Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України : зб. наук. пр., 2019 р., вип. 25 (39). С. 151–159.

3. МВВ 081/12-0014-01, Методика виконання вимірювань біохімічного споживання кисню (БСК5). – Київ: 2002.

4. МВВ №081/12-0106-03, Методика виконання вимірювань масової концентрації амоній-іонів фотоколориметричним методом з реактивом Неслера. – Київ, 2003.

5. ДСТУ ГОСТ 27384-2002. ВОДА. Нормы погрешности измерений показателей состава и свойств [Чинний від 2004-01-01]. М. – : Госстандарт Украины, 2004. 8 с.

6. Яремчук Н. А., Семенюк Р. С. Способи урахування невизначеності при побудові лінгвістичних шкал. Метрологія та вимірювальна техніка (Метрологія–2020) : зб. доп. XII міжнар. наук.–техн. конф. 6–8 жовтня 2020 р. – Харків : ННЦ Інститут метрології, 2020. – С. 77–81.

7. Яремчук Н. А. Інтелектуальні засоби вимірювальної техніки : навч. посіб. : Т. 1. Методологія інтелектуальних засобів вимірювальної техніки. Київ : Корнійчук, 2017. 208 с.

ОЦІНКА ШВИДКОСТІ ЗАЛУЧЕННЯ В ПРОЦЕС ОБЕРТАННЯ РОБОЧОЇ РІДИНИ У КАМЕРІ АВТОБАЛАНСИРА ДЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ РОТОРНОЇ СИСТЕМИ

Драч І. В.
Хмельницький національний університет, E-mail: cogitare410@gmail.com

Для усунення дисбалансу тіла, що обертається, використовують рідинні автобалансуючі пристрої (АБП) у вигляді порожнистої камери з рідкими робочими тілами.

Оцінимо часовий інтервал, по закінченні якого почне утягуватися в рух робоча рідина для роторної системи з вертикальною віссю обертання. Цю задачу змоделюємо як рух в’язкої рідини, яка міститься між двома вертикальними циліндрами, що мають спільну центральну вісь і різний діаметр (коаксильні циліндри), один з яких обертається, а інший – нерухомий. Простір між ними заповнений рідиною з динамічною в'язкістю η.

Нехай зовнішній циліндр має радіус камери автобалансира R, радіус внутрішнього циліндра є радіусом уявної вільної поверхні рідини – R_0.

Камера (зовнішній циліндр) обертається з сталою кутовою швидкістю ω уздовж напрямку осі циліндрів, яку позначимо z.

З'ясуємо, через який час після початку обертання зовнішнього циліндра почне утягуватися в рух внутрішній нерухомий циліндр. Ця задача має принципово нестаціонарний характер і вимагає розв'язання рівняння Нав'є–Стокса з урахуванням його лівої частини, тобто з урахуванням субстанціональної похідної. У загальному випадку для нестисливої рідини рівняння можна подати у вигляді:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \left(\bar{V} \cdot \nabla\right) \cdot \bar{V} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \bar{g} + \nu \cdot \Delta \bar{V}, \;\; div\bar{V} = 0, \qquad (1)$$

де $\bar{g}$ – прискорення сили ваги; P – тиск; ν - кінематична в'язкість рідини – $\nu = \eta / \rho$.

У силу осьової симетрії задачі вектор швидкості рідини, що утягується в рух обертовим циліндром, у циліндричній системі координат має такий вигляд:

$$\bar{V} = \left(0, V_{\phi}\left(r,t\right), V_{z}\left(r,t\right)\right), \qquad (2)$$

що забезпечує автоматичне виконання умови нестисливості рідини $div\bar{V} = 0$, а компоненти швидкості $V_{\varphi}(r, t)$ і $V_z(r, t)$ шукані величини.

Для розв'язання задачі скористаємося загальним рівнянням Нав'є–Стокса для нестисливої рідини в загальному вигляді в криволінійній системі координат [1]. Для проекцій рівняння (2) на осі φ, z і r маємо:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial V_{\phi}}{\partial t} = \nu \cdot \left(\Delta V_{\phi} - \frac{V_{\phi}}{r^2} \right), \\ &\frac{\partial V_z}{\partial t} = \nu \cdot \Delta V_z + g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}, \\ &\frac{\partial P}{\partial r} = -\rho \cdot \frac{V_{\phi}^{\,2}}{r}. \end{aligned} \qquad (3)$$

Рідина, розташована між циліндрами, обертається концентричними циліндричними шарами. Шар, який прилипає до зовнішнього циліндра, має кутову швидкість, що дорівнює швидкості обертання циліндра ω. А шар внутрішнього циліндра – швидкість, яка дорівнює 0.

