

Хмельницький національний університет  
Факультет інформаційних технологій  
Кафедра автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем

Назва теми

КвРАКІТР.024080.01.04.ПЗ

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістерський) \_\_\_\_\_

Галузь знань 17 «Електроніка, автоматизація та електронні комунікації»  
Шифр, назва

Спеціальність 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»  
Шифр, назва

Освітня програма «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»  
Назва

Виконав:

студент II курсу, група АКІТРм-24-1

Johnny  
Підпис

Іван КРАМАР  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник канд. техн. наук, доцент \_\_\_\_\_

ФК  
Підпис

Микола ФЕДУЛА  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Нормоконтролер \_\_\_\_\_

AS  
Підпис

Галина РАДЕЛЬЧУК  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

До захисту допускаю:  
зав. кафедри АКІТтаР \_\_\_\_\_

JK  
Підпис

Людмила КОРЕЦЬКА  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

« 19 » грудня 2025 р.

Хмельницький 2025

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет інформаційних технологій

Кафедра автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Галузь знань 17 – Електроніка, автоматизація та електронні комунікації

Спеціальність 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

Освітня програма Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АКИТтаР

Людмила КОРЕЦЬКА

01 вересня 2025 р.

**ЗАВДАННЯ  
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

Крамару Івану Івановичу

Прізвище, ім'я, по батькові студента

1 Тема роботи Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем

Керівник роботи Федула Микола Васильович, канд. техн. наук, доцент

Прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, учене звання

Затверджено наказом ректора університету від 25.08.2025 р. № 65

2 Строк подання студентом роботи на кафедру 06.12.2025 р.

3 Вихідні дані до роботи Статистичні дані про забруднення повітря у м. Хмельницькому протягом останніх трьох років. Матеріали переддипломної практики.


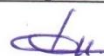


4 Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

Огляд відомих методів та засобів виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі. Аналіз моделі процесу виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі теорії хаосу. Метод виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі модифікованих систем Дуффінга. Архітектура системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних детекторів.

5 Перелік графічного матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслень):

- Осцилограми вихідних сигналів системи Дуффінга.
- Перерізи Пуанкаре системи Дуффінга.
- Презентаційні матеріали (слайди).

6 Консультанти розділів кваліфікаційної роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Антиплагіат	Федула М. В., канд. техн. наук, доцент кафедри АКИТтаР		
Нормоконтроль	Радельчук Г. І., канд. техн. наук, доцент кафедри АКИТтаР	 9.12.25	 9.12.25

7 Дата видачі завдання 01 вересня 2025р.

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

Назва розділу кваліфікаційної роботи	Строк виконання	Примітка
1 Вступ	15.09.2025	Виконано
2 Огляд відомих методів та засобів виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі	28.09.2025	Виконано
3 Аналіз моделі процесу виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі теорії хаосу.	17.10.2025	Виконано
4 Метод виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі модифікованих систем Дуффінга.	8.11.2025	Виконано
5. Архітектура системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних детекторів.	12.11.2025	Виконано
6. Висновки	15.11.2025	Виконано
7. Оформлення пояснювальної записки	20.11.2025	Виконано
8. Оформлення презентаційних матеріалів	1.12.2025	Виконано

Студент

*Johnny*

Підпис

Іван КРАМАР  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник кваліфікаційної роботи

*ФК*

Підпис

Микола ФЕДУЛА  
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

## АНОТАЦІЯ

Тема кваліфікаційної роботи: «Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем».

Автор роботи: Крамар Іван Іванович

Керівник роботи: Федула Микола Васильович

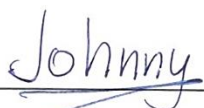
Пояснювальна записка: 97 с., 11 рис., 0 табл., 3 дод., 88 джерел.

Графічна частина: 14 презентаційних слайдів.

ДРІБНОДИСПЕРСНИЙ ПИЛ, ТЕОРІЯ ХАОСУ, ОСЦИЛЯТОР ДУФФІНГА, ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ, АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ.

Об'єкт дослідження: процес автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу у повітрі.

Мета роботи: розробити метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням властивостей хаотичних систем для суттєвого підвищення чутливості та завадостійкості моніторингу. Розроблено науково-технічний підхід, що базується на використанні фазових переходів у модифікованому осциляторі Дуффінга, де слабкий сигнал від РМ-сенсора модулює амплітуду задаючого сигналу та ініціює перехід системи з хаосу в періодичний режим. Показано, що впровадження кубічно-квінтичної нелінійності у складі ієрархічної 5-рівневої архітектури дозволяє надійно детектувати надмалі концентрації часток, які маскуються інтенсивними шумами при класичній обробці, забезпечуючи при цьому оптимальний баланс між точністю виявлення та обчислювальною потужністю мікроконтролерів.



Підпис студента



Дата

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	6
1 ОГЛЯД ВІДОМИХ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ.....	8
1.1 Сучасні методи моніторингу якості повітря та їх роль у зниженні ризиків, пов'язаних із дрібнодисперсним пилом.....	8
1.2 Класифікації автоматизованих систем моніторингу якості повітря за різними критеріями.....	11
1.3 Сучасні оптичні сенсори та високочутливі альтернативні неоптичні методи вимірювання.....	15
1.4 Алгоритми обробки сигналів та калібрування РМ-сенсорів.....	17
1.5 Огляд хаотичних систем та їх використання.....	23
1.6 Висновки до першого розділу.....	28
2 АНАЛІЗ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ХАОСУ.....	29
2.1 Фізична модель лазерного сенсора.....	29
2.2 Методи калібрування та інверсне оцінювання концентрації.....	36
2.3 Динамічна система детектора на базі осцилятора Дуффінга .....	40
2.4 Аналіз ефективності та чутливості детектора.....	45
2.5 Висновки до другого розділу.....	50
3 МЕТОД ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ НА ОСНОВІ МОДИФІКОВАНИХ СИСТЕМ ДУФФІНГА.....	51
3.1 Теоретичне обґрунтування та оптимізація нелінійної моделі осцилятора.....	51
3.2 Метод інтеграції сенсора пилу в хаотичну систему.....	57
3.3 Алгоритми розпізнавання режимів та критерії детектування.....	62
3.4 Реалізація алгоритму виявлення пилу в реальному часі.....	65
3.5 Висновки до третього розділу.....	67

4	АРХІТЕКТУРА СИСТЕМИ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ХАОТИЧНИХ ДЕТЕКТОРІВ.....	68
4.1	Загальний опис архітектури та базова модель.....	68
4.2	Апаратна реалізація та Edge-обробка.....	73
4.3	Комунікації та мережева інфраструктура.....	75
4.4	Інтелектуальний аналіз та масштабування.....	76
4.5	Підсумки та візуалізація результатів моделювання .....	78
4.6	Висновки до четвертого розділу.....	80
	ВИСНОВКИ.....	81
	ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	83
	ДОДАТОК А. Осцилограми сигналів системи Дуффінга .....	96
	ДОДАТОК Б. Перерізи Пуанкаре системи Дуффінга .....	97
	ДОДАТОК В. Публікація в Scopus.....	98

## ВСТУП

Погіршення екологічної ситуації в містах та високий рівень смертності від РМ 2.5 показали, що системи моніторингу не повинні покладатися лише на дорогі стаціонарні станції, оскільки низьковартісні сенсори мають значні похибки через вологість та дрейф параметрів, що робить їхні дані часто непридатними без складного калібрування.

Пошук методів виявлення надслабких сигналів за останні роки набув особливої актуальності через необхідність підвищення завадостійкості обладнання, де теорія детермінованого хаосу та експоненціальна чутливість осциляторів до малих збурень відкривають неймовірний потенціал для екологічної безпеки міст.

Актуальність теми. Актуальність роботи обумовлена зростанням попиту на інтелектуальні системи, де ефективність виявлення часток підвищується завдяки використанню модифікованих осциляторів Дуффінга та методів Edge-обробки, а оскільки імітаційне моделювання за допомогою числових методів надає розробникові розширений арсенал інструментів для оптимізації нелінійної динаміки, створення такої моделі для автоматизованого детектування пилу на основі хаотичних систем є актуальною задачею.

Мета роботи: розроблення методу автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем. Для досягнення мети роботи необхідно виконати завдання:

- виконати огляд відомих методів та засобів виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі;
- проаналізувати модель процесу виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі теорії хаосу;
- розробити метод виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі модифікованих систем Дуффінга;
- створити архітектуру системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних детекторів.

Об'єкт дослідження: процес автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу у повітрі.

Предмет дослідження: методи і алгоритми автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем.

Методи дослідження: методи математичного аналізу, методи теорії нелінійної динаміки, теорії автоматичного керування, теорії хаосу, теорії виявлення сигналів, методи виявлення пилу в повітрі.

Наукова новизна отриманих результатів:

- виконано аналіз моделі процесу виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі, що на відміну від відомих результатів враховує хаотичні процеси передачі слабких сигналів;

- розроблено метод виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі модифікованих систем Дуффінга, який на відміну від відомих методів використовує властивості високої чутливості хаотичних систем до слабких впливів.;

- побудовано архітектуру системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних детекторів, яка на відміну від відомих забезпечує узгодження даних про наявність пилу в повітрі від різних хаотичних систем.

Публікації: Kramar I., Fedula M., Savenko O., Koretska L., Lysyi M. A Chaos-Based Method for Automated Detection of Fine Dust Particles in Air. Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications 2025. P. 39-44.

## 1 ОГЛЯД ВІДОМИХ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ

1.1 Сучасні методи моніторингу якості повітря та їх роль у зниженні ризиків, пов'язаних із дрібнодисперсним пилом

На сьогоднішній день пил, а особливо дрібнодисперсний пил РМ 2.5 залишається одним із ключових факторів, який спричиняє негативний вплив на здоров'я людини [1]. Згідно з даними на 2019 рік він спричинив понад 4 млн смертей та 118,2 млн DALY (дані про смертність та роки життя, скориговані за інвалідністю). Основними причинами є ішемічна хвороба серця, ХОЗЛ (хронічне обструктивне захворювання та захворювання легень), інсульт [2]. Захворюваність сильно залежить від регіону та соціально-економічного розвитку, що вказує на потребу активних заходів та політик для зниження рівня РМ 2.5 та покращення якості повітря в цілому [3].

Забруднення повітря є не лише екологічною, а й великою економічною проблемою. Згідно звіту Світового Банку головна стаття економічних втрат є витрати на охорону здоров'я, які постійно зростають через вплив дрібнодисперсного пилу на здоров'я населення [4]. Для того щоб обґрунтувати вигідність інвестицій використовують оцінку функції «вартість-користь». Така оцінка базується на аналізі індексів якості повітря та індексом. Вона дозволяє зрозуміти, що набагато вигідніше запобігти забрудненню повітря, чим витратити кошти на природоохоронні заходи. Таким чином, стає очевидним, що сучасний моніторинг якості повітря є не просто інструментом контролю, а ключовою основою для обґрунтування того, що запобігати забрудненню економічно вигідніше, ніж ліквідувати його наслідки [5].

У містах РМ 2.5 з'являється в основному через транспорт та промисловість, що ми часто бачимо як смог. Ситуація стає значно гіршою під час температурних інверсій, коли повітря не рухається і бруд накопичується біля землі. Тому для точнішого аналізу якості повітря потрібно об'єднувати дані з усіх джерел: наземних станцій, супутників та комп'ютерних моделей [6].

Для прикладу, на рисунку 1.1 зображена динаміка забруднення повітря у місті Хмельницькому протягом 1 року.

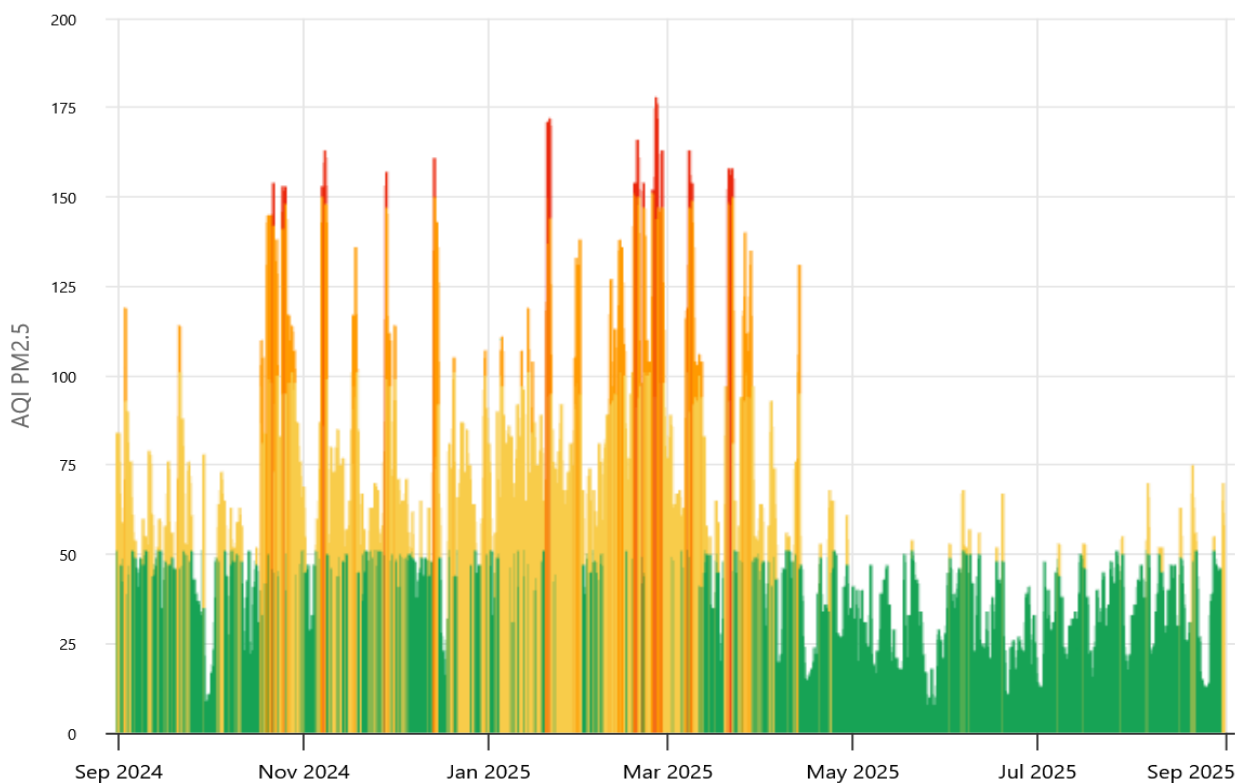


Рисунок 1.1 – Динаміка забруднення пилом повітря у Хмельницькому з 31 серпня 2024 до 31 серпня 2025

На рисунку 1.1 видно виражену сезонність забруднення повітря з 31 серпня 2024 до 31 серпня 2025, де найвищі показники забрудненості спостерігаються у зимові місяці, а літній період характеризується переважно безпечними показниками.

Сучасний моніторинг поєднує точні наземні станції з низьковартісними сенсорами та супутниковими даними для досягнення максимального покриття. Ключову роль у цьому відіграють методи машинного навчання/ШІ (ML/AI), які інтегрують усі ці різноманітні дані, допомагаючи скорегувати похибки та створювати точні прогнози якості повітря [7]. Також сучасні системи моніторингу якості повітря все більше базуються на глибокій інтеграції IoT-сенсорів, які використовують хмарну інфраструктуру для збору великих обсягів даних.

Безумовно дуже важливим є застосування штучного інтелекту для калібрування цих сенсорів, обробки даних, виявлення аномалій у реальному часі. Це допомагає контролювати якість повітря у містах [8].

Використання та розвиток низьковартісних сенсорів для моніторингу якості повітря дозволяє істотно збільшити площу просторового покриття моніторингових мереж. Це дозволяє отримувати більше даних, а отже зменшувати похибку при їх опрацюванні [9]. Завдяки ним можна більш детально оцінювати локальні ризики, хоч їх точність є нижчою, якщо порівнювати їх з еталонними станціями. Також складним викликом залишається калібрування сенсорів, так як їх показники схильні до похибки в залежності від вологості, температури та старіння, через що вони потребують постійної корекції та перекалібрування [10].

Регуляторні підходи до оцінки впливу забруднення повітря на здоров'я ґрунтуються на систематичному вивченні зв'язку між зменшенням викидів та покращенням стану здоров'я населення. Вони використовують законодавчі акти, як експерименти, для того, щоб перевірити на скільки зниження концентрації забруднюючих речовин (у цьому випадку дрібнодисперсного пилу РМ 2.5 впливає на захворюваність населення та призводить до передчасної смерті [11].

Офіційний моніторинг в основному здійснюється за допомогою складних та дорогих стаціонарних приладів, які виступають еталонними інструментами. В свою чергу низьковартісні сенсори покликані збільшити площу просторового покриття, а не давати дуже точні дані. Через це вони потребують постійного калібрування за еталонними приладами [12].

Опорні станції відіграють важливу роль у вимірюваннях, а саме забезпечують стандартизовані та точні результати. Ці результати стають основою для калібрування всіх нових та низьковартісних систем моніторингу, які схильні до похибок через зовнішні фактори. Під'єднання некаліброваних сенсорів загрожує збереженням неточних даних. Отже з цього можна зробити висновок, що співпраця цих двох систем критично необхідна для покращення площі покриття моніторингу без шкоди для надійності даних [13].

## 1.2 Класифікації автоматизованих систем моніторингу якості повітря за різними критеріями

Сучасні супутникові системи забезпечують унікальну глобальну площу покриття, що дозволяє виявляти точки сильного забруднення та відстежувати довгострокові тренди в тих місцях, де наземні станції знаходяться не можуть. Такі дані стають важливою основою для оцінки впливу на здоров'я та стають доповненням до наземних мереж [14, 15].

Регіональні наземні системи моніторингу системи являються одним із самих розповсюджених варіантів збору даних про забруднене повітря. Але вони мають декілька недоліків, а саме обмежена площа покриття та дорого вартісне обладнання. У будь-якому разі вони виконують критично важливу роль у калібруванні та валідації даних [16]. Міські системи моніторингу з великою площею охоплення мають високу роздільну здатність, яка реалізується через розгортання щільних мереж недорогих сенсорів. Такі системи використовуються для довгострокового відслідковування якості повітря та метеорологічних даних, що дозволяє не тільки відстежувати загальну якість повітря, а й знаходити локальні точки забруднення [17, 18].

Локальні системи моніторингу активно розвиваються через застосування недорогих сенсорів, що значно підвищує доступність моніторингу якості повітря у приміщеннях, забудованих територіях, складських приміщеннях тощо. Це дозволяє проводити моніторинг як великим компаніям у офісах чи підприємствам у приміщеннях так і звичайному населенню у своїх квартирах чи будинках [19, 20].

Стаціонарні опорні (еталонні) автоматизовані станції традиційно використовуються для надійного та точного вимірювання концентрації забруднюючих речовин у повітрі завдяки високоточним сенсорам. Такі станції є ключовою ланкою сенсорно-орієнтованих алгоритмів моніторингу, забезпечуючи високу точність даних для прогнозування якості повітря. Однак, вони мають недоліки, такі як нерухомість та висока вартість обладнання, що обмежує їх

географічне покриття, створюючи прогалини в даних на значній відстані від самих станцій [21].

Низьковартісні сенсори та їх мережі, що складаються з недорогих сенсорних вузлів з мікроконтролерами та бездротовим зв'язком, є доступним та гнучким рішенням для розширення просторового моніторингу якості повітря. Хоча вони дозволяють отримувати високощільні дані в реальному часі для відстеження трендів забруднення, низька надійність та дрейф сенсорів вимагають обов'язкового, ресурсоємного калібрування на місці, щоб їхні дані були зіставні з даними опорних станцій [22, 23].

Хмарно-орієнтовані системи реального часу формуються за принципом «сенсор – шлюз – хмарний сервіс – аналітика – візуалізація». Сенсорні вузли збирають інформацію про якість повітря, через шлюз вона передається до хмарного середовища, де проводиться аналітика цих даних та їх зберігання, включно з машинним навчанням для майбутнього прогнозування. В результаті усіх цих дій користувачі отримують динамічні карти забруднення повітря, сповіщення про аномалії через додатки, тощо [24, 25].

Мобільні системи моніторингу, розгорнуті на транспортних засобах, велосипедах або як персональні носимі пристрої, використовують траєкторії руху для збору просторово-часових даних про якість повітря. Такий підхід дає змогу здійснювати динамічну оцінку забруднення у мікрмасштабі виявляти локальні точки забруднення та проводити персональну оцінку впливу забруднюючих речовин на людину. Однак, вимірювання мобільних недорогих сенсорів часто мають значну похибку і нижчу надійність порівняно з статичними станціями [26, 27].

Використання дронів з недорогими сенсорами є трендом, що розвивається в атмосферній науці для тривимірного профілювання ключових забруднюючих речовин на висотах до кількох сотень метрів. Оскільки традиційні наземні мережі не можуть вимірювати у вертикальній проекції, дрони дозволяють збирати дані для вивчення динаміки забруднення поблизу джерел. Головними проблемами

залишаються вплив роторного потоку на вимірювання, необхідність стабілізації потоку сенсорів та обмежений час польоту [28].

Гібридні та супутникові системи є ключовим напрямком для створення точних карт забруднення на щоденній сітці, оскільки вони долають обмеження наземних станцій завдяки поєднанню даних. Такі системи використовують супутникові дані разом із наземними вимірюваннями та метеорологічними параметрами як вхідні дані для ML-моделей. Метою є реконструкція концентрацій забруднюючих речовин з високою просторово-часовою точністю, що підвищує якість прогнозування та оцінки впливу на здоров'я [29, 30, 31].

Регуляторні системи контролю якості повітря, як-от американський Clean Air Act, створюються для встановлення Національних стандартів якості повітря та забезпечення регулярного контролю за викидами основних забруднювачів. Впровадження цих заходів, що включають обмеження на викид  $PM$ ,  $NO_x$  та  $O_3$ , значно сприяло зниженню показників смертності та спричинення хвороб у світі у період з 1990 по 2019 рік [32].

Системи для медичних досліджень базуються на гібридній інтеграції супутникових та наземних даних, що дозволяє створювати карти  $PM_{2.5}$  та  $NO_2$  для оцінки ризиків серцево-судинних і респіраторних захворювань. Майбутні спеціалізовані місії, як-от MAIA (Multi-Angle Imager for Aerosols), розроблені для клінічних досліджень, щоб визначити, які саме хімічні компоненти  $PM_{2.5}$  є найбільш токсичними для здоров'я [33].

Мережі, що поєднують сенсорні вузли для моніторингу забруднення повітря, транспортні системи та комунікацію V2X (Vehicle-to-Everything), є основою для інтелектуальних транспортних систем, що дозволяє в реальному часі здійснювати динамічне керування трафіком (наприклад, адаптуючи світлофори), щоб оптимізувати транспортні потоки та досягти зниження викидів забруднюючих речовин. Такі інтегровані системи можуть використовувати штучний інтелект для прогнозування заторів, що сприяє зменшенню затримок та покращує загальну якість повітря [34, 35].

Промисловий моніторинг також є критично важливим для сучасних технологій, оскільки промислові процеси є значним джерелом викидів забруднюючих речовин. У сфері моніторингу промислового забруднення, особливо в складних умовах, таких як кар'єри (шахти), успішно використовується машинне навчання. Наприклад, для прогнозування концентрації  $PM_{2.5}$  у відкритій шахті (Haerwusu Mine) [36].

Системи для звичайних, соціальних та освітніх приміщень. IoT-мережі у соціальних та освітніх об'єктах (школах, університетах) використовують недорогі сенсори для моніторингу у режимі реального часу, забезпечуючи високощільне покриття. Такі системи дозволяють керувати вентиляцією для оцінки ризиків (наприклад, перевищення CO чи  $CO_2$  лімітів) та енергозбереження. Зібрані дані також застосовуються для інформування про здоров'я та підвищення обізнаності учнів та персоналу [37, 38].

Слід також зазначити важливість методів громадянського моніторингу із використанням недорогих сенсорів значно розширює просторове покриття, дозволяючи окремим особам активно брати участь у виявленні точок сильного забруднення. Вказані ініціативи, підвищують обізнаність громадськості про вплив якості повітря на здоров'я, що стимулює зміни в поведінці населення [39].

Лінійні системи, що використовують традиційні DAQ-системи та стаціонарні опорні станції, застосовують фільтрацію, усереднення та порогову обробку для визначення рівня забруднення. Вони є "базовою точкою" та надають надійні дані з високою точністю, які згодом використовуються для порівняння та валідації результатів, отриманих за допомогою складних, хаотичних ML-алгоритмів та гібридних систем. Такі методи обмежуються простими статистичними підходами та не враховують просторової динаміки забруднення [40].

AI-орієнтовані системи прогнозування. ML/AI-орієнтовані системи є ключовими для прогнозування якості повітря (наприклад, використання Deep Learning для аналізу часових рядів) та реконструкції полів забруднення з високою просторовою роздільною здатністю. Вказані інтелектуальні технології, об'єднуючи дані з IoT-сенсорів та мульти-джерельного дистанційного зондування (зокрема,

супутникових даних), дозволяють створювати інтерпретовані просторові карти сезонних та локальних варіацій забруднюючих речовин (як-от озон), заповнюючи прогалини у моніторингу [41, 42].

Гібридні системи (Data Fusion/Assimilation) інтегрують дані з супутників (просторове покриття), наземних мереж (точність) та моделей для створення комплексних, високороздільних карт забруднення. Такі методи, як фільтрація Калмана та варіаційне узгодження, використовуються для мінімізації помилок і заповнення просторових/часових прогалин, що неможливо досягти одним типом даних [43, 44].

Кіберфізичні системи та адаптивний моніторинг є передовим напрямком, де AI/ML-прогнозування використовується для динамічного керування збором даних. Такі системи можуть автоматично змінювати маршрути БПЛА або частоту вибірки сенсорів, щоб ефективно досліджувати виявлені зони забруднення чи відстежувати їхні траєкторії. Адаптивна логіка робить моніторинг більш ресурсоефективним та забезпечує високу часову/просторову роздільну здатність саме там, де це найбільше необхідно [45].

### 1.3 Сучасні оптичні сенсори та високочутливі альтернативні неоптичні методи вимірювання

Недорогі сенсори дрібнодисперсних частинок (PM-сенсори), такі як Plantower та Honeywell, працюють на основі оптичного розсіювання світла (Light Scattering), що дозволяє формувати високощільні мережі. Їхні основні обмеження включають дрейф точності, високу міжсенсорну мінливість та значну похибку вимірювання через вплив вологості, яка викликає хибне завищення маси частинок. Такий підхід вимагає складного калібрування для досягнення достовірних даних, особливо в умовах низьких концентрацій [46].

Оптичні лічильники частинок (OPC) є основою сучасних PM-сенсорів і працюють на принципі розсіювання світла. Кількість та інтенсивність розсіяного світла залежать від розміру частинок, а також їхньої природи/показника

заломлення, що дозволяє розпізнати типи аерозолів (наприклад, сажа, мінеральний пил). OPC активно використовуються в різних сферах, включаючи моніторинг чистих приміщень, вимірювання атмосферних викидів у навколишньому середовищі (зокрема, на дронах та повітряних кулях), а також у промисловості [47].

Зразкові вимірювальні технології, такі як наприклад ВАР (бета-променеви монітор), ТЕОМ (коливальні мікроваги) є регуляторними еталонними методами з високою точністю для вимірювання масової концентрації твердих частинок. Описані прилади формують "золотий стандарт" даних, який є критично необхідним для колокаційного калібрування та перевірки достовірності недорогих оптичних сенсорів (LCS). Без такого порівняння та корекції дані від LCS часто є ненадійними та непридатними для регуляторних цілей [48].

Компактні недорогі OPC оптимізуються за допомогою числового моделювання на основі теорії Мі-розсіювання, головна мета якого – знизити чутливість вимірювань  $PM_{2.5}$  до змін комплексного показника заломлення (CRI) частинок. Таким чином було визначено оптимальний кут детектора ( $\theta = 48^\circ$ ), який забезпечує найкращу точність вимірювання розміру частинок у діапазоні 0.5 – 10  $\mu m$ , мінімізуючи помилки, спричинені невідомим складом аерозолів [49].

Нещодавно розроблені «palm-sized optical  $PM_{2.5}$  sensors» призначені для високороздільного моніторингу у міських умовах, здатні виявляти частинки діаметром до  $\approx 0.3 \mu m$  та вимірювати концентрації до  $\approx 600 \mu g/m^3$ . Висока роздільна здатність досягається завдяки оптимізованій конструкції, яка мінімізує фоновий шум. Проте, ці сенсори схильні до переоцінки концентрації в умовах високої вологості ( $> 70\%$ ) через гігроскопічне зростання частинок [50].

Наукові дослідження чітко показують, що модулі РМ від Plantower, Honeywell та інших виробників є чудовим інструментом для створення високощільних мереж моніторингу, оскільки вони якісно фіксують піки забруднення. Проте, такі сенсори мають значну міжсенсорну варіабельність і втрачають точність у чистому повітрі ( $PM_{2.5} < 20 \mu g/m^3$ ), тому для отримання надійних даних, порівнянних з еталонами, кожен модуль потребує індивідуального калібрування [51].

