві, щоб виявити тенденції та шаблони поведінок та ситуацій. Наприклад, аналіз великих даних може допомогти оптимізувати налаштування ПРМ і покращити загальну продуктивність [15-17].

Cloud Computing (хмарні середовища) дозволяють виконувати збереження та обробку отриманих даних в спеціальних хмарних сервісах, що спрощує та прискорює доступ до інформації, необхідної для керування стандартизованими виробничими процесами. Крім того забезпечує більш гнучкі рішення для керування та масштабування різних виробничих процесів, а також більш швидкий доступ до ресурсів, таких як обчислювальна потужність та сховища даних [15-17].

В цілому, використання сучасних технологій, таких як IoT, Big Data та Cloud Computing може допомогти оптимізувати роботу ПРМ і поліпшити керування різними виробничими процесами. Що, в свою чергу, може призвести до скорочення часу на загальне виробництво продукції і підвищення кінцевої якості готової продукції, а також може призвести до загального зниження витрат на виробництво і збільшення конкурентоспроможності фірми-виробника.

Розвиток колаборативних роботів, які можуть виконувати свою роботу разом з людьми на виробничих лініях, що дозволяє скоротити час на навчання роботів і підвищити загальну гнучкість виробництва.

Створення ПРМ з підвищеною гнучкістю і маневреністю, які можуть виконувати завдання в тісних і складних навколишніх середовищах, а також на різних висотах і кутах нахилу столів чи конвеєрних ліній.

ПРМ з підвищеною гнучкістю і маневреністю використовуються для виконання завдань, що вимагають точності і заданих рівнів швидкості руху, а

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						10
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

також здатності працювати в обмеженому просторі або погано досяжному для людини.

Наведемо приклади завдань, для яких можна застосовувати ПРМ [15-17]:

- складання та монтаж на виробничій лінії - гнучкі ПРМ можуть виконувати завдання зі складання та монтажу деталей чи вузлів, які можуть бути складними або небезпечними для здоров'я людини;

- обробка матеріалів - використання для обробки матеріалів в умовах, де потрібна точність і рівень швидкості, наприклад, для операцій різання чи свердління, шліфування/полірування або, навіть, фарбування;

- монтаж і обслуговування в важкодоступних місцях - виконання поставлених завдань з монтажу та обслуговування обладнання в важкодоступних місцях, наприклад, всередині малогабаритних труб, важкодоступних місцях на будівлях або інших технічних спорудах;

- робота в умовах зі змінними параметрами - виконання поставлених завдань в умовах, де параметри середовища можуть варіюватись, наприклад, при виконанні завдань всередині тіла людини або при роботі в складних умовах зовнішнього середовища.

В цілому, ПРМ із підвищеною гнучкістю і маневреністю можуть бути використані для вирішення досить широкого спектру завдань в різних галузях промисловості, де потрібна точність, рівні швидкості і здатність працювати в достатньо складних умовах навколишнього середовища.

Промислова робототехніка є досить ключовою галуззю, яка дозволяє вдосконалювати та автоматизувати різні виробничі процеси, покращувати загальну якість продукції та знижувати загальні витрати на виробництво. З розвитком технологій та впровадженням інноваційних рішень, ПРМ будуть продовжувати відігравати суттєву роль у розвитку промисловості та підвищенні ефективності (рис. 1.4 та МРМА 25.00.00.000 ДО).

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						11
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		



різними типами упаковок, такими як сумки, коробки, пляшки, банки, блістери та інші.

Системи пакування та палетування готової продукції, в яких використовуються ПРМ, дозволяють істотно підвищити рівень швидкості роботи, покращити точність і надійність пакування та палетування готової продукції, а також скоротити витрати на використання людей на таких операціях. Крім того, автоматизовані системи пакування та палетування готової продукції забезпечують більш ефективне використання простору складу та зниження ймовірності пошкодження продукції під час транспортування;

- збірка чи монтаж - використовуються для автоматизації збірки/монтажу продукції на виробничих лініях, що дозволяє скоротити загальний час на виробництво і підвищити загальну точність і якість зібраної продукції.

ПРД достатньо широко використовуються для автоматизації складання та монтажу в різних галузях промисловості, таких як електроніка, автомобільне виробництво, аерокосмічна промисловість та інші.

Одна з найпоширеніших систем, в яких використовуються ПРМ, це, звичайно, лінії складання автомобілів. У даному випадку ПРМ виконують різні завдання, наприклад, установку дверей, скла, сидінь, дахів, пристроїв керування та інших компонентів автомобіля. ПРМ також можуть використовуватися для зварювання кузова, обробки поверхонь, фарбування та інших операцій.

В аерокосмічній промисловості ПРМ можуть використовуватися для складання та монтажу компонентів, таких як двигуни (електро- або ДВЗ), крила, обшивки, стабілізатори, шасі та інші елементи. ПРМ можуть також застосовуватися для обробки поверхонь і нанесення захисних покриттів на крила і т.д.

В електронній промисловості ПРМ можуть бути використані для складання мобільних пристроїв, ПК, телевізорів чи інших електронних пристроїв. Можуть виконувати наступні завдання - установка компонентів, плат, кріпильних елементів і проводів, а також, навіть, тестування вже готових пристроїв.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						13
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

Взагалі, системи, в яких використовуються ПРМ для складання та монтажу, дозволяють істотно підвищити продуктивність і точність робіт, поліпшити якість готової продукції, а також скоротити загальні витрати на робочу силу і знизити ймовірність виникнення помилок чи, навіть, травм людини;

- робота з матеріалами - використовуються для роботи із матеріалами на виробничих лініях, на операціях таких як зварювання, різання, обробка та зачищення, що дозволяє скоротити загальний час на виробництво та підвищити точність і якість обробки матеріалів.

ПРМ зазвичай оснащені відповідними інструментами та пристосуваннями, які дозволяють ефективно працювати з металами різної товщини та форми [15-17].

У системах обробки матеріалів для виробництва енергії, наприклад, в електростанціях або на місцях видобутку нафти і газу, ПРМ можуть використовуватися для виконання наступних завдань, таких як обслуговування обладнання, ремонт чи усунення несправностей. ПРМ, оснащені датчиками та іншими пристроями, можуть працювати в екстремальних умовах, таких як високий рівень температури або високий рівень тиску, де робота людини небезпечна.

У системах автоматизації виробництва автомобілів та іншої техніки ПРМ можуть виконувати наступні завдання - складання, зварювання, фарбування, перевірка якості та інші операції. ПРМ можуть бути оснащені відеокамерами, датчиками інформації та іншими пристроями, які дозволяють точно виконувати поставлені завдання і контролювати загальну якість виробництва.

У системах будівництва ПРМ можуть використовуватися для виконання завдань, таких як складання і монтаж конструкцій, переміщення і установка будівельних блоків, укладання плитки та інші операції. ПРМ, оснащені гнучкими руками і датчиками інформації, можуть точно виконувати завдання, пов'язані із установкою і монтажем різних елементів конструкцій [15-17];

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		14

- контроль якості продукції - використовуються для автоматичної перевірки якості готової продукції на виробничій лінії, що дозволяє виявляти дефекти і знижувати загальну кількість готової бракованої продукції.

У системах контролю якості готової продукції, наприклад, у виробництві автомобілів та інших транспортних засобів ПРМ можуть використовуватися для перевірки габаритних розмірів, відповідності формі, герметичності та інших характеристик компонентів.

У системах автоматичної оптичної перевірки (або АОІ) ПРМ використовуються для перевірки наявності дефектів на поверхні об'єктів, таких як друковані плати, гвинти та інші деталі. ПРМ оснащені камерами та іншими давачами інформації, які дозволяють сканувати поверхні продукції та виявляти наступні дефекти - тріщини, подряпини, відсутність елементів в збірці та інші.

У системах обробки металу ПРМ можуть використовуватися для перевірки остаточної якості зварних швів, контролю геометричних параметрів деталей та інших операцій. ПРМ можуть бути оснащені різними давачами інформації, такими як мікрофони, ультразвукові давачі, камери та інші.

ПРМ можуть бути оснащені лазерними сканерами та іншими давачами інформації, які дозволяють отримувати достатньо точні дані про габаритні розміри та форму компонентів.

У системах виробництва харчових продуктів ПРМ можуть використовуватися для перевірки наявності сторонніх об'єктів у продуктах, таких як металеві частинки, камені та інші. ПРМ оснащені спеціальними камерами та іншими давачами інформації, які дозволяють виявляти зайві об'єкти на конвеєрній ленті і виймати зайві об'єкти із готового продукту.

Однією з переваг використання ПРМ для контролю якості є підвищення загальної точності та рівня швидкості перевірки готових продуктів. ПРМ можуть працювати безперервно, без відпочинку і харчування на відміну від людини, що дозволяє скоротити загальний час перевірки продуктів і підвищити загальну продуктивність.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						15
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

Крім того, ПРМ можуть бути запрограмовані для виконання досить різних операцій і завдань, що дозволяє адаптуватися до різних типів продуктів і виробничих процесів. Тому такі системи контролю якості готової продукції більш гнучкі та ефективні.

Однак, застосування ПРМ в системах контролю якості готової продукції також має свої обмеження і вимоги до безпеки. ПРМ повинні бути правильно інтегровані у виробниче середовище та забезпечені необхідними системами безпеки, щоб запобігти можливості травмування людей та пошкодження встановленого обладнання [15-17];

- галузь сільського господарства - виконання завдань, таких як обробка ґрунту, збір врожаю чи обприскування рослин, що підвищує ефективність і знижує загальні витрати на сільське господарство.

Одним із прикладів застосування ПРМ у сільському господарстві є використання автономних тракторів, оснащених системами GPS і датчиками інформації, тоді трактори можуть автоматично керуватися для посіву/збирання врожаю. Таке застосування підвищує загальну точність і ефективність процесу посіву/збирання, а також дозволяє скоротити витрати на робочу силу.

Використання ПРМ для збирання фруктів чи овочів, такі ПРМ можуть бути оснащені спеціалізованими відеокамерами, які допомагають визначати стиглість фруктів і овочів, а також маніпуляторами для збору готової продукції. Що, в свою чергу, знижує необхідність використання трудомісткого ручного збору та підвищує загальну якість зібраних продуктів.

Крім того ПРМ можуть використовуватися, наприклад, для зрошення полів. Такі ПРМ повинні бути оснащені системами GPS і датчиками інформації, які допомагають визначити точне місце розташування ПРМ і стан ґрунту, в свою чергу, це дозволить оптимізувати весь процес зрошення, зменшити загальну витрату води і підвищити ефективність виробництва.

Використання ПРМ у сільському господарстві володіє цілим рядом переваг, таких як підвищення ефективності та точності всіх виробничих процесів,



ремонт електроліній, що підвищує безпеку та ефективність роботи в енергетичній галузі.

Одним із прикладів застосування ПРМ в енергетичній галузі є використання для обслуговування та ремонту електростанцій і підстанцій. ПРМ можуть бути використані для виконання небезпечних і трудомістких робіт, таких як заміна високовольтних ізоляторів, очищення трансформаторів і трубчастих теплообмінників, а також для інспекції та діагностики встановленого обладнання, що дозволяє людині-оператору побачити дефекти, які можуть призвести до відмови обладнання.

Крім того можливе застосування ПРМ для виробництва та монтажу енергетичного обладнання, такого як вітрогенератори, сонячні панелі та турбіни, можуть бути використані для автоматизації процесу складання та монтажу обладнання, що дозволяє прискорити виробничий процес і підвищити загальну точність монтажу.

Також ПРМ можуть використовуватися для обслуговування і ремонту трубо- чи газопроводів, або для інспекції трубопроводів і виявлення наявних дефектів, а також для усунення проблем, таких як засмічення і корозія металу.

Використання ПРМ в енергетичній галузі дозволяє підвищити ефективність і загальну точність виробничих процесів, підвищити безпеку робіт і знизити витрати на використання робочої сили. Однак, також існують певні обмеження – достатньо висока вартість обладнання і необхідність навчання персоналу [15-17];

- транспортування та логістика - використовуються для автоматичного виконання процесу завантаження/вивантаження вантажів у транспортних засобах, а також для переміщення вантажів всередині складських приміщень чи магазинів. Таке застосування дозволить знизити кількість помилок і зменшити загальний час на виконання логістичних операцій.

Одним із прикладів застосування ПРМ у логістиці є використання автоматизованих складів, оснащених системами конвеєрів, ПРМ та автономними транспортними засобами. ПРМ можуть використовуватися для складування

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						18
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

товарів на вказані полиці і для їх знімання при необхідності – підвищення рівня швидкості і точності процесу складування, а також скорочує загального часу на виконання завдань.

Як описувалось раніше в якості ПРМ можна застосовувати в якості автоматичних систем пакування та палетування - для автоматичного укладання вантажів на піддони та пакування відповідно до певних вимог. Що в свою чергу зменшує необхідність у використанні ручного пакування та підвищує загальну точність процесу.

Також ПРМ можуть використовуватися для автоматизації процесу завантаження/розвантаження вантажів на транспортні засоби. ПРМ можуть бути оснащені спеціалізованими системами розпізнавання вантажів, які дозволяють визначити оптимальний спосіб розміщення вантажів в транспортному засобі - дозволить збільшити швидкість процесу завантаження/розвантаження, скоротити загальний час на виконання завдань і знизити ризик пошкодження вантажів при виконанні процесів.

Використання ПРМ у транспортуванні та логістиці володіє цілим рядом переваг - підвищення ефективності та точності виробничих процесів, зниження витрат на використання робочої сили та скорочення загального часу на виконання завдань. Однак, також існують певні обмеження – достатньо висока вартість обладнання та необхідність навчання персоналу роботі з ПРМ [15-17];

- автомобілебудівна галузь - для виконання завдань, таких як зварювання деталей, фарбування готових кузовів і складання автомобілів, що підвищує загальну точність і ефективність виробництва.

Одним з найбільш поширених застосувань ПРМ в автомобілебудівній галузі є складання автомобілів - для установки кузовних елементів, сидінь, скла, дверей, коліс та інших компонентів, крім того виконання операції зі зварювання деталей, фарбування, шліфування чи полірування готових автомобілів.

