УДК 519.85

ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ЗАДАЧА ТРАНСПОРТНОГО ТИПУ З МІНІМІЗАЦІЄЮ ВИТРАТ НА ПЕРЕВЕЗЕННЯ ПРОДУКЦІЇ ТА МАКСИМІЗАЦІЮ ПРИБУТКУ ВІД ЇЇ РЕАЛІЗАЦІЇ

[1]**Грипинська Н. В. (к.фіз-.мат.н, доцент)** grypynska@gmail.com ;
[2]**Цегелик Г. Г. (д.фіз. мат.наук, професор)** hryhoriy.tsehelyk@gmail.com .
[2]*Львівський Національний університет ім. Івана Франка, Львів, Україна;*
[1]*Хмельницький національний університет, Хмельницький.*

З розвитком ринкових відносин, удосконаленням управління в усіх , *Україна* сферах цілеспрямованої людської діяльності виникають задачі, для розв'язання яких треба приймати рішення, які є досить складними і суттєво впливають на результат. Для наукового обґрунтування рішень у залежності від задачі може використовуватись той чи інший математичний апарат: методи лінійного та нелінійного програмування, динамічне програмування, стохастичне програмування, теорія ігор, теорія масового обслуговування, регресійний аналіз та інші.

Моделям і методам підтримки прийняття рішень присвячена низка праць як зарубіжних, так і вітчизняних науковців. Серед вітчизняних авторів можна виділити праці Волошина О. Ф. і Мащенка С. О. [1, 2], Кігеля В. Р. [3] та інших. Як правило, в цих працях розглядаються методи розв'язання багатокритеріальних задач, в яких усі критерії оптимальності треба максимізувати. Такі двокритеріальні задачі розглянуті нами в [4, 5]. Однак, на практиці зустрічаються двокритеріальні задачі, в яких один критерій треба максимізувати, а інший – мінімізувати. Такою задачею є, наприклад, задача підвищення рентабельності виробництва, в якій треба максимізувати прибуток і мінімізувати витрати [6].

В даній роботі розглядається двокритеріальна задача транспортного типу, в якій треба мінімізувати витрати на перевезення продукції та максимізувати прибуток від її реалізації.

Нехай

n – кількість пунктів постачання; m – кількість пунктів споживання; c_{ij} – вартість перевезення одиниці продукції з i-го пункту постачання в j-ий пункт споживання; α_{ij} – прибуток від реалізації одиниці продукції завезеної з i- го пункту постачання в j-ий пункт споживання; a_i –

об'єм продукту, який міститься в i-ому пункті постачання; b_j – потреба в продукції j-го пункту споживання; x_{ij} – кількість одиниць продукції, що планується перевезти з i-го пункту постачання в j-ий пункт споживання (шукані величини).

Задача полягає в складанні такого плану перевезення продукції, щоб вся продукція з пунктів постачання була вивезена, потреби всіх пунктів споживання були задоволені і в той же час затрати на перевезення продукції були мінімальними, а прибуток від продажу завезеної продукції в пункти споживання був максимальним. Тоді математична модель задачі буде такою:

$$L_1 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \to \min \quad (1)$$

$$L_2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} x_{ij} \to \max \quad (2)$$

за умов

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, \; j = 1,2,\ldots,m, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i, \; i = 1,2,\ldots,n, \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0, \; i = 1,2,\ldots,n, \; j = 1,2,\ldots,m. \quad (5)$$

Для розв'язання задачі можна використати метод послідовних поступок [7]. Для цього спочатку треба розв'язати задачу (1), (3)-(5) як транспортну задачу закритого типу.

Знайдений розв'язок підставити в лінійну форму L_2. Якщо стосовно прибутку цей розв'язок нас задовольняє, то він буде і розв'язком задачі (1)-(5). В противному випадку по ланцюжку збільшуємо витрати на перевезення продукції з метою збільшення прибутку. Таке збільшення видатків на перевезення збільшуємо доти, доки знайдений розв'язок задачі (1), (3)-(5) не буде нас задовольняти стосовно прибутку.

