

ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ РІВНЯНЬ РУХУ БАГАТОЧАСТОТНИХ П'ЄЗОРЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Розглянуто особливості моделювання багаточастотних п'єзореzonансних коливальних систем в середовищі MATLAB. Приведено результати моделювання для випадку тричастотного режиму коливань.

The features of modeling piezoresonance multifrequency oscillatory systems in the environment of MATLAB. The results of simulation for the case of three frequency mode oscillations.

Ключові слова: багаточастотні п'єзореzonансні коливальні системи, п'єзореzonансні пристрої, кварцовий резонатор.

Вступ

Важливу роль у вирішенні широкого кола технічних і наукових задач відіграють радіотехнічні системи різноманітного призначення. Їх розвиток безпосередньо пов'язаний з удосконалюванням систем і пристроїв прецизійної радіоелектроніки, центральне місце серед яких займають п'єзореzonансні пристрої (ПРП). Системи зв'язку, телебачення, локації, навігації, траекторних вимірювань та цілий ряд інших систем забезпечують необхідні метрологічні характеристики лише завдяки застосуванню ПРП різних типів.

П'єзореzonансні пристрої давно зайняли домінуюче положення в системах стабілізації частоти від звукового до гігарцевого діапазону (опорні і керовані генератори) і перетворення високочастотних сигналів (амплітудні, частотні і фазові перетворювачі – фільтри і детектори), і області їх застосування все більше розширюються (тактові генератори комп'ютерних систем, електронні прилади часу, формувачі часових шкал з фіксованим початком відліку, частотні аналого-цифрового перетворювача, високостабільні джерела напруги, змішувачі тощо). Широкі перспективи відкриваються при застосуванні п'єзореzonансних пристроїв в прецизійних вимірювальних системах, де використання їх в якості чутливих елементів з частотним виходом, які поєднують високу точність з універсальністю, здатне забезпечити стрибок розвитку в даній області [1-5].

1. Математична модель багаточастотної п'єзореzonансної коливальної системи

У випадку тричастотного режиму збудження коливань, рівняння руху багаточастотної п'єзореzonансної коливальної системи (БПКС), приймають наступний вигляд [5]:

$$\epsilon_j \frac{dU_j}{dt} = S_0 R_{ej} K_{jj} \cdot U_j \left(\sum_{i=1}^3 (A_{2i} + 0.75 \alpha_3 B_{2i}) \cdot \gamma_{ji}^2 \frac{K_{ii}}{K_{jj}} - \frac{1}{S_0 R_{ej} K_{jj}} \right) \quad (1)$$

$$\epsilon_j \frac{d\varphi_j}{dt} = S_0 R_{ej} K_{jj} \cdot \sum_{i=1}^3 (A_{2i} + 0.75 \alpha_3 B_{2i}) \cdot \gamma_{ji} \sqrt{1 - \gamma_{ji}^2 \frac{K_{ii}}{K_{jj}}} - \epsilon_j \Delta \omega_j \quad (2)$$

$$N_{\text{внт}} \frac{dX_{\text{внт}}}{dt} = -S_0 R_{\text{внт}} \cdot \left(A_{2i} + \frac{X_{\text{внт}}}{S_0 R_{\text{внт}}} + 0.5 (\alpha_2 + 3 \alpha_3 X_{\text{внт}}) B_{2i} \right) + \bar{X}_{\text{внт}} \quad (3)$$

– за апроксимації вольт-амперної характеристики (ВАХ) поліномом третього степеня.

У виразах (1) – (3) прийняті наступні позначення:

$$X_{\text{внт}} = \bar{X}_{\text{внт}} + X'_{\text{внт}}; \quad \bar{X}_{\text{внт}} = (E_1 - E_2) \cdot \frac{S_0}{I_s}, \quad X'_{\text{внт}} = E_1 \cdot \frac{S_0}{I_s}$$

– постійна і зміна складові величини нормованого зміщення;

$$\alpha_0 = \frac{a_0}{I_s}, \quad \alpha_r = \alpha_r \cdot \frac{I_s^{(r-1)}}{S_0^r} \quad \text{– нормовані коефіцієнти апроксимуючого поліному};$$

I_s, E_2 – координати точки в центрі ВАХ з максимальною крутизною S_0 .

$$A_{2i} = \sum_{r=1}^3 \gamma_{\alpha r} \cdot X_{\text{внт}}^{(r-1)}; \quad A_{2i} = \alpha_0 + \sum_{r=1}^3 \alpha_r \cdot X_{\text{внт}}^r; \quad B_{2i} = K_{ij}^2 \sum_{k=1}^3 b_{2ki} \cdot U_k^2; \quad B_{2i} = K_{ij}^2 \sum_{j=1}^3 \gamma_{ji}^2 \cdot U_j^2;$$

$$b_{2kj} = \gamma_{kj}^2, \quad \text{для } k = j \quad \text{та} \quad b_{2kj} = 2\gamma_{kj}^2 \quad \text{для } k \neq j;$$

$$\gamma_{ji} = \frac{K_{ji}}{K_{ii}} = \cos \Delta \varphi_{ji} \quad \text{– коефіцієнт придушення між каналних (паразитних) коливань } \mathbf{0 \neq 0};$$

$$U_j = \frac{S_0 U_j}{I_s} \quad \text{– нормована напруга на виході БКЧ};$$

$$\epsilon_j = \frac{T_j}{\max T_j}, \quad N_{\text{внт}} = \frac{T_{\text{внт}}}{\max T_j} \quad \text{– нормовані значення постійних часу } j \text{-тої парціальної}$$

