

М.В. МАРЧЕНКО, В.О. ХАРЖЕВСЬКИЙ
Хмельницький національний університет

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ТА ТЕПЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ ТЕПЛООБМІННОГО ОБЛАДНАННЯ МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ТА РОЗМІРНОСТЕЙ

У статті представлено метод оптимізації гідродинамічних та теплових параметрів теплообмінного обладнання. Запропонований метод ґрунтується на використанні CFD-додатку SolidWorks Flow Simulation в поєднанні з методами теорії подібності та розмірностей. Отримане в результаті досліджень критеріальне рівняння дозволяє швидко знаходити параметри моделі, які задовольняють умови оптимізації.

Ключові слова: теплообмінник, оптимізація, теорія подібності та розмірностей, обчислювальна гідродинаміка.

M. V. MARCHENKO, V. O. KHARZHEVSKYI
Khmelnitskyi National University

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF HYDRODYNAMIC AND THERMAL PARAMETERS OF HEAT EXCHANGE EQUIPMENT BASED ON SIMILARITY THEORY AND DIMENSIONAL ANALYSIS

The technique of optimization of hydrodynamic and thermophysical parameters of countercurrent heat exchanger is given in the article. The presented technique is based on the usage of computational fluid dynamics (CFD) application SolidWorks Flow Simulation with subsequent approximation of the obtained data by the criterion equation based on similarity theory and dimensional analysis. It is known that the course of processes occurring in the heat exchange equipment is influenced by a large number of parameters, in particular geometric sizes, thermophysical properties of heat carriers etc. Therefore, the optimization problem is multifactorial and in order to simplify the mathematical model, it was decided to use the methods of similarity and dimension theory. As an optimization criterion was chosen the efficiency of the heat exchanger that is an integrated characteristic of the optimal operation of heat exchangers. The proposed methods of parametric optimization of geometric and mode parameters of the shell-and-tube heat exchanger, although the proposed technique can be extended to other types of heat exchange equipment. The database containing information about all the parameters of the studied models allows for multifactor analysis in MathCAD 15 application in order to establish the unknown constants of the criterion equation. The obtained criterion equation allows to quickly find the appropriate modes of operation of the heat exchanger that satisfy the conditions of the objective function.

Key words: heat exchanger, optimization, similarity theory, dimensional analysis, computational fluid dynamics.

Постановка проблеми. Поєднання новітніх комп'ютерно-інтегрованих технологій з класичними методами досліджень представляє собою надзвичайно ефективний інструмент в руках науковця, що досліджує певні процеси, а також надає змогу швидко та якісно проектувати нові конструкції обладнання та оптимізувати вже існуючі. У представлених дослідженнях було поєднано методи обчислювальної гідродинаміки, що реалізувались за допомогою CFD-додатку SolidWorks FlowSimulation, з методами теорії подібності процесів масо- та теплопередачі, які дозволили представити оптимізаційну модель у вигляді критеріального рівняння, зручного для аналізу. Система тривимірного моделювання SolidWorks та інтегрований додаток FlowSimulation може використовуватися при вивченні гідродинаміки і теплопередачі широкого спектра технологічного обладнання з метою визначення ефективності протиточного теплообмінного обладнання та аналізу його гідродинамічного опору, а також температурних полів потоку всередині нього [1]. За допомогою FlowSimulation можна легко визначити ефективність теплообмінника, а шляхом дослідження потоку і розподілу температур можна одержати уявлення про фізичні процеси, які відбуваються в теплообміннику, що дасть ідеї з покращення його конструкції.

Аналіз останніх досліджень. На даний момент проведена значна кількість досліджень, які присвячені оптимальному проектуванню теплообмінного обладнання [2–6]. Відомо, що на протікання процесів, які відбуваються в теплообмінному обладнанні має вплив велика кількість параметрів, зокрема геометричних та режимних, теплофізичних властивостей сировини [6]. Тому поставлена задача оптимізації є багатофакторною і з метою спрощення математичної моделі було вирішено скористатись методами теорії подібності та розмірностей [7]. Результати робіт, присвячених основам теорії подібності та розмірностей, дають змогу скоротити кількість визначальних факторів, які впливають на гідродинамічні та теплові процеси, що протікають в теплообмінному обладнанні. Це значно скорочує кількість обчислювальних ітерацій при оптимізаційному пошуку і дозволяє швидко знайти ряд визначальних параметрів, які задовольняють умові оптимізації. У роботі наведені методи параметричної оптимізації геометричних та режимних параметрів роботи кожухотрубного теплообмінника, хоча запропонована методика може бути поширена і на інші типи теплообмінного обладнання.

