

ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗНОСУ ПЛАСТИНИ ПРИ ЇЇ КОНТАКТІ З ТОРОВОЮ ПОВЕРХНЕЮ ДИСКА

Представлені графічно-аналітичний метод отримання формул, розрахункова модель і програмний модуль для визначення площі поверхні зносу та об'єму зношеного матеріалу на плоских виробах при заглибленні в них обертаючого диска з торовою периферійною частиною.

The paper represents graphical and analytical method for finding formulas, computational model and software unit for evaluating the worn material volume on the flat products at dipping into them a rotating dick with torus peripheral part.

Ключові слова:

Вступ

При заглибленні обертаючого диска з торовою периферійною частиною, округленою радіусом r , в пластину (рис. 1,а), на її поверхні утворюється площадка зносу (рис. 1,б), деякі геометричні розміри якої (кут і довжину дуги, довжину хорди і висоту сегмента) можна визначити, наприклад, за розрахунковими формулами [1 і 2].

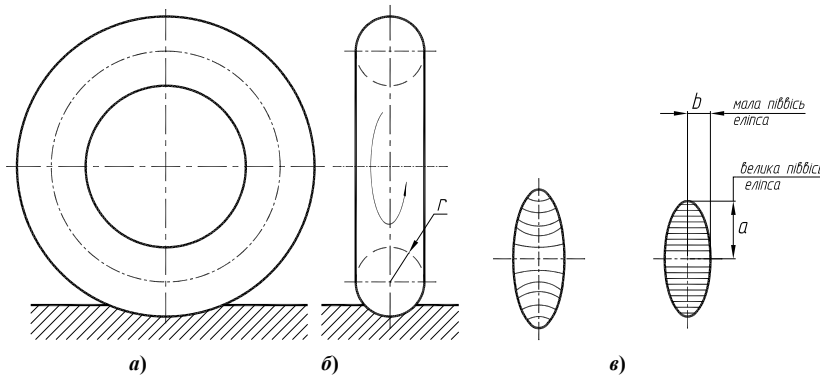


Рис. 1. Схеми контакту і площадка зносу (дійсна торова та еліпсна) на плоскій поверхні твердого тіла

Проте розрахункове визначення деяких інших геометричних параметрів зносу при заглибленні вказаного диска вимагає наявності інших формул, які в довідниковій літературі відсутні.

Стан проблеми

Під час трибологічних досліджень за причиною відсутності відповідної аналітичної бази нерідко застосовують спрощені формули. Наприклад, для розрахунку площі поверхні зносу S на пластині від обертаючого диска (схема диск-площина) з будь-якої формою його периферійної частини, автори [3] використовують формулу, що застосовується для визначення параметрів еліпсу: $S = \pi ab$ (тут a, b – півосі еліпсу, зображені на рис. 1,в).

Очевидно, що дана формула неадекватно відображає величину площі зносу, тому що вказаний еліпс апроксимує переріз поверхні і є плоскою фігурою з меншою площею у порівнянні з площею зносу на виробі, сформованою обертаючим диском.

Автори статті [4] після відповідних геометричних побудовань запропонували формулу і програмний модуль для визначення площі зносу на пластині вказаним диском. Проте застосування цього модуля має деякі обмеження – його неможливо застосовувати для розрахунку площі зносу на виробу при заглибленні у нього диска на величину, яка перевищує радіус округлення торової частини.

Треба зауважити, що існують комерційні програмні продукти, зокрема SolidWorks, в яких геометричні величини, необхідні для трибологічних розрахунків, можна, при певних умовах, одержати як параметри створеної моделі тіла.

Мета роботи

У даній роботі поставлено завдання вивести формули, розробити розрахункову модель і програмний модуль для визначення площі поверхні зносу та об'єму зношеного матеріалу на плоских виробах при заглибленні в них диска з торовою периферійною частиною, у тому числі, для випадків, коли диск у пластину заглиблюється на величину, яка перевищує радіус округлення торової частини.

Методика и результати роботи

Відомо, що чисельне значення площі поверхні будь-якої частини торового кільця може бути визначено через площу розгортки цієї частини. Для побудови такої розгортки окремі частини поверхні тора

заміняють частинами циліндрів, які розгортаються і складаються у наближену до заданої точності розгортку тора.