Оскільки розглядається обмежена область $R_0 \le r \le R$, то в (3) під r слід розуміти радіус-вектор, який відраховується у радіальному напрямі від внутрішньої поверхні зовнішнього циліндра, тобто $r' = R–r$, де r' змінюється на відрізку $R_0 \le r' \le R$, а r – на відрізку $0 \le r \le R - R_0$.

Оскільки обидві проекції швидкості залежать тільки від радіальної координати, запишемо систему (3) у вигляді:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial V_\phi}{\partial t} = \nu \cdot \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_\phi}{\partial r} \right) - \frac{V_\phi}{r^2} \right),\\
&\frac{\partial V_z}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z},\\
&\frac{\partial P}{\partial r} = -\rho \cdot \frac{V_\phi{}^2}{r}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Граничні і початкові умови задаємо у вигляді:

$$V_\phi \Big|_{r = R - R_0} = 0; \qquad V_\phi \Big|_{r = 0} = \phi(t) R; \qquad \omega(0) = \omega. \tag{5}$$

Шукаємо розв'язок першого рівняння системи (4) стандартним методом поділу змінних [1], тобто у вигляді $V_\varphi = u(r) \cdot w(t)$, де $w(t) = e^{-\lambda^2 t}$, а для функції $u(r)$ знаходимо рівняння:

$$r^2 u'' + r u' + \left(\frac{\lambda^2 r^2}{\nu} - 1 \right) u = 0.$$

Це рівняння Бесселя і його розв'язок можна подати як:

$$u = C_1 \cdot J_1\left(\frac{r\lambda}{\sqrt{\nu}} \right) + C_2 \cdot Y_1\left(\frac{r\lambda}{\sqrt{\nu}} \right),$$

де $J_1(x)$ і $Y_1(x)$ – відповідно функції Бесселя першого й другого роду.

Оскільки функція $Y_1\left(\frac{r\lambda}{\sqrt{\nu}} \right)$ необмежена в нулі і ω – стала частота обертання зовнішнього циліндра, то з умови обмеженості $u(0) < \infty$ маємо $C_2 = 0$. Тому розв'язок у загальному вигляді запишемо, як:

$$u_\phi(r,t) = C_1 \cdot e^{-\lambda^2 t} \cdot J_1\left(\frac{r\lambda}{\sqrt{\nu}} \right). \tag{6}$$

З умови (5) випливає, що

$$\lambda = \lambda_k = \mu_k \cdot \frac{\sqrt{\nu}}{R - R_0},$$

де μ_k – корінь рівняння $J_1(x) = 0$, а індекс $k \subset [1, \infty)$.

Тому розв'язок (6) є:

$$V_\phi(r,t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot e^{-\frac{\mu_k^2 \nu t}{(R-R_0)^2}} \cdot J_1\left(\mu_k \frac{r}{R - R_0}\right). \quad (7)$$

З другої граничної умови (5) одержуємо закон зміни частоти обертання шарів рідини від часу, а саме:

$$\omega(t) = \frac{1}{R} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot e^{-\frac{\mu_k^2 \nu t}{(R-R_0)^2}} \cdot J_1\left(\mu_k \frac{R}{R - R_0}\right). \quad (8)$$

Скористаємось початковою умовою (5), маємо $C_k = a_k \omega R$, де коефіцієнти a_k задовольняють рівняння:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1\left(\mu_k \frac{R}{R - R_0}\right) = 1. \quad (9)$$

У загальному рівняння (9) має незліченну множину розв'язків. Серед них оберемо деякий конкретний розв'язок і зупинимося на ньому в якості шуканого. Візьмемо найпростіший варіант і оберемо в якості розв'язку суму виду:

$$a = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} = \frac{\pi}{4}.$$

Це означає, що рівняння (9) можна записати як:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k J_1\left(\mu_k \frac{R}{R - R_0}\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}.$$

Звідки випливає, що

$$a_k = \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^k}{k J_1\left(\mu_k \frac{R}{R - R_0}\right)}. \quad (10)$$