Виклад основного матеріалу. На рис. 1 представлена параметризована твердотільна модель кожухотрубного теплообмінника, яка створена в системі SolidWorks. Схема руху теплоносії показана на рис. 2. За допомогою інструментів додатку FlowSimulation було задано ряд геометричних і режимних параметрів, для яких розраховувались вихідні параметри, що можуть бути використані в процесі оптимізації, а саме: коефіцієнт теплопередачі між теплоносіями, ККД теплообмінника, його гідравлічний опір тощо.

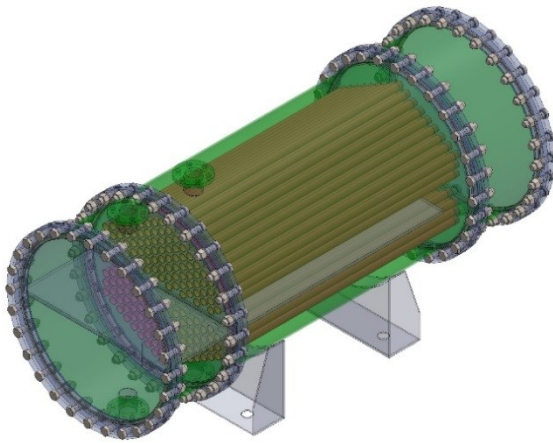


Рис. 1. Твердотіла модель кожухотрубного теплообмінника

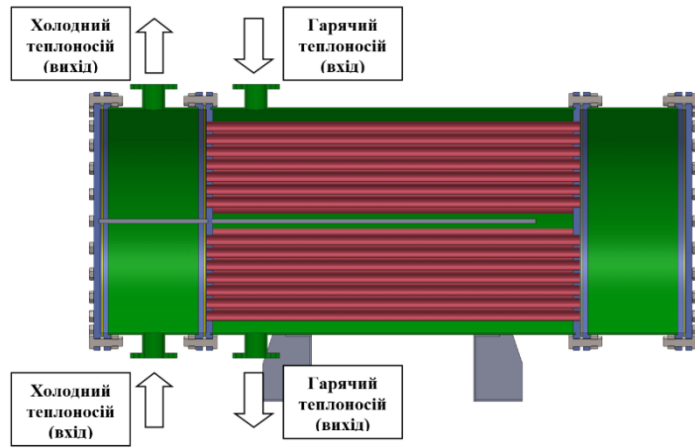


Рис. 2. Схема руху теплоносіїв

У якості критерія оптимізації було обрано ККД теплообмінника – параметр, який є інтегральною характеристикою ефективності роботи теплообмінника. Для його визначення скористаємось наступними міркуваннями.

Фактична теплопередача від гарячого до холодного теплоносія може бути обчислена або як втрата енергії гарячим текучим середовищем, або енергія, отримана холодним текучим середовищем [6]. Максимально можлива теплопередача досягається, якщо одне з текучих середовищ піддалося температурним змінам, рівним максимальній різниці температур у теплообміннику, яка становить різницю між температурою холодного і гарячого текучого середовища на вході в теплообмінник:

$$T_2^{ex} - T_x^{ex},$$

де T_2^{ex} та T_x^{ex} – температури відповідно гарячого та холодного теплоносіїв на вході в теплообмінник, K .

Таким чином, ККД протиточного теплообмінника у випадку якщо коефіцієнт потужності гарячого текучого середовища менший коефіцієнта потужності холодного:

$$\varepsilon = \frac{T_2^{ex} - T_2^{inx}}{T_2^{ex} - T_x^{ex}},$$

де T_2^{inx} та T_x^{inx} – температури відповідно гарячого та холодного теплоносіїв на виході з теплообмінника, K .

Якщо ж коефіцієнт потужності гарячого текучого середовища більший коефіцієнта потужності холодного, то ККД теплообмінника дорівнюватиме:

$$\varepsilon = \frac{T_2^{ex} - T_x^{ex}}{T_x^{inx} - T_x^{ex}}.$$

У результаті наших досліджень було обчислено ККД протиточного теплообмінника. У процесі розрахунку також визначалась середня температура трубок теплообмінника. Отримане значення температури може використовуватися надалі для розрахунків на міцність і втому.