Один з варіантів наближеної розгортки тора відповідно [5] показано на рис. 2. Тор розділено площинами, що проходять через вісь Z , на 8 однакових частин – секцій. Кожна секція тора замінена секцією прямого циліндра, діаметр основи якого дорівнює $2r$ (тут r – радіус кола, що утворює тор), і який зрізано двома площинами під кутом β . Розгортки всіх восьми секцій, у тому числі, однієї з них з відповідними точками побудови (фігура 123456), представлені на рис. 2.

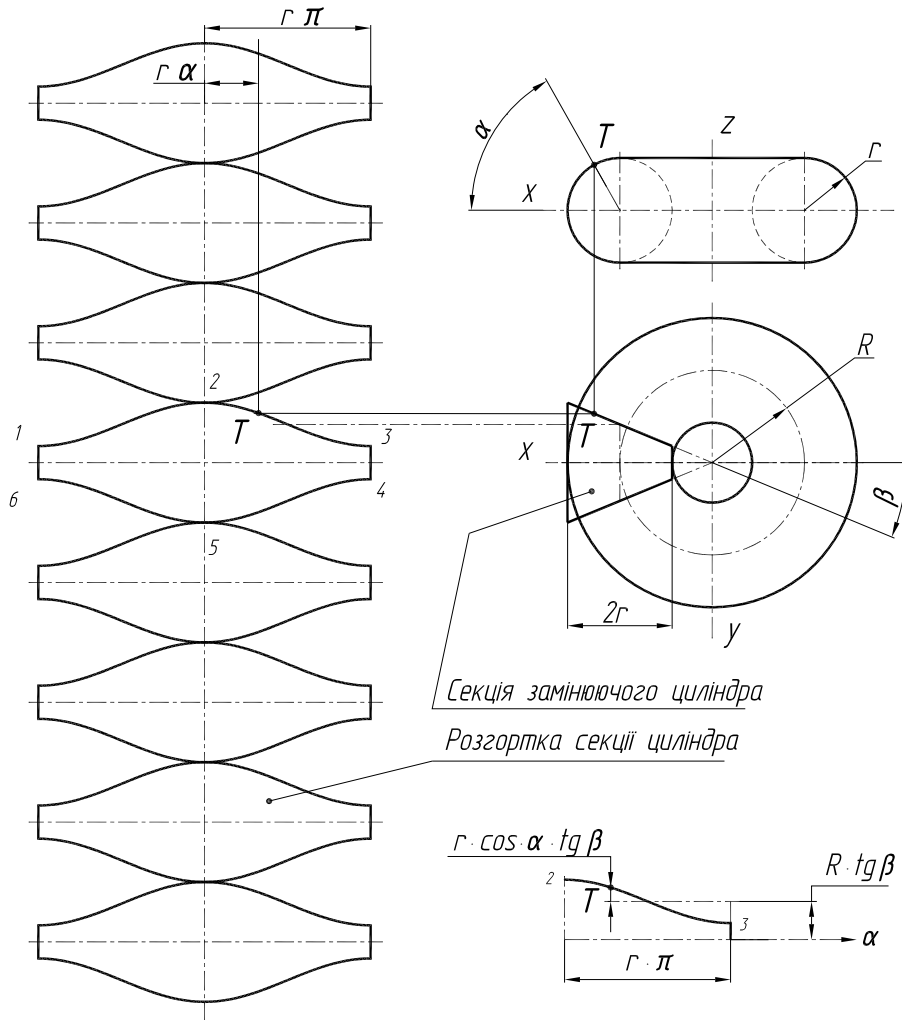


Рис. 2. Наближена розгортка поверхні тора

Розглянемо процедури знаходження чисельного значення площі наближеної розгортки всього тора. Виходячи із геометрії розгортки, наведеної на рис. 2, площа однієї секції 123456 розгортки дорівнює:

$$S_1 = 4r \int_0^{\pi} (r \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta + R \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot d\alpha \quad (1)$$

де α – кут повороту поточної точки T , яка визначає лінію розрізу секції циліндра. Після спрощення:

$$S_1 = 4\pi \cdot r \cdot R \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (2)$$