ПРМ також можуть використовуватися для інспекції та контролю якості готової продукції у виробництві автомобілів або для вимірювання габаритних

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						19
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

розмірів і форми деталей, перевірки виробів на відсутність дефектів, перевірки герметичності і міцності з'єднань та інших тестів.

Використання ПРМ в автомобілебудівній галузі дозволяє підвищити загальну ефективність виробництва, прискорити процеси і підвищити точність виконання операцій. Обмеження - досить висока вартість обладнання і необхідність навчання персоналу [15-17];

- авіабудівна галузь - для виконання наступних завдань - складання, ремонт і обслуговування літаків, що підвищує безпеку та ефективність.

ПРМ можуть використовуватися для установки кузовних елементів, установки силових агрегатів, сидінь, систем електрики та електроніки та інших компонентів, а також можуть виконувати операції зі зварювання, фарбування, шліфування та полірування корпусів літаків.

Крім того в авіаційній промисловості ПРМ використовується для обробки матеріалів.

ПРМ також можуть використовуватися для інспекції та контролю загальної якості у виробництві літаків, для вимірювання розмірів і форми деталей, перевірки на відсутність дефектів в деталях та вузлах, перевірки герметичності та міцності з'єднань та інших тестів.

Використання ПРМ в авіаційній промисловості дозволяє підвищити ефективність виробництва, прискорити процеси і підвищити загальну точність виконання операцій. Обмеження використання ПРМ наступні – достатньо висока вартість обладнання і необхідність навчання персоналу. Крім того, так як вимагається дотримання високих стандартів якості та безпеки, впровадження робототехніки вимагає особливої обережності та уваги до деталей [15-17].

## 1.2 Особливості використання програмного середовища MATLAB

Програмне середовище MATLAB [1-10] - це високорівнева мова програмування та середовище розробки, розроблені для виконання чисельних

					<i>MPMA 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		20









- інтеграція з реальними ПРМ - після визначення і аналізу побудованої моделі ПРМ в MATLAB, можна приступити до інтеграції моделі з реальним ПРМ. Необхідно використовувати додаткове обладнання та інтерфейси для зв'язку з реальними компонентами ПРМ.

MATLAB пропонує кілька способів інтеграції з реальними ПРМ:

- використання пакетів підтримки – вбудовані спеціальні пакети підтримки для різних типів ПРМ - Robotics System Toolbox надає функції для взаємодії з роботами, керування ними і збору даних з датчиків інформації. Дані пакети забезпечують інтеграцію з популярними реальними ПРМ і дозволяють взаємодіяти з ними безпосередньо з програмного середовища MATLAB;

- генерація коду – є можливість генерувати код для виконання на вбудованих логічних контролерах ПРМ або зовнішніх обчислювальних пристроях. Тобто, є можливість переносу розробленої в програмному середовищі MATLAB моделі ПРМ на реальне апаратне забезпечення і керувати реальним ПРМ за допомогою використання згенерованого коду [1-10];

- використання Robot Operating System (ROS) - популярної платформи для розробки та керування ПРМ. Програмне середовище MATLAB надає підтримку ROS, що дозволяє взаємодіяти з ПРМ, які використовують дану систему. Можна відправляти команди ПРМ, отримувати дані з датчиків інформації і взаємодіяти з іншими компонентами ROS [18, 19].

Matlab ROS - це комбінація програмного середовища розробки MATLAB [1-10] і системи керування ПРМ ROS [18, 19]. ROS є популярним фреймворком, що використовується для розробки програмного забезпечення ПРМ, який надає набір інструментів для керування ПРМ, обміну повідомленнями та керування датчиками інформації.

За допомогою використання MATLAB ROS можна виконувати наступні завдання:

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						25
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		





- можливість інтеграції з конвеєрними стрічками;
- використання спеціалізованого ПЗ;
- достатньо високий рівень швидкості роботи.



Рисунок 1.5 – Загальний вигляд ПРМ KR-10 R900-2

Загально відомо, що до завдань структурного аналізу входить визначення параметрів структури механізму, структурних груп, кількості ланок, кількості та виду кінематичних пар (основних та місцевих), кількості контурів або кількості наявних надлишкових зв'язків.

Робочою зоною, або областю обслуговування називається робоча зона ПРМ, де ПРМ може виконати будь-яку операцію, що характеризується розташуванням захватного пристрою по відношенню до об'єкта маніпуляції. Прийнято класифікувати робочі зони на плоскі та просторові [15-17].

Тип робочої зони визначається числом ступенів свободи, структурою та характером відношення між парами ПРМ.

Відомо, що ПРМ KR 10 R900-2 розроблений для номінальної вантажопідйомності 5 кг з метою оптимального використання робочих і динамічних характеристик структури. Зі зменшеними інтервалами навантажень можна працювати також з більшими вантажами аж до досягнення максимальної вантажопідйомності (рис. 1.7).

					<i>MPMA 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		28

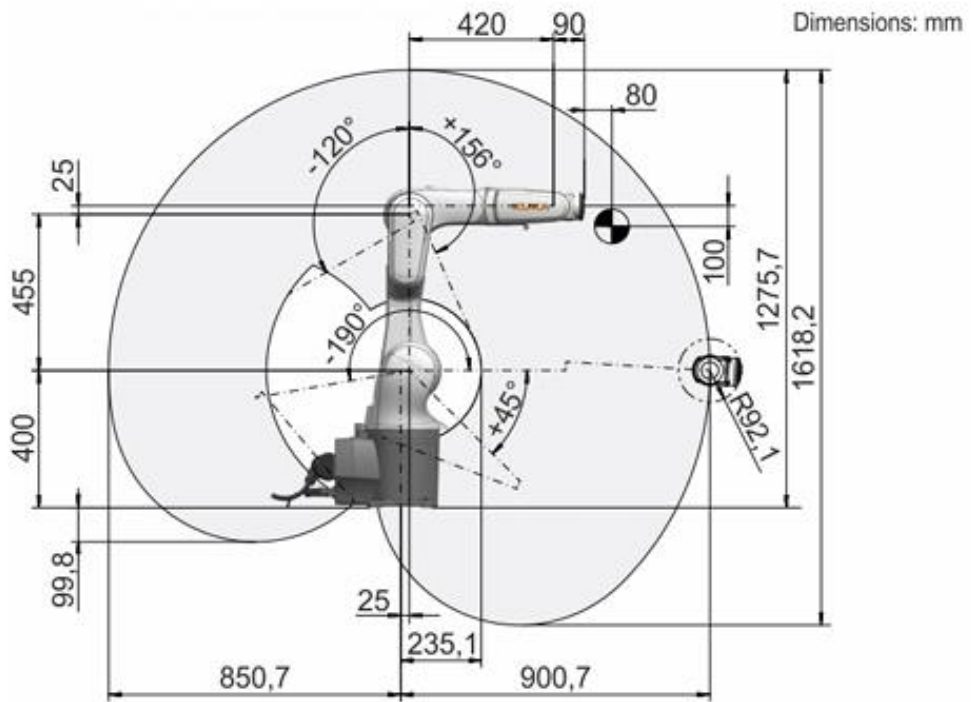


Рисунок 1.6 – Графічне зображення робочої зони ПРМ KR 10 R900-2

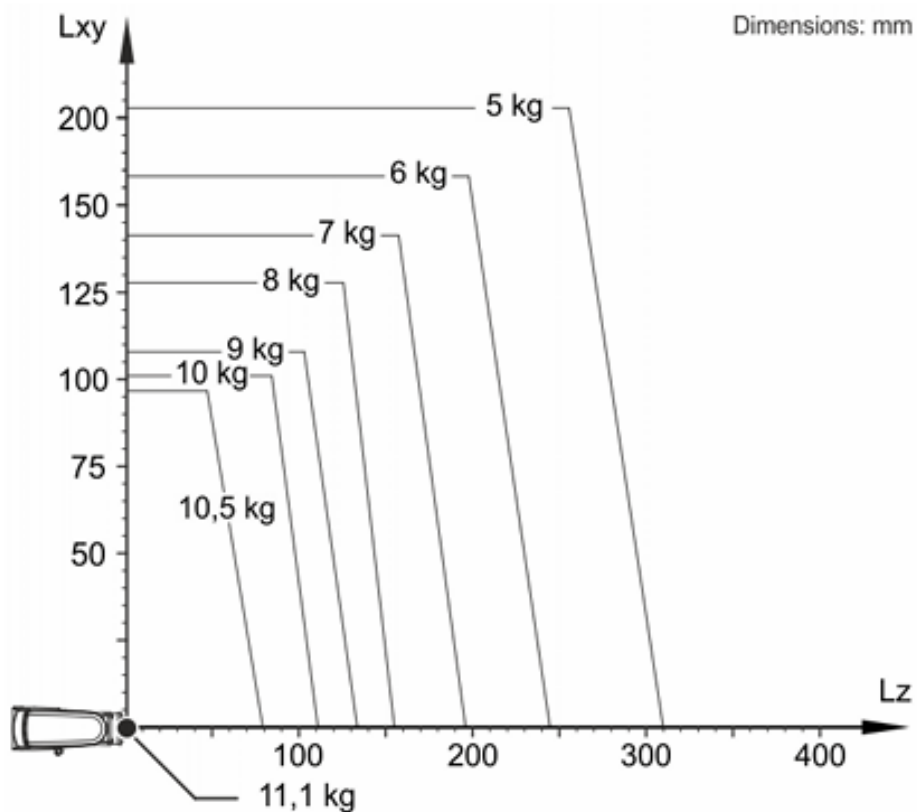


Рисунок 1.7 – Графічне зображення діаграми вантажопідйомності ПРМ KR 10 R900-2

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

МРМА 25.00.00.000 ПЗ

Арк.  
29

Схеми руху ПРМ являють собою з'єднання ланок, що визначають основні рухи руки ПРМ в робочій зоні, і описуються обраною системою координат. Доцільно поєднати осі системи координат із напрямком основного руху руки ПРМ, оскільки це спрощує загальний математичний опис руху [15-17].

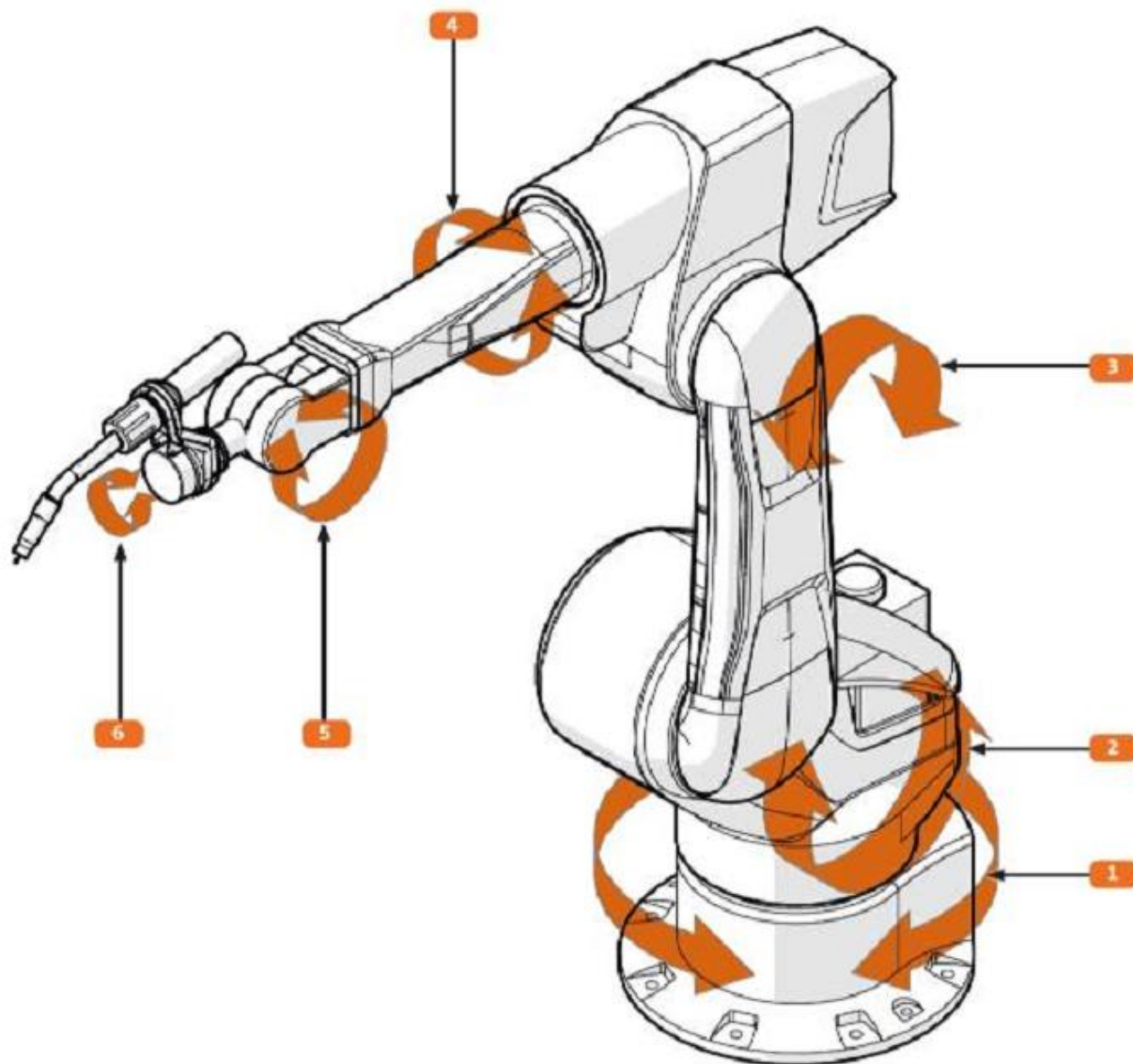


Рисунок 1.8 – Загальний вигляд робота-маніпулятора із шістьма ступенями свободи

Виконавчий механізм ПРМ загального призначення можна розглядати як кінематичний ланцюг, пов'язаний шарнірами, рухами яких керують відповідні виконавчі механізми.