Параметризація моделі, яка характерна для системи автоматизованого проектування SolidWorks, дозволяє оперативно змінювати її геометричні розміри, що призведе до негайної перебудови і перерахунку всіх залежних параметрів. Інструменти SolidWorks FlowSimulation дозволяють також проводити багатоваріантні дослідження шляхом поступової зміни одного чи декількох параметрів оптимізації без участі оператора. У нашому випадку це дозволило отримати велику базу даних значень цільової функції (гідродинамічного опору, коефіцієнта корисної дії та теплопередачі теплообмінника) залежно від сукупності вхідних параметрів оптимізації (розмірів теплообмінника, діаметра труб, які в ньому використовуються, витрат теплоносіїв та їх теплофізичних властивостей тощо). Наявність такої бази даних дозволяє швидше знайти глобальний мінімум цільової функції, уникнувши великої кількості розрахункових операцій, що мають місце при прямих методах оптимізаційного пошуку. Отримана база даних параметрів відкриває можливості для створення математичної моделі, яка, як відомо, краще піддається оптимізації пошуковими методами.

Адекватність комп'ютерної моделі, створеної за допомогою SolidWorks Flow Simulation, попередньо можна оцінити з картин параметрів у різних поперечних перерізах твердотілої моделі. Так, на рис. 3 показана картина температурного поля в поперечному перерізі теплообмінника.

Оскільки розвиток природи ґрунтується на законах геометричної прогресії, степеневих залежностях і випадкових процесах, то показникові рівняння найбільш часто визначають суть перебігу процесу з точки зору фізичних та більш загальних характеристик. Як результат, залежність між параметрами процесу може бути представлена за допомогою рівняння:

$$K_1 = CK_2^m K_3^n \dots K_\pi^p,$$

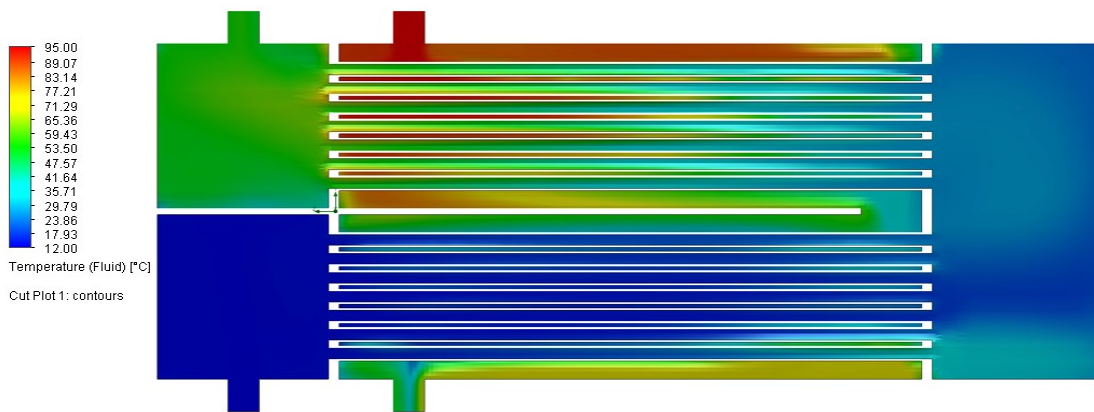


Рис. 3. Картина розподілу температур в поперечному перерізі теплообмінника

де C, m, n, p – константи, які необхідно знайти шляхом математичного аналізу експериментальних даних.

Критеріальне рівняння встановлює зв'язок між безрозмірними комплексами – критеріями. Задача встановлення вигляду комплексів, що входять до складу рівняння, розв'язується багатьма методами: безпосередньо з диференціального рівняння процесу; методом подібних перетворень з представленням констант подібності; методом ділення вихідного рівняння на один з його членів; методом перетворення до нових незалежних одиниць вимірювання фізичних величин тощо. Проте використання всіх цих методів вимагає наявності вихідного рівняння. При відсутності такого рівняння, яке описує процес, зазвичай використовують метод аналізу розмірностей. Використання цього методу полягає на логіці вибору фізичних величин, які визначають перебіг процесу, однак це може дати позитивний ефект лише у випадку вибору вихідних факторів, що не завжди можливо при вивченні процесів, що раніше не досліджувались.