Сумарна площа всіх секцій розгортки тора дорівнює:

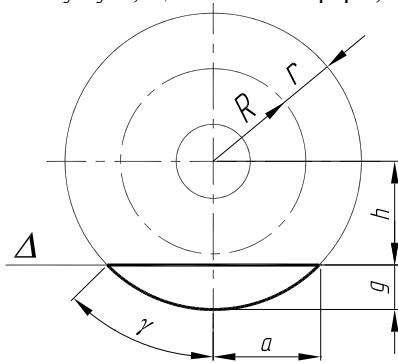
$$S = \sum_{k=1}^m 4\pi \cdot r \cdot R \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{m}, \quad (3)$$

де m – кількість однакових секцій замінюючих циліндрів. Якщо кількість секцій m прямує до безмежності, то:

$$S_{m \rightarrow \infty} = 4\pi^2 R \cdot r. \quad (4)$$

Розглянемо процедури обчислення значення площі частини поверхні тора, відрізаного площиною Δ , яка розташована на відстані h паралельно до осі Z і не перетинає осьової лінії тора (рис. 3). Кут γ

визначає половину кута, що охоплює переріз, відрізок a – половину довжини лунки.



$$\gamma = \arccos\left(\frac{h}{R+r}\right);$$

$$\gamma = \arctg\left(\sqrt{\frac{(R+r)^2 - h^2}{h^2}}\right);$$

$$h = \sqrt{(R+r)^2 - a^2}.$$

Рис. 3. Поверхня тора, яка розрізана площиною

Для складання розрахункової схеми розташуємо тор із січною площиною так, щоб основа одного із замінюючих циліндрів проектувалась на виді зверху креслення (рис. 4) без спотворення. Розгортка кожної секції замінюючого циліндра обмежується фігурою, відзначеною на рисунку штриховкою. Враховуючи, що різницею площ вказаної фігури і фігури ABCD можна знехтувати, на основі рівняння (1) визначимо площу елемента одної секції:

$$S_k = 4r \int_0^{\alpha_k} (r \cdot \cos \alpha \cdot \text{tg}\beta + R \cdot \text{tg}\beta) \cdot d\alpha; \tag{5}$$

після розв'язку:

$$S_k = 4r^2 \cdot \text{tg}\beta \cdot \sin \alpha_k + 4r \cdot \text{tg}\beta \cdot R \cdot \alpha_k. \tag{6}$$

де α_k – кут, який визначає ширину елемента розгортки (рис. 4).

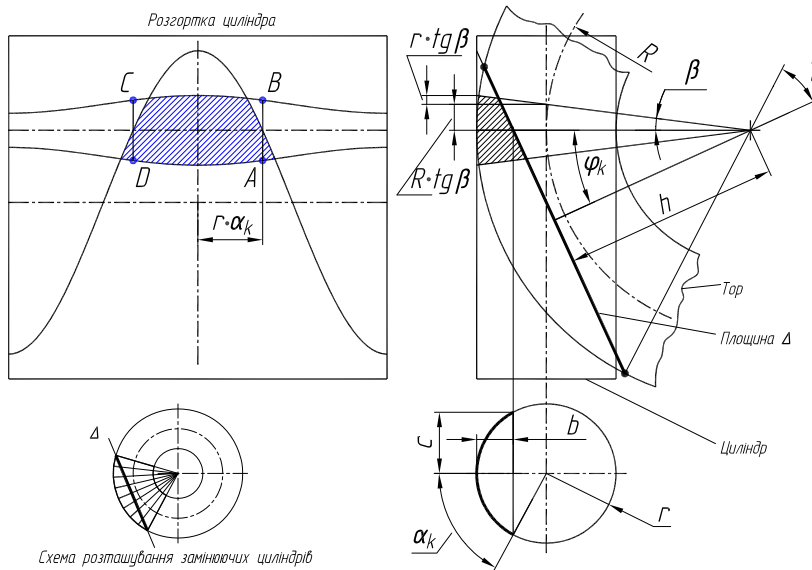


Рис. 4. Геометрія розгортки зрізаної частини тора

Виходячи із геометрії поверхні тора, замінюючого циліндра та січної площини Δ , представлених на рис. 5, визначаємо складові елементи формули (7):

$$b = (R+r) - \frac{h}{\cos \varphi_k}; \quad c = \sqrt{2rb - b^2}; \quad \cos \alpha_k = \left(1 - \frac{b}{r}\right) \tag{7}$$

де h – відстань від центра тора до січної площини Δ ;

φ_k – кут нахилу січної площини Δ до осі k -того замінюючого циліндра.

