

УДК 537.8

Университет технологии и естествознания
в Быдгоше

Польша, 85-225, г. Быдгош,
ул. Кордецкого, д.20,
тел./факс: +48 52 374 94 44

Шалапко Юрий Иванович,
доктор технических наук, профессор
кафедры «Организация и менеджмент»
E-mail: shalapko@yahoo.com

Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства

Россия, 440028, г. Пенза,
ул. Германа Титова, д.28,
тел.: (8412) 48-27-37; факс: (8421) 48-74-77

Камбург Владимир Григорьевич,
доктор технических наук,
профессор кафедры «Информационно-
вычислительные системы»
E-mail: kamburg@rambler.ru

Агафонкина Наталья Викторовна,
кандидат технических наук, доцент
кафедры «Управление качеством и
технология строительного производства»
E-mail: aaa-nata@mail.ru

University of Technology and Life Sciences in
Bydgoszcz

Poland, 85-225, Bydgoszcz,
ul. Kordeckiego 20
Phone: +48 52 374 94 44

Chalapko Yuri Ivanovich,
doctor of technical Sciences, Professor
of the department «Organization
and Management»
E-mail: shalapko@yahoo.com

Penza State University of Architecture
and Construction

Russia, 440028, Penza, 28, German Titov St.,
tel.: (8412) 48-27-37; fax: (8412) 48-74-77

Camburg Vladimir Grigoryevich,
Doctor of Sciences, Professor
of the department «Information-computing
systems»
E-mail: kamburg@rambler.ru

Agafonkina Natalya Viktorovna
Candidate of Sciences, Associate Professor
of the department «Quality management
and construction technologies»
E-mail: aaa-nata@mail.ru

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ СИЛЫ ТРЕНИЯ В МЕХАНИКЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Ю.И. Шалапко, В.Г. Камбург, Н.В. Агафонкина

Проведено физико-математическое моделирование составляющих силы трения в механике контактного взаимодействия, и предложена методика их оценки в зависимости от нормальной нагрузки в контакте высшей кинематической пары.

Ключевые слова: трибологические системы, строительные конструкции и механизмы, физико-математическое моделирование, силы трения, оценка составляющих, механика контактного взаимодействия

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF FRICTION COMPONENTS IN CONTACT MECHANICS

Y.I. Shalapko, V.G. Kamburg, N.V. Agafonkina

Conducted physical and mathematical modeling of the components of the friction force in mechanics of contact interaction are given. Assessment methods depending on the normal load in the contact of higher kinematic pairs are suggested.

Keywords: tribological systems, building structures and mechanisms, physical and mathematical modeling, friction force, evaluation components, mechanical contact interaction

Описание и изучение закономерностей в узлах трения является одной из актуальных задач трибологических систем, составляющих существенную часть строительных конструкций и механизмов. Сопротивления движению в контактном узле образуются

из явления трения, которое в зависимости от рода движения может принимать три формы:

- 1) трение скольжения – относительное движение скольжением;
- 2) трение качения – относительное движение качением;
- 3) трение кручения – движение относительно кручения.

Две последние формы трения в своём чистом виде редко выступают в действительности. Все эти три формы трения обычно выступают вместе. Например, при деформировании тел в пределах контакта в чистом качении происходит микроскольжение, напоминающее трение скольжения или кручения.

Известно, что до 90 % силы трения провоцирует прирост внутренней энергии (нагрев) трибологической системы. Остальная часть механической энергии идет на износ.

Разнородность и сложность явлений трения значительно затрудняют построение модели, которая определяет меру сопротивления движению с удовлетворительной точностью.

Учитывая основные теории трения [1,2], силу трения скольжения трибологической системы можно выразить как сумму нескольких составляющих:

$$F_T = F_{T1} + F_{T2} + F_{T3} + F_{T4},$$

где F_{T1} – усилие, идущее на пластическую деформацию более мягкого тела (обозначение 1 на рис. 1); F_{T2} – усилие, идущее на срыв адгезионных соединений (2, 4 на рис. 1); F_{T3}, F_{T4} – усилие, идущее на преодоление в гидродинамическом суммарном слое (3, 5 на рис. 1);