Теорема Бекінгема (π -теорема) встановлює зв'язок між N фізичними величинами, розмірність яких виражається через n основних одиниць вимірювання та кількістю π параметрів подібності [7]:

$$\pi = N - n. \tag{1}$$

Перехід від розмірних характеристик процесу до безрозмірних не тільки звужує область використання данного рівняння, але й призводить до зменшення кількості змінних величин. Друга теорема подібності (теорема Федермана-Бекінгема) говорить про те, що числові результати дослідів повинні бути представлені у вигляді рівняння, яке виражає залежність між подібними параметрами процесу, що вивчається. Тобто

$$K_1 = f(K_2, K_3, \dots, K_\pi), \tag{2}$$

де π – кількість критеріїв подібності, які знайдені за допомогою рівняння (1).

Згідно з роботою [6] до найважливіших факторів, які характеризують теплопередачу між двома середовищами відносять: геометричний параметр моделі D ; коефіцієнт тепловіддачі α теплоносія до розділювальної стінки; коефіцієнт теплопередачі λ теплоносія; густина теплоносія ρ ; швидкість руху теплоносія v ; динамічна в'язкість теплоносія μ ; питома теплоємність теплоносія c .

Створимо матрицю розмірностей, кожен стовпчик якої визначається через основні одиниці системи СІ (рис. 4).

	D	α	λ	ρ	μ	c	v
L (довжина)	1	0	1	-3	-1	2	1
M (маса)	0	1	1	1	1	0	0
T (час)	0	-3	-3	0	-1	-2	-1
t (температура)	0	-1	-1	0	0	-1	0

Рис. 4. Матриця розмірностей критеріального рівняння

Зі всієї множини параметрів, які визначають процес, необхідно вибрати $N - n$ таких, щоб детермінант матриці M , отриманої з розмірностей вибраних величин, не дорівнював нулю. Позначимо ці величини A_D , а решту – A_U .

Виберемо у якості визначальних величин D, λ, μ, v . Тоді

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Визначимо матрицю показників степенів критеріїв подібності за допомогою рівняння:

$$K_i = M^{-1} A_{U_i},$$

де M^{-1} – матриця, обернена до матриці M , $i = 1 \dots N - n$.

Отже, матриця показників степенів фізичних величин, що належать критеріям подібності, матиме вигляд (рис. 5):

	D	α	λ	ρ	μ	c	v
K_1	1	1	-1				
K_2	1			1	-1		1
K_3			-1		1	1	

Рис. 5. Матриця показників степенів критеріального рівняння

Таким чином,

$$K_1 \equiv \frac{D\alpha}{\lambda}; K_2 \equiv \frac{D\rho v}{\mu}; K_3 \equiv \frac{\mu c}{\lambda}.$$

Неважко також помітити, що знайдені критерії подібності є відомими критеріями теплообмінних конвективних процесів, а саме:

$$\frac{D\alpha}{\lambda} = Nu; \frac{D\rho v}{\mu} = Re; \frac{\mu c}{\lambda} = Pr.$$

Отже, залежність (2) набуває вигляду

$$K_1 = CK_2^m K_3^n \text{ або } \frac{D\alpha}{\lambda} = C \left(\frac{D\rho v}{\mu} \right)^m \left(\frac{\mu c}{\lambda} \right)^n,$$

де C, m і n – константи, які необхідно знайти за допомогою аналізу експериментальних даних.

На рис. 6 показаний алгоритм знаходження критеріїв подібності, який реалізовано в системі програмування Microsoft Visual Studio (рис. 7).