Треба зауважити, що всі подальші розрахунки проводяться для випадку $h \geq R$ і відповідно

$$\alpha_k \leq \frac{\pi}{2}.$$

З урахуванням залежностей (7):

$$\alpha_k = \arccos\left(\frac{h}{r \cdot \cos \varphi_k} - \frac{R}{r}\right); \quad \alpha_k = \arctg \frac{\sqrt{2rb - b^2}}{r - b}. \quad (8)$$

Величини кутів β і φ_k (рис. 6) визначаються кількістю $2n$ однакових секцій замінюючих циліндрів, що розташовані в межах перерізу тора площиною Δ : $\beta = \frac{\gamma}{2n}$; $\varphi_k = 2\beta \cdot \left(k - \frac{1}{2}\right)$.

Після підсумовування всіх елементів замінюючих циліндрів одержуємо кінцеву формулу для визначення площі умовної розгортки зрізаної частини тора:

$$S_{\Delta} = 2 \cdot \sum_{k=1}^n 4r \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot (r \cdot \sin \alpha_k + R \cdot \alpha_k), \quad (9)$$

де $2n$ – кількість секцій замінюючих циліндрів.

Аналогічним дослідженням одержана формула для розрахунку об'єму зрізаної частини тора (майданчика зносу):

$$V_{\Delta} = 2 \cdot \sum_{k=1}^n \frac{2}{3} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot (r^2 - (r - b)^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (10)$$

Для цього тор був розділений на n однаких секцій, кожна з яких апроксимована частиною циліндра, об'єм якої визначено за формулою, наведеною в [6].

Розрахунок площі S_{Δ} та об'єму V_{Δ} зрізаної частини тора може бути проведений програмним модулем "Tor_Z2", розробленим авторами на основі виразів (9, 10). Програмний код модулю "Tor_Z2" показаний на рис. 5.

```
Public Sub Tor_Z2()
'15 березня 2012 р.
Dim Rt As Double, r As Double, a As Double
Dim Ni, h, Gamma, Beta
Dim Plo As Double, Vlo As Double, Vlo_i As Double
Dim Vcek As Double, Scek As Double, Sd As Double
Dim Vsegm As Double
Dim k, Nkat, b, c, Fikat
Dim Alfa As Double, AlfaR As Double
Dim Plo_i, Segm, G, Psi
Dim v As Double, vv As Double, vn As Double
Dim e As Double
Dim BetaGr As Double
pi = 3.14159265358979
'Вихідні дані
Rt = 24.4: r = 0.6 'радіуси твірних тора
Ni = 100 'кількість ітерацій
h = 24.5 'відстань від центру тора до площини тіла
a = (Sqr((Rt + r) ^ 2 - h ^ 2)) 'хорда /2
'Debug.Print "a ="; Format(a, "0.0000")
Gamma = Atn(Sqr((Rt + r) ^ 2 / h ^ 2 - 1)) 'габарит. кут
G = Gamma * 180 / pi
Beta = Gamma / (2 * Ni) 'кут ітерації
BetaGr = Beta * 180 / pi
Plo = 0
Vlo = 0
If h >= Rt Then
For k = 1 To Ni
Lунка без бічних щічок
Nkat = k
Fikat = 2 * Beta * (Nkat - 0.5)
b = Rt + r - h / Cos(Fikat)
c = Sqr(2 * r * b - b ^ 2)
e = r - b
Alfa = Atn(Sqr(2 * r * b - b ^ 2) / (r - b))
'Площа секції циліндра
Plo_i = 4*r*Tan(Beta)*(r * Sin(Alfa) + Rt * Alfa)
Plo = Plo + Plo_i
'Об'єм секції циліндра
Scek = 0.5*r^2*(2*Alfa-Sin(2*Alfa)) 'площа сегмента
Sd = 2 * Rt * Tan(Beta)
Vcek = Scek * Sd
Vlo_i = (2 / 3)*(Tan(Beta))*Sqr((r^2 - e^2)^3)
Vlo = Vlo + 2 * Vlo_i + Vcek
Next k
Plo = Plo * 2
Vlo = Vlo * 2
End Sub
```