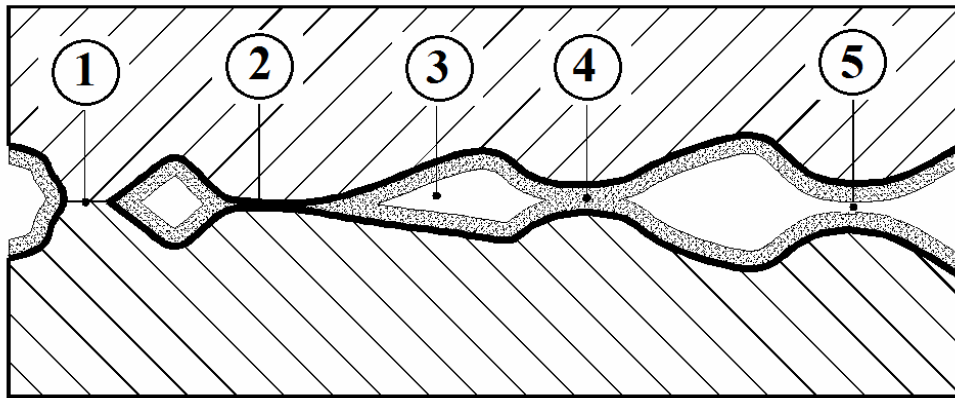


Рис. 1. Виды контактного взаимодействия при трении:

- 1 – сухое трение; 2 – граничное со схватыванием; 3 – жидкостное гидродинамическое;
- 4 – граничное с непрочными слоям; 5 – жидкостное упругодинамическое

Составляющие жидкого трения (F_{T3} и F_{T4}) в случае смешанного трения обычно значительно меньше, чем F_{T1} и F_{T2} , поэтому остановимся на их определении.

В соответствии с общепринятой в настоящее время молекулярно-механической теорией трения, сила трения T между поверхностями состоит из двух основных частей:

- 1) адгезионной – T_α ;
- 2) деформационной – T_δ .

$$T = T_\alpha + T_\delta.$$

Признано, что деформационная сила трения пропорциональна нормальной силе кинематического узла F :

$$T_\delta = f_\delta F.$$

Адгезионная часть трения, в свою очередь, состоит также из двух составляющих: постоянной части T_0 и части, зависящей от нормальной нагрузки:

$$T_\alpha = T_0 + \beta F.$$

В итоге имеем зависимость

$$T = T_0 + \beta F + f_s F, \quad (1)$$

В экспериментальной практике обычно не выделяют составляющие части, а определяют силу трения через общий коэффициент трения f :

$$T = fF. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим выражение

$$fF = T_0 + \beta F + f_s F, \quad (3)$$

или

$$f = \frac{\tau_0}{F} + \beta + f_s. \quad (4)$$

Таким образом, для заданной пары трения T по (3) модели трения выражаются через нормальную нагрузку F с помощью трех параметров: T_0, β, f_s . В ряде случаев при расчетах и испытаниях используется не сила трения T и нормальная сила F , а соответствующее напряжение

$$\tau = \frac{T}{A} \quad (5)$$

и нормальные напряжения или контактные давления σ :

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (6)$$

где A – номинальная площадь контакта.

Разделив выражение (3) на номинальную площадь, получим:

$$\tau = \tau_0 + \beta\sigma + f_s\sigma, \quad (7)$$

где

$$\tau_0 = \frac{T_0}{A}. \quad (8)$$

Наконец, разделив (7) на σ , для коэффициента трения получим выражение

$$f = \frac{\tau_0}{\sigma} + \beta + f_s. \quad (9)$$

В случае, если предельное давление вызывает пластические деформации, то можно записать:

$$f = \frac{\tau_0}{HB} + \beta + f_s, \quad (10)$$

при этом

$$\frac{\tau_0}{HB} = f_0 = \text{const}$$

и можно полагать, что общий коэффициент трения состоит из трех постоянных слагаемых:

$$f = f_0 + \beta + f_s. \quad (11)$$

Одной из важных и сложных задач в трибологии является экспериментальное определение параметров T_0, f_g или параметров τ_0, β, f_g .

Определение всех параметров модели трения, включая адгезионные составляющие, прежде всего необходимо для познания базовых законов трения с целью их дальнейшего практического использования. Заметим, что в технологии покрытий основной характеристикой является величина предельного нормального напряжения отрыва покрытия – это нормальная составляющая адгезии. Очевидно, между нормальной и касательной составляющими адгезии должна существовать зависимость.

Проведенные испытания при разных нормальных нагрузках F демонстрируют убывающий гиперболический характер соответствующих им сил трения T (рис. 2). При анализе этой закономерности был сделан вывод о том, что основная причина убывающего характера зависимости состоит во влиянии некоторых физико-механических процессов, выражающемся в скрытой форме математического эффекта влияния бесконечного убывания в знаменателе на зависимость коэффициента трения от давления [3].