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

МРМА 25.00.00.000 ПЗ

Арк.  
30

Загально відомо, що існує три типи шарнірів: призматичні, обертові та їх комбінації. Даний ПРМ являє собою шести-ступінчастий робот-маніпулятор, що повністю складається з обертових шарнірів, кінематична схема представлена на рисунку 1.9 та [МРМА 25.00.00.000 К3], а значення кутів повороту для шарнірів-вузлів представлені в табличному вигляді (див. Додаток А, табл. А.2).

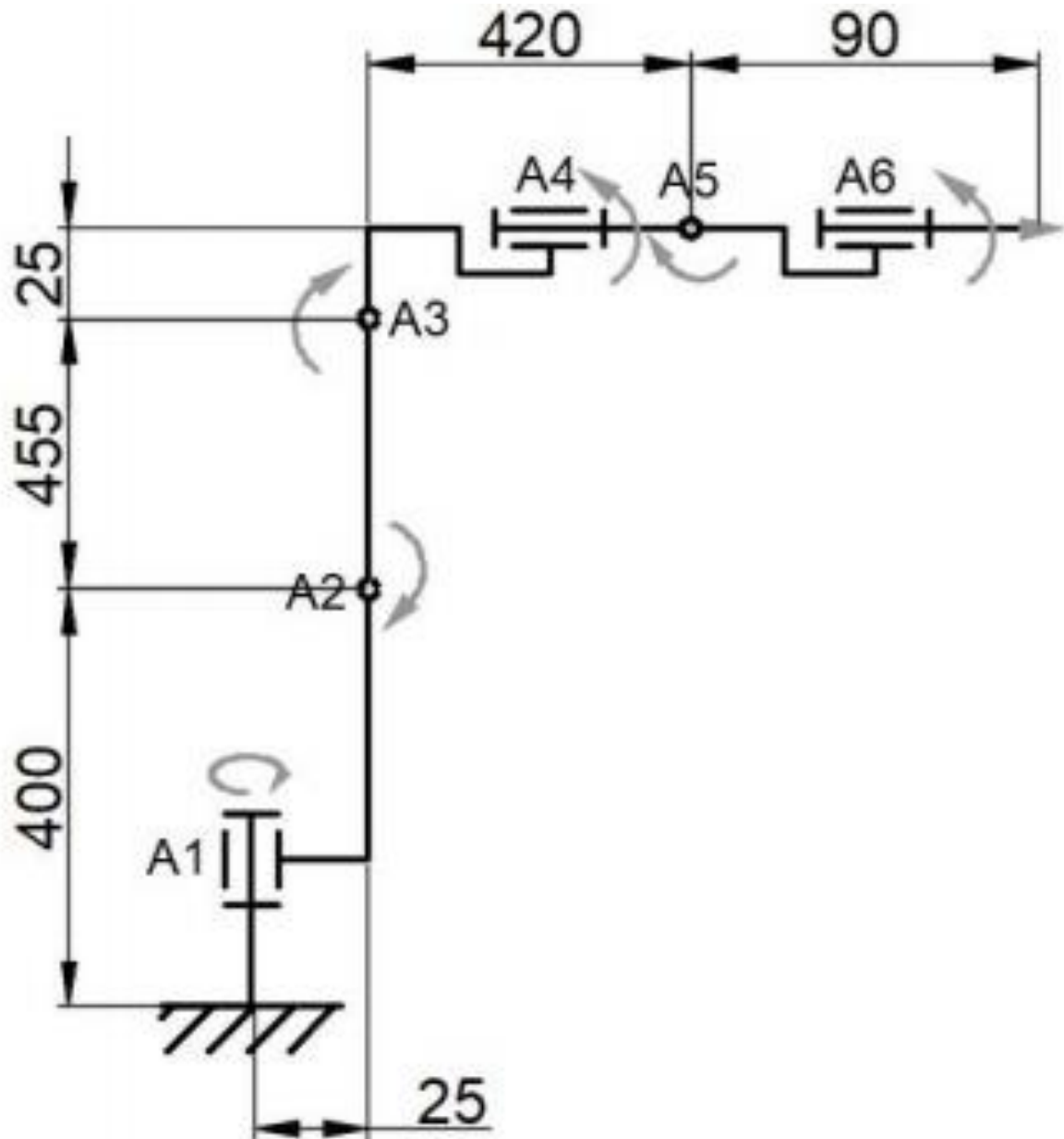


Рисунок 1.9 – Загальний вигляд кінематичної схеми ПРМ KR 10 R900-2

Також для ПРМ KR 10 R900-2, що досліджується, були визначені ДН-параметри  $\alpha$  – кут між двома осями z, що описує нахил між ланками; а – довжина

ланки між осями обертання;  $d$  – зміщення вздовж осі  $z$  між ланками;  $\theta$  – кут обертання навколо осі  $z$ , що описує обертання шарніру-суглоба ПРМ, значення представлені в табличному вигляді (див. Додаток А, табл. А.3).

Завдання дослідження полягає в розробці математичної моделі шести-осьового ПРМ в програмному середовищі MATLAB. Дана модель буде описувати кінематику і динаміку ПРМ, а також керування.

Мета дослідження полягає в тому, щоб створити ефективну і точну математичну модель шести-осьового ПРМ, яка може використовуватися для вирішення різних завдань в різних галузях промисловості. Також метою є розробка алгоритмів керування, які можуть бути використані для керування ПРМ на основі розробленої математичної моделі.

Іншою метою є проведення експериментального дослідження, яке дозволить оцінити адекватність розробленої математичної моделі в реальних умовах, з метою поліпшення моделі і оптимізації алгоритмів керування.

В цілому, дослідження на тему математичних моделей шести-осьових ПРМ в програмному середовищі MATLAB має широкий практичний потенціал і може застосовуватися для різних завдань в промисловості, медицині, автоматизації виробництва та інших галузях.

#### Висновки до розділу

Проведено аналітичний огляд існуючих технічних та технологічних рішень конструкції промислових роботів-маніпуляторів, розглянуто розвиток промислових роботів-маніпуляторів та особливості використання програмного середовища MATLAB для моделювання роботи роботів-маніпуляторів. Наведено коротку характеристику об'єкта дослідження.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		32









Вирішення зазначених завдань вимагає опису габаритних характеристик ПРМ у формі, зручній для аналізу та запису рівнянь перетворення координат. З існуючих підходів основними є вираження габаритних характеристик у вигляді системи лінійних або краще матричних рівнянь.

Розв'язання прямої задачі кінематики, тобто визначення положення захватного пристрою ПРМ, виконується за допомогою використання матриць послідовних переходів із системи координат  $i$  в систему координат ланки  $i - 1$ . Матриці однорідного перетворення, складені з урахуванням геометрії ПРМ і обраних систем координат (використані розраховані раніше параметри Денавіта-Хартенберга [11, 12]), для ПРМ, що досліджується, матимуть наступний вигляд:

$$T_{5,6} = \begin{bmatrix} C(\theta_6) & -S(\theta_6) & 0 & 0 \\ S(\theta_6) & C(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.1)$$

$$T_{4,5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(\theta_5) & -S(\theta_5) & -S(\theta_5) \cdot L_6 \\ 0 & S(\theta_5) & C(\theta_5) & C(\theta_5) \cdot L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$

$$T_{3,4} = \begin{bmatrix} C(\theta_4) & -S(\theta_4) & 0 & 0 \\ S(\theta_4) & C(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.3)$$

$$T_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(\theta_3) & -S(\theta_3) & C(\theta_3) - S(\theta_3) \cdot L_5 \\ 0 & S(\theta_3) & C(\theta_3) & S(\theta_3) + C(\theta_3) \cdot L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.4)$$

$$T_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S(\theta_2) & C(\theta_2) & S(\theta_2) \cdot L_3 \\ 0 & C(\theta_2) & -S(\theta_2) & C(\theta_2) \cdot L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.5)$$

$$T_{0,1} = \begin{bmatrix} -S(\theta_1) & C(\theta_1) & 0 & C(\theta_1) \cdot L_2 \\ C(\theta_1) & S(\theta_1) & 0 & S(\theta_1) \cdot L_2 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Щоб знайти кінцеву точку кожної ланки відносно базової системи координат, нам необхідно розв'язати матриці  $T_0^i$ , які являють собою добуток матриць перетворення. Так, для опису положення захватного пристрою ПРМ  $T_0^i$  буде рівним:

$$T_0^6 = T_{0,1} \cdot T_{1,2} \cdot T_{2,3} \cdot T_{3,4} \cdot T_{4,5} \cdot T_{5,6}. \quad (2.7)$$

Для розрахунку будемо використовувати програму MathCAD [23-27], вкажемо базові значення кутів положення ланок і розрахуємо координати положення захватного пристрою. Рішення представлено на рисунку 2.3.

Провівши розрахунок, ми отримали значення координат положення захватного пристрою, де  $x = 535$ ;  $y = 0$ ;  $z = 880$ .

Для перевірки адекватності даного розв'язку, використаємо спеціалізоване програмне забезпечення RoboDK [28, 29], в якому можна задавати кути

положення всіх ланок і отримати реальні координати положення захватного пристрою. Загальний вигляд вікна RoboDK [28, 29] представлено на рисунку 2.4.

$$\begin{aligned}
 \theta_6 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_4 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_2 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (-90 + 90) = 0 & l_6 &:= 90 & l_4 &:= 25 \\
 & & & & & & l_2 &:= 400 & l_5 &:= 420 \\
 \theta_5 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_3 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (90 - 90) & \theta_1 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & l_3 &:= 455 & l_1 &:= 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{56} &:= \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & T_{45} &:= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & -\sin(\theta_5) \cdot l_6 \\ 0 & \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & \cos(\theta_5) \cdot l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 T_{34} &:= \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & T_{23} &:= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) \cdot l_4 - \sin(\theta_3) \cdot l_5 \\ 0 & \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) \cdot l_4 + \cos(\theta_3) \cdot l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 T_{12} &:= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \cdot l_3 \\ 0 & \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \cdot l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & T_{01} &:= \begin{pmatrix} -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) \cdot l_1 \\ \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) \cdot l_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 t &:= T_{01} \cdot T_{12} \cdot T_{23} \cdot T_{34} \cdot T_{45} \cdot T_{56} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 535 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 880 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 h &:= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & o &:= t \cdot h = \begin{pmatrix} 535 \\ 0 \\ 880 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок 2.3 – Виконання розрахунків прямої задачі кінематики в програмі MathCAD [23-27]

Порівнявши отримані значення в результаті аналітичного розрахунку прямої задачі і значення з програмного забезпечення RoboDK [28, 29], можна зробити висновок, що пряма задача кінематики вирішена вірно, оскільки координати положення захватного пристрою збігаються.

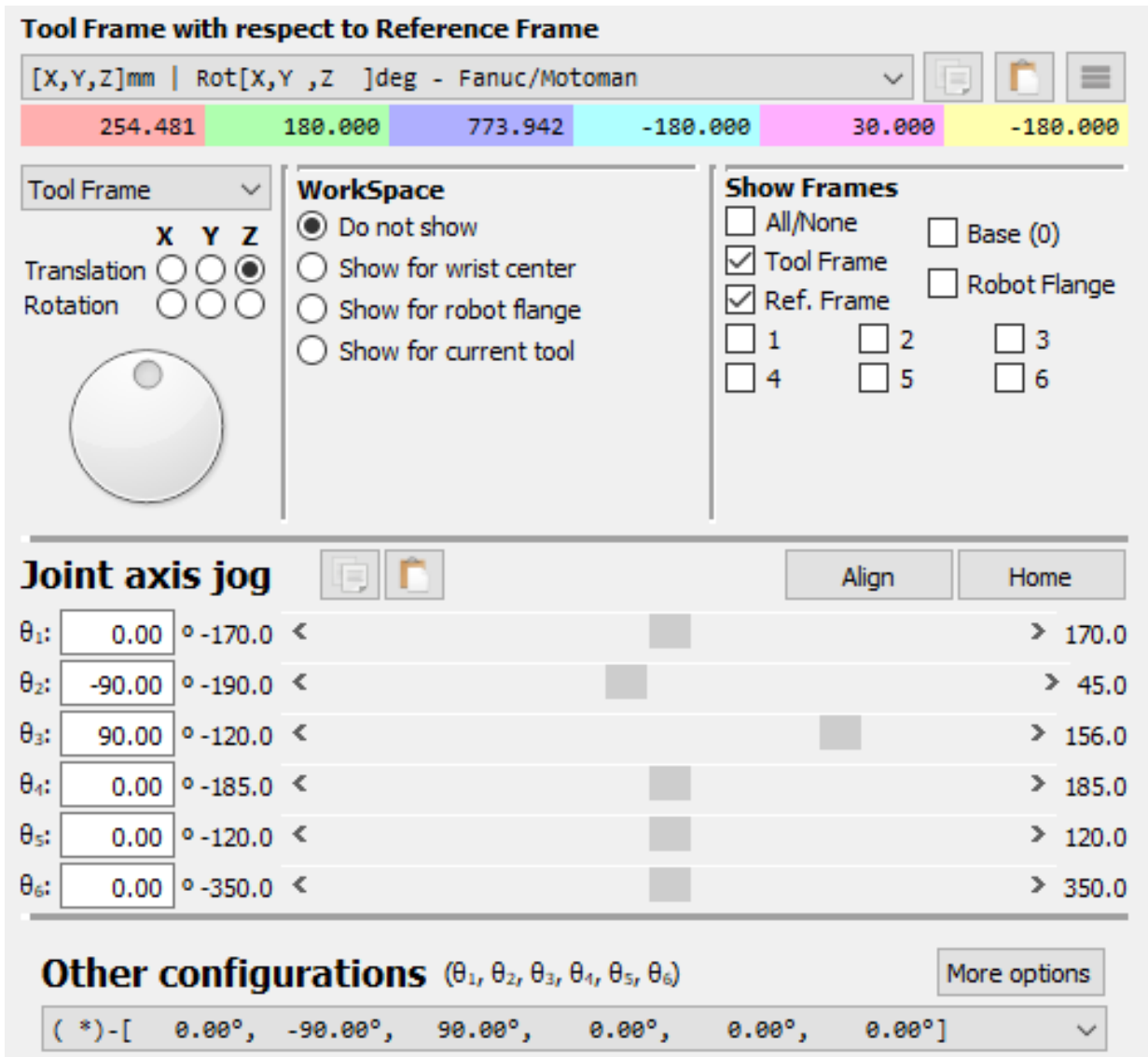


Рисунок 2.4 – Загальний вигляд вікна ПЗ RoboDK [28, 29]

Розв'язання зворотної задачі кінематики ПРМ.