Приклад**.** Нехай $n = 4$, $m = 5$, $a_i = (100, 200, 300, 250)$, $b_j = (250, 200, 150, 150, 100)$,

$$\{c_{ij}\}=\begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 9 & 8 \\ 10 & 4 & 8 & 7 & 9 \\ 9 & 5 & 6 & 9 & 8 \\ 5 & 4 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \quad \{a_{ij}\}=\begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 11 & 6 \\ 12 & 6 & 7 & 10 & 8 \\ 11 & 7 & 5 & 6 & 9 \\ 8 & 10 & 11 & 12 & 5 \end{pmatrix}.$$

Тоді для розв'язання задачі (1), (3)-(5) одержуємо таблицю

a_i \ b_j	250	200	150	150	100
100	5	7	6	9	8
200	10	4	8	7	9
300	9	5	6	9	8
250	5	4	6	8	7

Розв'яжемо задачу методом потенціалів, визначивши початковий опорний план методом північно-західного кута. Одержуємо таблиці:

$L_1 = 5750$

u_i \ v_j	5	-1	0	2	1
0	5 100	7	6	9	8
-5	- 10 150	+ 4 50	8	7	9
-6	9	- 5 150	+ 6 150	9	8
-6	+ 5 5	4 -1	- 6 0 0	8 8 150	77 100

$L_1 = 5750$

0	5 100	7	6	9	8
-5	- 10 150	4 50	8	+ 7	9
-6	9	5 150	6 150	9	8
0	+ 5 0	4	6	- 8 150	7 100
v_j / u_i	5	5	6	8	7

$L_1 = 4850$

0	5 100	7	6	9	8
1	10	- 4 50	8	+ 7 150	9
0	9	5 150	6 150	9	8
v_j / u_i	5	4	5	7	7
0	5 150	+ 4	6	- 8 0	7 100
0	5 100	7	6	9	8

$L_1 = 4850$

0	10	4 50	8	7 150	9
-1	9	5 150	6 150	9	8
0	5 150	4 0	6	8	7 100

Розв'язком задачі (1), (3)-(5) є $x_{11} = 100$, $x_{22} = 50$, $x_{24} = 150$, $x_{32} = 150$, $x_{33} = 150$, ч $x_{41} = 150$, $x_{45} = 100$, усі решта x_{ij} дорівнюють 0. Оптимальне значення лінійної форми L_1 становить 4850 одиниць.

Для знайденого розв'язку $L_2 = 6100$. Припустимо, що такий прибуток нас не задовольняє. Зробимо поступку, збільшивши витрати і збільшивши прибуток. Одержимо

a_i \ b_j	250	200	150	150	100
100	5	7	6	9	8 100
200	10	4 50	8	7 150	9
300	9	5 150	6 150	9	8
250	5 250	4	6	8	7

Вважатимемо, що цей розв'язок нас задовольняє.

Отже, $x_{15} = 100$, $x_{22} = 50$, $x_{24} = 150$, $x_{32} = 150$, $x_{33} = 150$,

$x_{41} = 250$, а усі решта x_{ij} дорівнюють 0. Для цього розв'язку $L_1 = 4950$, $L_2 = 6200$. Збільшивши витрати на 100 одиниць, на стільки же збільшився дохід.

Список використаних джерлд

1. Волошин О.Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. – К., 2010.

2. Волошин О.Ф., Мащенко С. О. Теорія прийняття рішень: навч. посіб. – К., 2006.

3. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: монографія. – К., 2003.

4. Марко М. Я. Використання методу послідовного введення обмежень для розв'язання однієї двокритеріальної задачі планування виробництва / М. Я. Марко, Г. Г. Цегелик, Н. В. Грипинська / / Хмельницького національного університету, 2017. – 95-99.

5. Marko M. Y. Using the method of ideal point to solve dual-objective problem for production scheduling / M. Y. Marko, H. H. Tsegelik. – Charkiw: Science Rise, №7/1(24) , 2016, p. 46-49.

6. Марко М. Я Використання методу послідовних поступок для розв'язання задачі підвищення рентабельності виробництва/ М. Я. Марко, Г. Г. Цегелик// Наукові записки Львівського поліграфічного інституту, сер. економічні науки. – 2017. – №1. – С. 141-146.

7. Цегелик Г. Г. Моделі та методи підтримки прийняття рішень в умовах визначеності: текст лекцій/ Г. Г. Цегелик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015.

8. Цегелик Г. Г. Математичне програмування: навч.посібник/ Г. Г. Цегелик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 338 с.