Если коэффициент, как отношение двух величин, в числителе имеет два слагаемых: одно из которых – постоянная величина, а другое – зависит от давления, так же, как и знаменатель:

$$f = \frac{T_0 + (\beta + f_s)F}{F}, \quad (12)$$

то при уменьшении знаменателя он растет и стремится к бесконечности:

$$f = \frac{T_0}{F} \Big|_{N \rightarrow 0} + f_s \Rightarrow \infty. \quad (13)$$

Этим объясняется общеизвестный в трибологии факт убывания зависимости коэффициента трения от давления.

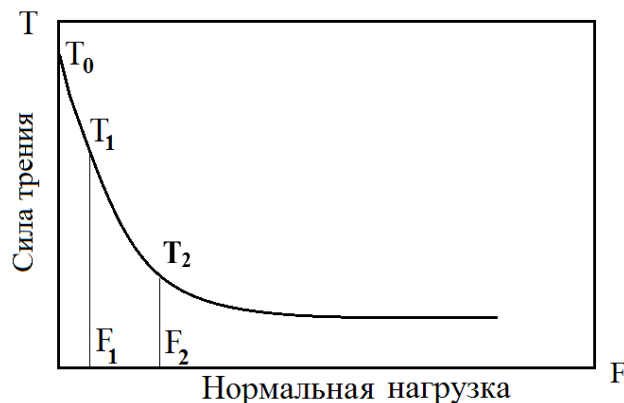


Рис. 2. Классическая зависимость коэффициента трения от нормального давления

Указанный эффект касается любых коэффициентов, если в числителе есть постоянная составляющая, а знаменатель может изменяться от номинальных значений до нуля.

Всякий раз, когда возникает необходимость объяснить убывающий характер зависимостей с ростом аргумента (или возрастание со стремлением аргумента к нулю), в качестве первой причины можно рассматривать бесконечное убывание знаменателя, что приводит к сложностям определения истинной зависимости сил трения от давления.

Общая зависимость (4) при достаточно малых N имеет математическую особенность – коэффициент трения стремится к бесконечности, а сама зависимость носит гиперболический характер.

Для того чтобы исключить влияние бесконечного убывания знаменателя от коэффициента трения, перейдем к рассмотрению зависимости самих сил трения от нормальной нагрузки в формуле (1). Эту зависимость можно записать:

$$T = T_0 + (\beta + f_s)F, \quad (14)$$

или

$$T = T_0 + f_1 F, \quad (15)$$

где

$$f_1 = \beta + f_\delta. \quad (16)$$

Адгезионную составляющую силы трения T_0 можно определить двумя способами: графическим и приближенно-аналитическим. Графическим методом достаточно построить график функции $T = fF$ в некотором диапазоне значений нагрузки F и продолжить его до значения $F = 0$. Тогда на оси T получим величину T_0 .

При аналитическом методе на экспериментальной зависимости (15) возьмем две характерные точки:

$$(T_1, F_1); (T_2, F_2), \quad (17)$$

для каждой запишем уравнение (15); в результате получим систему из двух уравнений относительно параметров модели T_0, f_1 :

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_0 + f_1 F_1 \\ T_2 &= T_0 + f_1 F_2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Решив эту систему, получим:

$$f_1 = \frac{T_2 - T_1}{F_2 - F_1}, \quad (19)$$

$$T_0 = T_1 - f_1 F_1. \quad (20)$$

Заметим, что коэффициент трения f_1 включает как адгезионную, так и деформационную составляющую: $f_1 = f_\alpha + f_\delta$. Разделение на эти составляющие достаточно сложная задача. Обычно эта задача решается путем максимально возможного устранения деформационной составляющей. В описанном здесь способе отделение f_α от f_δ вообще не производится. Определяется только постоянная составляющая силы адгезии – величина T_0 .

В качестве примера практического применения предложенного подхода рассмотрим стандартную ситуацию в решении одной из трибологических задач.

Пусть из эксперимента известна зависимость коэффициента трения f от нормальной нагрузки в форме таблицы или графика (см. рис. 2). Эту зависимость можно представить как в виде графика с убывающей кривой в координатах (f, F) , так и в виде монотонного графика, в первом приближении в виде прямой в координатах (T, F) , пересекающей ось T в точке $T = T_0$.