Кварцові мікровагові (QCM) сенсори, інтегровані з електростатичним концентратором частинок, являють собою метод для точного вимірювання масової концентрації  $PM_{2.5}$ . Сенсор QCM вимірює зміну маси частинок, що осідають на його поверхні, шляхом реєстрації відповідної зміни частоти коливань кварцового кристала. Електростатична концентрація дозволяє значно збільшити ефективність збору дрібних частинок у вимірювальній зоні, тим самим покращуючи чутливість та граничну межу виявлення пристрою [52].

Нова система, яку назвали qEPC-Snow, розроблена для того, щоб QCM-сенсори могли працювати дуже довго без обслуговування, особливо в місцях, куди важко дістатися. Головна ідея полягає у вбудованому електростатичному концентраторі, який ефективно збирає частинки, та унікальному «сніжному» очищенні: якщо кристал перевантажується пилом, система автоматично "обдуває" його струменем сухого льоду ( $CO_2$ -снігу). Очищення за таким методом прибирає 99,9% частинок, не пошкоджуючи сенсор і не вимагаючи демонтажу, що дозволяє системі безперервно працювати місяць і довше [53].

Типова архітектура аналогового вхідного каскаду (AFE) для оптичних  $PM$ -сенсорів використовує принцип розсіювання світла. Структура системи включає джерело світла (наприклад, LED або лазер), яке опромінює частинки, фотодіод, що перетворює розсіяне світло на електричний струм, далі йде трансїмпедансний підсилювач, за яким слідує фільтри та етапи підсилення, перед оцифровуванням за допомогою АЦП. Основні вимоги до AFE – це низький рівень шуму та висока точність для виявлення слабких сигналів, а також широкий динамічний діапазон і відповідна смуга пропускання для коректної обробки сигналів [54].

#### 1.4 Алгоритми обробки сигналів та калібрування $PM$ -сенсорів

Алгоритми відліку частинок в оптичних сенсорах базуються на пороговій обробці імпульсів напруги, де амплітуда кожного імпульсу корелює з розміром частинки. Після цього імпульси кластеризуються за амплітудою у певні size-біни (розмірні категорії), що дозволяє обчислити розподіл частинок за розмірами  $N(d)$ .

Остаточним кроком є перетворення цього розподілу  $N(d)$  на масову концентрацію  $C_{PM2.5}$  за допомогою емпіричних або теоретичних співвідношень. Особливості фільтрації коротких сплесків та "спайків" критичні для підвищення надійності, оскільки такі шуми можуть призводити до помилкових підрахунків і неточностей у визначенні  $C_{PM2.5}$  [55].

Оптичні сенсори, при вимірюванні кількісної концентрації частинок, повинні використовувати алгоритми для перетворення її у масову концентрацію  $PM2.5$ . Це перетворення вимагає припущень щодо щільності, форми та показника заломлення аерозолів. Оскільки вказані параметри сильно залежать від джерела забруднення (наприклад, пил, сажа, дим), то у сенсорах використовуються вбудовані емпіричні коефіцієнти, які калібруються для типових аерозолів. Неправильний вибір цих коефіцієнтів або їхня невідповідність реальному складу повітря є основним джерелом похибки та впливає на чутливість вимірювань [56].

Адаптивна фільтрація, включаючи ковзаючі середні значення та експоненційне згладжування, застосовується до часових рядів низьковартісних  $PM$ -сенсорів для зменшення шумів і коливань, які особливо помітні при низьких концентраціях. Збільшення вікна згладжування (наприклад, перехід до годинних або добових середніх) підвищує точність вимірювань, але вимагає деякого компромісу, погіршуючи при цьому час відгуку сенсора на швидкі зміни в концентрації [51, 55].

Калібрування  $PM$ -сенсорів є необхідним для забезпечення точності, причому лабораторне калібрування в контрольованих умовах часто не підходить для польових вимірювань. Польове або гібридне калібрування, яке використовує математичні моделі та машинне навчання, необхідне, оскільки на точність сенсорів сильно впливають зовнішні фактори: висока вологість, температура та зміни в типі аерозолу (джерелі забруднення) [57]. Польове калібрування є важливим етапом для адаптації моделей  $PM$ -сенсорів до реальних умов експлуатації. Протоколи калібрування передбачають спільне розміщення недорогих сенсорів поруч із зразковими станціями (FEM/FRM) протягом певного періоду. Хоча для сертифікованих інструментів часто вимагається мінімум 40 пар 24-годинних точок

даних (або двотижневий період спільного розміщення), сучасні дослідження показують, що навіть кількох днів польових даних може бути достатньо для створення початкової моделі калібрування. Часові інтервали співставлення можуть варіюватися від 20-хвилинних до щоденних усереднень, при цьому часто нелінійні регресійні моделі (або машинне навчання) перевершують прості лінійні, краще враховуючи вплив температури та вологості [58].

Статичні нелінійні калібрувальні моделі, такі як поліноми, сплайни (spline) та узагальнені лінійні моделі (GLM), значно перевершують прості лінійні моделі при калібруванні недорогих PM-сенсорів. Це пояснюється тим, що взаємозв'язок між показаннями сенсора, концентрацією PM та факторами навколишнього середовища (вологість, температура) є за своєю природою нелінійним, особливо при високих концентраціях. Хоча лінійна регресія є найпростішою, нелінійні підходи краще усувають зміщення, забезпечуючи більш високу точність, особливо при низьких концентраціях, де точність лінійних моделей часто знижується [59]. Динамічне калібрування є необхідним для боротьби з довготривалим дрейфом і мінливістю, викликаною зміною умов навколишнього середовища. Дослідження пропонують адаптивний trust-based framework, який спочатку коригує систематичні офсети та скейли. Потім цей підхід динамічно оцінює надійність кожного сенсора на основі таких індикаторів, як точність, стабільність та узгодженість із консенсусом мережі. Залежно від цього "рівня довіри", система адаптивно вибирає складність моделі калібрування, що дозволяє зменшити залежність від частих повторних калібрувань та підвищує точність для менш надійних пристроїв [60].

Калібрування недорогих PM-сенсорів у Smart-City мережах, що живляться від сонячної енергії та використовують LoRaWAN, вимагає застосування передових методів, таких як машинне навчання, для забезпечення високої точності ( $R^2$  до 0.99). Такий підхід дозволяє створювати надійні, енергоефективні гібридні мережі, які покращують просторове покриття. При цьому протокол LoRaWAN, оптимізований для низького енергоспоживання та широкого покриття, вимагає від алгоритмів згладжування стійкості до можливих мережевих обмежень, таких як

затримки та втрати пакетів [61]. Слід зазначити, що калібрування низьковартісних РМ-сенсорів вимагає обов'язкового включення метеорологічних факторів та сезонних варіацій у структуру моделі. Таке калібрування є необхідним, оскільки на точність вимірювань суттєво впливають такі змінні, як відносна вологість та температура. Зокрема, висока вологість може призводити до переоцінки концентрації  $PM_{2.5}$  через гігроскопічне поглинання води частинками. Для ефективного врахування сезонних ефектів, які впливають на розподіл і склад частинок, до моделі додають такі фактори, як висота меридіанального Сонця, що разом з температурою та вологістю дає найкращі результати калібрування [62].

Рекалібрування та старіння сенсорів є критичною проблемою, оскільки періодичне повторне калібрування необхідне для гарантування якості даних протягом тривалого терміну експлуатації. Головні причини погіршення точності оптичних РМ-сенсорів включають забруднення оптичної камери (накопичення пилу на лінзах і дзеркалах) та деградацію лазера (наприклад, через УФ-втому або лазерно-індуковане забруднення, LIC), що призводить до систематичної похибки вимірювань. Деякі дослідження показують, що для забезпечення кількісної достовірності необхідна регулярна внутрішньосезонна рекалібрація, а щомісячне рекалібрування може бути найбільш оптимальним підходом для довгострокових вимірювань [63].

Слід зазначити, що калібрування сенсорів РМ для моніторингу якості повітря у внутрішніх приміщеннях (офіси, кампуси) є особливо складним через чутливість пристроїв до низьких концентрацій, типових для зон «чистого повітря». Чутливість недорогих сенсорів залежить від того, чи є концентрація РМ низькою чи високою, що вимагає розробки сегментованих або нелінійних моделей для коректної роботи в усьому діапазоні. Хоча прямі дані про придушення повторного підйому пилу або особливості потоків у приміщенні рідко включаються в моделі, відомо, що калібрування має бути специфічним для кожного середовища (на вулиці чи в приміщенні). Загалом, калібрування indoor-сенсорів покращує точність, але вимагає врахування впливу зовнішніх факторів, таких як вологість та співвідношення зовнішніх  $PM_{10}/PM_{2.5}$  [64].

Калібрування LoRaWAN-сенсорних вузлів у Smart-City мережах, які часто живляться сонячною енергією, досягається завдяки польовому калібруванню з зразковими приладами, створюючи гібридну мережу. Для обчислення використовується алгоритм Super Learner (ансамблева машина навчання), який оптимально поєднує кілька моделей для досягнення надійності та високої точності вимірювань PM<sub>2.5</sub> (R<sup>2</sup> до 0.99). Слід зазначити, що метод є стійким до мінливості даних та шуму навколишнього середовища, що дозволяє досягати високої точності в умовах мінливих кліматичних умов, оскільки модель використовує такі вхідні дані, як температура, тиск і вологість. Модель Super Learner є масштабним рішенням для моніторингу повітря, що має вирішальне значення для розгортання в Smart-City ініціативах [61].

В процесі вимірювання показників вмісту пилу в повітрі чутливість оптичних PM-сенсорів залежить від мікрофізичних властивостей аерозолів (наприклад, диму, пилу чи солей), що вимагає різних алгоритмів корекції, оскільки розсіювання світла нелінійно залежить від цих характеристик. Зокрема, висока вологість змушує гігроскопічні частинки збільшуватися в розмірах, що призводить до систематичної похибки, яку необхідно коригувати спеціальними моделями. Тому для забезпечення точності потрібне використання складних нелінійних моделей машинного навчання, здатних адаптуватися до мінливих типів аерозолів та атмосферних умов [57].

Алгоритм Plantower CF\_1, який використовується в моніторах PurpleAir, систематично переоцінює PM<sub>2.5</sub> на 60-70% та має високу межу виявлення, що призводить до втрати значної частини даних при низьких концентраціях. Натомість, альтернативний алгоритм pm2.5 alt є значно точнішим, забезпечує узгодженість між двома сенсорами до 99% і знижує межу виявлення майже вдвітьє. Завдяки цим перевагам, калібрування PurpleAir із застосуванням pm2.5 alt є набагато кращим для точного моніторингу якості повітря, особливо всередині приміщень [65]. Вбудовані алгоритми обробки в indoor-сенсорах, часто реалізовані через легкі моделі машинного навчання, є критичними для забезпечення низької латентності (менше 130 мс) та стабільної точності для застосувань у реальному

часі. Вони виконують попереднє очищення даних, проте загальна надійність вимірювань вимагає подальшої пост-обробки даних користувачем за допомогою складніших ML/DL-моделей. Це необхідно, оскільки навіть найточніші сенсори все ще вразливі до дрейфу та впливу навколишнього середовища, що обмежує їхню точність без постійного зовнішнього калібрування [66].

При порівнянні класичних ML-методів для калібрування сенсорів якості повітря, складніші ансамблеві моделі, такі як Gradient Boosting та Random Forest, зазвичай демонструють значно кращу точність, ніж прості лінійні регресії, оскільки ефективніше моделюють нелінійні залежності. Вирішальне значення для підвищення надійності калібрування має включення в модель атмосферних параметрів, зокрема відносної вологості та температури, бо ці чинники безпосередньо впливають на показання недорогих сенсорів. Крім того, варто пам'ятати, що для отримання стійкого результату критично важливий достатній розмір навчальної вибірки [67]. Гібридні архітектури глибинного навчання, зокрема поєднання Convolutional Neural Networks (CNN) та Long Short-Term Memory (LSTM), демонструють значно вищу ефективність у корекції нелінійностей PM<sub>2.5</sub>-сенсорів та точній оцінці масової концентрації, успішно моделюючи складні часові та просторові залежності. Завдяки інтеграції метеорологічних даних, таких як температура і вологість, ці моделі ефективно нівелюють вплив навколишнього середовища, що дозволяє досягти високої точності і робить їх кращим інструментом, ніж класичні ML-методи [68].

Динамічний, заснований на довірі (trust-based) фреймворк для калібрування сенсорів PM<sub>2.5</sub> є значним кроком вперед, оскільки використовує механізми онлайн-навчання для постійного оновлення параметрів моделі. Цей підхід виділяється завдяки динамічному обчисленню "оцінки довіри" для кожного сенсора, яка інтегрує такі критерії, як точність, стабільність і узгодженість із консенсусом мережі, що фактично забезпечує автоматичний контроль надійності. Таке адаптивне калібрування дозволяє знизити залежність від великих навчальних вибірок та досягти кращого результату порівняно з традиційними ML-методами, особливо для сенсорів із низькою початковою якістю [60].

## 1.5 Огляд хаотичних систем та їх використання

Фундаментальна ідея "хаотичної системи як сенсора" ґрунтується на концепції надзвичайної чутливості до початкових умов (SDIC), яка в хаотичних системах слугує механізмом для виявлення мізерно малих змін у навколишньому середовищі. Здатність до експоненціального розходження траєкторій вимірюється найбільшим показником Ляпунова, який прямо пов'язаний із роздільною здатністю, або "чутливістю", такої системи. Саме цей зв'язок між показниками Ляпунова, а також фрактальною розмірністю атратора, і дозволяє концептуально розглядати хаотичні системи як фізичний механізм сенсорики, де вихідний сигнал є експоненціально посиленою реакцією на вхідний [69].

Основні типи нелінійних і хаотичних динамічних систем, як-от осцилятори Дуффінга, або системи Чуа й Рьосслера, використовуються у сенсоріці як "надчутливі органи". Їхні сенсорні режими ґрунтуються на фазових переходах між стабільним станом (періодичні коливання) та хаосом: при критичних параметрах навіть найслабший зовнішній сигнал, який є об'єктом вимірювання, здатний змістити систему в інший режим, що є основою для детектування. Завдяки цій особливості, хаотичні сенсори можуть виявляти надзвичайно слабкі сигнали, значно перевершуючи традиційні методи [70, 71]. Таким чином, незважаючи на те, що хаотичні системи демонструють непередбачувану поведінку внаслідок чутливості до початкових умов, саме ця властивість може бути використана для покращення точності вимірювань у сенсорах. Нелінійна динаміка хаосу, що характеризується "розтягуванням" фазового простору, дозволяє перетворити мікроскопічні зміни вхідного сигналу на макроскопічні та легко вимірні зміни вихідного сигналу. Аналітичні моделі демонструють, що наявність позитивного показника Ляпунова є ознакою високої чутливості, що дозволяє досягати надзвичайно високої роздільної здатності, яка недоступна для лінійних систем [72].

Класичний підхід використовує осцилятор Дуффінга, вводячи його у критичний стан на межі переходу від хаосу до періодичних коливань, де чутливість до слабких сигналів максимальна. Коли в систему, яка перебуває у хаотичному

режимі, подається слабкий періодичний сигнал, це призводить до якісного стрибка – система переходить у передбачуваний періодичний атрактор, що й слугує індикатором наявності сигналу. Ця технологія, заснована на хаотичних властивостях осцилятора, дає змогу ефективно виявляти надзвичайно слабкі сигнали, навіть якщо вони поховані у сильному шумі [73].

Оцінювання параметрів слабого сигналу за допомогою осцилятора Дуффінга виходить за межі простого детектування, використовуючи кількісний аналіз фазових переходів для визначення амплітуди, частоти та фази сигналу. Сучасні підходи часто відходять від хаотичного режиму на користь стабільних (стаціонарних) атракторів, де слабкий сигнал викликає контрольовані, але значні зсуви, що забезпечує більшу точність. Ключовим для підвищення точності є аналіз "часу перебування" (або довжини ламінарної фази) системи в певних областях фазового простору, оскільки його розподіл безпосередньо корелює з параметрами вхідного сигналу [74].

Комбіновані хаотичні системи, як-от осцилятор Дуффінга-Ван-дер-Поля, використовуються для розширення можливостей детектування слабких сигналів та підвищення стійкості до шуму. Принцип їхньої роботи базується на тому ж переході від хаосу до періодичних коливань під впливом слабого сигналу, але завдяки ускладненій нелінійній структурі вони можуть мати кращі статистичні характеристики, ніж класичний осцилятор Дуффінга. Це дозволяє не тільки детектувати, але й точніше оцінювати параметри сигналу, при цьому деякі модифікації, наприклад, з використанням синхронізації, навіть здатні виявляти сигнали з SNR до -68 дБ [75]. Об'єднання методів хаотичного детектування з класичною теорією тестування гіпотез є ключовим для переходу від якісної індикації до надійної кількісної статистики виявлення слабких сигналів. Такий підхід дозволяє перетворити динамічні характеристики хаотичних осциляторів, наприклад, найбільший показник Ляпунова, на статистичний критерій, який, у свою чергу, використовується для аналізу ймовірностей хибної тривоги та пропуску. У результаті це дає можливість розробити інженерно-застосовні моделі,

які здатні не тільки виявляти сигнал, але й оцінювати його параметри навіть при дуже низькому співвідношенні сигнал/шум [76].

Сенсори на основі нелінійних динамічних систем (таких як система Чуа, Дуффінга, Рьосслера та інші) надають широкі можливості для різних застосувань, включаючи індуктивні, провідникові та оптичні давачі. Вимірювана фізична величина у цих хаотичних системах кодується в таких ознаках, як час перебування у певних областях, геометричні характеристики атракторів, показники Ляпунова та спайкові часові інтервали, що дозволяє досягти високої чутливості та багатопараметричного детектування [77].

Концепція біоміметичних хаотичних сенсорів передбачає створення пристроїв, які імітують надзвичайну чутливість біологічних рецепторів за допомогою нелінійних динамічних систем. Центральним елементом такої схеми може бути, наприклад, електродна система в розчині, яка стає частиною нелінійного кола (як-от осцилятор Дуффінга чи Рьосслера); зміна провідності середовища безпосередньо впливає на динаміку системи. Таким чином, параметр навколишнього середовища кодується у зміні режиму хаотичних коливань – типі атрактора, періодичності чи топології, що дозволяє досягти високої чутливості до малих змін [78].

Концепція використання хаотичного осцилятора як інструменту пост-обробки для резонансних MEMS-сенсорів є надзвичайно ефективною для виявлення слабких вібрацій у середовищі сильного шуму. Система налаштовується на критичний режим, де навіть мінімальні зміни, викликані слабким сигналом (наприклад, зміна амплітуди/частоти резонансної балки), викликають різкий перехід зі стану хаосу до періодичних коливань. При цьому максимальний показник Ляпунова використовується як надійний аналітичний критерій для точного визначення цього критичного порогу та моніторингу самого переходу, що значно підвищує чутливість і точність порівняно з традиційними методами [79].

Навіть невелика зміна опору або ємності сенсорного елемента, інтегрованого у хаотичне електронне коло, може викликати складні зміни в динамічному режимі системи. Наприклад, введення фоторезистора в контур осцилятора Чуа дозволяє

управляти його хаотичною поведінкою і викликати швидкий перехід режиму при зміні освітленості. Таким чином, замість прямого вимірювання, параметр середовища (світло, солоність, індуктивність) кодується у зміні топології атрактора або в інших хаотичних ознаках, які потім аналізуються для високочутливого детектування [80].

Створення хаотичного імпедансного сенсора на основі з'єднаних осциляторів Ван-дер-Поля та Дуффінга зі згасанням є інноваційним підходом, який використовує виняткову чутливість динамічних систем до змін параметрів. Принцип роботи полягає у вимірюванні змін імпедансу (опору/ємності) через аналіз зміни періодів сигналу або його перехідного режиму (наприклад, від хаосу до періодичних коливань), що дозволяє досягти високої чутливості [81]. Концепція хаотичних сенсорів провідності/солоності ґрунтується на використанні простих електронних схем (часто з операційними підсилювачами), до яких підключена вимірювальна комірка з електродами, зануреними у розчин. Зміна провідності (наприклад, концентрація солей) діє як керуючий параметр, викликаючи помітні зміни динаміки системи, тобто атрактор хаотичних коливань слугує унікальним "відбитком" концентрації розчину. Такий підхід має високу чутливість і потенційно може бути розширений для моніторингу інших іонів та забруднювачів у воді [82].

Побудова недорогих хаотичних сенсорів, зокрема за підходами Теодореску, досягається за допомогою простих аналогових схем з операційними підсилювачами та інтеграцією вимірювальних елементів (як-от друковані електроди) безпосередньо в нелінійний контур. Їхня висока роздільна здатність є наслідком експоненціальної чутливості хаотичної динаміки до мінімальних змін вимірюваного параметра, що використовується як сенсорний принцип. Однак, для практичного застосування критично важливим є вирішення проблем обмежень, включаючи вплив дрейфу компонентів, температурної нестабільності та зовнішніх перешкод на точність роботи сенсора [83].

Нелінійний аналіз часових рядів концентрацій  $PM_{2.5}$  та  $PM_{10}$  за допомогою таких інструментів, як реконструкція фазового простору, рекурентні діаграми та оцінка фрактальних розмірностей, дає нам змогу впевнено заявити: динаміка

дрібнодисперсного пилу має чітко виражений хаотичний характер. Зокрема, обчислення позитивного максимального показника Ляпунова підтверджує чутливість атмосферних концентрацій до початкових умов, що є прямою ознакою детермінованого хаосу, а не випадкового шуму. Іншими словами, попри зовнішню "хаотичність", цими процесами керують нелінійні, але передбачувані закони, хоча й лише на короткий проміжок часу [84].

Застосування теорії хаосу до прогнозування концентрацій  $PM_{2.5}$  у міських умовах є потужною альтернативою традиційним статистичним підходам, оскільки вона визнає й використовує хаотичну природу забруднення. Завдяки реконструкції фазового простору часового ряду можна визначити приховані закономірності динаміки, що дозволяє будувати коротко- та середньострокові прогнози з високою надійністю. Дослідження показують, що хаос-орієнтовані моделі можуть забезпечувати високу точність (наприклад, похибка кореня середньоквадратичного значення становить 3-6  $\mu\text{кг}/\text{м}^3$  на горизонті до 24 годин), часто перевершуючи класичні статистичні моделі [85]. Динаміка дрібнодисперсного пилу ( $PM_{2.5}$ ) – це не просто хаос і не чиста випадковість; вона являє собою складний "коктейль", де співіснують як хаотичні (передбачувані) закономірності, так і стохастичні (випадкові) чинники. Саме тому для створення дійсно надійних прогностичних моделей і систем оцінки ризиків, які працюють у реальних умовах, науковцям доводиться об'єднувати ці два підходи в гібридні моделі. Такий інтегрований аналіз дозволяє нам краще зрозуміти, як і коли будуть відбуватися пікові викиди, що критично важливо для розробки ефективних систем моніторингу [86].

Сучасний стан прогнозування  $PM_{2.5}$  – це справжня арена для гібридних моделей, оскільки традиційні методи, як-от ARIMA, часто не справляються з нелінійністю та високою волатильністю атмосферних часових рядів. Враховуючи, що динаміка  $PM_{2.5}$  має хаотичний характер, дослідники все частіше звертаються до передових нелінійних і глибинних моделей (SVM, Deep Learning як-от Bi-LSTM), які здатні виявляти приховані закономірності. Саме комбіновані підходи, що ефективно розділяють лінійні та нелінійні компоненти часового ряду, є найбільш перспективними і забезпечують найвищу точність у прогнозах [87].

Просторово-часове моделювання  $PM_{2.5}$  за допомогою графових нейромереж (GAT) та LSTM/TCN є прямим наслідком складної, хаотичної структури атмосферних процесів. Ці гібридні моделі використовують GAT для ефективного захоплення динамічних просторових залежностей між вузлами розподіленої сенсорної мережі, тоді як LSTM або TCN обробляють довготривалі часові причинно-наслідкові зв'язки у нелінійному часовому ряді. Такий підхід значно підвищує точність прогнозу, забезпечуючи надійну основу для систем раннього попередження про забруднення, що є критичним для екологічної безпеки.

## 1.6 Висновки до першого розділу

Проведений огляд літератури та аналіз існуючих технологій моніторингу якості повітря дозволив встановити, що ключовою проблемою сучасної екологічної інженерії є низька точність недорогих оптичних сенсорів в умовах реального середовища. Досліджено, що традиційні методи вимірювання масової концентрації частинок  $PM_{2.5}$  стикаються із суттєвими похибками через вплив вологості, температури та нестабільності повітряного потоку, що вимагає постійного дороговартісного калібрування за еталонними приладами. Обґрунтовано, що класичні алгоритми цифрової фільтрації, такі як ковзаюче середнє або низькочастотні фільтри, не здатні забезпечити необхідну завадостійкість при виявленні наднизьких концентрацій пилу, оскільки корисний сигнал часто маскується інтенсивним адитивним шумом. У результаті аналізу альтернативних підходів встановлено, що використання нелінійної динаміки та теорії детермінованого хаосу відкриває нові можливості для створення надчутливих детекторів. Зокрема, властивість експоненціальної чутливості хаотичних осциляторів до малих збурень дозволяє розглядати їх як ефективний інструмент для виявлення слабких інформаційних сигналів, що є теоретичним підґрунтям для розробки нових методів моніторингу атмосфери.

## 2 АНАЛІЗ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНО-ДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ХАОСУ

### 2.1 Фізична модель лазерного сенсора

За основу візьмемо недорогий високочутливий лазерний сенсор пилу моделі Plantower PMS7003. Це цифровий сенсор, який вимірює часточки пилу типу  $PM_{1.0}$ ,  $PM_{2.5}$ ,  $PM_{10}$  у діапазоні від  $0.3 \mu m$  до  $10 \mu m$ , має в собі UART-інтерфейс. Масово продається та має ціну близько 15-25 USD.

Основною змінною в цій моделі є миттєва масова концентрація дрібнодисперсного пилу, яку ми позначимо як  $\nu(t)$ . Ця концентрація вимірюється у точці забору повітря, наприклад для  $PM_{2.5}$  і має розмірність  $[\mu g / m^3]$ . У більш загальному випадку вона може бути подана як вектор  $\nu(t)$ , що охоплює різні фракції  $\nu(t) = (\nu_1(t), \nu_2(t), \dots, \nu_k(t))$ , де  $\nu_k(t)$  це концентрація частинок в  $k$ -му діапазоні розмірів [88].

Вхідними сигналами для цієї моделі є сама концентрація  $\nu(t)$  та поле швидкостей повітря  $u(t)$ , що показує швидкість потоку крізь камеру сенсора. У процесі перетворення сигналу виділяються проміжні сигнали, які включають інтенсивність розсіяного світла  $I_s(t)$ , фотострум  $i_{ph}(t)$ , напругу на виході аналогової частини  $u_o(t)$ , дискретний цифровий сигнал  $y[n]$  після АЦП, а також оцінену концентрацію  $\hat{\nu}(t)$  після цифрової обробки. Основна мета моделі полягає у побудові послідовності перетворень:  $\nu(t) \rightarrow I_s(t) \rightarrow i_{ph}(t) \rightarrow u_o(t) \rightarrow y[n] \rightarrow \hat{\nu}(t)$ .

Основою фізичної моделі є розгляд розподілу за діаметром  $p$ . Величина  $f(p, t)$  є щільністю числа частинок за діаметром. Концентрація  $\nu_k(t)$  у певному розмірному інтервалі від  $p_{min}$  до  $p_{max}$  описується формулою:

$$\nu_k(t) = \int_{p_k^{min}}^{p_k^{max}} f(p, t) dp \quad (2.1)$$

Залежність концентрації  $v_k(t)$  від розподілу за розмірами  $f(p,t)$  описується формулою (2.1). Особливістю перетворення (2.1) є операція інтегрування, яка дозволяє обчислити сумарну концентрацію частинок, розміри яких знаходяться в інтервалі  $[p_{\min}, p_{\max}]$ .

Припускаємо, що інтенсивність розсіяного світла пропорційна кількості частинок у зоні опромінення. Це кількісно відображено на формулі:

$$I_s(t) = \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} \sigma_s(p) f(p,t) dp \quad (2.2)$$

Залежність між інтенсивністю розсіяного світла  $I_s(t)$  та розподілом частинок  $f(p,t)$  описується формулою (2.2). Особливістю перетворення (2.2) є інтегрування добутку розподілу частинок  $f(p,t)$  та ефективного перерізу розсіяння  $\sigma_s(p)$ . Величина  $\sigma_s(p)$  являє собою ефективний переріз розсіяння для діаметра  $p$ , який може бути визначений за допомогою функції Мі або спрощеної степеневій залежності. Для аналітичного аналізу складна залежність (2.2) спрощується до:

$$I_s(t) \approx k_s v(t) u_o(t) \approx -R_f h_a(t) * (R_\lambda k_s v(t) + i_d + \varepsilon_{sh}(t)) + h_a(t) * \varepsilon_{op}(t) \quad (2.3)$$

Коефіцієнт  $k_v$  в формулі (2.3) є ефективним коефіцієнтом перетворення “концентрація  $\rightarrow$  інтенсивність”, що включає потік повітря, геометрію камери та оптичну чутливість.