Починається з визначення положення зап'ястя, за яким слідує його орієнтація. Положення шарніру-суглобу зап'ястя залежить лише від кутів  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , які можна визначити геометричним шляхом, а орієнтація шарніру-суглобу зап'ястя залежить тільки від кутів  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ , які можна визначити за допомогою використання алгебраїчного методу [20].

Для знаходження  $\theta_6$  нам потрібно спочатку знайти  $P_{04}$ , який може бути отриманий зміщенням  $d_6$  під вісь  $z_6$  від шарніру-суглобу 6,  $P_{06}$  (рис. 2.5):

$$\vec{p}_{04} = \vec{p}_{06} - R_6^0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ |d_6| \end{bmatrix}; \quad (2.8)$$

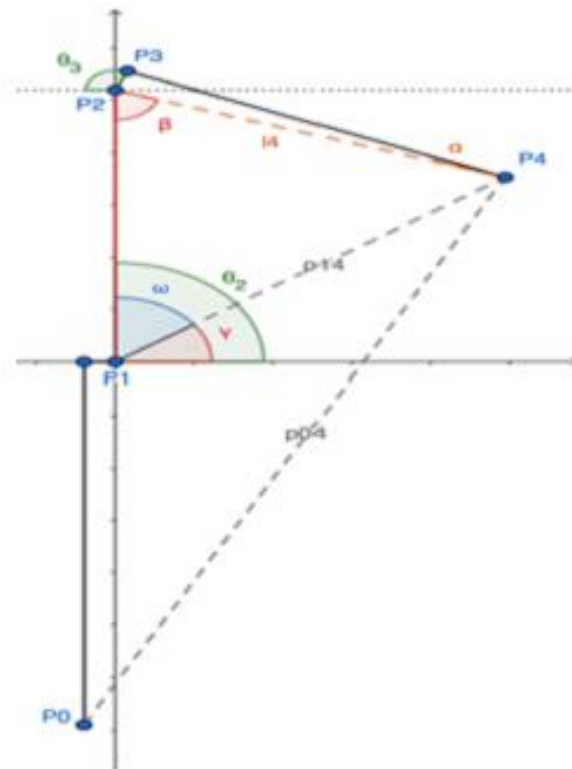


Рисунок 2.5 – Загальний вигляд геометричного аналізу

$$\theta_1 = \alpha \cdot \tan 2(p_{04x}, -p_{04y}). \quad (2.9)$$

Перш ніж знайти  $\theta_2$ , як ми можемо бачити з рисунку 2.5, показаного вище, нам потрібні  $P_{14}, \gamma, \omega$ .  $\omega$  можна отримати, використовуючи відомий закон косинуса.

$$\vec{p}_{14} = \vec{p}_{04} - \vec{p}_{01}; \quad (2.10)$$

$$\omega = \alpha \cdot \cos \left( \frac{-a_2^2 + l_4^2 - |\vec{p}_{14}|^2}{-2 \cdot a_2 \cdot |\vec{p}_{14}|^2} \right); \quad (2.11)$$

$$\gamma = \alpha \cdot \tan 2(\overrightarrow{p_{14y}}, \overrightarrow{p_{14x}}); \quad (2.12)$$

$$\theta_2 = n \cdot (\gamma + \omega); \quad (2.13)$$

$$\theta_2 = n \cdot (\gamma - \omega), \quad (2.14)$$

де  $n = [-1, 1]$  через вісь  $Z$ .

Можемо спочатку визначити значення  $\theta_2, \theta_3$ . Оскільки були визначені  $P_{14}$ , необхідно визначити кути  $\alpha; \beta$ . Кут  $\beta$  можливо визначити, використовуючи закон косинуса для трикутника (див. рис. 2.5). Враховуючи, що сума внутрішніх кутів будь-якого трикутника є рівною  $\pi$ , а потім суміжних кутів, що дорівнюють  $\pi - \beta$ .

$$\overrightarrow{p_{14}} = \overrightarrow{p_{04}} - \overrightarrow{p_{01}};$$

$$\alpha = \alpha \cdot \tan 2(|a_3|, |d_4|); \quad (2.15)$$

$$\beta = \alpha \cdot \cos \left( \frac{-a_2^2 - l_4^2 + |\overrightarrow{p_{14}}|^2}{-2 \cdot a_2 \cdot l_4} \right); \quad (2.16)$$

$$l_4 = \sqrt{a_3^2 + d_4^2}; \quad (2.17)$$

$$\sigma_1 = \pi - \alpha - (\pi - \beta); \quad (2.18)$$

$$\sigma_1 = \beta - \alpha; \quad (2.19)$$

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

$$\sigma_2 = \beta + \alpha; \quad (2.20)$$

$$\theta_3 = n \cdot (\pi - \sigma_1); \quad (2.21)$$

$$\theta_3 = n \cdot (\pi - \sigma_2). \quad (2.22)$$

Через матрицю обертання ( $R_6^4$ ) ми можемо отримати інші три спільні перемінні, а саме  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$  [20].

$$\begin{aligned} R_6^3 &= R_6^3 R_6^4 R_6^5 = \\ &= \begin{bmatrix} c(\theta_4)c(\theta_5)c(\theta_6) - s(\theta_4)s(\theta_6) & -c(\theta_6)s(\theta_4) - c(\theta_4)c(\theta_5)s(\theta_6) & c(\theta_4)s(\theta_5) \\ c(\theta_4)c(\theta_6) + c(\theta_5)s(\theta_4)c(\theta_6) & c(\theta_4)c(\theta_6) - c(\theta_5)s(\theta_4)s(\theta_6) & s(\theta_5)s(\theta_4) \\ -c(\theta_6)s(\theta_5) & s(\theta_5)s(\theta_6) & c(\theta_5) \end{bmatrix} = (2.23) \\ &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$\theta_4 = \tan^{-1} \left( \frac{r_{23}}{r_{13}} \right); \quad (2.24)$$

$$\theta_5 = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{r_{32}^2 + r_{31}^2}}{r_{33}} \right); \quad (2.25)$$

$$\theta_6 = \tan^{-1} \left( \frac{r_{32}}{-r_{31}} \right). \quad (2.26)$$

### 2.3 Розв'язання прямої та зворотної задачі динаміки шести-осьового ПРМ

Пряма задача динаміки ПРМ полягає у обчисленні траєкторії руху шести-осьового ПРМ при заданих керуючих впливах і параметрах системи, тоді як зворотна задача динаміки ПРМ полягає у визначенні керуючих впливів, які забезпечують бажаний рух ПРМ в просторі. Існує декілька методів, які можуть бути використані для вирішення прямої та зворотної задачі динаміки ПРМ, наприклад, наступні:

- Ньютона-Ейлера - даний метод може бути використаний для вирішення як прямої, так і зворотної задачі динаміки. Базується на обчисленні інерційних параметрів ПРМ і отриманні величин прискорень ланок за допомогою законів Ньютона і Ейлера. Для вирішення прямої задачі, прискорення ланок ПРМ обчислюються із заданих керуючих впливів і параметрів системи. Для вирішення зворотної задачі, керуючі впливи обчислюються із заданих величин прискорень і параметрів всієї системи [30];

- Лагранжа - даний метод може бути використаний для вирішення як прямої, так і зворотної задачі динаміки ПРМ. Базується на формулюванні кінетичної енергії та потенційної енергії системи ПРМ. Для вирішення прямої задачі, прискорення всіх ланок ПРМ виражаються через відомі сили і моменти, що діють на систему в цілому. Для вирішення зворотної задачі ПРМ, моменти сил, необхідні для переміщення ПРМ по заданій траєкторії, обчислюються із заданих величин прискорень і параметрів системи [11, 12, 30];

- передавальної матриці - даний метод використовується для вирішення зворотної задачі динаміки ПРМ. Надає можливість визначити керуючі впливи, необхідні для досягнення заданого положення і орієнтації кінцевої точки ПРМ. Особливо корисний для вирішення задач кінематики ПРМ, де потрібно обчислити кути повороту ланок при заданій кінцевій точці положення [30];

- геометричного підходу - даний метод використовується для вирішення задач зворотної динаміки ПРМ. Базується на геометричних властивостях ПРМ і

дозволяє обчислити кути повороту ланок, необхідні для переміщення кінцевої точки ПРМ в задане положення і орієнтацію. Для вирішення прямої задачі, координати кінцевої точки робочого органу обчислюються із заданих кутів повороту ланок. Для вирішення зворотної задачі, кути повороту ланок обчислюються із заданих координат кінцевої точки ПРМ [30];

- оптимального керування - даний метод використовується для вирішення задач оптимального керування, які можуть бути формалізовані як задачі оптимізації, мінімізація енерговитрат, максимізація рівнів швидкості і точності руху ПРМ. Для вирішення прямої задачі, керуючі впливи обчислюються із заданих параметрів системи і критеріїв оптимізації. Для вирішення зворотної задачі, параметри системи і критерії оптимізації задаються, а керуючі впливи обчислюються за допомогою методів оптимізації [30].

Перераховані методи можуть використовуватися як окремо, так і в поєднанні один з одним для вирішення прямої і зворотної задачі динаміки ПРМ. Вибір конкретного методу залежить від задачі, яку необхідно вирішувати в даному випадку, а також від параметрів і характеристик ПРМ.

Існують різні програмні пакети для вирішення задачі динаміки ПРМ, такі як ROS та MATLAB Robotics Toolbox, які надають інструменти для моделювання, симуляції та керування ПРМ. Для вирішення завдання динаміки ПРМ також може знадобитися аналіз механічних властивостей ланок і електроприводів ПРМ, таких як маса, інерція і сили тертя [31].

$$\begin{aligned}
 x_{06} = & -a_3 C_2 S_1 - a_4 C_2 S_1 - q_3 S_1 + a_5 (-C_2 C_4 S_1 + S_1 S_2 S_4) + \\
 & + a_2 (-C_2 C_4 S_1 + S_1 S_2 S_4) + a_6 (-C_2 C_4 S_1 + S_1 S_2 S_4) + \\
 & + (C_1 C_5 + (-C_4 S_1 S_2 - C_2 S_1 S_4) - S_5) x_6 + \\
 & + (C_6 (C_5 (-C_4 S_1 S_2 + C_2 S_1 S_4) - C_1 S_5) + \\
 & + ((-C_2 C_4 S_1 + S_1 S_2 S_4) S_6) y_6 + (C_6 (-C_2 C_4 S_1 + S_1 S_2 S_4) - \\
 & - (C_5 (-C_4 S_1 S_2 + C_2 S_1 S_4) - C_1 S_5) S_6) z_6;
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

$$\begin{aligned}
y_{06} = & a_3 C_2 C_1 + a_4 C_2 C_1 + q_3 C_1 + a_5 (C_2 C_4 C_1 + C_1 C_2 S_4) + \\
& + a_6 (C_2 C_4 C_1 - C_1 S_2 S_4) + \\
& + (C_5 S_1 + (C_2 C_4 S_2 - C_1 C_2 S_4) S_5) x_6 + \\
& + (C_6 (C_5 (C_2 C_4 S_2 - C_1 C_2 S_4) - S_1 S_5) + \\
& + (C_1 C_2 C_4 - C_1 S_2 S_4) S_6) y_6 + (C_6 (C_1 C_2 C_4 - C_1 S_2 S_4) - \\
& - (C_5 (C_1 C_4 S_2 + C_1 C_2 S_4) - S_1 S_5) S_6) z_6;
\end{aligned} \tag{2.28}$$

$$\begin{aligned}
z_{06} = & a_1 + a_3 S_2 + a_4 S_4 + \\
& + a_5 (C_4 S_2 + C_2 S_4 + a_6 (C_4 S_2 + C_2 S_4) + \\
& + (-C_2 C_4 + S_2 S_4) S_5) x_6 + \\
& + (C_5 C_6 (-C_2 C_4 + S_2 S_4) + (C_4 S_2 + C_2 S_4) S_6) y_6 + \\
& + (C_6 (C_4 S_2 + C_2 S_4) - C_5 (-C_2 C_4 + S_2 S_4) S_6) z_6.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Повна потенційна енергія визначається за наступною формулою:

$$\begin{aligned}
P = & g \cdot (a_1 (m_1 + m_2 + m_4 + m_4 + m_5 + m_6) + \\
& + S(q_2 + q_4)(a_5 m_5 + (a_5 + a_6) m_6) + \\
& + S q_2 (a_4 (m_4 + m_5 + m_6) + \\
& + a_3 (m_3 + m_4 + m_5 + m_6)).
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Запишемо систему динамічних рівнянь руху ПРМ з використанням рівняння Лагранжа [30]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial P}{\partial q_i} - Q_i = 0. \tag{2.31}$$

Підставляючи кінетичну, потенційну енергію та узагальнені сили в рівняння Лагранжа, отримуємо систему рівнянь руху ПРМ з шістьма ступенями свободи у наступному вигляді.