Представим адгезионную модель в виде функции:

$$\tau = \tau_0 + \beta \sigma + f_\delta \sigma, \quad (21)$$

$$\tau = \tau_0 + f_1 \sigma. \quad (22)$$

Задача здесь ставится так: имея данные для построения функции $T = fF$, определить параметры τ_0 и f_1 модели трения (22). Некоторая сложность решения задачи здесь состоит в том, что в случае испытания по схеме “цилиндр – плоскость”, “шар – плоскость” размеры площадки контакта изменяются с изменением нагрузки. Поэтому получить соотношение в виде (22) из соотношения (15) делением на площадь контакта не представляется возможным. Действительно, разделив левую и правую части зависимости (15) на площадь контакта, получим:

$$\frac{T}{A(F)} = \frac{T_0}{A(F)} + f_1 \frac{F}{A(F)} \quad (23)$$

или

$$\tau(F) = \tau_0(F) + f_1 \sigma(F). \quad (24)$$

Если адгезионная часть силы трения величина постоянная ($T_0 = \text{const}$), то сдвиговые касательные усилия или адгезионная часть напряжений трения зависят от нормальной нагрузки, т.е. не являются постоянными: $\tau_0(F) \neq \text{const}$.

Определим адгезионную составляющую силы трения:

1) на графике функции $f = f(F)$ выберем две точки:

$$f_1 = 0,24; F_1 = 50 \text{ N} \text{ и } f_2 = 0,14; F_2 = 200 \text{ N};$$

2) в выбранных точках определим значения сил трения:

$$T_1 = f_1 F_1 = 0,24 \cdot 50 = 12 \text{ N},$$

$$T_2 = f_2 F_2 = 0,14 \cdot 200 = 28 \text{ N};$$

3) по формулам (19), (20) найдем:

$$f_1 = \frac{T_2 - T_1}{F_2 - F_1} = \frac{28 - 12}{200 - 50} = 0,107,$$

$$T_0 = T_1 - f_1 F_1 = 12 - 0,107 \cdot 50 = 6,65 \text{ N}.$$

Аналогичным образом получим значения всех параметров модели трения для других вариантов условий. Моделируя трение по формуле (23), $T = T_0 + f_1 F$ можно преобразовать к виду: $\frac{T}{F} = \frac{T_0}{F} + f_1$ или $f = f_\alpha + f_1$. Так как величина T_0 – адгезионная составляющая силы трения и для данной пары трения постоянная, то величина коэффициента трения, зависящая от нагрузки, также будет иметь гиперболическую зависимость. Например: для первого варианта условий при $F = F_1 = 50 \text{ N}$, $T_0 = 7,15 \text{ N}$

$$f_{\alpha 1} = \frac{7,15}{50} = 0,143.$$

Этот коэффициент можно определить по зависимости $f_\alpha = f - f_1$ или при $F_1 = 50 \text{ N}$: $f_\alpha = 0,24 - 0,107 = 0,133 \cong 0,14$.

Степень совпадения результатов определения параметров модели различными способами указывает на достаточное соответствие между реальной и полученной адгезионными моделями. На адекватность модели указывает также тот факт, что модель в форме

$$f = \frac{T}{F} = \frac{T_0 + f_1 F}{F},$$

график которой качественно описывается гиперболически возрастающей при $N \rightarrow 0$ линией, преобразуется в модель вида: $fF = T_0 + f_1 F$, $T = T_0 + f_1 F$, график которой – прямая линия, пересекающая ось T в точке $T = T_0$.

Выводы

На основе результатов физико-математического моделирования составляющих силы трения в механике контактного взаимодействия предложена обоснованная методика их оценки в зависимости от нормальной нагрузки в контакте высшей кинематической пары и приведён пример её практического применения.

Список литературы

1. Крагельский, И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М.: Машиностроение, 1977.
2. Fleischer, G. Verschleiss und Zuverlässigkeit / G. Fleischer, H. Gröger, H. Thum. – Berlin : VDI Verlag Technik, 1980.
3. Кузьменко, А.Г. Прикладная теория методов испытаний на износ / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2008. – 579 с.

References

1. Kragelskii, I.V. Calculation on friction and wear / I.V. Kragelskii, M.S. Dobychin, V.S. Kambalov. – M: Machine-Building, 1977.
2. Fleischer, G. Verschleiss und Zuverlässigkeit / G. Fleischer, H. Gröger, H. Thum. – Berlin : VDI Verlag Technik, 1980.
3. Kuzmenko, A.G. Applied theory of test methods for wear / A.G. Kuzmenko. – Khmel'nitskiy: XNU, 2008. – 579 p.