Далі відбувається потрапляння світла на чутливий елемент, який в свою чергу формує електричний сигнал. На виході фотодіода фотострум буде описуватись за допомогою лінійної моделі:

$$i_{ph}(t) = R_\lambda I_s(t) + i_d + \varepsilon_{sh}(t) \quad (2.4)$$

Особливістю перетворення (2.4) є врахування фоточутливості  $R_\lambda$ , темного струму  $i_d$  та шуму  $\varepsilon_{sh}(t)$ . Нижче показана модель шуму, як гаусівського процесу, яка використовується для його аналізу:

$$\varepsilon_{sh}(t) \sim \mathcal{N}(0, L_{sh}) \quad L_{sh} \propto i_{ph,c} \quad (2.5)$$

Після цього, підставляючи (2.3) в (2.4) ми отримуємо прямий зв'язок:

$$i_{ph}(t) \approx R_\lambda k_s v(t) + i_d + \varepsilon_{sh}(t) \quad (2.6)$$

Особливістю перетворення (2.6) є врахування чутливості фотодіода  $R_\lambda$  та коефіцієнта розсіяння  $k_s$ , що разом із темновим струмом  $i_d$  та адитивним дробовим шумом  $\varepsilon_{sh}(t)$  формують повний електричний відгук сенсора.

Отриманий від фотодіода струм  $i_{ph}(t)$  подається на вхід трансїмпедансного підсилювача для перетворення у напругу. Вихідна напруга підсилювача описується виразом:

$$u_{ТІА}(t) = -R_f i_{ph}(t) + \varepsilon_{op}(t) \quad (2.7)$$

Особливістю перетворення (2.7) є використання резистора зворотного зв'язку  $R_f$  для масштабування сигналу, а також врахування адитивного шуму операційного підсилювача  $\varepsilon_{op}(t)$ , що виникає в процесі посилення.

Для очищення сигналу від високочастотних завад і обмеження смуги частот використовується аналоговий фільтр, передавальна функція якого нехай буде позначатись як  $H_a(s)$ . Залежність між напругою на виході підсилювача та вихідною напругою фільтра в частотній області описується формулою:

$$U_o(s) = H_a(s)U_{TIA}(s) \quad (2.8)$$

Особливістю перетворення (2.8) є те, що воно визначає амплітудно-частотні характеристики тракту. Це дозволяє нам застосувати перетворення у часовій області:

$$u_o(t) = h_a(t) * u_{TIA}(t) \quad (2.9)$$

В (2.9) символ \* виконує операцію згортки вхідного сигналу з імпульсною характеристикою фільтра  $h_a(t)$ . Узагальнена модель аналогового тракту, отримана шляхом підстановки виразів для фотоструму та напруги підсилювача у рівняння фільтрації, описується формулою:

$$u_o(t) \approx -R_f h_a(t) * (R_\lambda k_s v(t) + i_d + \varepsilon_{sh}(t)) + h_a(t) * \varepsilon_{op}(t) \quad (2.10)$$

Ця формула (2.10) є підстановкою формул (2.6) та (2.7) у формулу (2.9). Особливістю цього перетворення є комплексне відображення процесу формування сигналу, де корисна складова, пропорційна концентрації пилу  $v(t)$ , та внутрішні шуми сенсора піддаються одночасному масштабуванню резистором  $R_f$  і часовому згладжуванню через згортку з імпульсною характеристикою  $h_a(t)$ . Формула (2.10) забезпечує умови для аналізу повного рівняння спостереження на вході АЦП, дозволяючи оцінити вплив кожного джерела завад на кінцевий аналоговий сигнал перед його дискретизацією.

Процес перетворення аналогової напруги в цифрові дані через певні інтервали часу  $T_s$  описується формулою:

$$y[n] = u_o(nT_s) + e_q[n] \quad (2.11)$$

Особливістю цього етапу (2.11) є те, що ми фіксуємо значення сигналу в конкретні моменти, при цьому неминуче додається шум квантування  $e_q[n]$  через обмежену точність АЦП. Для опису похибок оцифрування ми припускаємо, що шум квантування  $e_q[n]$  розподілений рівномірно в межах кроку квантування  $\Delta$  та описується такою формулою:

$$e_q[n] \sim \mathcal{U}\left(-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}\right), \quad \Delta = \frac{U_{FS}}{2^{N_b}} \quad (2.12)$$

Особливістю цього етапу (2.12) є розрахунок кроку  $\Delta$  через повну шкалу напруги  $U_{FS}$  та розрядність  $N_b$ , що дозволяє визначити математичну точність перетворення сигналу. Для лінійної моделі концентрації рівняння спостереження в дискретному вигляді буде виглядати ось так:

$$y[n] = Kv[n] + \eta[n] \quad (2.13)$$

Особливістю цієї моделі є коефіцієнт  $K$ , що об'єднує всі етапи підсилення (оптичне, електричне та цифрове), а також змінна  $\eta[n]$ , яка вбирає в себе абсолютно всі шуми системи.

Цифровий фільтр використовується для очищення сигналу від залишків шумів та згладжування випадкових стрибків значень. Формула цього FIR-фільтру буде:

$$J[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]y[n-k] \quad (2.14)$$

Щоб отримати стабільніший результат для подальшої обробки в цій формулі (2.14) використовується зважена суми попередніх відліків  $y[n-k]$  із коефіцієнтами  $h[k]$ . Програмний аналог низькочастотного фільтра, що дозволяє згладжувати різкі

коливання сигналу з мінімальними обчислювальними витратами буде працювати за такою формулою:

$$J[n] = \zeta y[n] + (1 - \zeta)J[n-1], \quad 0 < \zeta < 1 \quad (2.15)$$

У цьому рівнянні (2.15) новий відлік  $J[n]$  формується як комбінація поточного вимірювання  $y[n]$  та попереднього результату  $J[n-1]$ , де баланс між ними регулюється параметром  $\zeta$ . Класичним способом подавлення випадкових шумів шляхом обчислення середнього арифметичного значення сигналу за певний проміжок часу є використання такої залежності:

$$\bar{y}[n] = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} y[n-k] \quad (2.16)$$

Суть підходу (2.16) полягає в тому, що ми беремо останню групу з  $L$  відліків і замінюємо їх одним усередненим числом, що дозволяє значно «вирівняти» графік концентрації. Таку систему фактично можна назвати фільтром низьких частот.

Для визначення кількості частинок у кожному розмірному діапазоні використовується формула:

$$\hat{N}_k[n] = \zeta_k \cdot J_k[n] \cdot \hat{v}_k[n] = \hat{N}_k[n] \cdot \rho_k \cdot \frac{\pi \rho_k^3}{6V_s} \quad (2.17)$$

Рівняння (2.17) дозволяє перевести оброблений цифровий сигнал  $J_k[n]$  у реальну кількість зареєстрованих імпульсів. Коефіцієнт калібрування  $\zeta_k$  підбирається індивідуально для кожного каналу, щоб врахувати особливості детектування частинок різного розміру. Щоб дізнатися масу частинок у каналі, ми використовуємо їхній геометричний об'єм та щільність:

$$\hat{v}_k[n] = \hat{N}_k[n] \cdot \rho_k \cdot \frac{\pi p_k^3}{6V_s} \quad (2.18)$$

Вираз (2.18) описує перехід від простої кількості до масових одиниць. Тут ми враховуємо середній діаметр частинки  $p_k$ , її щільність  $\rho_k$  та об'єм повітря  $V_s$ , що пройшов крізь сенсор, фактично перетворюючи кількість «одиниць» у мікрограми на кубічний метр. Для отримання фінального показника, наприклад  $PM_{2.5}$ , виконується підсумовування за всіма відповідними каналами:

$$\hat{v}_{PM_{2.5}}[n] = \sum_{k \in \mathcal{K}_{PM_{2.5}}} \hat{v}_k[n] \quad (2.19)$$

Формула (2.19) об'єднує результати за окремими групами розмірів, які потрапляють у діапазон до 2.5 мкм. Для розрахунку загальної похибки ми розглядаємо всі шумові компоненти як незалежні величини:

$$\sigma_J^2 = \sigma_{sh}^2 + \sigma_{op}^2 + \sigma_q^2 + \sigma_{flow}^2 \quad (2.20)$$

Відношення (2.20) дозволяє обчислити повну потужність завад, що накопичуються від фотодіода до цифрового фільтра. Вона об'єднує дробовий шум, шуми підсилювача, помилки квантування АЦП та нестабільність повітряного потоку. Співвідношення сигнал/шум для конкретного рівня забруднення  $v_0$  визначається наступним чином:

$$\text{SNR}(v_0) = \frac{(\mathbb{E} \hat{v}_{PM_{2.5}} | v_0)^2}{\sigma_{\hat{v}}^2} \quad (2.21)$$

Рівняння (2.21) відображає якість корисного сигналу відносно рівня шумів при заданій концентрації пилу. Гранична чутливість приладу визначається через мінімально допустиме значення SNR:

$$\text{SNR}(v_{\min}) = \text{SNR}_{\text{req}} \quad (2.22)$$

Формула (2.22) допомагає встановити поріг  $v_{\min}$ , нижче якого вимірювання стають недостовірними через переважання шумів.

## 2.2 Методи калібрування та інверсне оцінювання концентрації

Для корекції систематичних похибок за допомогою зразкового приладу використовується лінійна залежність:

$$\hat{v}_{\text{ref}}[n] = a_0 + a_1 \hat{v}_{PM2.5}[n] + \varepsilon[n] \quad (2.23)$$

Цей вираз (2.23) показує нам зв'язок між початковими даними сенсора та фактичною концентрацією пилу. Коефіцієнти  $a_0$  та  $a_1$  дозволяють усунути зміщення нуля та масштабувати результат, щоб він відповідав реальним лабораторним стандартам. Оскільки на лазерне розсіяння впливає стан повітря, до моделі додаються показники температури та вологості:

$$\hat{v}_{\text{ref}}[n] = a_0 + a_1 \hat{v}_{PM2.5}[n] + a_2 T[n] + a_3 RH[n] + \varepsilon[n] \quad (2.24)$$

Завдяки математичній моделі (2.24) ми мінімізуємо вплив зовнішнього середовища на точність вимірювань, що особливо важливо для компенсації ефекту гігроскопічного росту частинок, який часто призводить до завищення показників при високій вологості. Для пошуку оптимальних коефіцієнтів калібрування задача розв'язується в матричній формі:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{y} - X\mathbf{a}\|_2^2 \quad (2.25)$$

Рівняння (2.25) описує процес знаходження таких значень параметрів, при яких розбіжність між моделлю та експериментальними даними буде мінімальною. У випадках, коли сенсор демонструє складну поведінку при високих концентраціях, застосовується поліноміальна модель:

$$\hat{v}_{ref}[n] = b_0 + b_1 \hat{v}_{PM2.5}[n] + b_2 \hat{v}_{PM2.5}^2[n] + \varepsilon[n] \quad (2.26)$$

Залежність (2.26) дозволяє більш точно описати відгук системи в широкому діапазоні забруднення повітря.

При накопиченні певної кількості вимірювань взаємозв'язок між входом і виходом системи записується так:

$$\mathbf{y} = K\mathbf{v} + \boldsymbol{\eta} \quad (2.27)$$

Вираз (2.27) дозволяє описати весь процес перетворення в матричному вигляді, де вектор  $\mathbf{y}$  містить наші вимірювання, а  $\mathbf{v}$  – невідомі реальні значення концентрації. За умови, що матриця коефіцієнтів має повний ранг, найбільш ймовірне значення концентрації обчислюється через псевдоінверсію:

$$\mathbf{v} = (K^T K)^{-1} K^T \mathbf{y} \quad (2.28)$$

Рівняння (2.28) дає нам оптимальну оцінку в сенсі мінімізації середньоквадратичної похибки. Коли вимірювання містять значні завади, для стабілізації розв'язку використовується метод регуляризації:

$$\mathbf{v}_\lambda = (K^T K + \lambda I)^{-1} K^T \mathbf{y} \quad (2.29)$$

Застосування підходу (2.29) дозволяє уникнути різких стрибків оцінки, що викликані шумом, шляхом введення параметру регуляризації  $\lambda$ .

Для оцінки стабільності системи до змін умов розсіювання використовується розрахунок чутливості за коефіцієнтом  $k_s$ :

$$\frac{\partial \hat{v}_{PM2.5}}{\partial k_s} = \frac{\partial \hat{v}_{PM2.5}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial k_s} \quad (2.30)$$

Математичний вираз (2.30) дозволяє кількісно визначити, наскільки сильно зміниться підсумковий результат при невеликих коливаннях оптичних властивостей частинок або забрудненні лінз. Оцінка впливу точності електронних компонентів на похибку вимірювання проводиться через аналіз малих відхилень:

$$\Delta \hat{v}_{PM2.5} \approx \frac{\partial \hat{v}_{PM2.5}}{\partial R_f} \Delta R_f \quad (2.31)$$

Завдяки співвідношенню (2.31) ми можемо оцінити внесок температурного дрейфу або допуску опору зворотного зв'язку  $R_f$  у сумарну похибку приладу. Оскільки масова концентрація залежить від об'єму проби, ми враховуємо динаміку витрати повітря  $Q(t)$ :

$$V_s = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} Q(t) dt \quad (2.32)$$

Рівняння (2.32) описує процес накопичення об'єму повітря  $V_s$  за інтервал вимірювання, що безпосередньо впливає на точність обчислення концентрації.

Для формалізації процесу прийняття рішень ми вводимо дві альтернативні гіпотези щодо стану середовища:

$$H_0 : v(t) < v_{\text{thr}}, \quad H_1 : v(t) \geq v_{\text{thr}} \quad (2.33)$$

Цей підхід (2.33) дозволяє розділити стан повітря на два класи: «чисто» ( $H_0$ ) та «забруднено» ( $H_1$ ), де межею виступає заданий поріг концентрації  $v_{\text{thr}}$ . Щоб мінімізувати вплив випадкових викидів, рішення приймається на основі тестової статистики, яка обчислюється як середнє значення за вікном вимірювань:

$$T = \frac{1}{L} \sum_{n=n_0}^{n_0+L-1} \hat{v}_{PM2.5}[n] \quad (2.34)$$

$$T \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \mathcal{G} \quad (2.35)$$

Залежність (2.34) описує процес накопичення даних для підвищення достовірності результату, а правило (2.35) визначає логіку спрацювання детектора. Якщо отримана статистика  $T$  перевищує поріг  $\mathcal{G}$ , система підтверджує факт забруднення, що дозволяє відфільтрувати короточасні завади, які не відображають реальну екологічну ситуацію. Для оцінки надійності роботи детектора використовуються імовірнісні характеристики помилок першого та другого роду:

$$P_{FA} = \mathbb{P}(T > \mathcal{G} | H_0), \quad P_M = \mathbb{P}(T \leq \mathcal{G} | H_1) \quad (2.36)$$

Вирази (2.36) показують нам ризики того, що система видасть помилковий сигнал про забруднення ( $P_{FA}$ ) або не помітить реальну небезпеку ( $P_M$ ). Розрахунок цих параметрів за нормального наближення дає змогу точно налаштувати поріг  $\mathcal{G}$

так, щоб прилад працював максимально коректно в конкретних умовах експлуатації.

### 2.3 Динамічна система детектора на базі осцилятора Дуффінга

Основна ідея полягає у використанні фазового переходу системи для індикації забруднення повітря. Вхідна концентрація пилу  $\nu(t)$  перетворюється сенсором у сигнал  $s(t)$ , який модулює гармонічну складову в нелінійному рівнянні. Детектування факту перевищення порогу  $\nu_{thr}$  відбувається за зміною стану системи: осцилятор переходить із хаотичного режиму в періодичний, що дозволяє ідентифікувати корисний сигнал навіть за умови інтенсивного неперіодичного шуму  $d(t)$ . Поведінка системи без зовнішнього впливу пилу описується класичним диференціальним рівнянням:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) = \mathcal{G} \cos(\omega t) \quad (2.37)$$

Рівняння (2.37) визначає динаміку осцилятора, де параметри згасання  $\xi$ , амплітуди  $\mathcal{G}$  та частоти  $\omega$  підбираються так, щоб система знаходилася в критичному стані на межі хаосу. Це забезпечує максимальну чутливість до найменших зовнішніх збурень, які можуть змінити режим коливань. Для реалізації функції детектора загальна модель доповнюється складовими від сенсора та випадковими завадами:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) = \mathcal{G} \cos(\omega t) + c s_p(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (2.38)$$

У виразі (2.38) сигнал від сенсора  $s_p(t)$  виступає як слабкий керуючий вплив, масштабований з коефіцієнтом  $c$ . Саме цей компонент змушує систему перейти в режим впорядкованих коливань, що є фізичним маркером виявлення пилу, тоді як

адитивний шум  $d(t)$  завдяки властивостям нелінійного резонансу має значно менший вплив на цей фазовий перехід.

Для опису роботи первинного перетворювача (наприклад, PMS7003) використовується залежність вихідного сигналу від миттєвої концентрації частинок  $\nu(t)$ :

$$s(t) = k_\nu \nu(t) + b_\nu + \varepsilon_s(t) \quad (2.39)$$

Вираз (2.39) відображає формування напруги або цифрового коду, де враховується чутливість  $k_\nu$ , постійне зміщення  $b_\nu$  та внутрішній шум  $\varepsilon_s(t)$ . З метою коректного введення сигналу в систему Дуффінга, ми переходимо до безрозмірного вигляду:

$$s_p(t) = \zeta(s(t) - b_\nu) \quad (2.40)$$

Після підстановки (2.39) в (2.40) отримуємо такий вираз:

$$s_p(t) = \zeta k_\nu \nu(t) + \zeta \varepsilon_s(t) \quad (2.41)$$

За допомогою перетворення (2.40) та отриманого результату (2.41) ми масштабуємо сигнал так, щоб його амплітуда залишалася значно меншою за одиницю. Фінальна модель осцилятора враховує сумарний вплив опорної гармоніки та інформаційного сигналу від сенсора:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) = (\mathcal{G} + c s_p(t)) \cos(\omega t) + d(t) \quad (2.42)$$

$$A(t) = \mathcal{G} + c s_p(t) \quad (2.43)$$

У рівнянні (2.42) ми бачимо, що сигнал від пилу фактично модулює амплітуду періодичних коливань. Поняття ефективної амплітуди (2.43) показує, що саме концентрація пилу стає тим вирішальним фактором, який змінює загальну енергію впливу  $A(t)$ , переводячи систему з хаотичного режиму в періодичний при досягненні критичного рівня.

Для опису динаміки осцилятора ми визначаємо вектор станів, де перша змінна відповідає зміщенню, а друга – швидкості руху системи:

$$x_1(t) = x(t), \quad x_2(t) = x'(t) \quad (2.44)$$

Визначення (2.44) є стандартним кроком у теорії керування, що дозволяє зобразити фізичний процес як рух точки у двовимірному фазовому просторі. Використовуючи введені змінні, ми перетворюємо вихідне рівняння (2.42) у систему двох взаємопов'язаних рівнянь першого порядку:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (2.45)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\xi x_2(t) + x_1(t) - x_1^3(t) + A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (2.46)$$

Ця математична форма (2.45) – (2.46) наочно демонструє, як зміна величини  $x_2(t)$  залежить від нелінійних властивостей системи, зовнішнього впливу  $A(t)$  та випадкового шуму  $d(t)$ . Для компактності та подальшого теоретичного аналізу ми запишемо систему в загальному векторно-матричному вигляді:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t, \nu(t)) + \mathbf{g}d(t) \quad (2.47)$$

Запис (2.47) дозволяє розглядати детектор як динамічний об'єкт, стан якого залежить від концентрації пилу  $\nu(t)$ , що входить до складу нелінійної функції  $\mathbf{f}$ .

Вектор  $\mathbf{g}$  показує, що зовнішній шум впливає безпосередньо на швидкість зміни режиму коливань системи.

Для опису зовнішніх завад ми розглядаємо шум  $d(t)$  як випадковий процес із нульовим середнім значенням:

$$\mathbb{E}d(t) = 0 \quad (2.48)$$

$$\mathbb{E}d(t)d(t + \tau) = R_d(\tau) \quad (2.49)$$

Умови (2.48) та (2.49) визначають статистичну стабільність шуму, де функція кореляції  $R_d$  описує, як швидко згасає зв'язок між значеннями перешкоди у часі. Однією з головних переваг такого методу є здатність хаотичної системи ігнорувати широкосмугові завади, не змінюючи свого глобального стану:

$$A \in [A_{\min^{(ch)}}, A_{\max^{(ch)}}] \Rightarrow \text{хаос } d(t) \quad (2.50)$$

Відповідно до умови (2.50), якщо ефективна амплітуда  $A$  перебуває в певних межах, динаміка залишається хаотичною навіть при дії шуму. На відміну від шуму, сигнал від пилу  $s_p(t)$  діє на тій самій частоті, що й задаючий вплив, безпосередньо змінюючи рівень  $A(t)$ . Зі зростанням концентрації пилу амплітуда (2.43) збільшується і виходить за межі хаотичної зони, що провокує перехід системи в режим стабільних періодичних коливань.

Для аналізу поведінки детектора ми розглядаємо сумарну амплітуду впливу  $A_0$ , яка залежить від поточного рівня запиленості:

$$A_0 = \mathcal{G} + c\zeta k_v v_0 \quad (2.51)$$

У виразі (2.51) величина  $A_0$  виступає як керуючий параметр, що визначає «робочу точку» системи. Ми підбираємо базову амплітуду  $\mathcal{G}$  таким чином, щоб за відсутності пилу система перебувала у режимі хаотичних коливань:

$$A_0^{(0)} = \mathcal{G} + c\zeta k_v v_{bg} \in [A_{ch}^{\min}, A_{ch}^{\max}] \quad (2.52)$$

Згідно з умовою (2.52), при фоновій концентрації  $v_{bg}$  детектор залишається в хаотичному режимі, ігноруючи дрібні флуктуації. Момент переходу системи в режим стабільних коливань дозволяє нам точно розрахувати мінімальну детектовану концентрацію:

$$\mathcal{G} + c\zeta k_v v_{thr} = A_{cr} \quad (2.53)$$

$$v_{thr} = \frac{A_{cr} - \mathcal{G}}{c\zeta k_v} \quad (2.54)$$

Формула (2.53) визначає точку рівноваги, а отриманий результат (2.54) дає значення порогу  $v_{thr}$ , при якому спрацює сповіщення про забруднення.

Для ідентифікації режиму роботи осцилятора ми можемо аналізувати амплітуду коливань, енергетичний спектр або статистичні показники динаміки. Ми фіксуємо стан системи через рівні інтервали часу, що відповідають періоду зовнішнього впливу:

$$x_k = x(t_k), \quad x_{k'} = x'(t_k) \quad (2.55)$$

Використання вибірки (2.55) дозволяє візуалізувати структуру руху: у хаотичному режимі точки утворюють складну фрактальну множину, тоді як при виявленні пилу вони зливаються в одну або кілька фіксованих точок. Для

кількісного визначення хаосу ми розраховуємо швидкість розбіжності траєкторій за час  $T$ :

$$\lambda_{\max} \approx \frac{1}{T} \ln \left( \frac{|\Delta \mathbf{x}(T)|}{|\Delta \mathbf{x}(0)|} \right) \quad (2.56)$$

Значення виразу (2.56) слугує головним маркером: якщо  $\lambda_{\max} > 0$ , система перебуває в хаосі (пил не виявлено), а від'ємне значення свідчить про перехід до періодичних коливань. Кінцевий результат роботи приладу формується у вигляді бінарного індикатора на основі стану системи:

$$\begin{cases} D = 0, \\ D = 1, \end{cases} \quad (2.57)$$

Логіка (2.57) перетворює складну нелінійну динаміку на зрозумілий цифровий сигнал, де одиниця означає успішне виявлення частинок.

#### 2.4 Аналіз ефективності та чутливості детектора

Для аналізу стійкості ми розділяємо зовнішній вплив на детерміновану частину  $F_{\text{det}}$ , що містить корисний сигнал, та випадкову перешкоду  $F_{\chi}$ :

$$F_{\text{det}}(t) = A(t) \cos(\omega t) F_{\chi}(t) = d(t) \quad (2.58)$$

Формула (2.58) дозволяє нам математично розмежувати вплив від пилового сенсора та побічних шумів середовища. Оскільки пиловий сигнал модулює амплітуду на тій самій частоті, що й основне періодичне коливання, він викликає систематичне зміщення ключового параметра  $A$ . На відміну від нього, випадковий шум  $d(t)$  не має строгої синхронності (когерентності) з фазою  $\cos(\omega t)$ , тому його

вплив на загальний режим системи є значно слабшим. При усередненні сигналу за один період ми розглядаємо дію детермінованої величини:

$$\bar{F}_{\text{det}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} A(t) \cos(\omega t) dt \quad (2.59)$$

$$\bar{F}_{\text{det}} \approx \frac{A_0}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega t) dt = 0 \quad (2.60)$$

Рівняння (2.59) показує процес накопичення енергії сигналу, а результат (2.60) підтверджує, що хоча середнє значення за період і дорівнює нулю, форма фазового простору все одно змінюється під впливом  $A_0$ . Для математичного опису надійності детектора ми розглядаємо шум як мале зовнішнє збурення:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, v_0) + \mathbf{g}d(t) \quad (2.61)$$

Вираз (2.61) демонструє стійкість системи: якщо основний режим (атрактор) є стабільним, то при невеликих значеннях шумів  $d(t)$  траєкторія руху не змінюється докорінно.

Для роботи детектора ми виділяємо два стани, що залежать від рівня концентрації частинок. Згідно з гіпотезою  $H_0$ , якщо рівень пилу нижчий від порогу, то система залишається в хаотичній області, а за гіпотезою  $H_1$  перевищення порогу переводить систему в періодичний режим. Для автоматизованого розпізнавання режиму обчислюємо максимальний показник Ляпунова на визначеному інтервалі спостереження:

$$T_\lambda = \hat{\lambda}_{\max} \quad (2.62)$$

$$T_{\lambda} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\leq}} 0 \quad (2.63)$$

Формула (2.62) задає основну метрику, а правило (2.63) дозволяє швидко визначити результат: якщо значення додатне, то фіксуємо чисте повітря, а якщо воно стає меншим за нуль то спрацьовує сигнал про забруднення. Альтернативним методом є аналіз розкиду точок у фазовому просторі, для чого розраховується їхня дисперсія:

$$T_P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\mathbf{J}_k - \bar{\mathbf{J}}|^2 \quad (2.64)$$

$$T_P \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \mathcal{G}_P \quad (2.65)$$

Рівняння (2.64) показує, як ми оцінюємо “близькість” точок у перерізі Пуанкаре, де для хаотичного режиму цей показник буде великим через розмитість атратора. Критерій (2.65) надає можливість порівняння отриманого значення з порогом  $\mathcal{G}_P$ , що дозволяє швидко виявити перехід до періодичного режиму, коли всі точки збираються у вузьких зонах, сигналізуючи про виявлення пилу.

Ефективність роботи пристрою визначається за статистичними показниками помилок першого та другого роду:

$$P_{FA} = \mathbb{P}(T > \mathcal{G}_T | H_0) \quad (2.66)$$

$$P_M = \mathbb{P}(T \leq \mathcal{G}_T | H_1) \quad (2.67)$$

Формули (2.66) та (2.67) дозволяють кількісно оцінити шанси на помилкове спрацювання детектора або пропуск реального забруднення. Вибір порогу  $\mathcal{G}_T$  був необхідний, щоб зробити систему максимально чутливою але і не допустити

додаткових проблем через зовнішні шуми. Коли концентрація пилу наближається до критичного значення  $\nu_{thr}$ , система може демонструвати перехідні режими, де хаотичні та періодичні фази чергуються між собою що формально відповідає суміші розподілів статистики  $T$ . Для гарантованої точності ми визначаємо діапазон концентрацій, у якому прилад працює найбільш стабільно:

$$[\nu_{min}, \nu_{max}] \quad (2.68)$$

Діапазон (2.68) обирається так, щоб параметр  $A_0$  знаходився далеко від меж переходу, забезпечуючи швидку та однозначну зміну режиму «хаос/періодичні коливання».

Для оцінки стабільності детектора ми досліджуємо, як зміна внутрішніх налаштувань впливає на момент спрацювання:

$$\frac{\partial \nu_{thr}}{\partial \mathcal{G}} = -\frac{1}{c\zeta k_v} \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial \nu_{thr}}{\partial c} = -\frac{A_{ch \rightarrow p} - \mathcal{G}}{c^2 \zeta k_v} \quad (2.70)$$

Розрахунки за формулами (2.69) та (2.70) показують, що поріг виявлення дуже чутливий до амплітуди  $\mathcal{G}$  та коефіцієнта зв'язку  $c$ . При одночасній зміні кількох характеристик системи сумарне відхилення порогу оцінюється через повний диференціал:

$$\Delta \nu_{thr} \approx \frac{\partial \nu_{thr}}{\partial c} \Delta c + \frac{\partial \nu_{thr}}{\partial \mathcal{G}} \Delta \mathcal{G} + \frac{\partial \nu_{thr}}{\partial k_v} \Delta k_v \quad (2.71)$$

Застосування виразу (2.71) дає нам змогу спрогнозувати похибку детектування, що виникає через старіння компонентів або температурний дрейф електроніки. Зв'язок між апаратною частиною та математичною моделлю чітко простежується через обернену залежність:

$$v_{\text{thr}} \propto \frac{1}{k_v} \quad (2.72)$$

Згідно із залежністю (2.72), підвищення чутливості лазерного сенсора  $k_v$  пропорційно знижує поріг виявлення  $v_{\text{thr}}$ , дозволяючи системі Дуффінга фіксувати надмалі концентрації пилу.