$$\begin{aligned}
& \ddot{q}_1(0,005m_1 + (0,005 + 0,5a_3^2)m_3 + \\
& + (0,005 + 0,5a_3^2 + a_3a_4 + 0,5a_4^2 + 0,5^2 + a_5a_6 + \\
& + 0,5a_6^2)m_6 + S[2q_2]S[2q_4](-0,5a_5^2m_5 + \\
& + (-0,5a_5^2 - a_5a_6 - 0,5a_6^2)m_6 + \\
& + C[2q_2]C[2q_4](0,5a_5^2m_5 + \\
& + (0,5a_5^2 + a_5a_6 + 0,5a_6^2)m_6) + \\
& + C[2q_2](a_4^2(0,5m_4 + 0,5m_5 + 0,5m_6) + \\
& + a_3^2(0,5m_3 + 0,5m_4 + 0,5m_5 + 0,5m_6) + \\
& + a_3a_4(m_4 + m_5 + m_6)) + \\
& + C[2q_2](a_4(2m_4 + 2m_5 + 2m_6) + \\
& + a_3(2m_3 + 2m_4 + 2m_5 + 2m_6))q_3 + \\
& + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6)q_3^2 + \\
& + 2C[q_2]C[q_4](a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6))(C[q_2](a_3 + a_4) + \\
& + q_3) - 2S[q_2]S[q_4](a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6)) + \\
& + (C[q_2](a_3 + a_4) + q_3) + m_2(0,005 + q_3^2)) = Q_1;
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{q}_2(0,005m_2 + (0,005 + 0,5a_3^2)m_3 + (0,005 + a_3^2 + 2a_3a_4 + a_4^2)m_4 + \\
& + (0,005 + a_3^2 + 2a_3a_4 + a_4^2 + a_5^2)m_4) + \\
& + \ddot{q}_2(0,005 + a_3^2 + 2a_3a_4 + a_4^2 + a_5^2 + 2a_5a_6 + a_6^2)m_4 + \\
& + 2C[q_4](a_3 + a_4)(a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6)) = \\
& = -gC[q_2 + q_4](a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6) + Q_2 + \\
& + S[2q_2]a_4^2(-0,5m_4 - 0,5m_5 - 0,5m_6)(\dot{q}_1)^2 + \\
& + S[2q_2]a_3^2(-0,5m_3 - 0,5m_4 - 0,5m_4 - 0,5m_6)(\dot{q}_1)^2 + \\
& (S[2(q_2 + q_4)](-0,5a_5^2m_5 + \\
& + (-0,5a_5^2 - a_5a_6 - 0,5a_6^2)m_6) + \\
& + S[q_2 + q_4](a_5(-m_5 - m_6) - a_6m_6)q_3(\dot{q}_1)^2 + \\
& + a_3(-C[q_4]S[2q_2](a_5m_5) + (a_5 + a_6)m_6)(\dot{q}_1)^2 - \\
& - m_3(gC[q_2] + S[q_2]q_3(\dot{q}_1)^2) - \\
& - (m_4 + m_5 + m_6)(gC[q_2] + S[q_4](2C[q_2]a_4 + \\
& + q_3)(\dot{q}_1)^2) - S[q_4](a_5m_5 + (a_5 + a_6)m_6) \times \\
& \times (C[2q_2](\dot{q}_1)^2 - 2\dot{q}_2\dot{q}_4)) + \\
& + a_4(-C[q_4]S[2q_2](a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6))(\dot{q}_1)^2 - \\
& - (m_4 + m_5 + m_6)(gC[q_2] + S[q_2]q_3(\dot{q}_1)^2) - \\
& - S[q_4](a_6m_6 + a_5(m_5 + m_6))(C[2q_2](\dot{q}_1)^2 - 2\dot{q}_2\dot{q}_4));
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{q}_3(m_3 + m_4 + m_5 + m_6) = Q_3 + (C[q_2]a_4(m_4 + m_5 + m_6) + \\
& + C[q_2]a_3(m_3 + m_4 + m_5 + m_6) + \\
& + C[q_2 + q_4](a_5m_5 + (a_5 + a_6)m_6) + \\
& + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6)q_3(\dot{q}_1)^2);
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{q}_4(0,005(m_4 + m_5 + m_6) + a_5^2 m_5 + a_5^2 m_6 + a_5 a_6 m_6 + a_6^2 m_6) = \\
& = Q_3 + S[2(q_2 + q_4)]a_5^2(-0,5m_5 - 0,5m_6)(\dot{q}_1)^2 + \\
& + a_6 m_6(-gC[q_2 + q_4] + (0,5S[q_4] - 0,5S[2q_2 + q_4])(a_3 + a_4) - \\
& - 0,5S[2(q_2 + q_4)]a_6 - S[q_2 + q_4]q_3) - S[q_4](a_3 + a_4)(\dot{q}_2)^2) - \\
& - a_5(gC[q_2 + q_4](m_5 + m_6) + (S[2(q_2 + q_4)]a_6 m_6 + \\
& + (S[q_4] + 0,5S[2q_2 + q_4])a_3(m_5 + m_6) + \\
& + (S[q_4] + 0,5S[2q_2 + q_4])a_4(m_5 + m_6) + \\
& + S[q_2 + q_4](m_5 + m_6)q_3)(\dot{q}_1)^2 + \\
& + S[q_4](a_3 + a_4)(m_5 + m_6)(\dot{q}_2)^2); \tag{2.35}
\end{aligned}$$

$$\ddot{q}_5(m_5 + m_6) = 200Q_5; \tag{2.36}$$

$$\ddot{q}_6 m_6 = 200Q_6. \tag{2.37}$$

#### Висновки до розділу

Було виконано розроблення математичної моделі шести-осьового робота-маніпулятора, для чого проведено аналітичний огляд існуючих математичних моделей шести-осьових промислових роботів-маніпуляторів, наведено характеристику кінематичної та динамічної моделей промислових шести-осьових роботів-маніпуляторів. Виконано розв'язання прямої та зворотної задачі динаміки шести-осьового промислового робота-маніпулятора з використанням програмного забезпечення.

### 3 ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛІ ШЕСТИ-ОСЬОВОГО ПРОМИСЛОВОГО РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА В ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

#### 3.1 Опис процесу розробки математичної моделі ПРМ

Розробка моделі шести-осьового ПРМ починається з визначення необхідних параметрів. Ґрунтуючись на специфікаціях фірми-виробника [32], які необхідно доповнити незалежними вимірами габаритних розмірів і розподілу маси відповідно до геометрії руки ПРМ. Відсутні дані оцінюються і апроксимуються, а складні геометрії замінюються еквівалентними і більш простими. Таким чином, точність моделі та положення центру ваги і маси поступово збільшувалася, а там, де це було неможливо, використовувалися приблизні дані. У будь-якому випадку, точне визначення параметрів моделі ПРМ - це трудомісткий процес проб і помилок.

Необхідно обрати систему координат, прикріплену до тіла ПРМ, щоб виміряти інерційні властивості, ступені свободи і обмеження, положення і рівні швидкості.

Також необхідно прикласти до моделі ПРМ сили/моменти і доповнити модель ПРМ дачачами інформації і виконавчими механізмами для ініціювання і реєстрації руху тіла.

Наступний крок – запуск симуляції через ПЗ Simulink для отримання руху системи при збереженні накладених обмежень. Візуалізація ПРМ під час побудови моделі та анімація запущеної симуляції за допомогою вбудованого графічного інтерфейсу користувача або засобу візуалізації віртуальної реальності [33].

Simscape Multibody [34] – спеціальна бібліотека в програмному середовищі MATLAB, яка надає інструменти для моделювання та аналізу механічних систем. Дана бібліотека дозволяє створювати та симулювати тривимірні мультидоменні моделі, які включають в себе твердотільні тіла, механізми, електричні та

гідравлічні компоненти, а також PLC.

Спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] забезпечує широкий спектр функціональних можливостей, включаючи можливість моделювання зв'язків, сил, моментів і динамічних взаємодій між різними компонентами системи, що моделюється. Також є підтримка імпорту геометрії CAD для створення детальних моделей механічних систем. За допомогою даної спеціальної бібліотеки можна виконувати аналіз кінематики та динаміки систем, оптимізувати конструкції, проектувати та налагоджувати логічні контролери, а також проводити віртуальне тестування перед реалізацією системи в металі.

Спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] є досить потужним інструментом для інженерів і науковців, що працюють в області механіки і робототехніки, і дозволяє їм більш ефективно моделювати і аналізувати складні механічні системи.

Спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] пропонує новому користувачеві готові блоки, які представляють собою фізичні компоненти, такі як зчленування, сили, давачі інформації та логічні контролери. Дані блоки можуть бути вільно з'єднані, щоб створити тривимірну модель реальної механічної системи.

Спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] забезпечує широкі можливості для моделювання та аналізу динаміки системи, включаючи врахування інерції, гравітації, сил тертя і роботу пружин, також є можливість врахувати нелінійні ефекти, такі як зазори і обмеження руху.

Можливо виконати налаштування параметрів компонентів системи, задавати необхідні початкові умови і застосовувати зовнішні сили для дослідження поведінки системи в різних умовах навколишнього середовища. Симуляції можуть бути виконані для аналізу кінематики, динаміки, статички і трансформацій енергії в системі, що досліджується.

Крім того, спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] пропонує можливість візуалізації моделей і аналізу результатів за допомогою графічних

залежностей і анімацій, що дозволить отримати наочне уявлення про поведінку реальної системи і зробити висновки про продуктивність [34].

Завдяки своїй гнучкості та потужності спеціальна бібліотека Simscape Multibody [34] стала невід'ємним інструментом для інженерів, що займаються проектуванням і розробкою механічних систем, робототехнікою, автомобільною та промисловою автоматикою, а також для науковців, які вивчають динаміку та керування автоматичними системами.

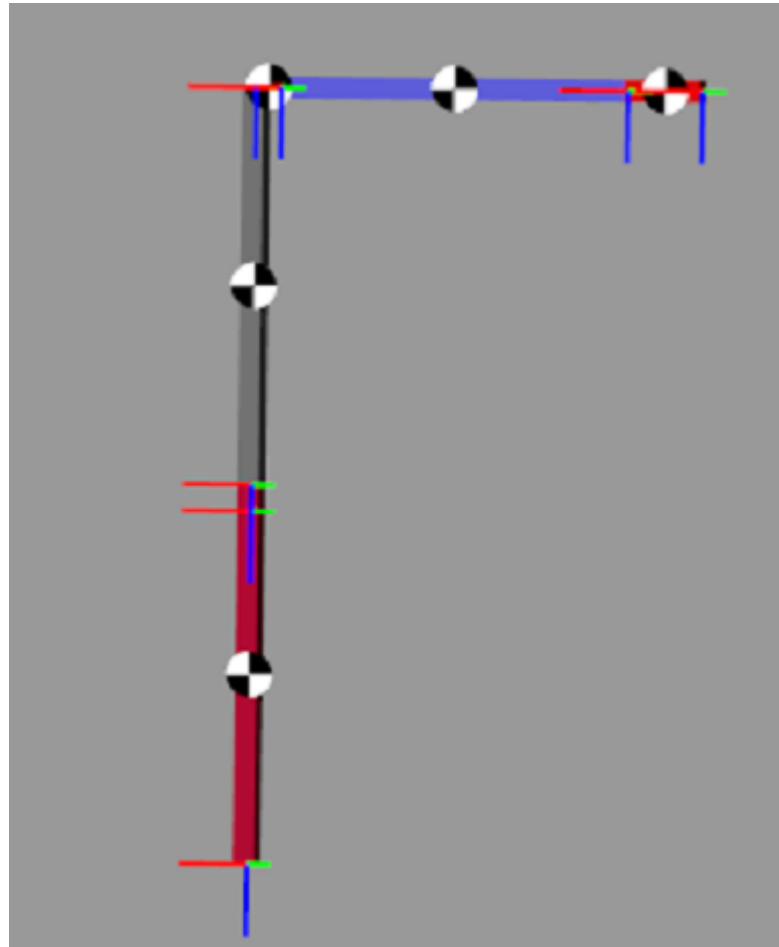


Рисунок 3.1 – Візуалізація моделі шести-осьового ПРМ KR-10 R900-2

На рисунку 3.2 представлено блок-схема шести-осьового ПРМ KR-10 R900-2. Перший блок World Frame [1-10] (див. рис. 3.3) - забезпечує доступ до світового або наземного фрейму, унікального нерухомого, ортогонального, правостороннього координатного фрейму, визначеного в будь-якій механічній моделі. Світовий фрейм є базовим для всіх мереж фреймів в механічній моделі.

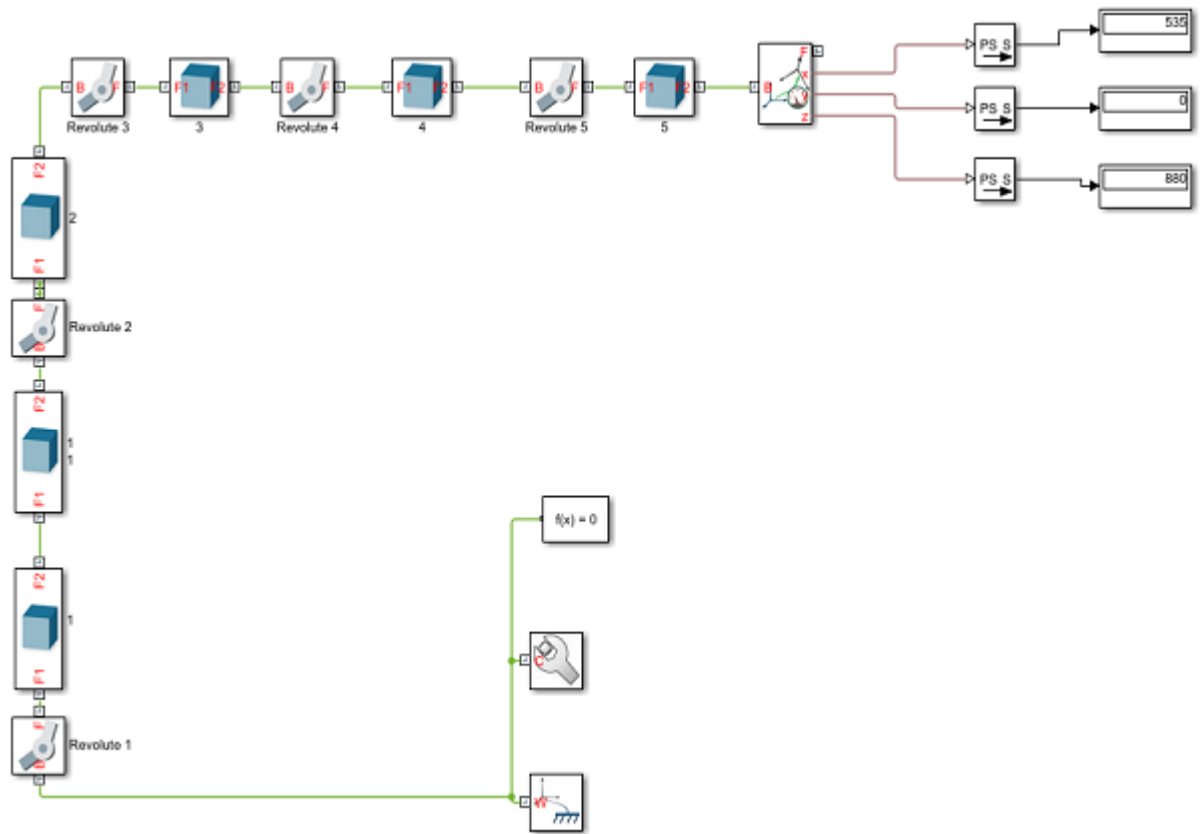


Рисунок 3.2 – Блок-схема шести-осьового ПРМ KR-10 R900-2 [1-10]

Модель може мати кілька блоків світового фрейму, але всі вони відповідають одному і тому самому фрейму.