Отже, шуканий розв'язок задачі, за (7) та (8), подаємо у вигляді:

$$V_\phi(r,t)=\frac{4\omega R}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{kJ_1\left(\mu_k\dfrac{R}{R-R_0}\right)}\cdot e^{-\frac{\mu_k^2\nu t}{(R-R_0)^2}}J_1\left(\mu_k\frac{R}{R-R_0}\right), \qquad (11)$$

$$\omega(t)=\frac{4\omega R_0}{\pi R}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{kJ_1\left(\mu_k\dfrac{R}{R-R_0}\right)}\cdot e^{-\frac{\mu_k^2\nu t}{(R-R_0)^2}}J_1\left(\mu_k\frac{R}{R-R_0}\right). \qquad (12)$$

Оскільки зміна тиску за глибиною підкоряється рівнянню $\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}=g$, то друге рівняння системи (4) є:

$$\frac{\partial V_z}{\partial t}=\frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right).$$

Це рівняння виконується автоматично, оскільки вертикального переміщення рідини немає і проекція $Vz = 0$. Третє рівняння системи (4) дозволяє з'ясувати розподіл тиску між циліндрами. Дійсно, оскільки:

$$\frac{dP}{dr}=-\rho\frac{V^2{}_\phi}{r}.$$

Підставивши в цю рівність розв'язок (11), після інтегрування по r одержимо:

$$P(r,t)=P_0-\frac{16\pi\omega^2R^2}{\pi^2}\sum_{k,k'}^{\infty}(-1)^{k+k'}\frac{e^{-\frac{\left(\mu_k^2+\mu_{k'}^2\right)\nu t}{(R-R_0)^2}Q_{kk'}(r)}}{J_1\left(\mu_k\dfrac{R}{R-R_0}\right)J_1\left(\mu_{k'}\dfrac{R}{R-R_0}\right)},$$

де матриця

$$Q_{kk'}(r)=\int_{R_0}^{r}J_1\left(\mu_k\frac{R}{R-R_0}\right)J_1\left(\mu_{k'}\frac{R}{R-R_0}\right)\frac{dr}{r}.$$

З аналізу розв'язків (11) і (12), час, через який буде залучений в обертання внутрішній циліндр (вільна поверхня рідини), визначається максимальним часом τ_k, який визначається, як:

$$\tau_k = \frac{(R - R_0)^2}{\mu_k{}^2 \cdot \nu}.$$

Зрозуміло, що максимальний час визначається мінімальним значенням кореня μ_k, яке для рівняння $J_1(x) = 0$ відповідає значенню $\mu_1 = 3.9$ [1]. Таким чином:

$$\tau_1 = \tau_{\max} = \frac{(R - R_0)^2}{3{,}9^2 \cdot \nu}, \qquad (13)$$

Якщо, до прикладу, взяти: радіус камери автобалансира $R = 0{,}20$ м, $R_0 = 0{,}19$ м, кінематичну в'язкість робочої рідини покласти рівною $\nu = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$ м^2/с (прісна вода), то одержимо $\tau_{\max} \approx 6{,}5$ с.

Таким чином, «залучення» рідини в процес руху для вертикальної роторної системи відбувається досить швидко. Вираз (13) дає можливість теоретично визначити часові умови проведення експериментів.

Література

1. Кошляков С.И. Уравнения в частных производных математической физики / С. И. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. М. : Высш. шк., 1971. 736 с.

КОНДЕНСОВАНІ З ПАРОВОЇ ФАЗИ КОМПОЗИЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ (Cu-Cr-Zr-Y-Nb)-Mo-CuO-MoO_3

Гречанюк В. Г.[1], Гречанюк М. І.[2], Гречанюк І. М.[2], Гоц В. І.[2]
[1]Київський національний університет будівництва і архітектури
м. Київ, Повітрофлтський проспект, 3, E-mai: eltechnic777@ukr.net
[2]Інститут проблем матеріалознавства НАН України,
м. Київ, Кржижанівського, 3

Дослідження структури, властивостей і експлуатаційних характеристик композитів (Cu–Zr–Y–Nb)-Mo (МДК-3), які широко використовуються для виготовлення електричних контактів і електродів наведені в роботах [1, 2]. Матеріали МДК-3 мають ряд переваг: отримують за один технологічний цикл, тому вони в 1,5–1,7 рази дешевше аналогів, одержуваних методами порошкової металургії і суттєво (5–6 разів) дешевше срібловмісних контактів; за експлуатаційної надійності не поступаються матеріалам на основі срібловмісних композицій; ком-