Процес обробки інформації в детекторі є послідовною трансформацією фізичної величини в динамічний стан системи, що розпочинається з концентрації  $v(t)$ , яка через лінійну модель сенсора перетворюється на сигнал  $s(t)$ , а після нормування та масштабування формує амплітуду  $A(t)$ . Ключовим етапом є інтегрування цього впливу в динаміку осцилятора Дуффінга:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) = A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (2.73)$$

Рівняння (2.73) описує основу детектора, де корисний сигнал і шум  $d(t)$  визначають траєкторію руху в системі першого порядку. Кінцевим результатом обчислень є отримання статистики, такої як показник Ляпунова або дисперсія в перерізі Пуанкаре, що дозволяє об'єктивно оцінити режим роботи системи. На виході моделі ми отримуємо бінарне рішення, яке базується на розпізнаванні поточного режиму (хаос або періодичні коливання). Якщо індикатор набуває значення  $D=1$ , це свідчить про перехід осцилятора в періодичний режим, що відповідає перевищенню концентрацією пилу встановленого порогу  $v_{\text{thr}}$ . Значення  $D=0$  вказує на домінування хаотичної динаміки, що інтерпретується як безпечний рівень чистоти повітря.

## 2.5 Висновки до другого розділу

У межах другого розділу було розроблено та детально описано комплексну математичну модель процесу детектування дрібнодисперсного пилу, яка інтегрує фізичні принципи лазерного розсіювання у внутрішню структуру нелінійного осцилятора Дуффінга. Побудований ланцюжок перетворень, від миттєвої концентрації частинок до формування ефективної амплітуди задаючого сигналу, дозволив формалізувати процес виявлення забруднень як задачу автоматичного розпізнавання поточного динамічного режиму системи.

Математично доведено, що використання показника Ляпунова та аналіз дисперсії в перерізі Пуанкаре як ключових індикаторів стану дозволяє чітко ідентифікувати момент перевищення порогової концентрації пилу через фазову зміну хаотичного атратора на періодичний граничний цикл. Проведений аналіз чутливості підтвердив унікальну завадостійкість запропонованого підходу до неперіодичних шумів, оскільки система реагує виключно на когерентне збурення на резонансній частоті. Це дає змогу суттєво знизити нижню межу виявлення твердих частинок порівняно з будь-якими лінійними методами обробки даних. Таким чином, розроблена модель може бути фундаментом для подальшої інженерної реалізації високоточних завадостійких систем моніторингу атмосферного повітря.

### 3 МЕТОД ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ НА ОСНОВІ МОДИФІКОВАНИХ СИСТЕМ ДУФФІНГА

3.1 Теоретичне обґрунтування та оптимізація нелінійної моделі осцилятора

Для підвищення гнучкості моделі ми модифікуємо базове рівняння, вводячи узагальнений нелінійний компонент  $f_{nl}(x)$ :

$$x''(t) + \xi x'(t) + f_{nl}(x(t)) = A(t)\cos(\omega t) + d(t) \quad (3.1)$$

Рівняння (3.1) описує динаміку осцилятора, де функція  $f_{nl}(x)$  показує довільну непарну поліноміальну нелінійність, що дозволяє моделювати ефекти зміни жорсткості системи. Ми розглядаємо структуру нелінійності у вигляді полінома, що містить лише непарні степені для збереження симетрії потенціалу:

$$f_{nl}(x) = -\zeta_1 x + \zeta_3 x^3 + \zeta_5 x^5 + \dots + \zeta_m x^m \quad (3.2)$$

У виразі (3.2) параметр  $m$  визначає максимальний степінь полінома, а коефіцієнти  $\zeta_k$  задають внесок кожної складової зовнішнього впливу.

Якщо нехтувати згасанням та шумом, динаміка системи визначається потенціалом  $W(x)$ :

$$f_{nl}(x) = \frac{dW}{dx} \quad (3.3)$$

Вираз (3.3) встановлює зв'язок між нелінійною силою та потенціальною функцією. Інтегруючи цю залежність, отримуємо узагальнений вигляд потенціалу:

$$W(x) = \int f_{nl}(x) dx = -\frac{\zeta_1}{2} x^2 + \frac{\zeta_3}{4} x^4 + \frac{\zeta_5}{6} x^6 + \dots + \frac{\zeta_m}{m+1} x^{m+1} \quad (3.4)$$

Рівняння (3.4) описує енергетичний “ландшафт” осцилятора, де кожна складова впливає на загальну форму кривої. Для виникнення бістабільності необхідна наявність двох мінімальних точок, розділених бар’єром. Класичний потенціал, що має таку форму, записується як:

$$W(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \quad (3.5)$$

Формула (3.5) описує базову конфігурацію з двома ямами. При додаванні членів вищих степенів стінки потенціалу стають крутішими, що збільшує локальну нелінійність і суттєво змінює чутливість системи до варіацій параметра  $A$ .

Для зв'язку вимірюваної величини з динамікою осцилятора ми використовуємо амплітуду задаючого сигналу, що модулюється сигналом сенсора:

$$A(t) = \mathcal{G} + c s_p(t) \quad (3.6)$$

У виразі (3.6) величина  $s_p(t)$  прямо пропорційна концентрації пилу. При повільній зміні зовнішніх умов ми можемо використовувати квазістаціонарне наближення для визначення середнього рівня впливу:

$$A_0 = \mathcal{G} + c k_v \zeta v_0 \quad (3.7)$$

Формула (3.7) описує робочу точку системи, яка зміщується залежно від поточної концентрації пилу  $v_0$ . Момент спрацювання детектора визначається досягненням критичного значення амплітуди, при якому відбувається зміна фазового стану системи:

$$v_{\text{thr}} = \frac{A_{cr} - \mathcal{G}}{\zeta k_v c} \quad (3.8)$$

Рівняння (3.8) дозволяє розрахувати поріг концентрації, необхідний для виходу з хаотичного режиму. Чутливість детектора до змін вмісту пилу в повітрі визначається як градієнт зміни критичного параметра:

$$L_v = \frac{\partial A_{cr}}{\partial v_0} = \zeta k_v c \quad (3.9)$$

Залежність (3.9) вказує на те, що ефективність виявлення залежить не лише від характеристик сенсора, а й від форми нелінійності моделі, яку ми оптимізуємо шляхом підбору степенів полінома.

Для порівняння ми використовуємо класичну модель з кубічним членом:

$$f_{\text{nl}}(x) = -x + x^3 \quad (3.10)$$

Вираз (85) описує добре вивчений хаотичний режим із чітко окресленими вікнами періодичності при зміні амплітуди  $A$ . Така базова нелінійність забезпечує регулярну структуру біфуркаційної діаграми та стабільну функцію порогу переходу, проте має лише помірну чутливість до слабких зовнішніх сигналів. З метою підвищення чутливості ми вводимо у рівняння додатковий квінтичний член:

$$f_{\text{nl}}(x) = -x + x^3 + \psi x^5 \quad (3.11)$$

Дана модифікація безпосередньо впливає на вигляд потенціальної функції системи:

$$W(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{\psi x^6}{6} \quad (3.12)$$

Формули (3.11) та (3.12) демонструють зміну сили та потенціалу, де навіть при малих значеннях  $\psi$  стінки потенціальних ям стають значно крутішими. Це посилює нелінійний відгук системи при середніх амплітудах і робить перехід з хаосу в періодичний режим різкішим, що дозволяє детектору швидше реагувати на зміну концентрації пилу. Подальше збільшення степеня полінома веде до домінування нелінійності при великих відхиленнях траєкторії:

$$f_{nl}(x) = -x + x^3 + \psi_5 x^5 + \psi_7 x^7 + \dots \quad (3.13)$$

Рівняння (3.13) показує структуру сили, що робить систему надмірно жорсткою для обчислень. Хоча це теоретично підвищує чутливість, практична реалізація ускладнюється через високе навантаження на процесор та необхідність зменшення кроку інтегрування. Крім того, старші степені роблять поріг виявлення нестабільним, оскільки біфуркаційна діаграма набуває надто нерегулярного характеру.

Для аналізу стабільності та чутливості системи біля мінімуму потенціалу при  $x = x_0$  ми розкладаємо функцію нелінійної сили в ряд Тейлора:

$$f_{nl}(x) \approx f_{nl}(x_0) + f'_{nl}(x_0)w + \frac{1}{2} f''_{nl}(x_0)w^2 + \dots \quad (3.14)$$

Вираз (3.14) описує поведінку системи при малих відхиленнях  $w(t)$ . Оскільки в точці мінімуму сила дорівнює нулю, визначальним параметром стає лінійний компонент, який задає ефективну жорсткість:

$$k_{\text{eff}} = f'_{nl}(x_0). \quad (3.15)$$

Формула (3.15) дозволяє оцінити крутизну потенціальної ями, що безпосередньо впливає на характер коливань осцилятора. У випадку кубічно-квінтичної моделі похідна функції сили, що визначає жорсткість, має наступний вигляд:

$$f'_{nl}(x) = -1 + 3x^2 + 5\psi x^4 \quad (3.16)$$

Рівняння (3.16) показує, як додаткові степені змінюють градієнт сили залежно від координати. Відповідно, значення жорсткості в точці рівноваги розраховується за залежністю:

$$k_{\text{eff}} = -1 + 3x_0^2 + 5\psi x_0^4 \quad (3.17)$$

З виразу (3.17) видно, що додавання квінтичного члена призводить до різкого зростання жорсткості. Це робить систему значно чутливішою до змін амплітуди  $A$ , оскільки форма коливань починає сильніше залежати від вхідного сигналу. При переході до ще вищих степенів швидкість зростання жорсткості стає критичною:

$$f'_{nl}(x) = -1 + 3x^2 + 5\psi_5 x^4 + 7\psi_7 x^6 + \dots \quad (3.18)$$

Формула (3.18) підтверджує, що хоча теоретична чутливість зростає, практичне використання таких моделей обмежене через надмірну вразливість системи до числових похибок та обчислювальних завад.

Для реалізації алгоритму необхідно виконувати обчислення вищих степенів змінної стану, що вимагає додаткових операцій множення: для  $x^3$  необхідно два множення, для  $x^5$  – ще два, а для  $x^7$  і вище кількість операцій зростає пропорційно. Хоча в математичному сенсі така складність є незначною, при використанні вбудованих мікроконтролерів це призводить до збільшення часу інтегрування,

обмеження частоти оновлення даних та зростання енергоспоживання пристрою. Високі степені нелінійності роблять праву частину диференційного рівняння дуже чутливою при великих амплітудах, що створює проблему числової жорсткості. Це вимагає застосування значно меншого кроку інтегрування  $h$  для запобігання накопиченню помилок, що автоматично збільшує кількість ітерацій на одиницю часу при використанні схем Ейлера чи Рунге-Кутта. При використанні жорсткої нелінійності спостерігається нестабільність порогу виявлення  $v_{thr}$ , оскільки мінімальні зміни параметрів згасання або початкових умов викликають значний зсув критичного параметра  $A_{cr}$ . Така поведінка обумовлена тим, що біфуркаційна діаграма набуває «рваного» вигляду з великою кількістю вузьких хаотичних вікон, де перехід між режимами може відбуватися неодноразово на дуже малому інтервалі зміни параметра.

Використання класичної кубічної моделі має ряд переваг, серед яких проста програмна реалізація, наявність добре вивчених умов виникнення хаосу та відносно гладка залежність порогової концентрації  $v_{thr}$  від параметрів системи. Основним недоліком такого підходу є недостатня чутливість детектора (низька крутість переходу між режимами), що може завадити реєстрації надзвичайно слабких сигналів від дрібнодисперсного пилу. Для досягнення балансу між точністю та обчислювальною складністю рекомендовано використовувати модифіковану функцію:

$$f_{nl}(x) = -x + x^3 + \psi x^5, \quad 0 < \psi \ll 1 \quad (3.19)$$

Рівняння (3.19) дозволяє помітно підвищити чутливість детектора за рахунок формування крутіших стінок потенціалу, при цьому обчислювальні витрати зростають несуттєво. Практична рекомендація полягає у виборі малого коефіцієнта  $\psi$  для забезпечення жорсткості системи:

$$0.01 \leq \psi \leq 0.1 \quad (3.20)$$

Згідно з виразом (3.20), такий підхід дозволяє налаштувати систему так, щоб у режимі чистого повітря вона залишалася стабільно хаотичною, а при досягненні порогу концентрації надійно переходила в періодичний режим. Хоча теоретично вищі степені обіцяють ще більшу чутливість, вони є небажаними для практичного застосування через значне підвищення числової жорсткості системи. Це робить поріг  $v_{thr}$  надмірно чутливим до дрібних флуктуацій параметрів або шуму, що погіршує відтворюваність результатів між різними екземплярами пристроїв. Для серійних детекторів рекомендується обмежуватися квінтичною домішкою або використовувати базову комбінацію  $x^3 + \psi x^5$ .

### 3.2 Метод інтеграції сенсора пилу в хаотичну систему

Суть запропонованого методу полягає у використанні серійного лазерного сенсора, який генерує вихідний сигнал  $s(t)$ , функціонально пов'язаний із поточною концентрацією дрібнодисперсних частинок  $v(t)$ . Отриманий сигнал не використовується для прямого порогового порівняння, а натомість з дуже малою амплітудою модулює гармонічний вплив у рівнянні кубічно-квінтичного осцилятора Дуффінга. За низького рівня запиленості динамічна система перебуває в хаотичному стані, проте при досягненні концентрацією значення  $v_{thr}$  відбувається якісна зміна режиму коливань на періодичний. Таким чином, процедура виявлення зводиться до моніторингу типу динаміки системи, де зафіксований перехід «хаос – періодичний режим» виступає надійним індикатором перевищення встановленого екологічного порогу.

Основним вхідним параметром для системи є миттєва масова концентрація дрібнодисперсних частинок у повітрі, яка позначається як  $v(t)$  і вимірюється у мікрограмах на метр кубічний. Цей показник характеризує рівень забруднення середовища і є базовим аргументом для подальших перетворень у детекторі. Для

опису сигналу, що надходить від сенсора у вигляді напруги або цифрового коду, використовується лінійна модель з урахуванням апаратної завади:

$$s(t) = k_v v(t) + b_v + \varepsilon_s(t) \quad (3.21)$$

Рівняння (3.21) визначає вихідний сигнал через коефіцієнт чутливості  $k_v$  та постійне зміщення  $b_v$ , додаючи при цьому компонент внутрішнього шуму вимірювання  $\varepsilon_s(t)$ . Для коректної взаємодії з нелінійним осцилятором необхідно забезпечити дуже малу амплітуду впливу, що досягається шляхом спеціального нормування:

$$s_p(t) = \zeta(s(t) - b_v) \quad (3.22)$$

Вираз (3.22) дозволяє усунути постійну складову та відмасштабувати сигнал за допомогою коефіцієнта  $\zeta$ . Якщо підставити модель сенсора у вираз для нормування, отримаємо кінцеву залежність інформаційного сигналу від концентрації та шуму:

$$s_p(t) = \zeta k_v v(t) + \zeta \varepsilon_s(t) \quad (3.23)$$

Формула (3.23) підтверджує, що нормований сигнал  $s_p(t)$  залишається пропорційним вмісту пилу, зберігаючи при цьому рівень впливу на систему в межах, необхідних для стабільної роботи в хаотичному режимі.

Для опису динаміки класичного осцилятора Дуффінга з кубічною нелінійністю використовується диференціальне рівняння другого порядку:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) = \mathcal{G} \cos(\omega t) \quad (3.24)$$

У виразі (3.24) параметри  $\xi$ ,  $\mathcal{G}$  та  $\omega$  визначають згасання, амплітуду та частоту зовнішнього впливу відповідно. Для підвищення чутливості системи до зовнішніх впливів ми вводимо у рівняння додатковий квінтичний член:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) + \psi x^5(t) = \mathcal{G} \cos(\omega t) \quad (3.25)$$

Рівняння (3.25) описує систему з більш крутими стінками потенціальних ям, що дозволяє значно посилити нелінійний відгук без критичної втрати стійкості робочого режиму. Інформаційний сигнал від сенсора пилу інтегрується в модель шляхом модуляції амплітуди гармонічного впливу та врахування адитивних завад:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) + \psi x^5(t) = (\mathcal{G} + cs_p(t)) \cos(\omega t) + d(t) \quad (3.26)$$

Формула (3.26) є ключовою моделлю детектора, де коефіцієнт  $c$  масштабує вплив пилового сигналу  $s_p(t)$ , а компонент  $d(t)$  описує випадкові атмосферні та електронні шуми. Такий підхід дозволяє використовувати динамічний перехід системи як індикатор зміни концентрації частинок. Для аналізу динаміки зручно ввести поняття ефективної амплітуди задаючого сигналу, яка акумулює в собі вплив базового рівня та інформаційного сигналу:

$$A(t) = \mathcal{G} + cs_p(t) \quad (3.27)$$

Використовуючи визначення (3.27), ми можемо переписати основне рівняння руху (3.26) у більш компактному вигляді:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) + \psi x^5(t) = A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (3.28)$$

Вираз (3.28) наочно демонструє, що сигнал від сенсора пилу безпосередньо керує амплітудним параметром нелінійного осцилятора. Якщо підставити модель нормованого сигналу сенсора у вираз для амплітуди, отримаємо розгорнуту залежність керуючого параметра від фізичних величин:

$$A(t) = \mathcal{G} + c\zeta k_v v(t) + c\zeta \varepsilon_s(t) \quad (3.29)$$

Формула (3.29) пов'язує миттєве значення концентрації пилу та шумів із динамічним станом системи. Оскільки концентрація частинок зазвичай змінюється значно повільніше, ніж період власних коливань системи, ми використовуємо квазістаціонарне наближення для визначення середнього рівня амплітуди:

$$A_0 = \mathcal{G} + c\zeta k_v v_0 \quad (3.30)$$

Рівняння (3.30) дозволяє розрахувати робочу точку осцилятора  $A_0$ , яка зміщується залежно від середньої концентрації пилу  $v_0$ , ініціюючи перехід системи з хаосу до періодичного режиму.

Для стабільних внутрішніх характеристик системи, таких як згасання, частота та нелінійність, існує строго визначена межа стійкості режиму – критичне значення амплітуди  $A_{cr}$ , при досягненні якого фазова траєкторія осцилятора трансформується з хаотичного атрактора в граничний цикл періодичних коливань. Момент спрацювання детектора відповідає ситуації, коли сумарний вплив базового сигналу та концентрації пилу збігається з точкою біфуркації:

$$A_0 = A_{cr} \quad (3.31)$$

Рівняння (3.31) встановлює фундаментальну умову детектування. Використовуючи раніше визначену залежність середньої амплітуди від концентрації, ми можемо записати баланс у точці переходу:

$$\mathcal{G} + c\zeta k_v v_{\text{thr}} = A_{cr} \quad (3.32)$$

Шляхом алгебраїчних перетворень виразу (3.32) отримуємо кінцеву формулу для розрахунку порогової концентрації пилу:

$$v_{\text{thr}} = \frac{A_{cr} - \mathcal{G}}{c\zeta k_v} \quad (3.33)$$

Згідно з результатом (3.33), поріг виявлення  $v_{\text{thr}}$  визначається як відношення надлишку критичного параметра над базовим зміщенням до сумарної чутливості вимірювального тракту. Це дозволяє гнучко налаштовувати чутливість пристрою, варіюючи параметри масштабування  $c$  та  $\zeta$ .

Для проведення числового моделювання та аналізу стійкості необхідно звести диференційне рівняння другого порядку до системи еквівалентних рівнянь першого порядку. Ми вводимо змінні стану, де перша координата відповідає положенню, а друга – швидкості осцилятора:

$$x_1(t) = x(t), \quad x_2(t) = x'(t) \quad (3.34)$$

Вираз (3.34) дозволяє розділити складну динаміку на два взаємопов'язані потоки. Відповідно до цього, базова модель (3.28) трансформується у систему рівнянь:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (3.35)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\xi x_2(t) + x_1(t) - x_1^3(t) - \psi x_1^5(t) + A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (3.36)$$

Рівняння (3.35) та (3.36) описують еволюцію фазових координат системи у часі з урахуванням усіх нелінійних членів та зовнішнього збурення. Для компактності та зручності використання матричних методів аналізу ми зображаємо систему у векторній формі:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t, \nu(t)) + \mathbf{g}d(t) \quad (3.37)$$

У формулі (3.37) вектор стану  $\mathbf{x}(t)$  об'єднує координату та швидкість, а вектор-функція  $\mathbf{f}$  задає детерміновану частину динаміки, що залежить від поточної концентрації пилу через параметр  $A(t)$ . Матриця  $\mathbf{g}$  визначає спосіб входження шуму  $d(t)$  у систему, що дозволяє досліджувати вплив зовнішніх завад на стабільність траєкторії.

### 3.3 Алгоритми розпізнавання режимів та критерії детектування

Для аналізу динаміки ми фіксуємо стан системи через рівні проміжки часу, що відповідають періоду зовнішнього впливу:

$$t_k = t_0 + kT, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.38)$$

У моменти (3.38) ми отримуємо дискретну послідовність точок фазового простору, які утворюють переріз Пуанкаре:

$$x_k = x(t_k), \quad x'_k = x'(t_k) \quad (3.39)$$

Точки (3.39) дозволяють чітко розрізнити режими: хаотичний рух формує складний фрактальний атрактор, тоді як періодичний вироджується у скінченну

кількість точок. Для кількісної оцінки ми вводимо дисперсійну метрику, яка розраховує розсіювання точок відносно їхнього середнього значення:

$$T_p = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\mathbf{J}_k - \bar{\mathbf{J}}|^2 \quad (3.40)$$

Високе значення показника (3.40) свідчить про наявність хаосу, тоді як його різке падіння сигналізує про перехід до періодичних коливань під впливом пилу. Більш фундаментальним критерієм є швидкість розходження близьких траєкторій, що оцінюється через максимальний показник Ляпунова:

$$\lambda_{\max} \approx \frac{1}{T_{\text{obs}}} \ln \left( \frac{|\Delta \mathbf{x}(T_{\text{obs}})|}{|\Delta \mathbf{x}(0)|} \right) \quad (3.41)$$

Згідно з виразом (3.41), додатне значення  $\lambda_{\max}$  однозначно ідентифікує хаотичний режим, тоді як від'ємне або нульове значення вказує на стабільні періодичні коливання.

Процес детектування зводиться до перевірки двох статистичних гіпотез щодо поточного стану середовища. Гіпотеза  $H_0$  відповідає безпечній концентрації пилу, при якій осцилятор зберігає хаотичну динаміку, тоді як альтернативна гіпотеза  $H_1$  свідчить про перевищення порогу  $v_{\text{thr}}$  та перехід системи до періодичних коливань. Для прийняття рішення використовується порівняння розрахованих індикаторів із заданими критичними значеннями. При використанні індикатора на основі перерізу Пуанкаре перевірка виконується за наступною умовою:

$$T_p \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \mathcal{G}_p \quad (3.42)$$

Вираз (3.42) дозволяє розрізнити режими за рівнем дисперсії точок у перерізі. Аналогічно, ідентифікація режиму коливань системи можлива через перевірку знаку оціненого показника Ляпунова:

$$T_\lambda = \hat{\lambda}_{\max} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\leq}} 0 \quad (3.43)$$

Формула (3.43) дає змогу виявити перехід у періодичний режим, враховуючи невеликий від'ємний поріг для компенсації обчислювальних похибок. Кінцевим результатом роботи алгоритму є формування бінарного сигналу  $D$ , який вказує на стан чистоти повітря:

$$\begin{cases} D = 0, \\ D = 1, \end{cases} \quad (3.44)$$

Вираз (3.44) описує логіку роботи індикатора, де нульове значення відповідає нормі, а одиничне – спрацюванню тривоги при виявленні забруднення.

У моделі детектора шум  $d(t)$  є неперіодичним широкосмуговим процесом, що діє безпосередньо на праву частину диференційного рівняння. Оскільки хаотичний режим зумовлений власною детермінованою нелінійністю системи, а перехід керований параметром  $A$ , такий шум лише «розмиває» фазову траєкторію в околі атрактора, не змінюючи при цьому фундаментальний стан системи. Для забезпечення надійності виявлення робочі точки обираються так, щоб амплітуда шуму не могла спричинити хибний перехід між режимами. Якщо амплітуда  $d(t)$  залишається малою, а середня амплітуда  $A_0$  знаходиться всередині стійкої зони, то хаотичний атрактор і періодичний граничний цикл зберігають свою топологічну структуру. Це дозволяє тестовим статистикам, таким як дисперсійна метрика та показник Ляпунова, залишатися чітко розведеними для гіпотез  $H_0$  та  $H_1$ , що робить систему робастною до атмосферних та електронних завад.

Використання модифікованого рівняння дозволяє значно посилити нелінійний відгук системи на зовнішній сигнал за рахунок квінтичного члена:

$$x'' + \xi x' - x + x^3 + \psi x^5 = A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (3.45)$$

Рівняння (3.45) демонструє, що додавання компонента  $+\psi x^5$  збільшує нелінійність при середніх амплітудах, роблячи перехід між режимами більш різким. Формально таку чутливість за параметром можна подати як швидкість зміни режиму динаміки при варіації амплітуди:

$$L_A = \frac{\partial X}{\partial A} \quad (3.46)$$

Вираз (3.46) підтверджує, що кубічно-квінтичний потенціал дозволяє системі швидше реагувати на зміну концентрації пилу, ніж класична модель. З погляду практичної реалізації, степінь 5 є оптимальним рішенням, оскільки обчислення  $x^3$  та  $x^5$  вимагають лише кількох додаткових операцій множення. Це дозволяє уникнути критичної числової жорсткості, притаманної моделям зі степенями  $x^7$  або  $x^9$ , зберігаючи стабільність порогового значення  $v_{\text{thr}}$ . Таким чином, кубічно-квінтична модель є хорошим компромісом між чутливістю детектора та обчислювальною потужністю мікроконтролера.

### 3.4 Реалізація алгоритму виявлення пилу в реальному часі

На першому етапі здійснюється періодичне зчитування даних із пилового сенсора  $s(t)$ , з яких віднімається апаратне зміщення  $b_v$  для отримання чистого сигналу. Далі виконується нормування за формулою (3.23), що дозволяє розрахувати миттєве значення амплітуди  $A(t)$  згідно з виразом (3.29) для кожного кроку обчислень. Оновлений параметр  $A(t)$  підставляється в систему, що

описується виразами (3.35) – (3.36), та інтегрується методом Рунге-Кутта з урахуванням випадкового шуму  $d(t)$ . У процесі розрахунку через кожен період зовнішнього впливу фіксуються точки перерізу Пуанкаре (3.39), які накопичуються в масиві для подальшого статистичного аналізу. На основі зібраних даних обчислюється дисперсійна метрика  $T_p$  за формулою (3.40) або показник Ляпунова згідно з виразом (3.41). Отримане значення порівнюється з критичним порогом, після чого система видає бінарний результат  $D$  за правилом (3.44), що сигналізує про стан забруднення повітря. Завершальним етапом є калібрування, де за залежністю (3.33) встановлюється точна відповідність між режимом коливань та фізичною концентрацією пилу.

Фазові траєкторії розробленої моделі зображені на рисунку 3.1.