Порт W - це порт фрейму, ідентифікований зі світовим фреймом (рис. 3.3). Будь-який порт рамки, безпосередньо підключений до W, також ідентифікується зі світовим фреймом [1-10].

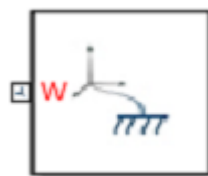


Рисунок 3.3 – Графічне позначення блоку World Frame

Блок Mechanism Configuration призначений для встановлення механічних параметрів і параметрів моделювання, що застосовуються до всього цільового механізму, до якого підключений блок. У розділі Properties нижче можна задати

рівномірну силу тяжіння для всього механізму, а також задати дельту лінеаризації. Дельта лінеаризації задає значення збурення, яке використовується для обчислення чисельних часткових похідних для лінеаризації.

Порт C - це вузол рами, який ви з'єднуєте з цільовим механізмом сполучною лінією в будь-якому вузлі рами механізму [1-10].

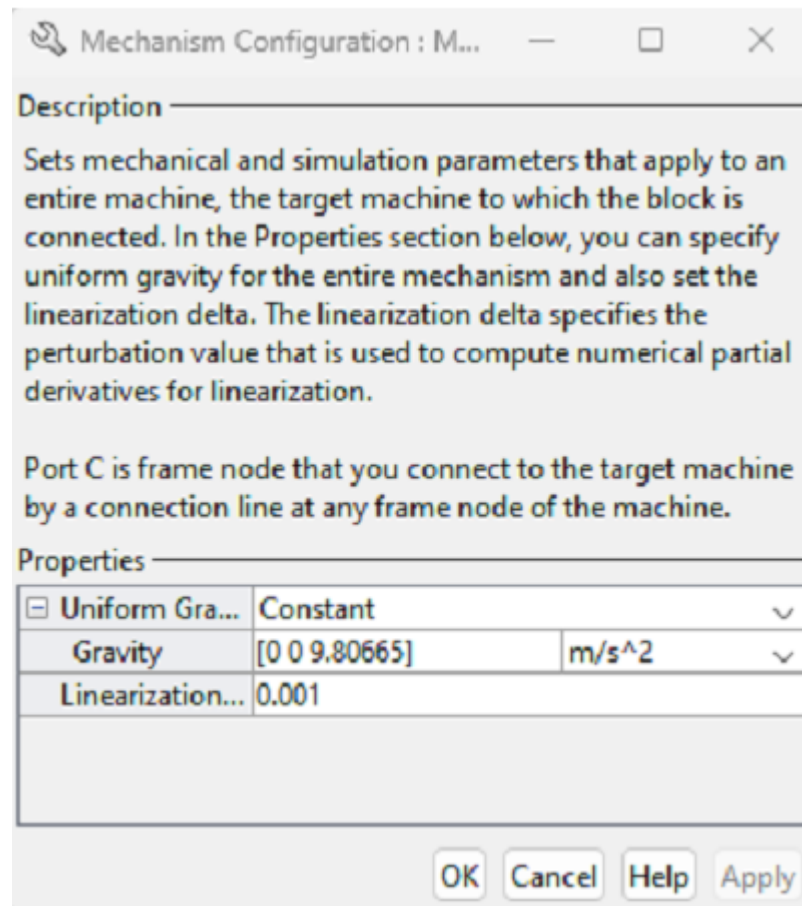


Рисунок 3.4 - Налаштування блоку Mechanism Configuration

Блок Revolute Joint являє собою шарнір, що діє між двома рамами, має один обертовий ступінь свободи, представлений одним револьверним примітивом. Шарнір обмежує збіг початку координат двох фреймів і збіг осей z базового та наступного фрейму, при цьому вісь x і вісь y наступного фрейму можуть обертатися навколо осі z.

У розділі Properties вкажіть стан, метод приведення в дію, сенсорні можливості та внутрішню механіку примітивів даного типу шарніра. Після

застосування цих налаштувань у блоці відображаються відповідні порти фізичних сигналів.

Порти  $B, F$  - це порти фрейму, які представляють базовий і наступний фрейм, відповідно. Напрямок руху шарніра визначається рухом фрейму послідовника відносно фрейму основи [1-10].

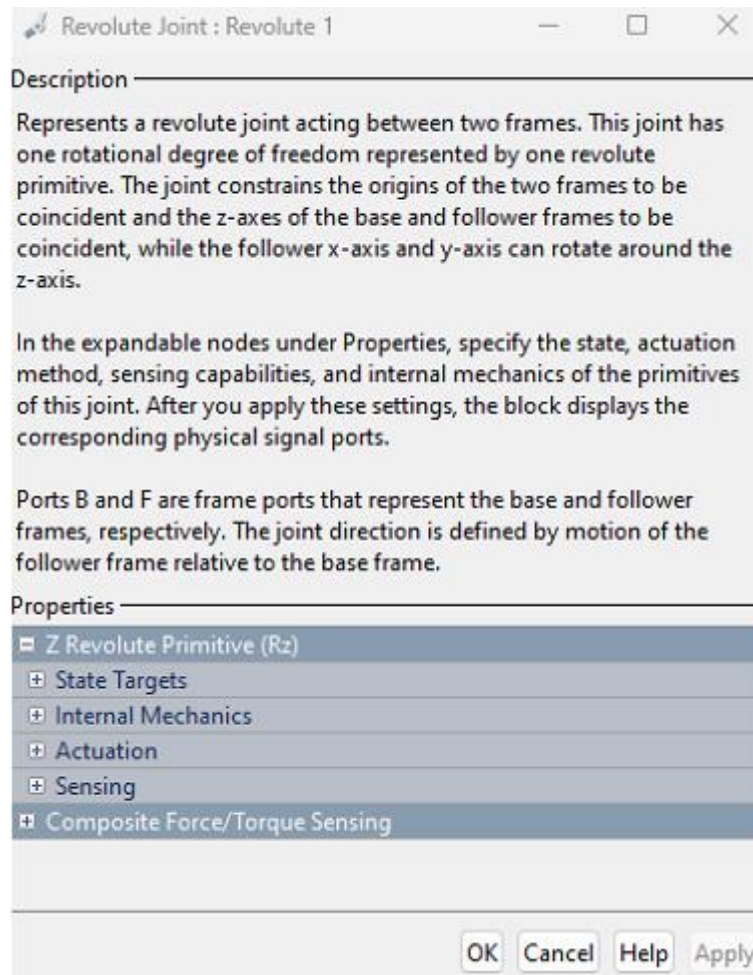


Рисунок 3.5 – Налаштування блоку Revolute Joint

Блок Solid являє собою тверде тіло, що об'єднує геометрію, інерцію і масу, графічний компонент і жорстко закріплені фрейми в єдине ціле. Тверде тіло – це загальний будівельний блок жорстких тіл. Блок Solid отримує дані про інерцію з геометрії та щільності, з геометрії та маси або із зазначеного вами тензора інерції.

У розділі Properties виберіть потрібні типи геометрії, інерції, графічних елементів і каркасів, а також необхідну параметризацію [1-10].

Порт R - це порт фрейму, який представляє систему відліку, пов'язану з геометрією. Кожен додатково створений фрейм генерує ще один порт фрейму.

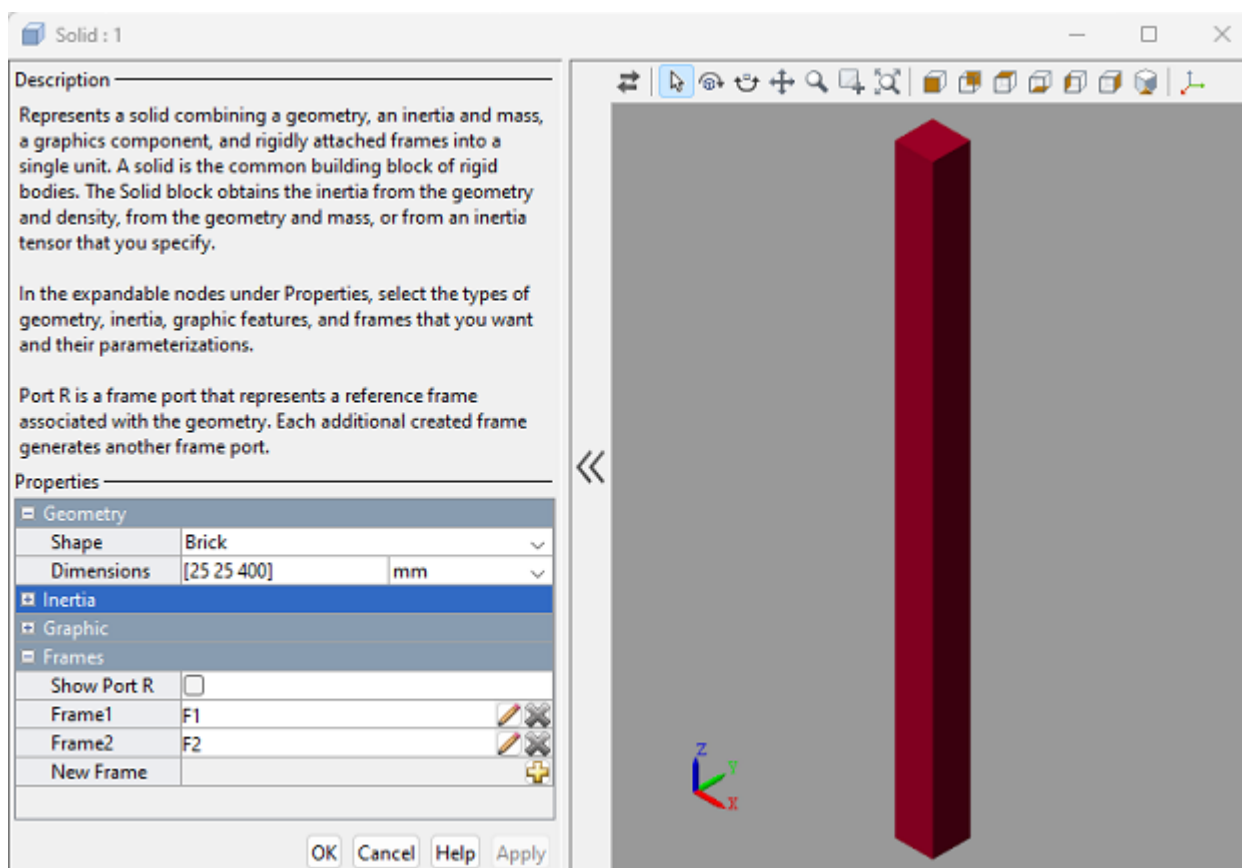


Рисунок 3.6 - Налаштування блоку Solid

У блоці Solid в розділі Frames задаються координати осі координат ланок.

Блок Transform Sensors вимірює залежний від часу зв'язок між двома кадрами. Давач перетворення пасивно сприймає це 3-D перетворення, що змінюється в часі, і його похідні між двома наступними кадрами.

У розділі Properties виберіть, які обертові та поступальні відносини, включаючи рівні швидкості та величини прискорення, які необхідно виміряти.

Після застосування даних налаштувань у блоці відображаються відповідні порти вихідних фізичних сигналів.

Порти B та F - це порти фреймів, які представляють базовий і наступний фрейм, відповідно. Давач інформації вимірює трансформацію і похідні в послідовному фреймі відносно базового фрейму [1-10].