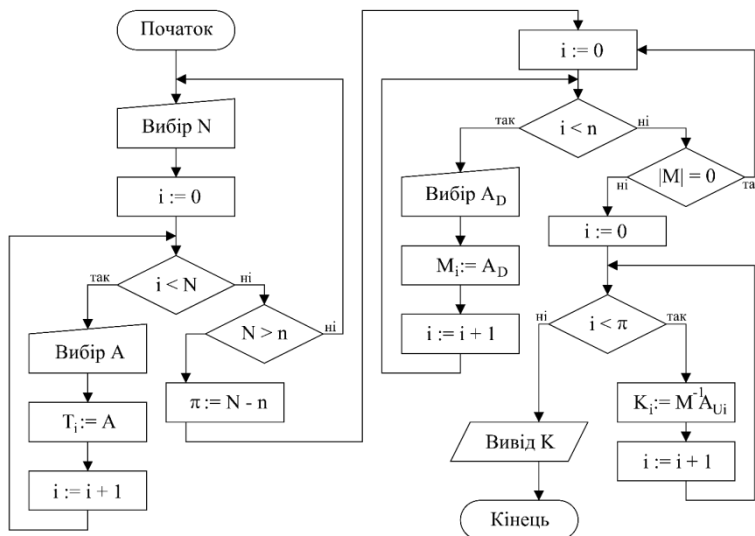


Рис. 6. Алгоритм визначення критеріїв подібності

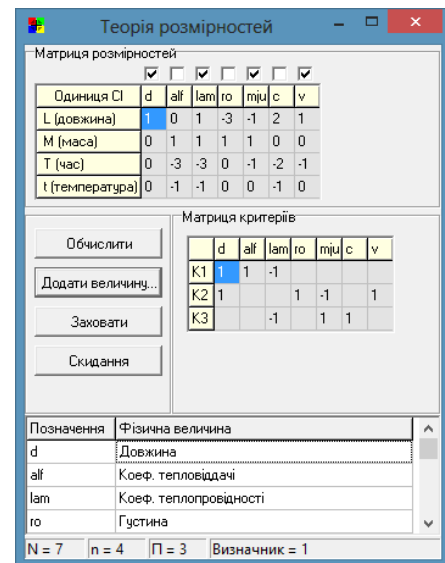


Рис. 7. Головне вікно програми «Теорія розмірностей»

Символьні позначення на схемі наступні: N – кількість параметрів оптимізації; i – поточний параметр оптимізації; n – кількість основних одиниць, якими виражені параметри оптимізації; A – вектор-стовбець основних одиниць вимірювання, які виражають i -й параметр; π – кількість критеріїв подібності, які характеризують природу процесу; A, M – матриці проміжних результатів; K – матриця кінцевих результатів.

Реалізуючи раніше викладений математичний апарат, наведений алгоритм та відповідне розроблене програмне забезпечення дозволяє формувати критерії подібності з довільної множини фізичних величин, що у свою чергу надає широкі можливості дослідникам в багатьох сферах науки і техніки. Створена програма є багатоцілювою і допомагає встановлювати безрозмірні комплекси для багатьох процесів і явищ, які можуть бути досліджені за допомогою теорії подібності.

База даних, що містить відомості про всі параметри досліджуваних моделей дозволяє провести багатофакторний аналіз в пакеті MathCAD 15 метою встановлення невідомих констант критеріального рівняння [8].

На рис. 8 показана залежність між критеріями в логарифмічній системі координат, внаслідок чого графіки залежностей вироджуються в прямі лінії. В процесі аналізу за допомогою вбудованих в MathCAD

функцій, для даної конструкції теплообмінника було встановлено, що $C = 0,017$, $m = 0,76$, $n = 0,51$. Якщо ж представити критеріальне рівняння у вигляді просторового графіка, то залежність ця графічно виглядатиме як показано на рис. 9.

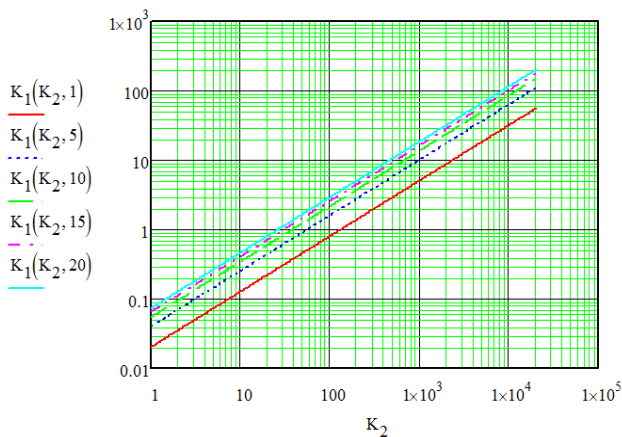


Рис. 8. Залежність між критеріями у вигляді плоского графіка у логарифмічній системі координат