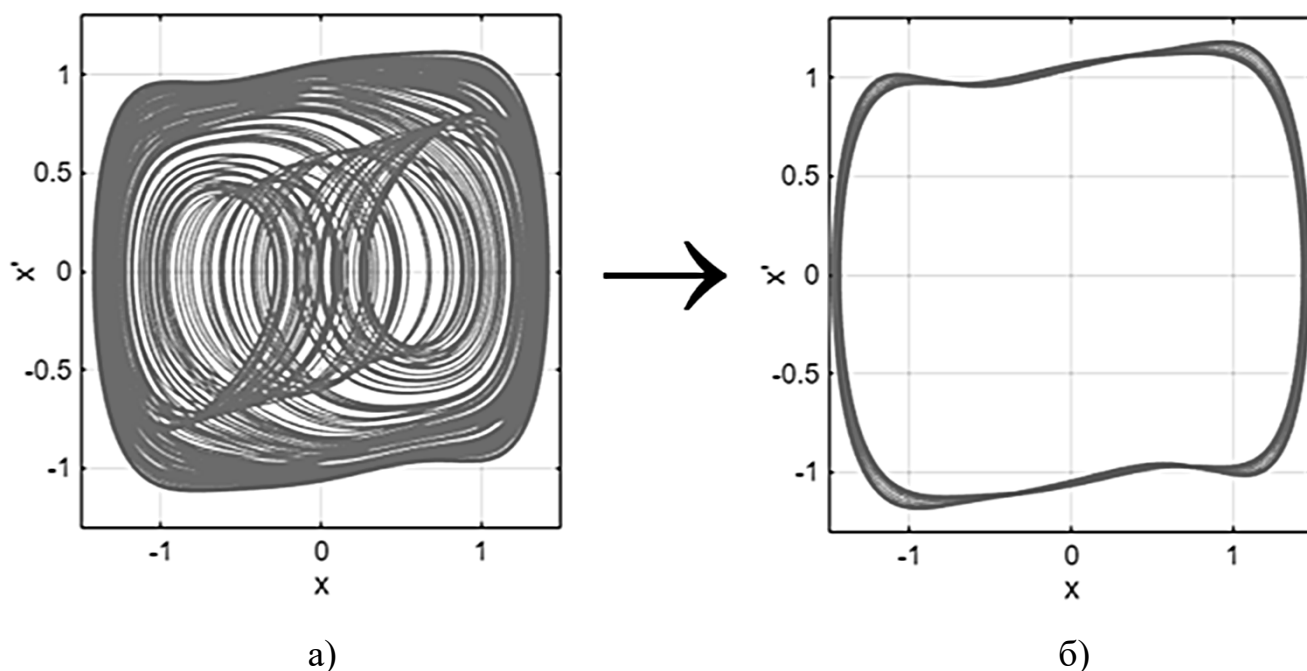


Рисунок 3.1 – Фазовий портрет модифікованої системи Дуффінга: а) хаотичний режим; б) періодичний режим

На рисунку 3.1 зображено порівняння динаміки модифікованої системи Дуффінга, де на графіку (а) зображено складний хаотичний атрактор із заплутаними траєкторіями, а на графіку (б) – перехід до регулярного періодичного

граничного циклу. Відповідні осцилограми сигналів модифікованої системи Дуффінга зображені у додатку А на рисунках А.1 та А.2.

### 3.5 Висновки до третього розділу

У третьому розділі було проведено комплексне обґрунтування методу детектування пилу на основі модифікованої системи Дуффінга з кубічно-квінтичною нелінійністю. Ключова ідея підходу полягає у відмові від прямого аналізу амплітуди вихідного сигналу сенсора на користь моніторингу фазових переходів між хаотичним та періодичним режимами коливань. Завдяки впровадженню квінтичного члена у функцію нелінійного компоненту вдалося досягти хорошого балансу між чутливістю системи до слабких зовнішніх сигналів та її обчислювальною стабільністю на мікроконтролерних пристроях.

Аналітична оцінка через параметр ефективної жорсткості підтвердила, що вищі степені нелінійності значно посилюють відгук системи на зміну концентрації частинок, проте вимагають жорсткого контролю числової похибки. Запропонована модель модуляції амплітуди задаючих коливань дозволяє трансформувати вхідний сигнал від недорогого лазерного сенсора у якісну ознаку динамічного стану, що робить детектор стійким до широкосмугових неперіодичних шумів. Кінцевий алгоритм, що базується на аналізі перерізів Пуанкаре та розрахунку показників Ляпунова, забезпечує надійне формування бінарного рішення про перевищення екологічного порогу в реальному часі. Таким чином, розроблений математичний апарат створює фундамент для побудови робастних систем моніторингу повітря, здатних ефективно функціонувати в умовах інтенсивних завад без втрати точності виявлення пилу.

..

## 4 АРХІТЕКТУРА СИСТЕМИ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ДРІБНО-ДИСПЕРСНОГО ПИЛУ В ПОВІТРІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ХАОТИЧНИХ ДЕТЕКТОРІВ

### 4.1 Загальний опис архітектури та базова модель

Архітектура базується на використанні автономних хаотичних систем, кожна з яких здійснює локальний прийом вимірювань від сенсора пилу та виконує перетворення сигналу. Нормоване значення  $s_p(t)$  подається на цифровий осцилятор, динаміка якого описується модифікованим рівнянням:

$$x'' + \xi x' - x + x^3 + \psi x^5 = A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (4.1)$$

Згідно з виразом (4.1), локальний обчислювальний пристрій аналізує поточний режим коливань (хаос або періодичні коливання), передаючи в мережу IoT лише фінальний результат детектування. Такий підхід у складі масиву забезпечує високу надлишковість, просторову фільтрацію шумів та енергоефективність за рахунок відмови від передачі великих обсягів необроблених даних.

Архітектура базується на ієрархічній моделі, яка забезпечує повний цикл обробки даних – від реєстрації фізичних частинок до інтелектуального прогнозування стану атмосфери. Фундаментом системи виступає фізичний рівень, де високоточні лазерні сенсори пилу моделей PMS7003, SPS30 або HPMA115S0 працюють у поєднанні з програмно реалізованим модулем системи Дуффінга для первинного перетворення аналогових величин. Далі розташовується Edge-рівень, реалізований потужними мікроконтролерами, які виконують ресурсоємні операції числового інтегрування та в реальному часі ідентифікують переходи між хаосом і періодичністю. Наступний, IoT-рівень зв'язку, відповідає за надійну передачу стиснутих результатів виявлення через енергоефективні бездротові мережі (LoRaWAN, NB-IoT або локальні BLE Mesh структури). Отримані дані надходять

на Fog-рівень, де локальні шлюзи та сервери виконують агрегацію потоків від масивів детекторів, здійснюючи первинну просторову фільтрацію та усуваючи аномальні викиди. Замикає ієрархію хмарний рівень, що становить потужну обчислювальну базу для довготривалого зберігання великих масивів даних, побудови складних просторово-часових карт забруднення та використання алгоритмів машинного навчання для завдань екологічного прогнозування.

Функціонування системи у реальному часі базується на безперервному циклі обробки даних, що починається з вимірювання концентрації часток сенсором для отримання первинного сигналу  $s(t)$ . Отримані дані проходять етап цифрового нормування для формування сигналу  $s_p(t)$ , який використовується для динамічного оновлення параметра амплітуди задаючого сигналу за формулою:

$$A(t) = \mathcal{G} + cs_p(t) \quad (4.2)$$

Параметр  $A(t)$  з виразу (4.2) безперервно подається на вхід обчислювального модуля, де здійснюється числове інтегрування системи Дуффінга та паралельне збирання точок перерізу Пуанкаре. На основі накопичених даних розраховується статистика дисперсії  $T_p$ , що дозволяє прийняти локальне бінарне рішення  $D$  про поточний динамічний стан середовища. Після локальної обробки сформований пакет даних передається у мережу IoT для подальшої агрегації на вищих рівнях архітектури. На Fog-рівні здійснюється просторова обробка даних від декількох вузлів для реконструкції динамічної карти забруднення  $v(x, y, t)$ , а хмарні сервіси завершують цикл, виконуючи прогнозування екологічної ситуації. Такий розподілений підхід дозволяє перетворити потік вимірювань на змістовну аналітичну модель стану атмосферного повітря без затримок у часі.

Запропонована архітектура поєднує в собі фундаментальні фізичні принципи нелінійної динаміки з сучасними інженерними підходами в галузі IoT. Такий синергетичний ефект дозволяє виділити три основні групи переваг: фізичні, інженерні та аналітичні.

Фізичні переваги полягають у тому, що використання хаотичного детектора забезпечує екстремально високу чутливість до слабких пилових сигналів, які зазвичай губляться в шумах при стандартних методах вимірювання. Хаотична система володіє природною робастністю до зовнішніх завад, оскільки здатна ефективно фільтрувати неперіодичні збурення, а чіткий біфуркаційний перехід хаос – періодичні коливання дозволяє отримувати надійний бінарний відгук про стан середовища.

Інженерні переваги виникають завдяки можливостям розподіленої структури, при якій система легко масштабується до тисяч незалежних вузлів, що дозволяє створювати мережі моніторингу будь-якої складності. Суттєвою перевагою є низьке енергоспоживання, оскільки на вищі рівні передається лише стисле “резюме” у формі бінарного рішення або статистики, а не повні необроблені часові ряди вимірювань, що критично важливо для автономних пристроїв.

Крім того, система характеризується аналітичними перевагами, які полягають у накопиченні структурованих даних у хмарі, що створює базу для побудови повноцінних ML-моделей забруднення, здатних враховувати довгострокові тренди. Крім того, архітектура дозволяє легко інтегрувати отримані результати з метеорологічними даними та складними моделями розсіювання частинок, що значно підвищує точність прогнозування екологічних ризиків.

На рисунку 4.1 зображено архітектуру розробленого модуля детектування пилу на основі модифікованого осцилятора Дуффінга.



Рисунок 4.1 – Модуль виявлення дрібнодисперсного пилу на основі одного модифікованого осцилятора Дуффінга

Вхідні дані з сенсора та гармонічне збурення  $F \cos(\omega t)$  обробляються кубічно-квінтичним осцилятором Дуффінга. Основна ідея полягає у використанні методу перетинів Пуанкаре для аналізу динамічного відгуку системи та подальшого прийняття рішення про концентрацію часток у середовищі.

На рисунку 4.2 зображено вдосконалений модуль виявлення пилу, в якому використовуються два з'єднані модифіковані осцилятори Дуффінга, що працюють паралельно для підвищення точності аналізу.

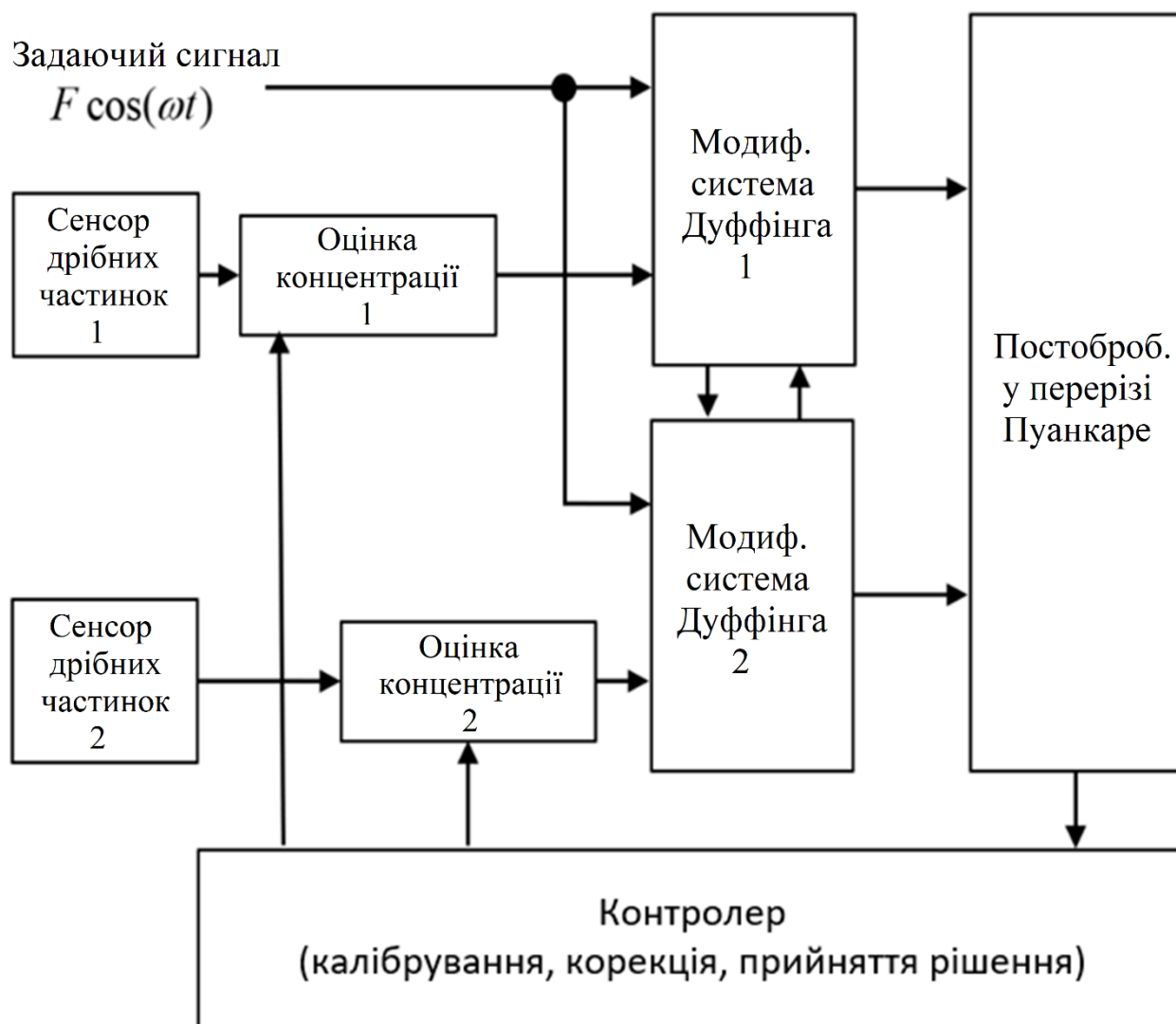


Рисунок 4.2 – Модуль виявлення дрібного пилу на основі двох з'єднаних кубічно-квінтичних осциляторів Дуффінга

Ключовою особливістю тут є наявність контролера для калібрування та корекції, який інтегрує дані з обох каналів та формує остаточне рішення на основі результатів постобробки. Такий підхід дозволяє значно знизити похибку вимірювань за рахунок взаємної компенсації шумів у двох чутливих елементах.

На рисунку 4.3 зображено імітаційну модель у веб-додатку Simulink Online, яка дозволяє дослідити поведінку хаотичного детектора при наявності значних зовнішніх завад.

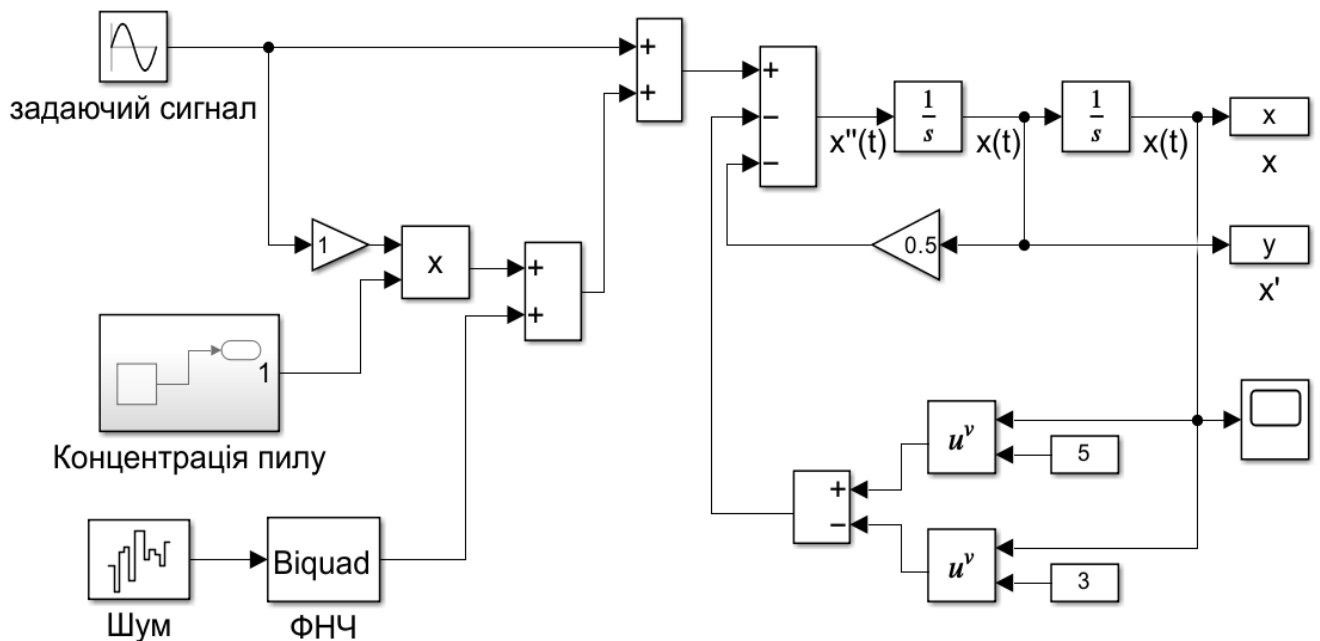


Рисунок 4.3 – Імітаційна модель модуля виявлення дрібнодисперсного пилу на основі хаотичного осцилятора із врахуванням вхідного шуму, обмеженого діапазоном частот ( $0 \leq f \leq 5\omega/\pi$ )

Схема містить блоки для генерування основного задаючого сигналу, корисного сигналу концентрації, що модулює сигнал несучої частоти, та випадкового шуму, який проходить через фільтр низьких частот для обмеження частотного діапазону. Основне обчислювальне ядро моделі реалізовано як два послідовні блоки інтегрування з системою зворотних зв'язків, які відтворюють нелінійні компоненти через піднесення сигналу до третього та п'ятого степенів.

На рисунку 4.4 зображено ієрархічну архітектуру автоматизованої системи моніторингу дрібнодисперсного пилу.

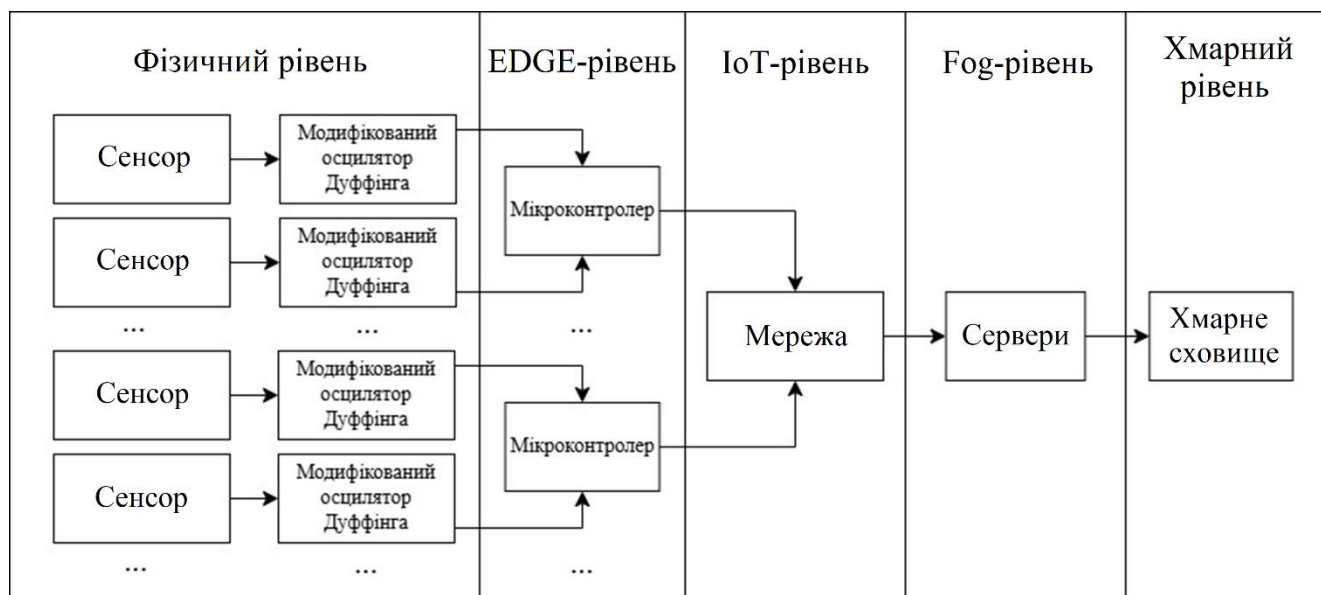


Рисунок 4.4 – Структурна схема ієрархічної архітектури автоматизованої системи моніторингу дрібнодисперсного пилу

На фізичному рівні сигнали від сенсорів обробляються модифікованим осцилятором Дуффінга для первинного перетворення аналогових величин. На EDGE- та ІоТ-рівнях здійснюється локальна обробка даних мікроконтролерами та їх передача мережею зв'язку. Подальша агрегація, зберігання та аналітична обробка даних виконується на Fog- та хмарному рівнях.

## 4.2 Апаратна реалізація та Edge-обробка

Фундаментальною одиницею фізичного рівня є автономний хаотичний детектор, побудований на базі вимірювальних модулів типу Plantower PMS7003, PMSA003, Sensirion SPS30 або Honeywell HPMA115S0. Такі сенсори генерують дані про концентрацію фракцій  $PM_{1.0}$ ,  $PM_{2.5}$ ,  $PM_{10}$ , а також надають інформацію про розподіл частинок за каналами та їх загальну кількість. Отриманий сигнал  $s(t)$  проходить через блок нормування, де виконується цифрова фільтрація,

компенсація впливу навколишнього середовища та приведення до робочого діапазону:

$$s_p(t) = \zeta(s(t) - b_v) \quad (4.3)$$

Формула (4.3) забезпечує підготовку сигналу для подачі в хаотичну систему Дуффінга, що реалізована як цифрова модель диференційного рівняння на edge-мікроконтролері. Динаміка системи описується рівнянням, де амплітуда задаючої сили  $A(t)$  безпосередньо модулюється пилоvim сигналом:

$$x''(t) + \xi x'(t) - x(t) + x^3(t) + \psi x^5(t) = A(t) \cos(\omega t) + d(t) \quad (4.4)$$

Згідно з виразом (4.4), де  $A(t) = \mathcal{G} + c s_p(t)$ , локальний аналізатор визначає стан системи за допомогою методу перерізів Пуанкаре (додаток Б, рисунки Б.1 та Б.2), формуючи бінарний індикатор  $D$  (де 0 відповідає хаосу, а 1 – періодиці). На кінцевому етапі модуль формування даних створює структурований пакет, що включає часову мітку, координати, статус детектування та показники концентрації, після чого інформація передається через модуль зв'язку. Для підвищення точності моніторингу окремі вузли об'єднуються в НАQ-матрицю розмірністю від  $5 \times 5$  до  $20 \times 20$  одиниць. Така структура забезпечує високу просторову надлишковість, що дозволяє ефективно фільтрувати помилкові спрацьовування окремих сенсорів та детектувати локальні сплески забруднення. Використання масиву дає можливість реконструювати детальні карти розподілу пилу в реальному часі, значно покращуючи роздільну здатність системи порівняно з поодинокими станціями моніторингу.

На рівні периферійних обчислювачів, таких як мікроконтролери ESP32, STM32 або nRF52, реалізовано алгоритм числового розв'язання рівнянь динамічної системи. Для забезпечення високої точності при помірних витратах ресурсів застосовуються методи Рунге-Кутта 4/5 або Дормана-Принса з фіксованим кроком

інтегрування  $h$  у діапазоні 0.0005-0.002 сек. Важливою перевагою обраної моделі є те, що обчислення нелінійних членів  $x^3$  та  $x^5$  не створює критичного навантаження на процесор, дозволяючи виконувати всі розрахунки в реальному часі. Для ідентифікації поточного стану системи вузол використовує набір аналітичних метрик, серед яких ключовими є дисперсія точок у перерізі Пуанкаре  $T_p$  та оцінка максимального показника Ляпунова  $\hat{\lambda}_{\max}$ . Додатково можуть аналізуватися індекси спектральної концентрації та регулярності періоду для уточнення динамічного профілю об'єкта. На основі отриманих даних формується кінцеве рішення  $D$ : значення 0 сигналізує про хаотичний режим (концентрація пилу в межах норми), а значення 1 вказує на перехід до періодичного режиму, що свідчить про перевищення екологічного порогу. Для мінімізації помилкових спрацювань на рівні Edge-вузлів реалізовано механізм взаємодії за протоколом Gossip. Кожен детектор обмінюється значенням бінарного індикатора  $D$  із найближчими сусідами, що дозволяє обчислювати локальну ймовірність тривоги безпосередньо в масиві. Таке спільне прийняття рішень забезпечує ефективно згладжування випадкових викидів і суттєво підвищує загальну надійність всієї системи моніторингу.

### 4.3 Комунікації та мережева інфраструктура

Для забезпечення надійного передавання даних у різних сценаріях експлуатації система підтримує кілька типів мережевих протоколів. Для зовнішніх станцій моніторингу на великих відстанях (до 10–15 км) використовується LoRaWAN, який характеризується малим обсягом переданих пакетів та низьким енергоспоживанням. У міському середовищі пріоритет надається технологіям NB-IoT та LTE-Cat-M1, що забезпечують високу стабільність зв'язку з показником SLA на рівні 99% для муніципальних потреб. Для моніторингу всередині приміщень, складів або кампусів архітектура передбачає використання протоколів Wi-Fi, Thread або BLE Mesh. З метою мінімізації трафіку та забезпечення цілісності

інформації розроблено стандартизований транспортний пакет даних. Він містить ідентифікатор вузла (`node_id`), бінарне рішення  $D$ , рівень впевненості детектора (`confidence`) та порівняльні значення необроблених (`PM_raw`) і відфільтрованих (`PM_filt`) показників концентрації. Пакет також включає внутрішній стан системи Дуффінга, ознаки фазового портрета, метеорологічні дані (температура, вологість), часову мітку та контрольну суму CRC для перевірки коректності отриманих даних.

Fog-вузол виступає центральним елементом локальної мережі, що забезпечує прийом даних від десятків або сотень розподілених детекторів одночасно. Отримана інформація впорядковується у черги за протоколами MQTT або AMQP, що дозволяє проводити первинну агрегацію потоків без значних затримок у часі. Такий підхід розвантажує хмарні сервери та гарантує стабільність обробки інформації безпосередньо поблизу джерел вимірювань. На рівні шлюзу реалізуються складні алгоритми для побудови динамічної моделі розподілу часток  $\nu(x, y, t)$  у межах конкретної зони моніторингу. Для цього використовуються такі математичні інструменти, як крігінг (Kriging), гаусові процеси (Gaussian Processes), анізотропні моделі та методи графового згладжування (GCNs). Завдяки цьому Fog-вузол формує візуальну карту забруднення локальної території, заповнюючи прогалини між фізичними точками розташування сенсорів. Локальний сервер виконує інтелектуальну класифікацію сплесків концентрації, ідентифікуючи природу забруднень та відсікаючи випадкові завади. Система аналізує нехарактерні переходи між хаосом та періодичним режимом у системі Дуффінга, здійснюючи крос-валідацію подій за даними від сусідніх вузлів. Таке багатоточкове підтвердження дозволяє значно знизити рівень хибних тривог і підвищити надійність системи детектування в межах локального сегмента мережі.

#### 4.4 Інтелектуальний аналіз та масштабування

Верхній рівень архітектури призначений для надійного накопичення великих масивів інформації, що надходять від розподіленої мережі детекторів. Для цього

використовуються спеціалізовані бази даних часових рядів, такі як InfluxDB або TimescaleDB, у поєднанні з NoSQL-рішеннями та хмарними сховищами AWS S3 або Google Cloud Storage. Збережена структура містить не лише прямі показники концентрації РМ, а й динамічні характеристики системи Дуффінга, включаючи бінарний індикатор  $D$ , значення  $T_p$ , показник Ляпунова  $\hat{\lambda}_{\max}$  та точну геолокацію кожного вузла. Обчислювальні потужності хмарного рівня дозволяють виконувати довгострокове моделювання якості повітря та прогнозування трендів забруднення за допомогою нейромережових архітектур LSTM або Transformer. Важливою функцією є автоматична компенсація дрейфу сенсорів та система дистанційного recalібрування. На основі глобального аналізу хмара розраховує оновлені параметри  $\vartheta$ ,  $\psi$ ,  $c$  та  $\xi$  для числового інтегратора, після чого відправляє їх назад на edge-вузли для адаптації системи до змін навколишнього середовища. Для взаємодії з міською інфраструктурою та іншими інформаційними сервісами реалізовано набір сучасних програмних інтерфейсів API, включаючи REST, GraphQL та OPC-UA. Це забезпечує безперешкодну інтеграцію даних у муніципальні панелі керування (dashboards) та дозволяє реалізувати системи миттєвих push-сповіщень для населення у разі критичного погіршення якості повітря. Такий підхід перетворює масив хаотичних детекторів на повноцінний елемент екосистеми "розумного міста", здатної оперативно реагувати на екологічні виклики.

Для реалізації високої просторової точності моніторингу можна використовувати конфігурацію масиву, що складається зі 100 автономних вузлів, організованих у матрицю  $10 \times 10$ . Кожен елемент такої структури є незалежним агентом, що володіє власним набором параметрів, зокрема індивідуальним порогом спрацювання  $v_{\text{thr}}$ , унікальним профілем апаратного шуму та специфічною динамічною реакцією на зовнішні збурення. Такий підхід дозволяє нівелювати проблему хибних спрацювань, характерну для одиночних сенсорів, оскільки кожен вузол у масиві проходить через точку біфуркації (перехід хаос–періодичні коливання) за власним поведінковим сценарієм, що залежить від локальних умов

мікросередовища. Використання розподіленої НАQ-матриці забезпечує ефект статистичного усереднення хаотичної варіативності, що дозволяє системі ігнорувати короточасні випадкові переходи та зосереджуватися на стійких змінах концентрації пилу. Завдяки щільному розташуванню вузлів досягається надвисока просторово-часова роздільна здатність, яка дає змогу ідентифікувати локальні «кишені» забруднення та відстежувати динаміку поширення пилових хмар у реальному часі. Крім того, масив має природну стійкість до технічних збоїв: вихід з ладу навіть значної кількості окремих вузлів не призводить до зупинки моніторингу, а лише незначно знижує деталізацію підсумкової карти. У разі вертикального ешелонування сенсорів з'являється можливість побудови повноцінних 3D-моделей розсіювання часток, що є критично важливим для аналізу екологічної ситуації в умовах щільної міської забудови.