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

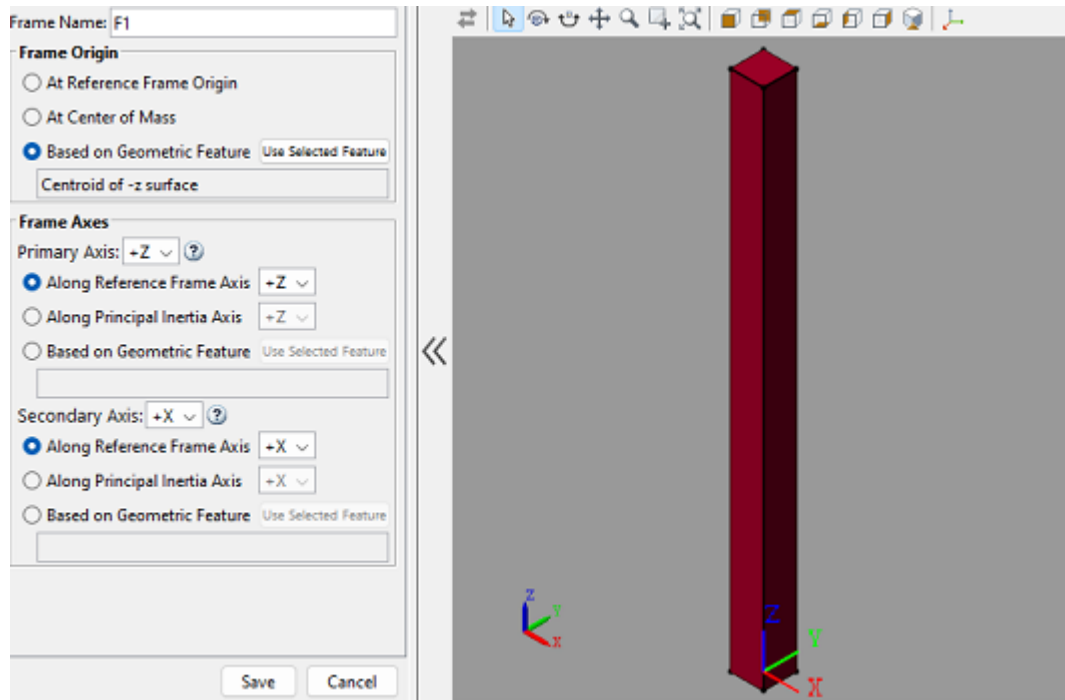


Рисунок 3.7 – Налаштування блоку Solid Frames

Компоненти перетворення можуть бути спроектовані в одному з декількох кадрів.

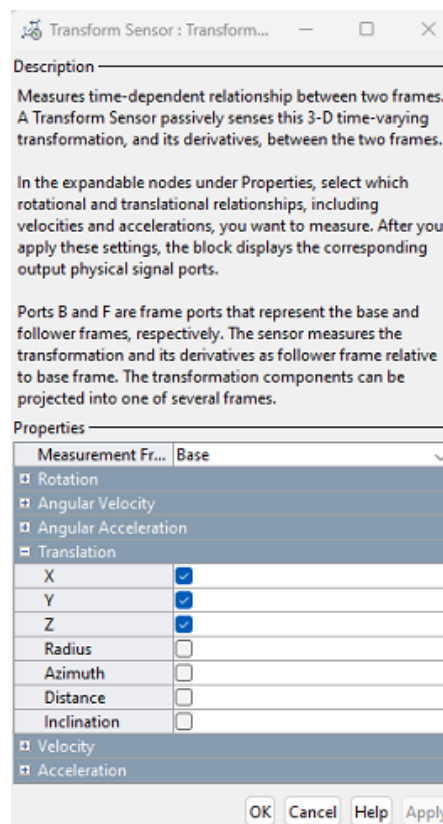


Рисунок 3.8 – Налаштування блоку Transform Sensors

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

МРМА 25.00.00.000 ПЗ

Арк.

57



якомога більше значень. Чорний трикутник вказує, що блок Block Parameters: Display не відображає всі елементи вхідного масиву [1-10].

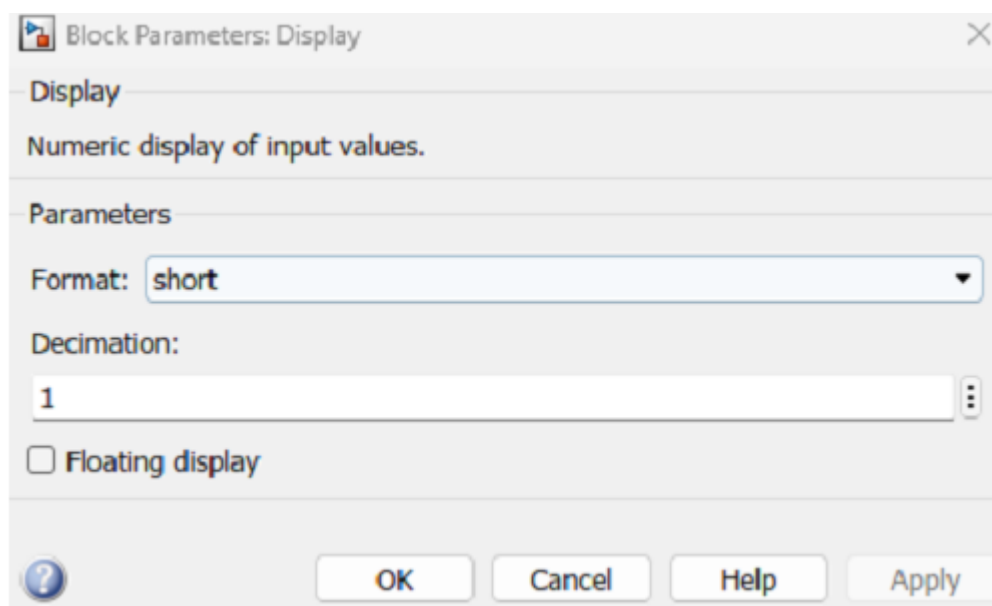


Рисунок 3.10 – Налаштування блоку Block Parameters: Display

### 3.2 Розроблення моделі шести-осьового ПРМ в MATLAB Robotics Toolbox

Моделювання шести-осьового ПРМ виконано в програмному середовищі MATLAB2021a [35] засобами стандартного пакету з використанням вбудованої бібліотеки Robotics Toolbox. Вбудована бібліотека Robotics Toolbox використовується для дослідження кінематики ПРМ.

Вбудована бібліотека Robotics Toolbox для програмного середовища MATLAB надає набір функцій та інструментів, які можуть бути використані для вирішення різних завдань кінематики ПРМ. Приклади використання бібліотеки Robotics Toolbox для вирішення завдань кінематики:

- визначення кінематичного ланцюга - можливо визначити кінематичний ланцюг ПРМ, включаючи шарніри-суглоби та їх зв'язки. Можливо створити об'єкти, що представляють шарніри-суглоби і ланки, і визначити параметри, наприклад, довжину, кут повороту і т.д;



прямої задачі задаємо нульові кути, для того щоб програма, виходячи з відповіді, отриманої в результаті вирішення прямої задачі кінематики, сама знайшла задані кути. Також можна побачити моделювання роботи шести-осьового ПРМ, який з нульового значення переміщається в задане.

На рисунку 3.11 представлена модель шести-осьового ПРМ і вирішена пряма і зворотна задача.

```

KUKA KR10 R900-2:: 6 axis, RRRRRR, stdDH, slowRNE
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| j |   theta |     d |     a |   alpha |   offset |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| 1 |    q1 |   400 |   -25 | -1.5708 |     0 |
| 2 |    q2 |     0 |   455 |     0 |     0 |
| 3 |    q3 |     0 |    25 |  1.5708 |     0 |
| 4 |    q4 |     0 |   420 | -1.5708 |     0 |
| 5 |    q5 |     0 |     0 |  1.5708 |     0 |
| 6 |    q6 |    90 |     0 |     0 |     0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

Tf =
      1     0     0     880
      0     1     0     0
      0     0     1    535
      0     0     0     1

q =
-0.0000  -1.5708   1.5708   0.0000   0.0000   0.0000

```

Рисунок 3.11 - Модель шести-осьового ПРМ

На рисунку 3.12 представлена модель шести-осьового ПРМ в початковому (нульовому) положенні.

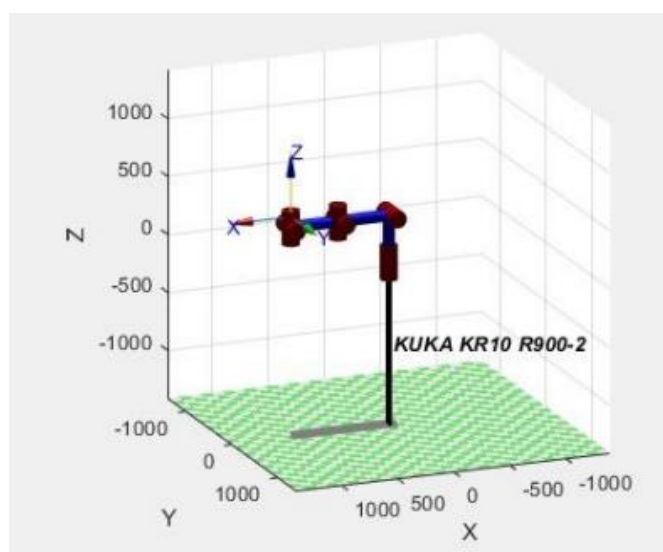


Рисунок 3.12 – Початкове (нульове) положення шести-осьового ПРМ

На рисунку 3.13 представлена модель шести-осьового ПРМ в кінцевому положенні, також можна побачити шлях, пройдений ПРМ від початкового (нульового) до кінцевого положення.

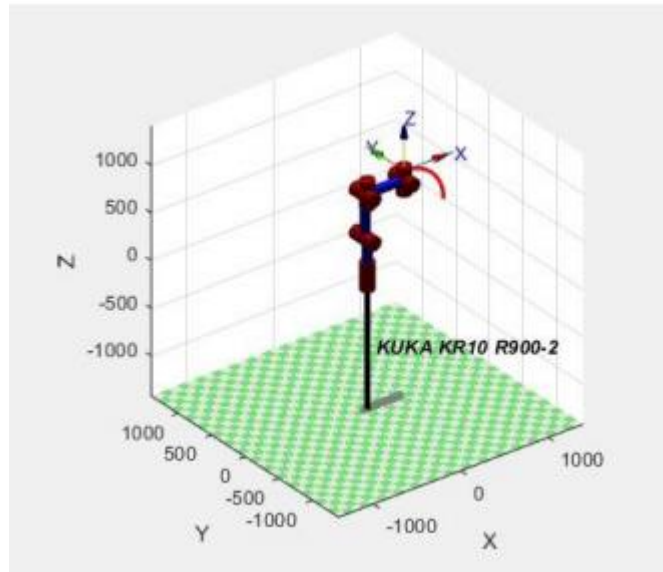


Рисунок 3.13 – Кінцеве положення шести-осьового ПРМ

На рисунку 3.14 представлений код програми, що дозволяє провести моделювання роботи шести-осьового ПРМ.

```

1
2   clear all
3   close all
4
5   L(1)=Link([0 400 -25 -pi/2]);
6   L(2)=Link([0 0 455 0]);
7   L(3)=Link([0 0 25 pi/2]);
8   L(4)=Link([0 0 420 -pi/2]);
9   L(5)=Link([0 0 0 pi/2]);
10  L(6)=Link([0 90 0 0]);
11
12  Robot=SerialLink(L, 'name','KUKA KR10 R900-2')
13
14  qf=[0 -pi/2 pi/2 0 0 0];
15  Tf=Robot.fkine(qf)
16
17  q0 = [0 0 0 0 0 0];
18  q = Robot.ikine(Tf,q0,'mask',[1 1 1 1 1 0]);
19  t = 0:0.1:5;
20  Q = jtraj(q0, qf, t);
21  Tr = fkine(Robot, Q);
22
23  for i = 1:length(t)
24      T = Tr(i);
25      trs = transl(T);
26      xx(i) = trs(1);
27      yy(i) = trs(2);
28      zz(i) = trs(3);
29  end
30
31  plot(Robot, Q);
32  hold on
33  plot3(xx,yy,zz,'Color',[1 0 0], 'Linewidth', 2)

```

Рисунок 3.14 – Код для моделювання роботи шести-осьового ПРМ

### 3.3 Аналіз отриманих результатів дослідження шести-осьового ПРМ

Вирішивши задачу кінематики шести-осьового ПРМ методом Денавіта-Хартенберга [11, 12] і побудувавши блок-схему в програмному середовищі MATLAB Simscape Multibody [34] (рис. 3.2), можна отримати наступні результати:

- візуалізація - можливість візуалізувати модель шести-осьового ПРМ і виконання руху. Результат - тривимірна візуалізація шести-осьового ПРМ, шарнірів-суглобів, робочого інструменту і траєкторії руху ланок;

- траєкторію руху - можливо визначити траєкторію руху робочого інструменту шести-осьового ПРМ в просторі. Результат - послідовність точок, що представляють траєкторію руху інструменту від початкової до кінцевої позиції;

- положення та орієнтацію робочого інструменту/ефектора - можливо однозначно знайти положення та орієнтацію робочого інструменту в просторі на основі заданих кутів повороту кожного шарніру-суглоба шести-осьового ПРМ. Результат - точна позиція та орієнтація робочого інструменту в тривимірному просторі;

- положення шарнірів-суглобів – можливо визначити величини кутів повороту кожного шарніру-суглоба шести-осьового ПРМ, необхідні для досягнення заданої позиції робочого інструменту. Результат - перелік величин кутів шарнірів-суглобів, які забезпечать потрібну конфігурацію шести-осьового ПРМ;

- аналіз просторових обмежень – можливість виконати аналіз просторових обмежень шести-осьового ПРМ, наприклад, обмеження на переміщення і повороти шарнірів-суглобів. Результат - визначення допустимих областей руху для шести-осьового ПРМ.

Для розроблених моделей проведемо порівняння результатів кінематики шести-осьового ПРМ.

Визначення початкової (нульової) позиції шести-осьового ПРМ.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						63
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		

- визначення початкової (нульової) позиції шести-осьового ПРМ за допомогою використання методу Денавіта-Хартенберга [11, 12]:

$$\begin{aligned}
 \theta_6 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_4 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_2 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (-90 + 90) = 0 & l_6 &:= 90 & l_4 &:= 25 \\
 & & & & & & l_2 &:= 400 & l_5 &:= 420 \\
 \theta_5 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & \theta_3 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (90 - 90) & \theta_1 &:= \frac{\pi}{180} \cdot (0) & l_3 &:= 455 & l_1 &:= 25
 \end{aligned}$$
  

$$T_{56} := \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad T_{45} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & -\sin(\theta_5) \cdot l_6 \\ 0 & \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & \cos(\theta_5) \cdot l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
  

$$T_{34} := \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad T_{23} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) \cdot l_4 - \sin(\theta_3) \cdot l_5 \\ 0 & \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) \cdot l_4 + \cos(\theta_3) \cdot l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
  

$$T_{12} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \cdot l_3 \\ 0 & \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \cdot l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad T_{01} := \begin{pmatrix} -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) \cdot l_1 \\ \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) \cdot l_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
  

$$t := T_{01} \cdot T_{12} \cdot T_{23} \cdot T_{34} \cdot T_{45} \cdot T_{56} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 535 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 880 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
  

$$h := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad o := t \cdot h = \begin{pmatrix} 535 \\ 0 \\ 880 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.15 - Визначення за допомогою використання методу Денавіта-Хартенберга [11, 12]

Провівши розрахунок, отримали значення координат положення захватного пристрою/робочого інструменту, де  $x = 535$ ;  $y = 0$ ;  $z = 880$ .