Рис. 5. Програмний модуль "Tor_Z2"

```

Else
    'Лунка с бічними щічками (глибока)
    For k = 1 To Ni
        Nkat = k
        Fikat = 2 * Beta * (Nkat - 0.5)
        b = Rt + r - h / Cos(Fikat)
        If b > r Then b = r
        c = Sqr(2 * r * b - b ^ 2)
        e = r - b
        'Площа секції циліндру
        AlfaR = Atn((r - b) / Sqr(2 * r * b - b ^ 2))
        Alfa = pi / 2 - AlfaR
        'If k = 1 Then Debug.Print "Кут Alfa=";
        Format(Alfa * 180 / pi, "0.000"); " градусов"
        Plo_i = 4*r*Tan(Beta)*(r*Sin(Alfa) + Rt * Alfa)
        Plo = Plo + Plo_i
        'Об'єм секції циліндру
        Scek = 0.5 * r ^ 2 * (2 * Alfa - Sin(2 * Alfa))
        Sd = 2 * Rt * Tan(Beta)
        Vcek = Scek * Sd
        Vlo_i = (2/3)*(Tan(Beta))*Sqr((r^2 - e^2)^3)
        Vlo = Vlo + 2 * Vlo_i + Vcek
    Next k
    Psi = Atn(Sqr((Rt)^2/h^2 - 1))'Кут сегмента щічки
    Segm = 0.5*Rt^2*(Psi*2 - Sin(Psi*2)) 'Площа щічки
    Vsegm = Segm * 2 * r
    Plo = Plo * 2 + 2 * Segm
    Vlo = Vlo * 2 + Vsegm
End If
Debug.Print "Площа зрізаного тора - Plo="; Format(Plo,
"0.000000"); " ("; Format(Plo * 2, "0.000000"); ")"
Debug.Print "Об'єм зрізаного тора - Vlo="; Format(Vlo,
"0.00000000")
End Sub

```

Рис. 5. Програмний модуль "Тор_Z2" (продовження)

Розрахунки площі зносу і об'єму зношеного матеріалу, які були виконані з використанням розробленого програмного модуля, показали високу точність результатів.

Висновки

Розроблено розрахункову модель та програмний модуль для визначення площі поверхні зносу та об'єму зношеного матеріалу на плоскому виробі від його контактної взаємодії з торовою периферійною частиною обертаючого диска. Запропонована модель забезпечує отримання більш точних значень площі торової поверхні зносу, ніж формула для визначення площі еліпсу, яка застосовується в наближених трибологічних розрахунках для цього випадку, і особливо тоді, коли довжина площадки зносу перевищує 5 мм. Результати розрахунку об'єму зношеного матеріалу співпадають з результатами, отриманими при використуванні програми SolidWorks.

Література

1. Краткий справочник металлста. Под ред. П.Н. Орлова, Е.А. Скороходова. – 3-е изд. – М.: Машиностроение, –1986.– 960 с.
2. Справочник рабочего-сварщика. Под ред. В.В. Степанова В.В. Гос. научно-техническое издательство машиностроительной литературы. Москва-Свердловск, 1961. – 640 с.
3. Кузьменко А.Г. Износ и ползуемость роликовых электродов / А.Г. Кузьменко, Д.Я. Кашук. Міжнар. наук. журнал «Проблеми трибології». Хмельницький, – 2005, № 1.– С. 3–16.
4. Лівтвін К.В., Абрамов О.О., Терещенко О.П. Визначення площі торової поверхні зносу // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2010. – № 3. – С. 46–51.
5. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии / А.Д. Посвянский. – М.: Высшая школа, 1974. – 192 с.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. – Том II. – М.: Наука, 1969. – 800 с.

Надійшла до редакції
7.5.2012 р.