#### 4.5 Підсумки та візуалізація результатів моделювання

На основі результатів імітаційного моделювання системи із розробленою архітектурою отримана залежність між часом, необхідним для детектування частинок, та мінімальним пороговим значенням нормованої концентрації дрібнодисперсного пилу, що зображено на рисунку 4.5.

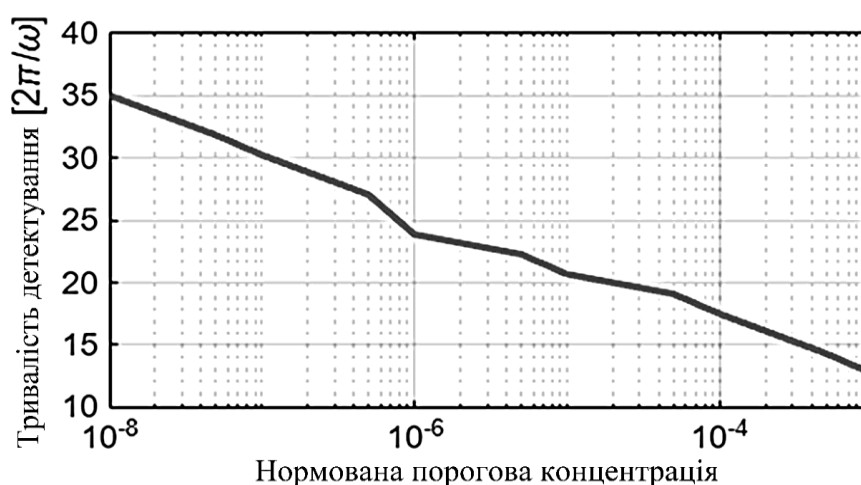


Рисунок 4.5 – Залежність між тривалістю виявлення та мінімальним для виявлення пороговим значенням нормованої концентрації дрібного пилу

Крива демонструє чітку зворотну закономірність, за якої підвищення концентрації дозволяє системі значно швидше зафіксувати зміни, скорочуючи тривалість виявлення, виміряну в періодах коливань зовнішнього задаючого сигналу. Відповідно, при виявленні наднизьких концентрацій на рівні  $10^{-8}$  системі потрібно більше часу для накопичення даних та стабілізації відгуку хаотичного осцилятора, тоді як вищі рівні забруднення ідентифікуються достатньо швидко.

Ця особливість показує суттєву перевагу п'ятирівневої системи над звичайними методами. Ще однією важливою перевагою є економія ресурсів: замість того, щоб постійно передавати в мережу величезну кількість даних, мікроконтролери надсилають лише готовий, стислий результат аналізу. Це значно економить електроспоживання та розвантажує інтернет-канали, дозволяючи встановити в місті тисячі таких пристроїв без збоїв у зв'язку. Крім того, завдяки об'єднанню датчиків у групи, вони можуть перевіряти один одного, тобто якщо один пристрій помиляється, сусідні його виправляють, що дозволяє створювати дуже точні карти чистоти повітря.

Втім, у системі є й певні обмеження. По-перше, як вже згадувалося, пошук дуже малих концентрацій пилу не відбувається миттєво – системі потрібна коротка пауза, щоб переконатися в наявності небезпеки і не підняти хибну тривогу. По-друге, оскільки електроніка чутлива до температури та старіння, налаштування приладу з часом можуть трохи змінюватися, тому програма повинна періодично сама себе підлаштовувати (калібрувати), щоб зберігати точність. І останнім не менш важливим недоліком є математика, закладена в основу методу. Через складність для її роботи потрібні сучасні мікроконтролери, які здатні швидко проводити обчислення, хоча ці витрати повністю виправдовуються високою якістю моніторингу

#### 4.6 Висновки до четвертого розділу

У четвертому розділі розроблено та детально описано комплексну архітектуру системи моніторингу дрібнодисперсного пилу, що базується на масивах хаотичних детекторів. Впровадження ієрархічної структури дозволило ефективно розподілити обчислювальне навантаження: від виконання ресурсоємних процедур числового інтегрування кубічно-квінтичної системи Дуффінга на Edge-рівні до формування складних прогнозних моделей у хмарному середовищі. Такий підхід забезпечує високу швидкість відгуку системи та дозволяє здійснювати прецизійне детектування забруднень у реальному часі навіть при використанні бюджетних сенсорних модулів.

Розглянуто концепцію НАQ-матриці, яка завдяки просторовій надлишковості та використанню протоколів локальної взаємодії суттєво підвищує робастність мережі до апаратних збоїв та випадкових завад. Перевагою розробленої архітектури є її енергоефективність, досягнута за рахунок передачі лише структурованих результатів аналізу замість сирих часових рядів, що є критичним для масштабування системи до рівня Smart City. Описаний програмно-апаратний базис створює умови для точної 3D-реконструкції розподілу пилу та дозволяє інтегрувати локальні вимірювання у глобальні системи екологічного моніторингу через сучасні інтерфейси зв'язку.

## ВИСНОВКИ

Проблема забруднення атмосферного повітря дрібнодисперсним пилом фракції PM<sub>2.5</sub> залишається одним із найбільш критичних викликів для сучасної екології та охорони здоров'я, оскільки ці частки мають здатність глибоко проникати в дихальні шляхи та спричиняти серйозні хронічні захворювання. Традиційні методи моніторингу часто стикаються з фундаментальними обмеженнями: еталонні прилади є надто дорогими для щільного міського розгортання, а бюджетні оптичні сенсори мають низьку завадостійкість, через що корисний сигнал часто повністю маскується інтенсивним адитивним шумом. Особливістю даної роботи є концептуальний відхід від стандартного аналізу амплітуди вихідного сигналу на користь використання теорії детермінованого хаосу, що дозволяє виявляти надмалі концентрації часток через якісну зміну динамічного стану системи.

Практична цінність дослідження полягає у створенні цілісної інтелектуальної системи, де фізичні принципи роботи лазерного сенсора інтегровані в цифрову модель модифікованого осцилятора Дуффінга з кубічно-квінтичною нелінійністю. Такий підхід забезпечує унікальну робастність мережі моніторингу, оскільки факт детектування забруднення базується на топологічних змінах атрактора, що робить систему стійкою до широкосмугових атмосферних завад. Використання розробленої п'ятирівневої архітектури дозволяє ефективно масштабувати систему від окремих сенсорів до рівня глобальної мережі «розумного міста», поєднуючи локальну обробку даних на Edge-вузлах із глибокою аналітикою, прогнозуванням та 3D-візуалізацією в хмарному середовищі.

Основні результати роботи такі:

- 1) Виконано комплексний огляд відомих методів та засобів виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі, що дозволило систематизувати існуючі підходи та виявити їхні ключові недоліки, зокрема критичну втрату точності вимірювань при низьких концентраціях забруднювача. На основі проведеного аналізу обґрунтовано доцільність застосування методів нелінійної динаміки як

ефективного інструменту для підвищення завадостійкості та загальної чутливості систем екологічного моніторингу.

2) Проаналізовано модель процесу виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі теорії хаосу, яка, на відміну від відомих результатів, враховує складні хаотичні процеси передачі слабких сигналів та забезпечує повний математичний опис перетворення інтенсивності розсіяного світла в електричний відгук через модель фотодіода. Це дозволило кількісно оцінити внесок кожного джерела шуму та апаратних похибок у загальну похибку системи детектування.

3) Розроблено метод виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі модифікованих систем Дуффінга з кубічно-квінтичною нелінійністю, який, на відміну від відомих методів, використовує властивості експоненціальної чутливості хаотичних систем до слабких періодичних впливів для ідентифікації частинок через фазовий перехід. Запровадження квінтичного члена дозволило оптимізувати енергетичний потенціал системи, зробивши перехід з хаотичного режиму в періодичний більш різким та надійним для автоматичного розпізнавання.

4) Побудовано архітектуру системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних детекторів, яка, на відміну від відомих аналогів, забезпечує узгодження та перехресну валідацію даних про наявність пилу від різних хаотичних систем у складі просторового масиву. Запропонована структура охоплює п'ять ієрархічних рівнів, що гарантує надійну передачу даних через IoT-протоколи, інтелектуальну агрегацію на Fog-шлюзах та можливість довгострокового прогнозування трендів забруднення за допомогою методів машинного навчання.

Загалом, результати кваліфікаційної роботи підтверджують високу ефективність синергії нелінійної динаміки з сучасними хмарними технологіями для створення систем екологічної безпеки нового покоління. Впровадження розроблених методів дозволить значно знизити поріг виявлення небезпечних викидів у міському середовищі та підвищити точність оцінки ризиків для здоров'я населення в умовах інтенсивних промислових заводів.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Sang S., Chu C., Zhang T., Che, H., Yang, X. The global burden of disease attributable to ambient fine particulate matter in 204 countries and territories, 1990–2019: A systematic analysis of the Global Burden of Disease Study 2019. *Ecotoxicology and Environmental Safety*. 2022. Vol. 238. P. 113588. URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/35525115>
2. Dhimal M., Chirico F., Bista B., Sharma S., Chalise B., Dhimal M. L., Plesanmi O. S., Trucillo P., Sofia D. Impact of Air Pollution on Global Burden of Disease in 2019. *Processes*. 2021. Vol. 9, no. 10. P. 1719. URL: <https://www.mdpi.com/2227-9717/9/10/1719>
3. Behera D. K., Viswanathan P. K., Mishra S. Effects of air pollution on global health: evidence from the global burden of disease study in the BRICS countries. *International Archives of Occupational and Environmental Health*. 2024. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00420-024-02087-7>
4. World Bank. *The Global Health Cost of PM2.5 Air Pollution: A Case for Action Beyond 2021*. Washington, DC : World Bank, 2022. URL: <https://openknowledge.worldbank.org/entities/publication/c96ee144-4a4b-5164-ad79-74c051179eee>
5. Fang T., Di Y., Xu Y., Shen N., Fan H., Hou S., Li X. Temporal trends of particulate matter pollution and its health burden, 1990–2021, with projections to 2036: a systematic analysis for the global burden of disease study 2021. *Frontiers in Public Health*. 2025. Vol. 13. URL: <https://www.frontiersin.org/journals/public-health/articles/10.3389/fpubh.2025.1579716/full>
6. Lolli S. Urban PM2.5 concentration monitoring: A review of recent advances in ground-based, satellite, model, and machine learning integration. *Urban Climate*. 2025. Vol. 63. P. 102566. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212095525002822>

7. Elbestar M., Aly S. G., Ghannam R. Advances in Air Quality Monitoring: A Comprehensive Review of Algorithms for Imaging and Sensing Technologies. *Advanced Sensor Research*. 2024. Vol. 3, no. 11. P. 2300207. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/adsr.202300207>

8. Garcia A., Saez Y., Harris I., Huang X., Collado E. Advancements in air quality monitoring: a systematic review of IoT-based air quality monitoring and AI technologies. *Artificial Intelligence Review*. 2025. Vol. 58. P. 275. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10462-025-11277-9>

9. Bagkis E., Hassani A., Schneider P., DeSouza P., Shetty S., Kassandra T., Salamalikis V., Castell N., Karatzas K., Ahlawat A., Khan J. Evolving trends in application of low-cost air quality sensor networks: challenges and future directions. *npj Climate and Atmospheric Science*. 2025. Vol. 8. P. 335. URL: <https://www.nature.com/articles/s41612-025-01216-4>

10. Penza M., Suriano D., Pfister V., Dipinto S., Prato M., Cassano G. Networked Low-Cost Sensor Systems for Urban Air Quality Monitoring: A Long-Term Use-Case in Bari (Italy). *Chemosensors*. 2025. Vol. 13, no. 11. P. 380. URL: <https://www.mdpi.com/2227-9040/13/11/380>

11. Mao Q., Zhu X., Zhang X., Kong Y. Effect of air pollution on the global burden of cardiovascular diseases and forecasting future trends of the related metrics: a systematic analysis from the Global Burden of Disease Study 2021. *Frontiers in Medicine*. 2024. Vol. 11. P. 1472996. URL: <https://www.frontiersin.org/journals/medicine/articles/10.3389/fmed.2024.1472996/full>

12. Shabbir M., Saeed T., Saleem A., Bhave P., Bergin M., Khokhar M. F. A paradigm shift: Low-cost sensors for effective air quality monitoring and management in developing countries. *Environment International*. 2025. Vol. 200. P. 109521. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0160412025002727>

13. Hayward I., Martin N. A., Ferracci V., Kazemimanesh M., Kumar P. Low-Cost Air Quality Sensors: Biases, Corrections and Challenges in Their Comparability.

Atmosphere. 2024. Vol. 15, no. 12. P. 1523. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4433/15/12/1523>

14. Holloway T., Miller D., Anenberg S., Diao M., Duncan B., Fiore A. M., Henze D. K., Hess J., Kinney P. L., Liu Y., Neu J. L., O'Neill S. M., Odman M. T., Pierce R. B., Russell A. G., Tong D., West J. J., Zondlo M. A. Satellite Monitoring for Air Quality and Health. *Annual Review of Biomedical Data Science*. 2021. Vol. 4. P. 417–447. URL: <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-biodatasci-110920-093120>

15. Stratoulas D., Nuthammachot N., Dejchanchaiwong R., Tekasakul P., Carmichael G. R. Recent Developments in Satellite Remote Sensing for Air Pollution Surveillance in Support of Sustainable Development Goals. *Remote Sensing*. 2024. Vol. 16, no. 16. P. 2932. URL: <https://www.mdpi.com/2072-4292/16/16/2932>

16. Javan F. D., Samadzadegan F., Toosi A. Air pollution observation – bridging spaceborne to unmanned airborne remote sensing: a systematic review and meta-analysis. *Air Qual Atmos Health*. 2025. Vol. 18. P. 2481–2549. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11869-025-01771-y>

17. Bhowmick A., Olsen-Kettle L., Li Y., Boontanon S. K., Boontanon N. Performance assessment and deployment of a low-cost device for urban air quality monitoring in a developing country. *Atmos Environ X*. Vol. 28. 2025. URL: <https://doi.org/10.1016/j.aeaoa.2025.100386>.

18. De Vito S., Del Giudice A., D'Elia G., Esposito E., Fattoruso G., Ferlito S., Formisano F., Loffredo G., Massera E., D'Auria P., Di Francia G. Future Low-Cost Urban Air Quality Monitoring Networks: Insights from the EU's AirHeritage Project. *Atmosphere*. 2024. Vol. 15, no. 11. P. 1351. URL: <https://doi.org/10.3390/atmos15111351>

19. Saini J., Dutta M., Marques G. Low-cost IoT-enabled indoor air quality monitoring systems: A systematic review. *Journal of Ambient Intelligence and Smart Environments*. 2024. Vol. 16, no. 4. P. 555–589. URL: <https://doi.org/10.3233/AIS-220577>

20. Othman H., Azari R., Guimarães T. Low-Cost IoT-based Indoor Air Quality Monitoring. *Technology|Architecture + Design*. 2024. Vol. 8, no. 2. P. 250–270. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/24751448.2024.2405403>
21. Shahid S., Brown D. J., Wright P., Khasawneh A. M., Taylor B., Kaiwartya O. Innovations in Air Quality Monitoring: Sensors, IoT and Future Research. *Sensors*. 2025. Vol. 25, no. 7. P. 2070. URL: <https://doi.org/10.3390/s25072070>
22. Balagopal G., Wijeratne L., Waczak J., Hathurusinghe P., Iqbal M., Kiv D., Aker A., Lee S., Agnihotri V., Simmons C., Lary D. J. Calibration of Low-Cost LoRaWAN-Based IoT Air Quality Monitors Using the Super Learner Ensemble: A Case Study for Accurate Particulate Matter Measurement. *Sensors*. 2025. Vol. 25, no. 5. P. 1614. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/25/5/1614>
23. Karagulian F., Barbieri M., Kotsev A., Spinelle L., Gerboles M., Lagler F., Redon N., Crunaire S., Borowiak A. Review of the Performance of Low-Cost Sensors for Air Quality Monitoring. *Atmosphere*. 2019. Vol. 10, no. 9. P. 506. URL: [https://www.researchgate.net/publication/335466076\\_Review\\_of\\_the\\_Performance\\_of\\_Low-Cost\\_Sensors\\_for\\_Air\\_Quality\\_Monitoring](https://www.researchgate.net/publication/335466076_Review_of_the_Performance_of_Low-Cost_Sensors_for_Air_Quality_Monitoring)
24. Zhao Y. L., Tang J., Huang H. P., Wang Z., Chen T. L., Chiang C. W., Chiang P. C. Development of IoT Technologies for Air Pollution Prevention and Improvement. *Aerosol and Air Quality Research*. 2020. Vol. 20. P. 2874–2888. URL: <https://aaqr.org/articles/aaqr-20-05-0a-0255>
25. Yildiz O., Sucuoglu H. S. Development of Real-Time IoT-Based Air Quality Forecasting System Using Machine Learning Approach. *Sustainability*. 2025. Vol. 17, no. 19. P. 8531. URL: <https://www.mdpi.com/2071-1050/17/19/8531>
26. Mohan A., Manitha P. V., Subramaniam U. A comprehensive review on the integration of air quality monitoring systems with hybrid electric vehicles for emission control in smart cities. *Science of The Total Environment*. 2025. Vol. 994. P. 180022. URL: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2025.180022>
27. Lakshmi prabha S., Vadivel R. Sensorsync auto: Integrating IoT sensors for smart vehicle air quality monitoring. *World Journal of Advanced Research and Reviews*.

2024. Vol. 21, no. 03. P. 495–502. URL: <https://wjarr.com/sites/default/files/WJARR-2024-0678.pdf>

28. Petrić V., Račić N., Hrga I., Grgec D., Marić M., Krivohlavek A., Anić Z., Lovrić M., Jergović M. Assessment of Sensor Data from an Air Quality Monitoring Network – The Need for Machine Learning-Based Recalibration and Its Relevance in Health Impact Analysis of Local Pollution Events. *Atmosphere*. 2025. Vol. 16, no. 12. P. 1358. URL: <https://doi.org/10.3390/atmos16121358>

29. Anenberg S. C., Mohegh A., Goldberg D. L., Kerr G. H., Brauer M., Burkart K., Hystad P., Larkin A., McLinden C., Mumford R., Peng J., Street A., van Donkelaar A., Martin R. V. Long-term trends in urban NO<sub>2</sub> concentrations and associated paediatric asthma incidence: estimates from global datasets. *The Lancet Planetary Health*. 2022. Vol. 6, no. 1. P. e49–e58. URL: [https://doi.org/10.1016/S2542-5196\(21\)00255-2](https://doi.org/10.1016/S2542-5196(21)00255-2)

30. Sohrabi Z., Maleki J. Fusing satellite imagery and ground-based observations for PM<sub>2.5</sub> air pollution modeling in Iran using a deep learning approach. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15, no. 1. P. 1423. URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-025-05332-2>

31. Khempunjakul T., Phosri A., Sangkharat K., Thongphunchung K., Kanchanasuta S., Patthanaissaranukool W. Mortality and economic burden of PM<sub>2.5</sub> and NO<sub>2</sub> in Thailand using satellite remote sensing and Random Forest algorithms. *Environmental Challenges*. 2025. Vol. 21. P. 101366. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S266701002859>

32. Pope C. A., Dockery D. W. Health Effects of Fine Particulate Air Pollution: Lines that Connect. *Journal of the Air & Waste Management Association*. 2006. Vol. 56, no. 6. P. 709–742. URL: <https://doi.org/10.1080/10473289.2006.10464485>

33. Hoff R. M., Christopher S. A. Remote Sensing of Particulate Pollution from Space: Have We Reached the Promised Land?. *Journal of the Air & Waste Management Association*. 2009. Vol. 59, no. 6. P. 645–675. URL: <https://doi.org/10.3155/1047-3289.59.6.645>

34. Kerckhoffs J., Hofman J., Khan J., Adams M. D., Blanco M. N., deSouza P., Durant J. L., Faridi S., Fruin S., Hankey S., Hassanvand M. S., Hatzopoulou M., Hoek G., de Hoogh K., Hudda N., Kushwaha M., Marshall J. D., Minet L., Patton A. P., Petäjä T., Peters J., Presto A. A., Shairsingh K., Sheppard L., Simon M. C., Vakacherla S., Van Ryswyk K., Van Poppel M., Vermeulen R. C. H., Wegener R., Yuan Z., Amini H. Mobile monitoring of air pollution – a position paper on use cases, good practices, challenges, and opportunities. *Environment International*. 2025. Vol. 202. P. 109582. URL: <https://doi.org/10.1016/j.envint.2025.109582>

35. Li T., Huang X., Zhang Q., Wang X., Wang X., Zhu A., Wei Z., Wang X., Wang H., Chen J., Li M., Wang Q., Wang W. Machine learning-guided integration of fixed and mobile sensors for high resolution urban PM<sub>2.5</sub> mapping. *NPJ Climate and Atmospheric Science*. 2025. Vol. 8. P. 95. URL: <https://doi.org/10.1038/s41612-025-00984-3>

36. Wang L. Design industrial 5.1 air quality monitoring system and develop smart city infrastructure. *Measurement: Sensors* Vol. 35 P. 101292. 2024. URL: <https://doi.org/10.1016/j.measen.2024.101292>.

37. Zhou M., Abdulghani A. M., Imran M. A., Abbasi Q. H. Internet of Things (IoT) Enabled Smart Indoor Air Quality Monitoring System. *Proceedings of the 2020 International Conference on Computing, Networks and Internet of Things (CNIOT 2020)*. 2020. P. 89–93. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3398329.3398342>

38. Zhao L., Yang Y., Wu Z. Review of communication technology in indoor air quality monitoring systems and challenges. *Electronics*. 2022. Vol. 11, no. 18. P. 2926. URL: <https://www.mdpi.com/2079-9292/11/18/2926>

39. Okorn K., Iraci L. T. An overview of outdoor low-cost gas-phase air quality sensor deployments: current efforts, trends, and limitations. *Atmospheric Measurement Techniques*. 2024. Vol. 17, no. 21. P. 6425–6457. URL: <https://doi.org/10.5194/amt-17-6425-2024>

40. Seesaard T., Kamjornkittikoon K., Wongchoosuk C. A comprehensive review on advancements in sensors for air pollution applications. *Science of The Total*

Environment. 2024. Vol. 951. P. 175696. URL: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2024.175696>

41. Parkavi A., Sowmya B. J., Sini Anna Alex, Supreeth S., Shruthi G., Rohith S., Sudipta Chatterjee, K. Lingaraj Air quality and dust level monitoring systems in hospitals using IoT. Discover Internet of Things. 2025. Vol. 5. P. 23. URL: <https://doi.org/10.1007/s43926-025-00120-w>

42. Porcheddu A., Kolehmainen V., Lähivaara T., Lipponen A. Machine learning data fusion for high spatio-temporal resolution PM2.5. Atmospheric Measurement Techniques. 2025. Vol. 18. P. 4771–4789. URL: <https://doi.org/10.5194/amt-18-4771-2025>

43. Batista T., Jamal S. A., Isbaex C. Sentinel Data for Monitoring of Pollutant Emissions by Maritime Transport – A Literature Review. Remote Sensing. 2025. Vol. 17, № 13. 2202. URL: <https://www.mdpi.com/2072-4292/17/13/2202>

44. Gohari A. та ін. Systematic review of UAV-assisted airborne particulate matter measurement in urban areas. Remote Sensing Applications: Society and Environment. 2024. Vol. 36. P. 101368. URL: <https://doi.org/10.1016/j.rsase.2024.101368>

45. Ramadan M. N. A., Ali M. A. H., Khoo S. Y., Alkhedher M., Alherbawi M. Real-time IoT-powered AI system for monitoring and forecasting of air pollution in industrial environment. Ecotoxicology and Environmental Safety. 2024. Vol. 283. P. 116856. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ecoenv.2024.116856>

46. Alfano B., Barretta L., Del Giudice A., De Vito S., Di Francia G., Esposito E., Formisano F., Massera E., Miglietta M. L., Polichetti T. A Review of Low-Cost Particulate Matter Sensors from the Developers' Perspectives. Sensors. 2020. Vol. 20, no. 23. 6819. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/20/23/6819>

47. Feng G., Yu M., Liu Y. A comprehensive review of the latest research progress in optical particle counters. Measurement. 2025. Vol. 251. 117177. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224125005366>

48. Wang J., Liu X., Wang C., Qiu Y., Zhou J., Dang Q. Research on the Measurement of Particulate Matter Concentration in Diesel Vehicle Exhaust Using the

Light Scattering Method. *Sensors*. 2025. Vol. 25, no. 6. 1898. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/25/6/1898>

49. Kim K. T., Kim H., Jeong S., Lee Y. S., Zhao X., Kim J. Y. Coincidence effect of a low-cost particulate matter sensor: Observations from environmental chamber tests at diverse particle concentrations. *Atmos Pollut Res*. Vol. 16. No. 9. 2025. URL: <https://doi:10.1016/j.apr.2025.102581>.