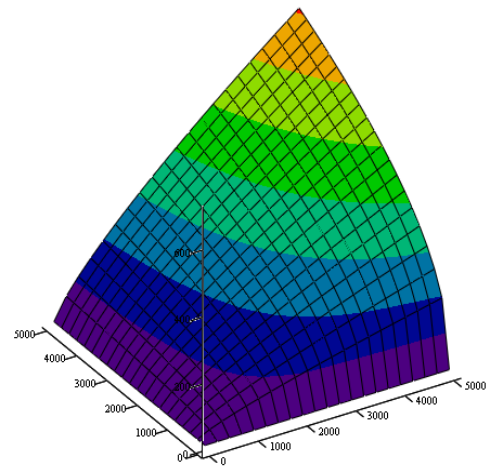


Рис. 9. Залежність між критеріями у вигляді просторової поверхні

Висновки. Таким чином внаслідок проведених досліджень було розроблено методику аналізу теплових та гідродинамічних процесів, яку реалізовано за допомогою CFD-додатку SolidWorks Flow Simulation та методів теорії подібності; створено базу даних отриманих результатів, яка слугує основою для отримання математичної моделі роботи теплообмінника, що підлягає оптимізації; за допомогою теорії розмірностей встановлено якісний і кількісний взаємозв'язок між параметрами у формі критеріального рівняння; за допомогою математичного пакету MathCAD 15 проведено числовий аналіз отриманого рівняння, а також оптимізацію параметрів теплообміну з метою отримання максимальної ефективності передачі теплоти від гарячого до холодного теплоносія.

Література

1. Алямовский А.А. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А.А. Алямовский, А.А. Собачкин, Е.В. Одинцов. – СПб : БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.
2. Arsenyeva O.P., Tovazhnyansky L.L., Kapustenko P.O. Optimal design of plate and frame heat exchangers for efficient heat recovery in process industries, *Energy*, 2011, vol. 36, pp. 4588–4598.
3. Liu C., Bu W., Xu D. Multi-objective shape optimization of a plate-fin heat exchanger using CFD and multi-objective genetic algorithm, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 111, 65–82.
4. Raja B.D., Patel V.K., Jhala R.L. Thermal design and optimization of fin-and-tube heat exchanger using heat transfer search algorithm, *Thermal Science and Engineering Progress*, 2017, vol. 4, pp. 45–57.
5. Справочник по теплообменникам : в 2 т. Т. 1 / пер. с англ., под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.
6. Хаузен Х. Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе / Х. Хаузен ; пер. с немецк. – М. : Энергоиздат, 1981. – 384 с.
7. Новиков И.И. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче / И.И. Новиков, В.М. Боришанский. – М. : Атомиздат, 1979. – 184 с.
8. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15 : учебный курс / Е. Макаров – СПб : Питер, 2011. – 400 с.

References

1. Alyamovskij A.A. Komp'yuternoe modelirovanie v inzhenernoj praktike / A.A. Alyamovskij, A.A. Sobachkin, E.V. Odincov. – SPb. : BHV-Peterburg, 2005. 800 s.
2. Arsenyeva O.P., Tovazhnyansky L.L., Kapustenko P.O. Optimal design of plate and frame heat exchangers for efficient heat recovery in process industries, – *Energy*, 2011, vol. 36, pp. 4588–4598.
3. Liu C., Bu W., Xu D. Multi-objective shape optimization of a plate-fin heat exchanger using CFD and multi-objective genetic algorithm, – *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 111, 65–82.
4. Raja B.D., Patel V.K., Jhala R.L. Thermal design and optimization of fin-and-tube heat exchanger using heat transfer search algorithm, – *Thermal Science and Engineering Progress*, 2017, vol. 4, pp. 45–57.
5. Spravochnik po teplotobmennikam: V 2-h t. T.1 / Per. s angl., pod red. B.S. Petuhova, V.K. SHikova. M. : Energoatomizdat, 1987. 560 s.
6. Hauzen H. Teploperedacha pri protivotoke, pryamotoke i perekrestnom toke : Per. s nemeck. / H.Hauzen. – М. : Energoizdat, 1981. – 384 s.
7. Novikov I.I. Teoriya podobiya v termodinamike i teploperedache / I.I. Novikov, V.M. Borishanskij. – М. : Atomizdat, 1979. – 184 s.
8. Makarov E. Inzhenernye raschety v Mathcad 15: uchebnyj kurs / E. Makarov – SPb.: Piter, 2011. – 400 s.

Надійшла / Paper received : 06.11.2020 р. Надрукована/Printed :27.11.2020 р.