- визначення початкової (нульової) позиції шести-осьового ПРМ за допомогою програмного середовища MATLAB Robotics Toolbox [35]:

KUKA KR10 R900-2:: 6 axis, RRRRRR, stdDH, slowRNE

j	theta	d	a	alpha	offset
1	q1	400	-25	-1.5708	0
2	q2	0	455	0	0
3	q3	0	25	1.5708	0
4	q4	0	420	-1.5708	0
5	q5	0	0	1.5708	0
6	q6	90	0	0	0

Tf =

1	0	0	880
0	1	0	0
0	0	1	535
0	0	0	1

q =

-0.0000    -1.5708    1.5708    0.0000    0.0000    0.0000

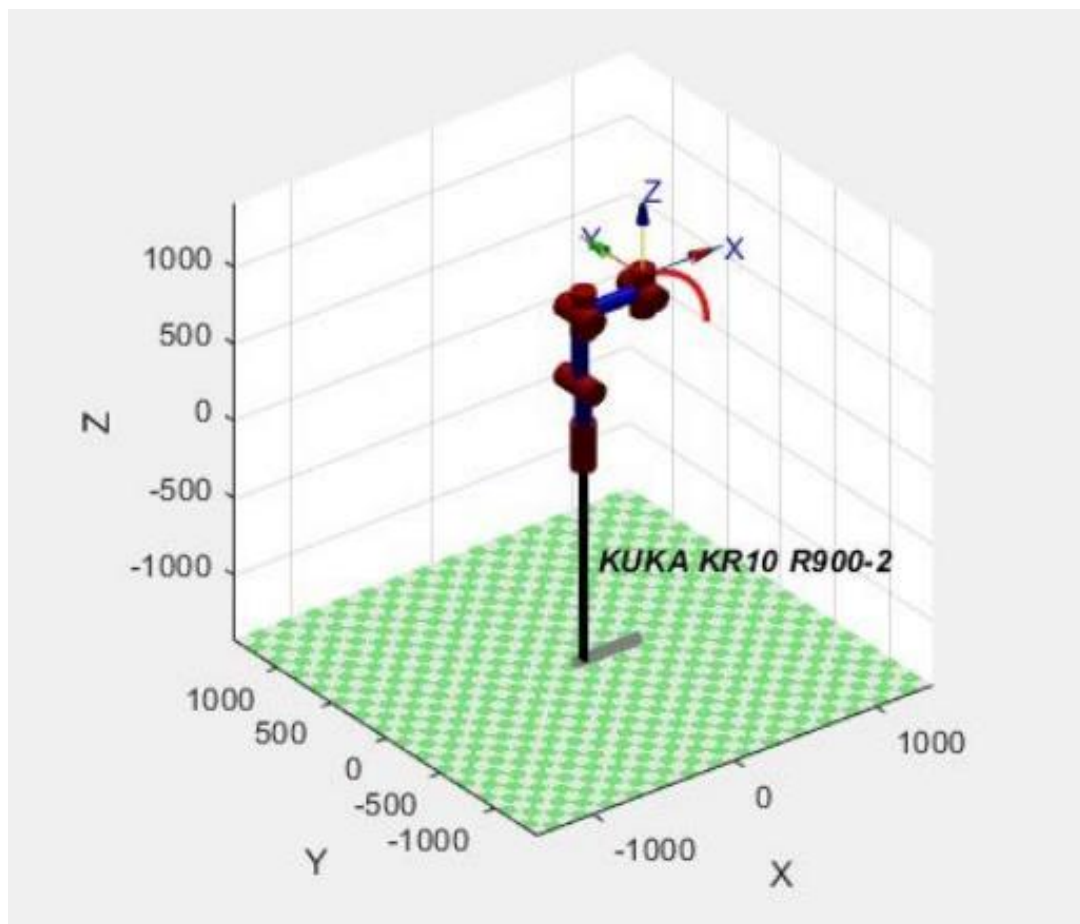


Рисунок 3.16 – Визначення за допомогою програмного середовища MATLAB Robotics Toolbox [35]

Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата

МРМА 25.00.00.000 ПЗ

Арк.  
65

Провівши моделювання, отримали значення координат положення захватного пристрою/робочого інструменту, де  $x = 535; y = 0; z = 880$ .

- визначення початкової (нульової) позиції шести-осьового ПРМ за допомогою використання програмного середовища MATLAB Simscape Multibody.

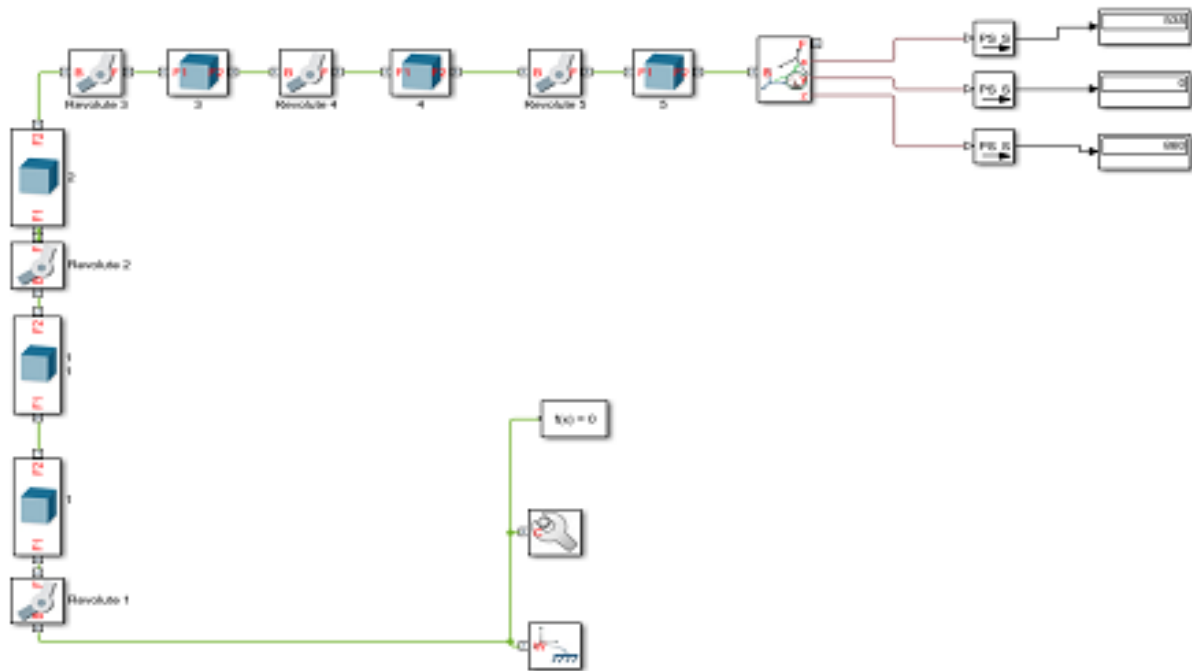


Рисунок 3.17 – Визначення за допомогою програмного середовища MATLAB Simscape Multibody [34]

Провівши моделювання, отримали значення координат положення захватного пристрою/робочого інструменту, де  $x = 535; y = 0; z = 880$ .

Отримавши однакові координати положення робочого інструменту при використанні методу Денавіта-Хартенберга [11, 12] і математичної моделі в програмному середовищі MATLAB [35], можна зробити висновок, що розроблена модель шести-осьового ПРМ вірно описує кінематичну структуру і необхідні параметри. Це підтверджує правильність використання методу Денавіта-Хартенберга [11, 12] для вирішення задачі кінематики і адекватність реалізації моделі в програмному середовищі MATLAB.

Узгодженість координат положення робочого інструменту між методом Денавіта-Хартенберга [11, 12] і математичною моделлю в програмному середовищі MATLAB є важливим показником коректності моделювання і може бути використана в подальшій розробці та керуванні шести-осьовим ПРМ. Така узгодженість забезпечує надійність і точність виконання завдань, пов'язаних із позиціонуванням і керуванням шести-осьовим ПРМ.

В цілому, узгодженість координат положення робочого інструменту між методом Денавіта-Хартенберга [11, 12] і математичною моделлю в програмному середовищі MATLAB свідчить про правильність моделювання кінематичної структури шести-осьового ПРМ.

Це дозволяє надійно використовувати розроблену модель для вирішення завдань керування, планування руху та інших операцій, пов'язаних із робототехнікою.

#### Висновки до розділу

Проведено дослідження комп'ютерної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB, для цього виконано опис процесу розробки математичної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора.

Розроблено комп'ютерну модель шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB Robotics Toolbox та проаналізовано отримані результати дослідження віртуальної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора.

## ВИСНОВКИ

Проведено аналітичний огляд існуючих технічних та технологічних рішень конструкції промислових роботів-маніпуляторів, розглянуто розвиток промислових роботів-маніпуляторів та особливості використання програмного середовища MATLAB для моделювання роботи роботів-маніпуляторів. Наведено коротку характеристику об'єкта дослідження.

Було виконано розроблення математичної моделі шести-осьового робота-маніпулятора, для чого проведено аналітичний огляд існуючих математичних моделей шести-осьових промислових роботів-маніпуляторів, наведено характеристику кінематичної та динамічної моделей промислових шести-осьових роботів-маніпуляторів. Виконано розв'язання прямої та зворотної задачі динаміки шести-осьового промислового робота-маніпулятора з використанням програмного забезпечення.

Проведено дослідження комп'ютерної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB, для цього виконано опис процесу розробки математичної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора.

Розроблено комп'ютерну модель шести-осьового промислового робота-маніпулятора в програмному середовищі MATLAB Robotics Toolbox та проаналізовано отримані результати дослідження віртуальної моделі шести-осьового промислового робота-маніпулятора.

Результати та висновки дослідження можуть бути корисними для фахівців і дослідників, що займаються розробкою та керуванням шести-осьовими роботами-маніпуляторами.

Отримана математична модель надає основу для подальших досліджень та оптимізації алгоритмів керування, планування руху, а також для вирішення інших завдань, пов'язаних з робототехнікою.

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						68
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		



9. Гурко О.Г., Єрмоєнко І.Ф. Аналіз та синтез систем автоматичного управління у MATLAB: Навчальний посібник. Харків, ХНАДУ, 2012. 303 с.
10. Ogata K. Solving control engineering problems with MATLAB (MATLAB curriculum series). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994. 359 p.
11. M. Vihuro, A. Malyar. Synthesis of control algorithm for position of six-axis manipulator. Energy Engineering and Control Systems, 2022, Vol. 8, No. 2, pp. 118 – 126. <https://doi.org/10.23939/jeeecs2022.02.118>
12. Вігуро М.І., Маляр А.В. Розв'язання прямої задачі кінематики зварювального маніпулятора з шістьма ступенями свободи. Електроенергетичні та електромеханічні системи, 2021, Вип. 3, №2. 27-34с.
13. Лященко М. Я., Головань М. С. Чисельні методи : Підручник. Київ : : Либідь, 1996. 288 с.
14. Промисловий робот «Unimate» URL: <https://shvachko.net/?p=1342&lang=ua> (дата звернення: 15.09.2025).
15. Трет'як А. В., Кльон А. М. Основи робототехніки: навчальний посібник для студентів спеціальностей 133 «Галузеве машинобудування», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка». Полтава : Видавництво Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2024. 135 с.
16. Струтинський В. Б., Гуржій А. М. Наземні роботизовані комплекси: монографія. Житомир : ПП «Рута», 2023. 524 с.
17. Цвіркун Л. І., Грулер Г. Робототехніка та мехатроніка: навч. посіб. / під заг. ред. Л. І. Цвіркуна ; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. 3-тє вид., переробл. і доповн. Дніпро : НГУ, 2017. 224 с. ISBN 978–966–350–645–6.
18. The Robot Operating System (ROS). URL: <https://www.ros.org/> (дата звернення: 15.09.2025).
19. Створення роботів за допомогою ROS (Robot Operating System). URL: <https://dou.ua/lenta/articles/robots-in-containers/> (дата звернення: 15.09.2025).



Дніпропетровськ : Національний гірничий університет, 2003. 64 с.

28. Robot Simulation Software. URL: <https://robodk.com/> (дата звернення: 19.10.2025).

29. Робототехнічні та мехатронні пристрої і системи. URL: <https://msn.khmnu.edu.ua/course/view.php?id=8467> (дата звернення: 19.10.2025).

30. Гончаров О.А., Васильєва Л.В., Юнда А.М. Чисельні методи розв'язання прикладних задач : навч. посіб. Суми : Сумський державний університет, 2020. 142 с. ISBN 978-966-657-828-3.

31. Spong, M. W., & Vidyasagar, M. (1989). Robot Dynamics and Control. John Wiley & Sons.

32. Discover the variety of automation solutions by KUKA. URL: <https://www.kuka.com/> (дата звернення: 10.11.2025).

33. Lynch, K. M., & Park, F. C. (2017). Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control. Cambridge University Press.

34. Simscape Multibody. URL: <https://uk.mathworks.com/help/sm/index.html> (дата звернення: 10.11.2025).

35. How to download Matlab Version 2021a. URL: <https://uk.mathworks.com/matlabcentral/answers/1586769-how-to-download-matlab-version-2021a> (дата звернення: 10.11.2025).

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		72

ДОДАТКИ

					<i>МРМА 25.00.00.000 ПЗ</i>	Арк.
						73
Зм.	Арк.	№докум.	Підпис	Дата		