50. Nakayama T., Matsumi Y., Kawahito K., Watabe Y. Development and evaluation of a palm-sized optical PM<sub>2.5</sub> sensor. *Aerosol Science and Technology*. 2018. Vol. 52, no. 1. P. 2–12. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/02786826.2017.1375078>

51. Bai L., Huang L., Wang Z., Ying Q., Zheng J., Shi X., Hu J. Long-term Field Evaluation of Low-cost Particulate Matter Sensors in Nanjing. *Aerosol and Air Quality Research*. 2020. Vol. 20, no. 2. P. 242–253. URL: <https://aaqr.org/articles/aaqr-18-11-lcs-0424>

52. Ngo N. D., Lee J., Kim M.-W., Jang J. Measurement of PM<sub>2.5</sub> Mass Concentration Using an Electrostatic Particle Concentrator-Based Quartz Crystal Microbalance. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. P. 170640–170647. URL: [https://www.researchgate.net/publication/337724802\\_Measurement\\_of\\_PM\\_25\\_Mass\\_Concentration\\_Using\\_an\\_Electrostatic\\_Particle\\_Concentrator-Based\\_Quartz\\_Crystal\\_Microbalance](https://www.researchgate.net/publication/337724802_Measurement_of_PM_25_Mass_Concentration_Using_an_Electrostatic_Particle_Concentrator-Based_Quartz_Crystal_Microbalance)

53. Jayaratne R., Liu X., Ahn K. H., Asumadu-Sakyi A., Fisher G., Gao J., Mabon A., Mazaheri M., Mullins B., Nyaku M., Ristovski Z., Scorgie Y., Thai P., Dunbabin M., Morawska L. Low-cost PM<sub>2.5</sub> Sensors: An Assessment of their Suitability for Various Applications. *Aerosol and Air Quality Research*. 2020. Vol. 20, no. 3. P. 520–532. URL: <https://aaqr.org/articles/aaqr-18-10-lcs-0390>

54. Texas Instruments. PM<sub>2.5</sub>/PM<sub>10</sub> Particle Sensor Analog Front-End for Air Quality Monitoring Design (Rev. C). *TI Designs*. 2016. Document No. TIDUB65C (December 2015 – Revised May 2016). URL: <https://www.ti.com/lit/pdf/tidub65>

55. Taylor M. D., Nourbakhsh I. R. A low-cost particle counter and signal processing method for indoor air pollution. *WIT Transactions on Ecology and the Environment*. 2015. Vol. 198. P. 337–348. DOI: 10.2495/AIR15029. URL: <https://www.witpress.com/Secure/elibrary/papers/AIR15/AIR15029FU1.pdf>

56. Kosmopoulos G., Salamalikis V., Wilbert S., Zarzalejo L. F., Hanrieder N., Karatzas S., Kazantzidis A. Investigating the Sensitivity of Low-Cost Sensors in Measuring Particle Number Concentrations across Diverse Atmospheric Conditions in Greece and Spain. *Sensors*. 2023. Vol. 23. 6541. URL: <https://elib.dlr.de/198904/1/sensors-23-06541-v2.pdf>

57. Sharma R., Razakamanantsoa A., Kumar A., Thajudeen T., Jullien A. Performance and applicability of low-cost PM sensors to assess global pollution variability through machine learning techniques. *Atmospheric Environment: X*. 2025. Vol. 26. 100331. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590162125000218>

58. Zheng T., Bergin M. H., Johnson K. K., Tripathi S. N., Shirodkar S., Landis M. S., Sutaria R., Carlson D. E. Field evaluation of low-cost particulate matter sensors in high- and low-concentration environments. *Atmospheric Measurement Techniques*. 2018. Vol. 11, no. 8. P. 4823–4846. DOI: 10.5194/amt-11-4823-2018. URL: <https://amt.copernicus.org/articles/11/4823/2018/>

59. Koziel S., Pietrenko-Dabrowska A., Wojcikowski M., Pankiewicz B. Efficient field correction of low-cost particulate matter sensors using machine learning, mixed multiplicative/additive scaling and extended calibration inputs. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Article number: 18573. URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-025-02069-w>

60. Mahajan S., Helbing D. Dynamic calibration of low-cost PM<sub>2.5</sub> sensors using trust-based consensus mechanisms. *NPJ Climate and Atmospheric Science*. 2025. Vol. 8. Article number: 257. URL: <https://www.nature.com/articles/s41612-025-01145-2>

61. Mai C., Wang Z., Chen L., Huang Y., Li M., Shirazi A., Altaee A., Zhou J. L. Field-based calibration and operation of low-cost sensors for particulate matter by linear

and nonlinear methods. Atmospheric Pollution Research. 2025. Vol. 16, no. 12. 102676. URL: <https://doi.org/10.1016/j.apr.2025.102676>

62. Kang J., Choi K. Calibration Methods for Low-Cost Particulate Matter Sensors Considering Seasonal Variability. Sensors. 2024. Vol. 24, no. 10. 3023. URL: [https://www.researchgate.net/publication/380497876\\_Calibration\\_Methods\\_for\\_Low-Cost\\_Part particulate\\_Matter\\_Sensors\\_Considering\\_Seasonal\\_Variability](https://www.researchgate.net/publication/380497876_Calibration_Methods_for_Low-Cost_Part particulate_Matter_Sensors_Considering_Seasonal_Variability)

63. Gäbel P., Hertig E. Recalibration of low-cost air pollution sensors: Is it worth it?. EGU sphere [preprint]. 2025. URL: <https://egusphere.copernicus.org/preprints/2025/egusphere-2025-2677/egusphere-2025-2677.pdf>

64. Kim D., Shin D., Hwang J. Calibration of Low-cost Sensors for Measurement of Indoor Particulate Matter Concentrations via Laboratory/Field Evaluation. Aerosol and Air Quality Research. 2023. Vol. 23, no. 8. 230097. URL: <https://aaqr.org/articles/aaqr-23-04-jk-0097>

65. Wallace L. Testing a New “Decrypted” Algorithm for Plantower Sensors Measuring PM<sub>2.5</sub>: Comparison with an Alternative Algorithm. Algorithms. 2023. Vol. 16, no. 8. 392. URL: <https://www.mdpi.com/1999-4893/16/8/392>

66. Ma N., Kang Y., Gan W., Zhou J. Evaluating Indoor Low-Cost Particle Sensors: Algorithmic Insights and Calibration Approaches. Current Pollution Reports. 2025. Vol. 11. P. 45. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40726-025-00372-8>

67. Aula K., Lagerspetz E., Nurmi P., Tarkoma S. Evaluation of Low-Cost Air Quality Sensor Calibration Models. ACM Transactions on Sensor Networks. 2022. Vol. 18, no. 4. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3512889>

68. Lee S.-S., Song W.-Y., Kim Y.-J. Intelligent PM<sub>2.5</sub> mass concentration analyzer using deep learning algorithm and improved density measurement chip for high-accuracy airborne particle sensor network. Journal of Aerosol Science. 2023. Vol. 167. 106097. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0021850222001331>

69. Brown R., Chua L. O., Popp B. Is Sensitive Dependence on Initial Conditions Nature's Sensory Device? *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 1992. Vol. 2, no. 1. P. 193–199. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218127492000185>
70. Gammaitoni L., Bulsara A. R. Noise Activated Nonlinear Dynamic Sensors. *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 88, no. 23. 230601. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.230601>
71. Minati L. et al. Distributed Sensing Via Inductively Coupled Single-Transistor Chaotic Oscillators: A New Approach and Its Experimental Proof-of-Concept. *IEEE Access*. Vol. 8. P. 36536–36555. 2020. URL: <https://doi:10.1109/ACCESS.2020.2976139>.
72. Fiderer L. J., Braun D. Quantum metrology with quantum-chaotic sensors. *Nature Communications*. 2018. Vol. 9. P. 1351. URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-018-03623-z>.
73. Wang G., Chen D., Lin J., Chen X. The Application of Chaotic Oscillators to Weak Signal Detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1999. Vol. 46, no. 2. P. 440–444. URL: <https://doi.org/10.1109/41.753783>
74. Zhang L., Ji Y., Luo M. Parameter Estimation of Weak Signal Based on the Steady Attractor of Duffing Oscillator. *Chinese Journal of Electronics*. 2019. Vol. 28, no. 4. P. 781–788. URL: <https://doi.org/10.1049/cje.2019.05.005>
75. Ling Y.-F., Chen C.-X., Niu D.-Z., Chen T. Weak Signal Detection Using Double-Well Duffing–van der Pol Oscillator and Formulation of Detection Statistics. *Journal of the Physical Society of Japan*. 2019. Vol. 88, no. 4. 044001. URL: <https://doi.org/10.7566/JPSJ.88.044001>
76. Jin T., Zhang H. Statistical approach to weak signal detection and estimation using Duffing chaotic oscillators. *Science China Information Sciences*. 2011. Vol. 54. P. 2324–2337. URL: <https://doi.org/10.1007/s11432-011-4308-6>
77. Teodorescu H.-N. L. Sensors based on nonlinear dynamic systems – A survey. 2017 International Conference on Applied Electronics (Pilsen, 5–6 September 2017). 2017. P. 1–10. URL: <https://dSPACE.zcu.cz/handle/11025/35399>

78. Teodorescu H.-N. L., Cojocaru V. P. Biomimetic Chaotic Sensors for Water Salinity Measurements and Conductive Titrimetry. Third International Conference on Emerging Security Technologies (EST) (Lisbon, Portugal, 5–7 Sept. 2012). 2012. P. 182–185. URL: <https://doi.org/10.1109/EST.2012.42>

79. Luo Z., Jiang W., Guo B., Fan W., Lu Y. Analysis of separation test for automatic brake adjuster based on linear radon transformation. Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. Vol. 50–51. P. 526–534. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2014.05.037>

80. Rahman M. S., Anower M. S., Hasan M., Rikta K. A. Sensitivity Enhancement of MoS<sub>2</sub>-Graphene Hybrid Structure Based Surface Plasmon Resonance Biosensor Using Air Gap. Sensor Letters. 2017. Vol. 15, no. 6. P. 510–516. URL: <https://doi.org/10.1166/sl.2017.3842>

81. Pedro B. G., Bertemes-Filho P. Novel Impedance Sensor based on the Chaotic Van der Pol and Damped Duffing Circuits Coupled. Preprints. 2021. URL: <https://www.preprints.org/manuscript/202109.0190/v1/download>

82. Stedman J. M. A User-Oriented Family of Minicomputers. Hewlett-Packard Journal. 1974. Vol. 26, no. 2. P. 2–6. URL: [https://www.researchgate.net/publication/264872330\\_Sensors\\_Based\\_on\\_Chaotic\\_Systems\\_for\\_Environmental\\_Monitoring](https://www.researchgate.net/publication/264872330_Sensors_Based_on_Chaotic_Systems_for_Environmental_Monitoring)

83. Teodorescu H.-N., Cojocaru V. Building inexpensive sensors based on chaos with good resolution and precision. The 5th International Symposium On Electrical And Electronics Engineering (ISEEE) (Galati, Romania, 20–22 October 2017). 2017. URL: [https://www.researchgate.net/publication/320176016\\_Building\\_inexpensive\\_sensors\\_based\\_on\\_chaos\\_with\\_good\\_resolution\\_and\\_precision](https://www.researchgate.net/publication/320176016_Building_inexpensive_sensors_based_on_chaos_with_good_resolution_and_precision)

84. Salini G. A., Pérez P. A Study of the Dynamic Behaviour of Fine Particulate Matter in Santiago, Chile. Aerosol and Air Quality Research. 2015. Vol. 15. P. 154–165. URL: <https://aaqr.org/articles/aaqr-13-10-0a-0323.pdf>

85. Pino-Vallejo M., Tierra A., Haro A., Perugachi N. Prediction of concentrations of PM<sub>2.5</sub> in downtown Quito using the chaos theory. AIP Conference Proceedings. 2018.

Vol. 2003, no. 1. 020013. URL:  
<https://pubs.aip.org/aip/acp/article/2003/1/020013/731426/Prediction-of-concentrations-of-PM2-5-in-downtown>

86. Kong S., Ji Y., Li Z., Lu B., Bai Z. Emission and profile characteristic of polycyclic aromatic hydrocarbons in PM<sub>2.5</sub> and PM<sub>10</sub> from stationary sources based on dilution sampling. *Atmospheric Environment*. 2013. Vol. 77. P. 155–165. URL: <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2013.04.073>

87. Wu C., Wang R., Lu S., Tian J., Yin L., Wang L., Zheng W. Time-Series Data-Driven PM<sub>2.5</sub> Forecasting: From Theoretical Framework to Empirical Analysis. *Atmosphere*. 2025. Vol. 16, no. 3. 292. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4433/16/3/292>

88. Kramar I., Fedula M., Savenko O., Koretska L., Lysyi M. A Chaos-Based Method for Automated Detection of Fine Dust Particles in Air. *Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications 2025*. P. 39-44.

## ДОДАТОК А

(обов'язковий)

## Осцилограми сигналів системи Дуффінга

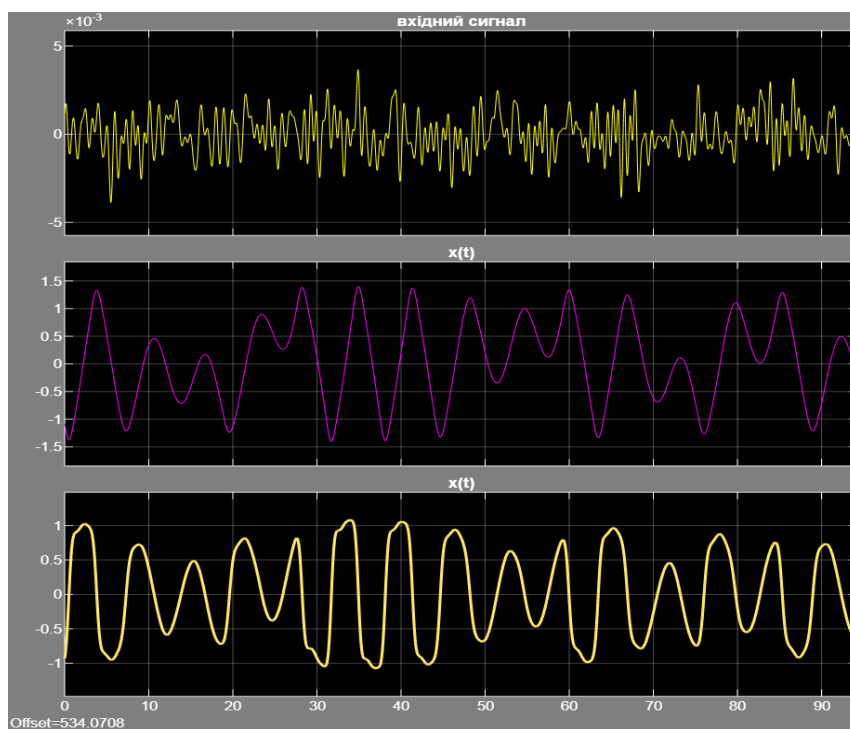


Рисунок А.1 – Вхідний та вихідні сигнали у випадку невиявлення пилю

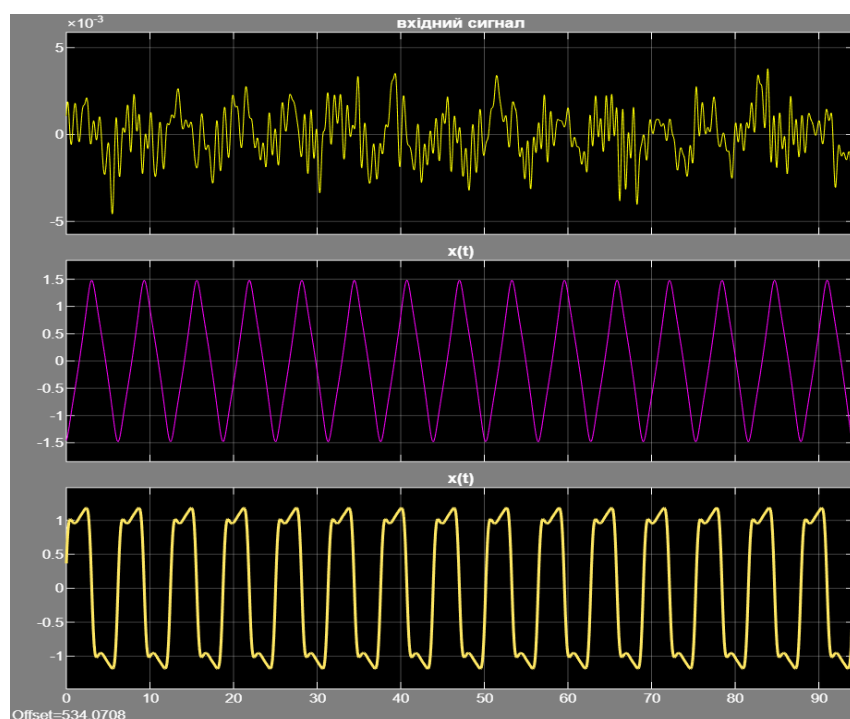


Рисунок А.2 – Вхідний та вихідні сигнали у випадку виявлення пилю

**ДОДАТОК Б**

(обов'язковий)

## Перерізи Пуанкаре системи Дуффінга

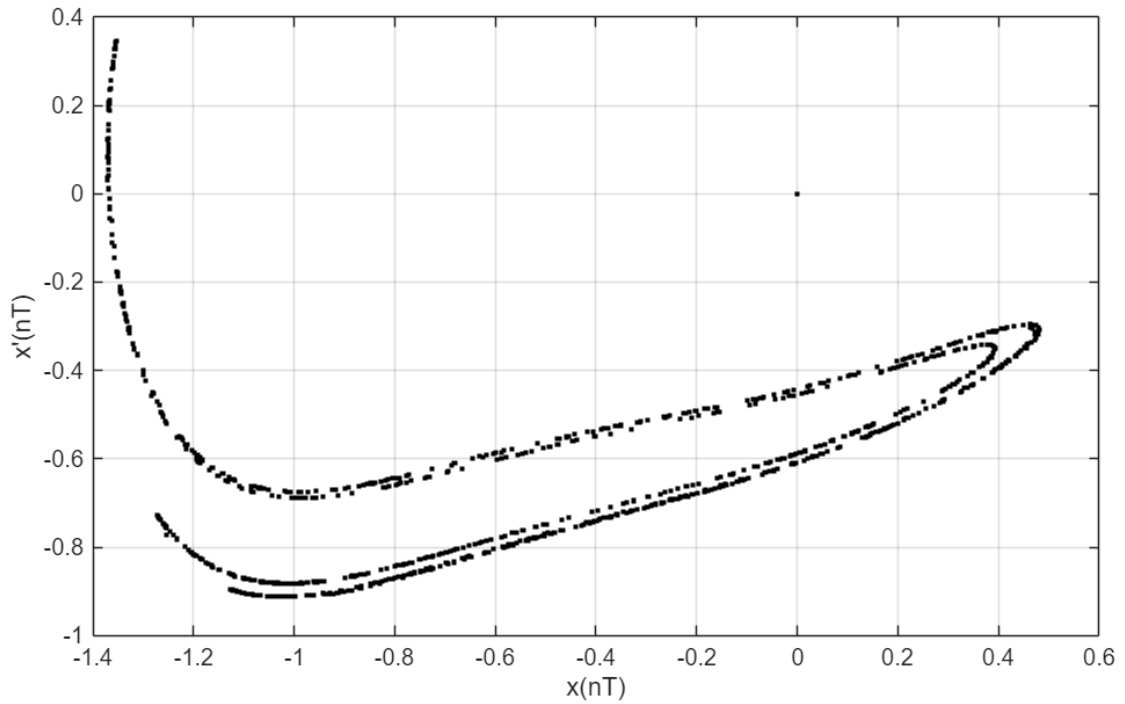


Рисунок Б.1 – Переріз Пуанкаре системи Дуффінга у випадку невиявлення пилу

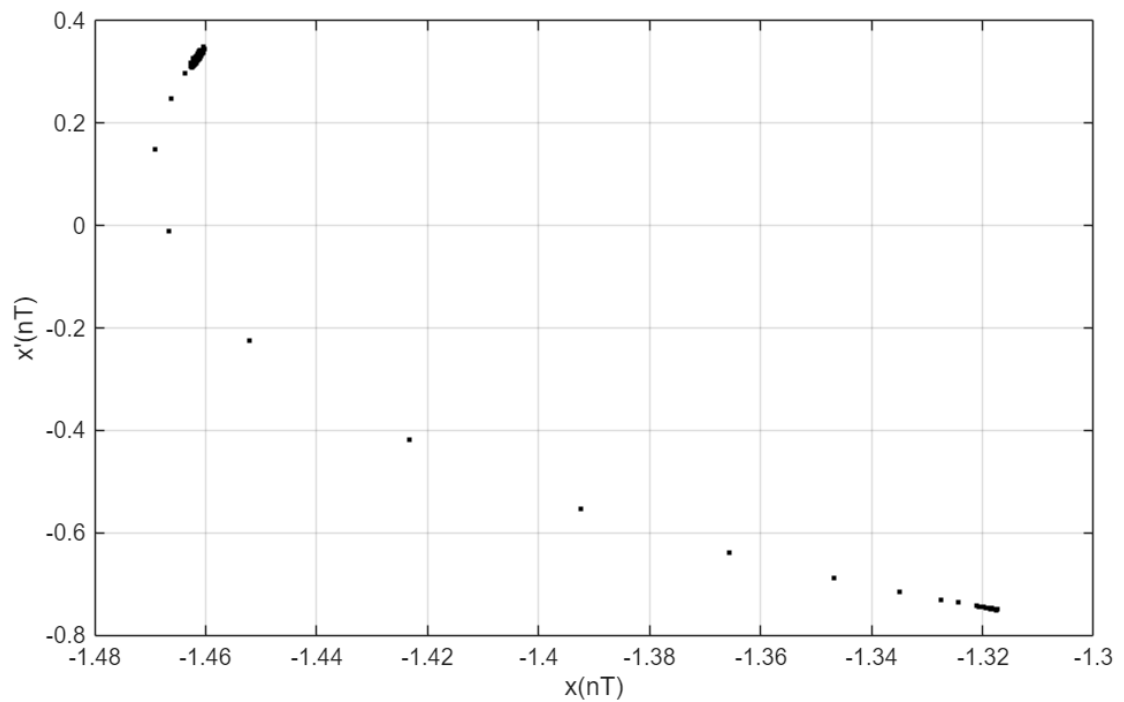


Рисунок Б.2 – Переріз Пуанкаре системи Дуффінга у випадку виявлення пилу

## ДОДАТОК В

(обов'язковий)

Публікація в Scopus

# A Chaos-Based Method for Automated Detection of Fine Dust Particles in Air

Ivan Kramar<sup>1</sup>, Mykola Fedula<sup>2</sup>, Oleg Savenko<sup>3</sup>, Liudmyla Koretska<sup>4</sup>, Mykola Lysyi<sup>5</sup>

<sup>1-4</sup> Khmelnytskyi National University, 11, Instytut'ska str., Khmelnytskyi, 29016, Ukraine, e-mail: vanakramar76@gmail.com, mailfm2000@gmail.com, savenko\_oleg\_st@ukr.net, [sorokina-luda@ukr.net](mailto:sorokina-luda@ukr.net), Web address (URL): <https://khnmu.edu.ua>

<sup>5</sup> National Academy of the State Border Service of Ukraine named after Bogdan Khmelnytsky, 46, Shevchenko str., Khmelnytskyi, 29007, e-mail: [152162694@gmail.com](mailto:152162694@gmail.com), Web address (URL): <https://nadpsu.edu.ua/>

**Abstract**—The presented research introduces a theoretical design for an automated method to detect fine dust particles, with using of Duffing chaotic oscillator. It is known that the modern particulate matter sensors struggle with issues related to stability, parameter drift, and complicated dependences on atmospheric settings. In comparison with traditional sensor systems, the chaos-based detection systems are characterized by noise immunity and much greater sensitivity to weak influences.

The detection method is based on operating the Duffing system at the boundary between chaotic and periodic behaviour. At this point, the arrival of a weak input signal triggers a substantial shift in the system's dynamic condition from chaotic state to periodic state. The mathematical model is constructed by incorporating phase trajectory analysis and Poincaré map processing for coupled Duffing systems with a cubic-quintic nonlinear restoring force terms.

The theoretical results are evaluated by numerical simulation with Runge-Kutta integration algorithm. The proposed chaos-based system model shows the capabilities of reliable particulate matter detection under SNR = -47.8 dB in accordance with the simulation results.

The preformed research shows that the chaos-based method provides exceptionally sensitive and noise-resistant detection of fine dust particles. This establishes the method as a potentially valuable solution for future advancements in air quality monitoring and systems focused on ecological well-being.

**Keywords**—fine dust particles; sensors; detection; chaos theory

## I. INTRODUCTION

The fine dust in air, specifically those minuscule particles under 2.5 micrometers (PM<sub>2.5</sub>) and 1.0 micrometers (PM<sub>1.0</sub>) in diameter, poses a considerable hazard to both human well-being and the overall health of ecosystems. These particles emanate from numerous origins: industrial discharges, vehicle emissions, processes involving combustion, and secondary reactions taking place within the atmosphere. Especially, the fine dust particles are dangerous in the areas of war. In Ukraine, an average of more than 1000 explosions occur during a week and great quantity of different fine dust particles is emanated to air [1-3]. Because of their diminutive size,

fine dust can circumvent the body's natural defenses in the upper respiratory tract, ultimately making their way deep into the lungs, specifically the bronchioles and alveoli, potentially reaching the bloodstream. Such exposure has a clear link with respiratory conditions like asthma and bronchitis, along with cardiovascular issues such as hypertension and heart failure, and also neurological impacts like cognitive decline and inflammation of the nervous system [4-8].

Recent researches in the area of fine dust detection have been targeting enhancement of air quality monitoring systems through boosting sensitivity, selectivity, and real-time performance [9, 10]. Traditional methodologies like gravimetric analysis and beta attenuation monitors, while providing precise data, are restricted by factors such as physical dimensions, costs, and the requirements of frequent calibration and upkeep. Optical approaches utilizing light scattering, notably using laser diodes, have gained wide acceptance because of their compact footprint and real-time data delivery capabilities; nonetheless, they experience sensitivity drop-off when identifying particles below 1.0 μm and are prone to significant interference under changing environmental scenarios. More recently, sensors constructed from microelectromechanical systems (MEMS) and detectors boosted with nanomaterials (for instance, those using graphene or carbon nanotubes) have become available, displaying better miniaturization and increased sensitivity, but continue to struggle with issues like stability, calibration drift, and attaining high specificity within complex atmospheric settings [11-15]. Besides, there are significant differences in the calculation methods for the sensor parameters, such as the electrical capacitance [16].

As a consequence of these challenges, innovative and highly sensitive signal detection techniques leveraging the principles of deterministic chaos [17, 18] have indicated great potential for environmental sensing [19], specifically when it comes to fine dust detection. Sensors drawing upon chaos rely on the inherent responsiveness of nonlinear dynamical systems to externally applied stimuli [19-21]. When the fine dust particles interact with a sensor interface, such as a microelectromechanical cantilever or a

plasma discharge element, they cause subtle modifications of the system parameters (mass, distribution of charge, or damping), leading to significant changes within chaotic output signals [22-27]. These slight influences on a chaotic oscillator's state can be measured with great precision using metrics such as Lyapunov exponents, entropy measurements, recurrence plots, or synchronization shifts [26-30]. Unlike linear systems, which typically suffer resolution loss in situations with poor signal-to-noise ratios, systems utilizing chaos naturally amplify small disturbances without demanding significant power or the utilization of complex filtering steps, thereby making it possible to detect particulate concentrations at the sub-microgram level [1-5, 25-28].

## II. THE FINE DUST PARTICLES DETECTION PROCESS

In the standard generalized mathematical model for detecting fine dust particles—without considering chaotic behaviour—the signal conversion starts with the airborne particles influence to a sensing component. This usually involves optical, piezoelectric, resistive, or capacitive methods. Let's represent the surrounding particulate concentration with  $r(t)$ , which signifies the fine dust's mass concentration changing over time. The physical interaction between the particles and the sensor is described by a transduction function  $h(r(t))$ , which outputs an analog sensor signal  $s(t)$ . As an illustration, in an optical scattering-based sensor, the output voltage depends on the scattered light intensity, in accordance with the Mie scattering theory. The analog sensor output can be described as  $s(t) = \alpha \cdot r(t)^\gamma + \eta(t)$ , where  $\alpha$  is a calibration coefficient,  $\gamma$  is the nonlinear exponent (usually  $0.9 < \gamma < 1.2$ ), and  $\eta(t)$  represents the noise, which is typically modeled as Gaussian random process:  $\eta(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$ .

The processed signal is denoted as  $s_a(t) = f(s(t))$ , where  $f(\cdot)$  is the analog filter function. The signal is sampled by an analog-to-digital converter (ADC) with a sampling interval  $\Delta t$ , producing a discrete-time digital signal  $s_d[n] = Q(s_a(n \cdot \Delta t))$ , where  $Q(\cdot)$  describes the quantization process which is determined as  $Q(x) = \text{round}\left(\frac{x}{\Delta u}\right) \cdot \Delta u$ , where  $\Delta u$  is the quantization step.

In the digital part, the dependence between the digital signal and particle concentration is defined in the form  $\hat{r}[n] = f_{\text{cal}}(s_d[n])$ , where  $f_{\text{cal}}(\cdot)$  is the calibration function which can be obtained through polynomial regression or least squares fitting. For a linear model, the expression is simplified as  $\hat{r}[n] = k \cdot s_d[n] + b$ , where

$k$  and  $b$  are calibration constants. Also, the smoothing can be applied as  $\bar{r}[n] = \lambda \cdot \hat{r}[n] + (1 - \lambda) \cdot \bar{r}[n-1]$ , where  $\lambda \in (0, 1)$  is a smoothing coefficient.

As a result, the decision-making is performed by comparing the estimated concentration  $\bar{r}[n]$  with predefined threshold levels. The decision rule can be defined as  $\bar{r}[n] > r_{\text{thr}} \Rightarrow \text{ALERT}$ , where  $r_{\text{thr}}$  is a concentration limit value determined according to environmental standards (e.g., WHO or EPA).

In general, the fine dust detection is performed by (1):

$$\begin{aligned} r(t) &\mapsto s(t) \mapsto s_a(t) \mapsto s_d[n] \mapsto \\ &\mapsto \hat{r}[n] \mapsto \bar{r}[n] \mapsto \text{Decision} \end{aligned} \quad (1)$$

The sequence (1) of transformations systematically refines raw airborne particles data into an easily understandable and useful conclusion, thereby providing reliable air quality analysis within sensor-based systems.

## III. THE CHAOS-BASED METHOD FOR AUTOMATED DETECTION OF FINE DUST PARTICLES IN AIR

The Duffing oscillator displays chaotic behaviour under specific parameters [25-27]. It is mathematically represented by a second-order differential equation (the Duffing equation), incorporating a nonlinear restoring force. The forced and damped Duffing oscillator is described by the mathematical model (2):

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta \dot{x}(t) - \alpha x(t) + \beta x^3(t) = F \cos(\omega t), \quad (2)$$

where  $x(t)$  is the Duffing system output signal,  $\zeta$  is a damping coefficient, and  $F \cos(\omega t)$  is the driving force (driving signal) with amplitude  $F$  and angular frequency  $\omega$ . The component  $-\alpha x + \beta x^3$  is the nonlinear restoring force with  $\alpha > 0$  and  $\beta > 0$ . Such a restoring force creates a double-well (bistable) potential function that is the key to chaotic dynamics. The common choice is  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ , that yields a restoring force  $-x + x^3$ . The potential energy of the described chaotic system is determined as  $V(x) = \frac{1}{2} \alpha x^2 - \frac{1}{4} \beta x^4$ , with two minima that denote two stable equilibrium positions for  $x$  (a "bistable" system). The damped term  $2\zeta \dot{x}$  dissipates the system energy, while the driving force  $F \cos(\omega t)$  injects the energy at frequency  $\omega$ .

As a practical example, a setup frequently employed in studies focused on weak-signal detection utilizes  $2\zeta = 0.5$ , indicative of moderate damping, paired with  $\omega = 1$  rad/s, adopted as a reference frequency. The

Duffing oscillator's complex functionality is primarily attributable to the nonlinear element  $\beta x^3$ , which permits the existence of multiple stable configurations and intricate trajectories.

Under the influence of external driving signal  $F$ , the oscillator may settle into minor oscillations circumscribing one of the potential wells, establishing a stable periodic orbit. As the magnitude of  $F$  grows, the system might experience a homoclinic orbit, in which a trajectory interconnecting the saddle point situated at the origin destabilizes the periodic motion. Subsequent to this property, the Duffing oscillator is capable of entering a chaotic regime characterized by the emergence of a strange attractor within the phase space. For increased values of  $F$ , the motion can re-stabilize, evolving into a large-amplitude periodic orbit that oscillates across both potential wells synchronously with the applied driving force, often categorized as a "large-scale periodic state". In summary, with incremental increases in the drive amplitude  $F$ , the Duffing oscillator's output undergoes transitions: "periodic - chaotic - periodic" in a standard pattern. These shifts correspond to established nonlinear phenomena, encompassing period-doubling cascades alongside crises precipitating chaos, succeeded by either a saddle-node bifurcation or an inverse type of bifurcation restoring periodicity.

From a mathematical perspective, the chaos threshold can be obtained through diverse methodologies. A rigorous approach includes the computation of the largest Lyapunov exponent  $\Lambda_{\max}$ , considering  $F$  as its argument. In the chaotic state,  $\Lambda_{\max} > 0$ , suggesting sensitive divergence between adjacent trajectories, while in the periodic state,  $\Lambda_{\max} < 0$ , reflecting a convergence towards a limit cycle. The threshold values can be obtained when  $\Lambda_{\max}$  crosses zero. For an example, if a the amplitude is  $F = 0.826$ , in normalized units, then the maximum Lyapunov exponent is positive,  $\Lambda_{\max} > 0$ , that indicates the presence of chaos phenomenon. But, when  $F$  increases to 0.827, then  $\Lambda_{\max}$  become negative, showing a stable periodic orbit. Thus the chaos threshold is approximately located around  $F \approx 0.826$  for the system (2), that is similar to [23-28]. The combined external influence is described as follows:

$$F \cos(\omega t) + a(t), \quad (3)$$

where  $a(t)$  is the disturbance signal  $A_0 \cdot \cos(\omega t)$  with amplitude  $A_0 = q \cdot \bar{r}$ , proportional to estimated fine dust particles concentration  $\bar{r}$  with the calibration coefficient  $q$ . In other words,  $A_0$  is the normalized dust

concentration. The modified Duffing oscillator with the added signal and noise  $n(t)$  can be described by (4):

$$\ddot{x} + 0.5\dot{x} - x^3 + x^5 = \lambda_c \cos(\omega t) + a(t) + n(t), \quad (4)$$

where the nonlinear restoring force is changed to  $-x^3 + x^5$  for enhanced sensitivity,  $\lambda_c$  is the critical driving force amplitude (slightly below the chaos threshold),  $a(t)$  is the weak signal to-be-detected (its amplitude is much less than the driving force amplitude), and  $n(t)$  is the noise component. The equation (4) describes the cubic-quintic Duffing oscillator model for the detection of weak signals.

The addition of a weak signal, denoted by  $a(t)$ , pushes the overall forcing slightly past the critical threshold. Consequently, the Duffing oscillator, which initially exhibited chaotic behaviour, shift towards a periodic condition. In the time dimension, this signifies that the output  $x(t)$ , previously marked by chaotic oscillations, will stabilize into a consistent, elliptic sine wave-like oscillation at the driving frequency  $\omega$ . In phase space, the complex attractor will condense into a straightforward, closed orbit. This transition can be ascertained through several methods, including direct visualization of the phase trajectory or monitoring the Fourier spectrum of  $x(t)$  for a prominent spectral line at  $\omega$ . Without the weak signal's presence, the system will maintain its chaotic dynamics. Thus, the introduction of a dust-related signal triggers a significant change in the detector's dynamic regime.

Due to the inherent qualitative disparities between these two states, this method functions effectively even with a noisy output. For instance, calculating the variance of the oscillator's output over a defined time window is viable; a shift to a larger periodic orbit typically escalates the output amplitude and variance considerably compared to the bounded chaotic motion. The computed maximal Lyapunov exponent from the time series, whose sign reverses as indicated, acts as another indicator. Alternatively, a more direct approach involves plotting the  $x-\dot{x}$  phase trajectory and observing its convergence into a loop. Modern implementations employ algorithmic approaches, such as permutation entropy or machine learning, to categorize the system's state from the time series. Fundamentally, the Duffing system functions as a detector that produces a binary output (chaos or periodicity) in reaction to an incoming signal, thereby executing amplification and detection within the dynamical domain. The identification of a periodic state suggests the presence of a weak periodic constituent at frequency  $\omega$  within the input, indicative of the detection of dust particles; conversely, maintaining a chaotic state

implies that no targeted signal was detected above the noise threshold.

The architecture of a single Duffing oscillator based fine dust detection system is shown in Fig. 1.

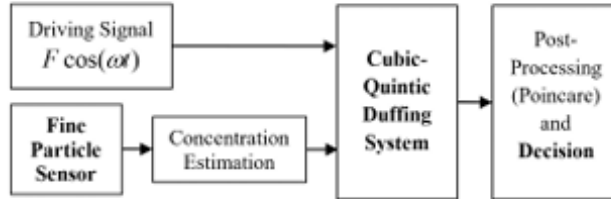


Figure 1. The chaos-based detection of fine dust particles in air

The Poincaré map (sampling the system once per drive cycle) can be utilized to convert the continuous-time system into a discrete map. Within the Poincaré map, a periodic orbit acts as a fixed point (or a small cluster of points if sub-harmonics are present), whereas a chaotic orbit appears as a scattered set of points. This behaviour can be quantified using permutation entropy or other complexity metrics to automatically classify whether the pattern is ordered or chaotic. Thus, from a theoretical perspective, detection revolves around inducing a chaos-to-order transition and identifying that transition via any measure of chaos.

It should be noted that employing two or more coupled Duffing oscillators can improve noise resistance and the detection stability, instead of relying on a single oscillator. The double-coupled Duffing system can be adjusted such that the two oscillators operate with phase divergence and with information exchange.

The proposed architecture of a system for automated detection of fine dust particles in air with coupled chaotic systems is shown in Fig. 2.

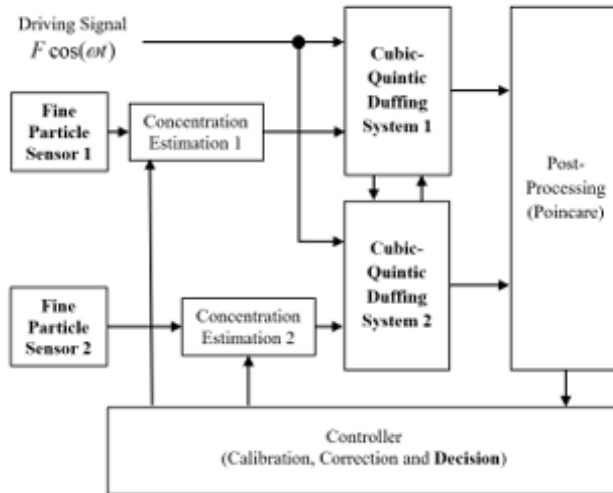


Figure 2. The chaos-based detection of fine dust particles in air

The weak signal tends to push both towards periodic orbits, whereas uncorrelated noise will impact them differently. By averaging their responses, the detection of fine dust particles can be much more accurate. Such

approach effectively introduces more nonlinear degrees of freedom which necessitate a coherent input to synchronize into periodic motion, and consequently boosting the detector's anti-noise capabilities.

#### IV. THE SIMULATION RESULTS

The proposed cubic-quintic Duffing system is realized as a Simulink model shown in Fig. 3.

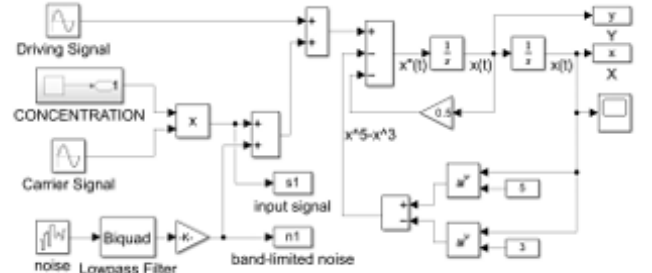


Figure 3. The cubic-quintic Duffing system model diagram

Let's consider the system's phase space at the threshold. The chaotic state (Fig. 4a) characterized by a strange attractor (high entropy, Lyapunov exponent is positive), while the periodic state (Fig. 4b) corresponds to a limit cycle (low entropy, Lyapunov exponent is negative).

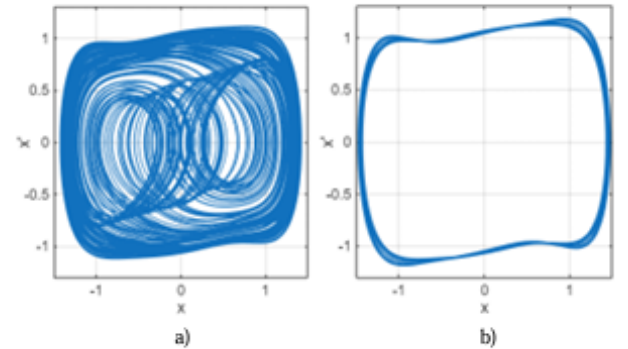


Figure 4. The phase portrait of cubic-quintic Duffing System: a) chaotic state; b) periodic state

The amplitude of the driving signal is set to  $F = 0.72570969$  that provides the critical chaotic state. The dust detection threshold is near  $A_b^{thr} = 1 \cdot 10^{-8}$  for the model discretization step  $0.002 \times \pi$  (Runge-Kutta numerical integration method). If the normalized dust concentration becomes greater than  $A_b^{thr}$ , the Duffing system goes from chaotic state (Fig. 4a) to periodic state (Fig. 4b).

The two Duffing systems (Fig. 2) are perturbed by two different dust sensors which cause a significant divergence between the output signals in Poincare section with time.

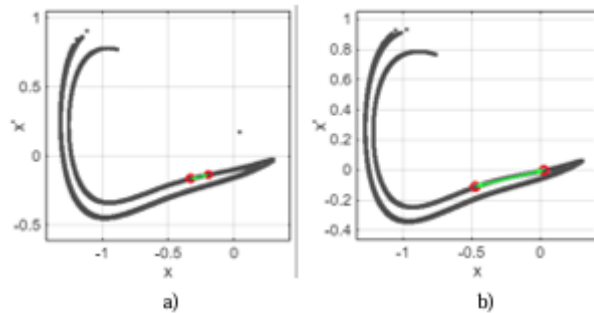


Figure 5. The Poincaré section: a) initial; b) after one period of  $\omega$

The Poincaré mapping (Fig. 5) allows to make the dust detection system more sensitive in accordance with more accurate phase trajectory divergence estimation along the homoclinic orbit. The coupled system (Fig. 2) shows a reliable detection under power SNR = -47.8 dB with white noise limited to the band  $f \in [0, 10 \cdot \omega / (2\pi)]$ . It should be noted that the lower normalized concentration values require a longer detection time, that is shown in Fig. 6.

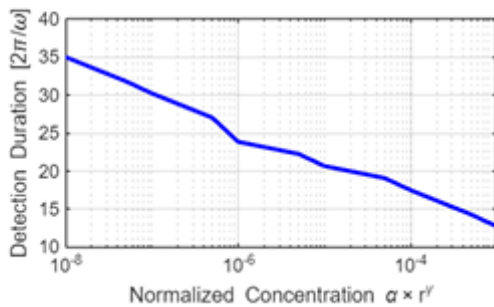


Figure 6. The chaos-based detection of fine dust particles in air

The obtained simulation results show interesting prospects of the chaos-based fine dust detection under extremely low concentrations and significant background noise at the sensors.

## V. DISCUSSION

The conducted investigation demonstrates that the Duffing chaotic oscillator can be employed as an extraordinarily sensitive detection tool, functioning at the precipice of chaos and utilizing the principles of nonlinear dynamics. The mathematical structure underpinning this detection approach centers on the Duffing equation, incorporating specifically selected parameters that position the system to transition from chaotic to periodic behaviour upon the introduction of a minuscule periodic input. It is elaborated on how a faint signal originating from minute dust particles (represented by a small periodic forcing) is amplified dynamically—steering the oscillator into a distinct state, readily identifiable via phase-space analysis or alternative assessment techniques. Essential equations characterizing the system's behaviour were presented, alongside theoretical instruments such as Lyapunov exponents and Poincaré maps, to elucidate the

sensitivity inherent in the detection process. Critically, the Duffing detector offers a blend of sensitivity and robustness to noise, enabling the detection of signals substantially below the noise floor by converting the detection task into an observation of a qualitative shift in state. It should be noted that such system can be easily scaled into different frequency ranges by adding the corresponding multipliers  $1/\omega$  after the integrators in the oscillator model, shown in Fig. 3. Recent developments, encompassing higher-order nonlinearities, interconnected systems, and fractional-order models, further augment the capabilities of chaos-based signal detection under strong background noise.

Another interesting advancement for the future development of chaos based fine dust particles detection is incorporating fractional calculus into the Duffing system model, using fractional-order derivatives to model memory effects with a higher accuracy. Fractional-order Duffing oscillators can show the intermittent chaos states that are not accessible in integer-order systems. This intermittent chaotic behaviour can demonstrate even greater sensitivity to weak inputs.

For purposes of simulation and design, the described continuous-time model permits the simulation of how signals emanating from fine dust would activate the Duffing system, allowing for the optimization of parameters for real-world situations. On the basis of the mathematical model, the solution can be applied across diverse areas (optical particle counters, electrical particle sensors, and others) with only the initial transducer varying. In general, the core component remains the Duffing chaotic system and its sensitive response to weak periodic inputs. This convergence of chaos theory and signal processing introduces a powerful approach to detecting of the fine dust with high sensitivity and using the potential of chaos-based signal detection that is anticipated in the past decades.

## CONCLUSIONS

A novel approach to detect minuscule airborne dust particles automatically relies on chaos principles, specifically utilizing the Duffing oscillator. This technique marks a considerable step forward in environmental sensing, exhibiting high sensitivity. The method works by exploiting the region close to the transition point between chaotic and periodic behaviour. This enables the extraction of weak signals caused by particulate matter from the background noise, which often obscures these signals, making the detection by standard linear methods impossible. The modified chaos-based system shows a reliable detection under SNR = -47.8 dB in accordance with the simulation results. The principal improvements encompass enhanced nonlinearities (the cubic-quintic terms) and coupled oscillators designed to enhance the overall sensitivity.

The proposed fine dust detection method does not require high computational resources because of the

relatively simple structure of the Duffing system (Fig. 3). The limitations of system sensitivity and noise immunity depend on discretization and quantization errors which reduce the input dynamic range for low SNR values. Thus, the main real-world deployment challenges are related to development of high-sensitive Poincare map analysis algorithms, which are robust to discretization effects.

By combining this approach with modern tools for classifying signals, a new route opens up for extremely accurate, noise-resistant, and energy-efficient monitoring of airborne dust. Through further integration with real-time embedded systems and complex monitoring networks, these chaos-based sensors show remarkable potential for next-generation air quality control and technologies focused on environmental protection.

#### DECLARATION ON GENERATIVE AI

During the preparation of this work, the authors used ChatGPT in order to: grammar and spelling check, paraphrase, reword and searching of literature in Internet. After using this tool, the authors reviewed and edited the content as needed and take full responsibility for the publication's content.

#### REFERENCES

- [1] W. Leal Filho, J. H. P. Eustachio, M. Fedoruk, T. Lisovska, "War in Ukraine: an overview of environmental impacts and consequences for human health," *Front. Sustain. Resour. Manag.*, vol. 3, Art. 1423444, 19 Jul. 2024.
- [2] D. Hryhorczuk, B. S. Levy, M. Prodanchuk, O. Kravchuk, N. Bubalo, A. Hryhorczuk, T. B. Erickson, "The environmental health impacts of Russia's war on Ukraine," *J. Occup. Med. Toxicol.*, vol. 19, Art. 1, 05 Jan. 2024.
- [3] J. Shang, P. Zhang, Y. Wang, Y. Liu, H. Wang, S. Li, "PM2.5 Concentration Prediction in the Beijing–Tianjin–Hebei Region Based on ERA5 PWV and Atmospheric Pollutants," *Atmosphere*, vol. 16, no. 3, Art. 269, Feb. 2025.
- [4] S. Li, J. Guo, Y. Wang, X. Lian, J. Li, "The Characteristics of PM2.5 and O<sub>3</sub> Synergistic Pollution in the Sichuan Basin Urban Agglomeration," *Atmosphere*, vol. 16, no. 3, Art. 329, Mar. 2025.
- [5] S. Park, M. J. Kim, "Forecasting Ultrafine Dust Concentrations in Seoul: A Machine Learning Approach," *Atmosphere*, vol. 16, no. 3, Art. 239, Feb. 2025, doi: 10.3390/atmos16030239.
- [6] J. Ding, D. Mei, B. Liu, M. Gao, J. Cui, "Investigation of the Dynamic Characteristics of PM2.5 Dispersion During the Acceleration of Motor Vehicles in Urban Streets Based on Computational Fluid Dynamics and Dynamic Mode Decomposition," *Atmosphere*, vol. 16, no. 3, Art. 268, Feb. 2025.
- [7] R. Parra, "Modeling PM2.5 Levels Due to Combustion Activities and Fireworks in Quito (Ecuador) for Forecasting Using WRF-Chem," *Atmosphere*, vol. 16, no. 5, Art. 495, Apr. 2025.
- [8] K. K. Barkjohn, R. Yaga, B. Thomas, W. Schoppman, K. S. Docherty, A. L. Clements, "Evaluation of Long-Term Performance of Six PM2.5 Sensor Types," *Sensors*, vol. 25, no. 4, Art. 1265, Feb. 2025.
- [9] L. Rojas González, E. Montilla-Rosero, "Evaluation of In-Situ Low-Cost Sensor Network in a Tropical Valley, Colombia," *Sensors*, vol. 25, no. 4, Art. 1236, Feb. 2025.
- [10] P. Pan, A. S. Malarvizhi, C. Yang, "Data Augmentation Strategies for Improved PM2.5 Forecasting Using Transformer Architectures," *Atmosphere*, vol. 16, no. 2, Art. 127, Feb. 2025.
- [11] H. Samae, P. Suriyawong, A. Yawootti, W. Phairuang, S. Sampattagul, "Precision and Accuracy Analysis of PM2.5 Light-Scattering Sensor: Field and Laboratory Experiments," *Atmosphere*, vol. 16, no. 1, Art. 76, Jan. 2025.
- [12] H. Tang, Y. Cai, S. Gao, J. Sun, Z. Ning, Z. Yu, J. Pan, Z. Zhao, "Multi-Scenario Validation and Assessment of a Particulate Matter Sensor Monitor Optimized by Machine Learning Methods," *Sensors*, vol. 24, no. 11, Art. 3448, Jun. 2024, doi: 10.3390/s24113448.
- [13] G. Gualtieri, L. Brilli, F. Carotenuto, A. Cavaliere, T. Giordano, S. Putzolu, C. Vagnoli, A. Zaldei, B. Gioli, "Performance Assessment of Two Low-Cost PM2.5 and PM10 Monitoring Networks in the Padana Plain (Italy)," *Sensors*, vol. 24, no. 12, Art. 3946, Jun. 2024, doi: 10.3390/s24123946.
- [14] Z. Farooqui, J. Biswas, J. Saha, "Long-Term Assessment of PurpleAir Low-Cost Sensors for PM2.5 in California, USA," *Pollutants*, vol. 3, no. 4, pp. 477–493, Oct. 2023, doi: 10.3390/pollutants3040033.
- [15] O. Melnychenko, L. Scislo, O. Savenko, A. Sachenko, P. Radiuk, "Intelligent Integrated System for Fruit Detection Using Multi-UAV Imaging and Deep Learning," *Sensors*, vol. 24(6), Art. 1913, Mar. 2024, doi: <https://doi.org/10.3390/s24061913>.
- [16] V. Martynyuk, M. Ortigueira, M. Fedula, and O. Savenko, "Methodology of electrochemical capacitor quality control with fractional order model," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 91, pp. 118–124, Jul. 2018.
- [17] A. C. J. Luo, "1-Dimensional Flow Arrays and Bifurcations in Planar Polynomial Systems," Cham, Switzerland: Springer, 2024.
- [18] A. C. J. Luo, "Two-Dimensional Quadratic Nonlinear Systems, Volume I: Univariate Vector Fields," Cham, Switzerland: Springer, 2023.
- [19] Y. Guo and A. C. J. Luo, "Periodic Motions to Chaos in a Spring-Pendulum System," San Rafael, CA, USA: Morgan & Claypool Publishers, 2023.
- [20] L. Wei, "A Chaos-Based and Ensembled Method for Outlier Detection," 2022 19th International Computer Conference on Wavelet Active Media Technology and Information Processing (ICCWAMTIP), Chengdu, China, 2022, pp. 1–4.
- [21] Lili Zhu, Xingcheng Li and Yongshun Zhang, "Transient Weak Signal Detection in Chaos Based on RBF Neural Network," 2005 International Conference on Neural Networks and Brain, Beijing, China, 2005, pp. 776–780.
- [22] M. Karpinski, S. Ivasiev, I. Yakymenko, M. Kasianchuk and T. Gancarczyk, "Advanced method of factorization of multi-bit numbers based on Fermat's theorem in the system of residual classes," 2016 16th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), Gyeongju, Korea (South), 2016, pp. 1484–1486, doi: 10.1109/ICCAS.2016.7832500.
- [23] Y. Yang et al., "Chaotic Effect-Based Array Duffing Systems with Improved Nonlinear Restoring Force for Weak Signal Detection in Dynamic MWD," *Sensors*, vol. 23, no. 17, p. 7598, 2023.
- [24] S. Shan et al., "Weak Fault Diagnosis Method of Rolling Bearings Based on Variational Mode Decomposition and a Double-Coupled Duffing Oscillator," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 14, p. 8505, 2023.
- [25] J. Zhou, "Threshold Determination Method of the Duffing Chaotic System Based on Improved Permutation Entropy and Poincaré Mapping," *Entropy*, vol. 25, no. 12, p. 1654, 2023.
- [26] H.-C. Mao et al., "Weak Signal Detection Application Based on Incommensurate Fractional-Order Duffing System," *J. Nonlinear Math. Phys.*, vol. 31, article 33, 2024.
- [27] C. Zhang et al., "Circuit design and application for weak signal detection based on Duffing oscillator," *Vibroengineering Procedia*, vol. 43, pp. 91–96, 2022.
- [28] M. Fedula, T. Hovorushchenko, A. Nicheporuk, V. Martynyuk, "Chaos-based signal detection with discrete-time processing of the Duffing attractor," *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (4-100), pp. 44 - 51, 2019.
- [29] S. Zaminga, A. Martinez, H. Huang, D. Rontani, F. Morichetti, A. Melloni, and F. Grillot, "Optical chaotic signal recovery in turbulent environments using a programmable optical processor," *Light: Science & Applications*, vol. 14, Art. no. 131, Mar. 2025.
- [30] D. Chen, S. Shi, and X. Gu, "Chaos detection scheme for multiple variable-frequency signals with overlapping frequencies," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2023, Art. no. 91, Sep. 2023.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

РЕЦЕНЗІЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Дипломник: Крамар Іван Іванович

Тема: Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем

Спеціальність: 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Обсяг кваліфікаційної роботи:

Кількість сторінок записки \_\_\_\_\_ 90 \_\_\_\_\_

1. Короткий зміст роботи та прийнятих рішень: розроблено метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем Дуффінга з підвищеними степенями компонентів нелінійної функції, яка визначає потенціал системи.

2. Висновок про відповідність роботи дипломному завданню: Робота повністю відповідає поставленому завданню

3. Характеристика виконання кожного розділу, ступінь використання останніх досягнень науки і техніки і передових методів роботи: у першому розділі кваліфікаційної роботи проведено огляд методів моніторингу пилу та обґрунтовано використання теорії хаосу. У другому розділі кваліфікаційної роботи було розроблено фізичну модель лазерного сенсора та динамічну систему детектора на основі осцилятора Дуффінга. У третьому розділі кваліфікаційної роботи було обґрунтовано метод виявлення частинок на основі модифікованих систем Дуффінга з кубічно-квінтичною нелінійністю та розроблено алгоритми розпізнавання режимів у реальному часі. У четвертому розділі кваліфікаційної роботи запропоновано п'ятирівневу архітектуру системи для виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі на основі розроблених хаотичних моделей, що довело високу ефективність запропонованого підходу для створення прецизійних систем екологічного моніторингу.

4. Позитивні сторони роботи: надзвичайна чутливість до слабких сигналів та висока завадостійкість до неперіодичних шумів, що дозволяє значно знизити нижню межу виявлення пилу порівняно з лінійними підходами.

5. Негативні сторони роботи: підвищена обчислювальна складність при використанні нелінійностей високих порядків, що вимагає ретельного контролю чисельної стійкості алгоритмів та врахування можливого дрейфу параметрів компонентів.

6. Оцінка графічного оформлення та пояснювальної записки роботи: Пояснювальна записка оформлена коректно, згідно діючих стандартів оформлення документації

7. Відгук про роботу в цілому: Робота виконана на високому науково-технічному рівні.

8. Інші зауваження: відсутні

9. Оцінка дипломної роботи: відмінно (90/А)

Рецензент (прізвище, ім'я, по батькові, посада, місце роботи) \_\_\_\_\_

Чесун Віктор, канд техн наук, доцент  
доцент кафедри кібербезпеки

“ 19 ” грудня 2025 р.

  
(підпис)

Завідувачу кафедри АКІТтаР  
канд. техн. наук, доц. Корецькій Л.О.

Крамар Іван Іванович

ПІБ здобувача вищої освіти

ФІТ, 2 курс, групи АКІТРМ-24-1

### ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про систему забезпечення академічної доброчесності у Хмельницькому національному університеті» від 01.07.2022, згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на наявність плагіату ознайомлений(а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї роботи для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (StrikePlagiarism та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

19.12.2025

дата

Johnny

підпис

## Протокол аналізу звіту подібності експертом

Заявляю, що я ознайомився (-лась) з Повним звітом подібності, який був згенерований Системою виявлення і запобігання плагіату щодо роботи:

**Автор:** Іван КРАМАР

**Співавтор:**

**Назва:** Крамар\_на антиплагіат

**Експерт:** Микола ФЕДУЛА

**Підрозділ:** Кафедра автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки

**Коефіцієнт подібності 1:** 1.2%

**Коефіцієнт подібності 2:** 0.5%

**Мікропробіли:** 3

**Заміна букв:** 3

**Інтервали:** 0

**Білі знаки:** 1

**Дата створення звіту:** 2025-12-19 10:21:34.0

**Після аналізу Звіту подібності констатую наступне:**

Запозичення, виявлені в роботі є законними і не є плагіатом. Рівень подібності не перевищує допустимої межі. Таким чином робота незалежна і приймається.

Запозичення не є плагіатом, але перевищено граничне значення рівня подібностей. Таким чином робота повертається на доопрацювання.

Виявлено запозичення і плагіат або навмисні текстові спотворення (маніпуляції), як передбачувані спроби укриття плагіату, які роблять роботу невідповідною вимогам законодавства (Ст. 32. ЗУ Про вищу освіту, пункт 3.1, Ст. 42. ЗУ Про освіту) та вимог НАЗЯВО (Критерій 5), а також кодексу етики і процедур. Таким чином робота не приймається.

**Обґрунтування:**

2025-12-19



Доцент Микола Федула

Дата

експерт

# Anti-Plagiarism v-15.258 (global version)

The maximum coincidence with one document 1.0%

Dictionaries check: en\_US, ru\_RU, ua\_UA. Errors in the documents: 7%

ID: 253788 Title: МКР Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу Added in a DB: 2025-12-19 Authors: Іван КРАМАР Heads: Микола ФЕДУЛА Consultants: Opponents:	Document		Sum coincidence on the DB	
	Symbols	Lexemes	Symbols	Lexemes
	91426	1379	696 (1%)	7 (1%)

## Plagiarism sources

ID	Description	Plagiarism presence in the document	
		Symbols	Lexemes

РІШЕННЯ ЕКСПЕРНОЇ КОМІСІЇ  
КАФЕДРИ АВТОМАТИЗАЦІЇ, КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА  
РОБОТОТЕХНІКИ  
ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: Метод автоматизованого виявлення дрібнодисперсного пилу в повітрі із застосуванням хаотичних систем

Автор: Крамар Іван Іванович

Спеціальність: 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

Освітня програма: Освітньо-професійна програма «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Науковий керівник: Федула Микола Васильович, кандидат технічних наук, доцент

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом. Робота приймається до захисту.	<b>відповідає</b>
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої й електронної версії роботи	
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того, як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	
5	Інше:	

Підтвердження:

Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом, оскільки:

1) у тексті кваліфікаційної роботи системами перевірки на плагіат виявлено схожість з деякими документами в частині загальнозживаних обов'язкових словосполучень у стандартних бланках (титульний аркуш тощо), у структурі змісту, назвах розділів/підрозділів тощо, у назвах публікацій у переліку джерел посилання;

2) усі запозичення є фрагментарними або мають належним чином оформленні посилання;

3) виявлені модифікації тексту не впливають на відсоток схожості.

Сумарний обсяг всіх запозичень, визначений системою виявлення збігів ідентичності/схожості, складає 1,21% і адресується до 20 джерел, що, з урахуванням наведених обґрунтувань, відповідає характеру теми і свідчить на користь кваліфікаційної роботи.

Завідувач кафедри

Гарант освітньої програми

Керівник кваліфікаційної роботи


Людмила КОРЕЦЬКА

Валерій МАРТИНЮК

Микола ФЕДУЛА