коливної системи та i -того кола зміщення.

$$\underline{t} = \frac{t}{\max_{j \in \overline{1,3}} T_j} - \text{нормований час; } j = \overline{1,3}, \quad i = \overline{1,3}.$$

Активність коливань, які збуджуються визначається параметром регенерації, який знаходиться з (1) за $\underline{U}_j = 0$:

$$K_j^R = R_{\varepsilon_j} K_{jj} S_{\text{en}_j} = R_{\varepsilon_j} K_{jj} S_0 \times \sum_{r=1}^3 \left(\sum_{p=1}^3 r \alpha_r K_{\text{en}_j}^{(p-2)} \right) V_{jt} \frac{K_{jt}}{K_{jt}} \quad (4)$$

де S_{en_j} – крутизна в точці спокою для j -того коливання; K_{en_j} – зміщення у точці спокою для i -того нелінійного елемента (НЕ), що є розв’язком нелінійного рівняння:

$$S_0 \cdot R_{\text{en}_i} \left(\alpha_0 + \frac{K_{\text{en}_i}}{S_0 \cdot R_{\text{en}_i}} + \sum_{r=1}^3 \alpha_r \cdot K_{\text{en}_i}^r \right) - \bar{K}_{\text{en}_i} = 0. \quad (5)$$

Як видно з (4), варіація R_{ε_j} , а відповідно і R_{ε_j} , призводить до зміни умов збудження коливань. Стабілізація параметра регенерації K_j^R можлива за рахунок керування параметрами кіл зворотних зв’язків (33) та режимами роботи нелінійних елементів за постійним струмом.

2. Моделювання рівнянь руху багаточастотної системи в середовищі MATLAB

Основною проблемою, яка виникає під час чисельного розв’язання жорстких задач (1-3), є проблема чисельної стійкості методів інтегрування. Для того, щоб забезпечити абсолютну стійкість чисельного розв’язання системи, необхідно використати такий крок інтегрування h , за якого кожне з комплексних значень $\bar{h}_i = h \lambda_i$ знаходилось би у середині області абсолютної стійкості методу, який використовується.

Починаючи з версії 5.0 в систему MATLAB включені спеціальні розв’язувачі звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) першого порядку з заданими початковими вимогами (задача Коші), основні характеристики яких представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Основні характеристики розв’язувачів ЗДР

Розв’язувач	Функція	Степінь точності	Особливості використання
ode45	не жорстка	середній	загальноживаний
ode23	не жорстка	низький	за низьких вимог до точності або для розв’язання слабо жорстких задач
ode113	не жорстка	змінний: від низького до високого	за високих вимог до точності або для розв’язання складних в обчислюваному плані задач
ode15s	жорстка	змінний: від низького до середнього	у випадку повільного сходження алгоритму ode45
ode23s	жорстка	низький	за допустимої похибки для розв’язання жорстких задач
ode23t	жорстка	середній	для задач середньої жорсткості або для розв’язку близькому до гармонічного
ode23tb	жорстка	низький	за низьких вимог до точності

Для інтегрування жорстких систем ЗДР знаходять застосування також напівявні А – стійкі чи майже А – стійкі методи Розенброка (розв’язувач ode23s). Суть даних методів полягає у введенні матриці Якобі безпосередньо у формулу чисельного інтегрування. При цьому, на кожному кроці необхідно знаходити розв’язок тільки лінійної системи алгебраїчних рівнянь, що знижує загальний об’єм обчислювальних операцій. Проте, як вказано у, ці методи здатні давати стійкі розв’язки нелінійних задач тільки у випадках, коли функція у правій частині рівняння може бути розщеплена на жорстку лінійну і нежорстку нелінійну частини. Однак, у багатьох випадках розв’язувач ode23s може бути більш ефективним, ніж ode15s, якщо не потребується дуже висока точність розв’язку.

Розв’язувач ode23t реалізує метод трапецій з інтерполяцією. Цей метод дає непогані результати для задач середньої жорсткості, де чисельне інтегрування не повинно вносити штучного демпфірування.

Розв’язувач ode23tb реалізує неявний метод Рунге-Кутти, в першій фазі якого використовується метод трапецій, а у другій – формули зворотного диференціювання другого порядку. Подібно до розв’язувача ode23s він більш ефективний, ніж ode15s, за помірних вимог до точності отримуваних результатів.

Для дослідження БПКС у системі MATLAB був розроблений пакет m-файлів MultiGeneration, який дозволяє проводити чисельне інтегрування рівнянь руху (1). В пакеті створений зручний графічний інтерфейс (рис. 1), який дозволяє за допомогою обмеженого числа керуючих елементів повністю контролювати процес отримання розв’язку системи рівнянь. На рис. 1 введені наступні позначання:

1 – графічний екран для динамічного виведення залежностей амплітуд коливань \underline{U}_j та напруг

зміщення X_{zmi} як процесів у часі; 2 – опція «Parameters» для завдання параметрів БПКС; 3,4 – вікна для динамічного виводу поточних значень амплітуд та напруг зміщення; 5 – вікно виводу відносного вибігу частоти кожного з коливань; 6 – вікно виводу часу встановлення багаточастотного режиму коливань; 7 – опція виводу залежностей перехідного процесу за частотою; 8 – опція закриття вікна «MultiGeneration»; 9 – опції початку розв’язку «Start», тимчасової зупинки виконання програми «Pause» для запису проміжних значень, екстреного завершення роботи програми і переходу в режим очікування «Stop»; 10 – опція вибору степеня апроксимуючого поліному ВАХ; 11 – опція вибору методу чисельного інтегрування.

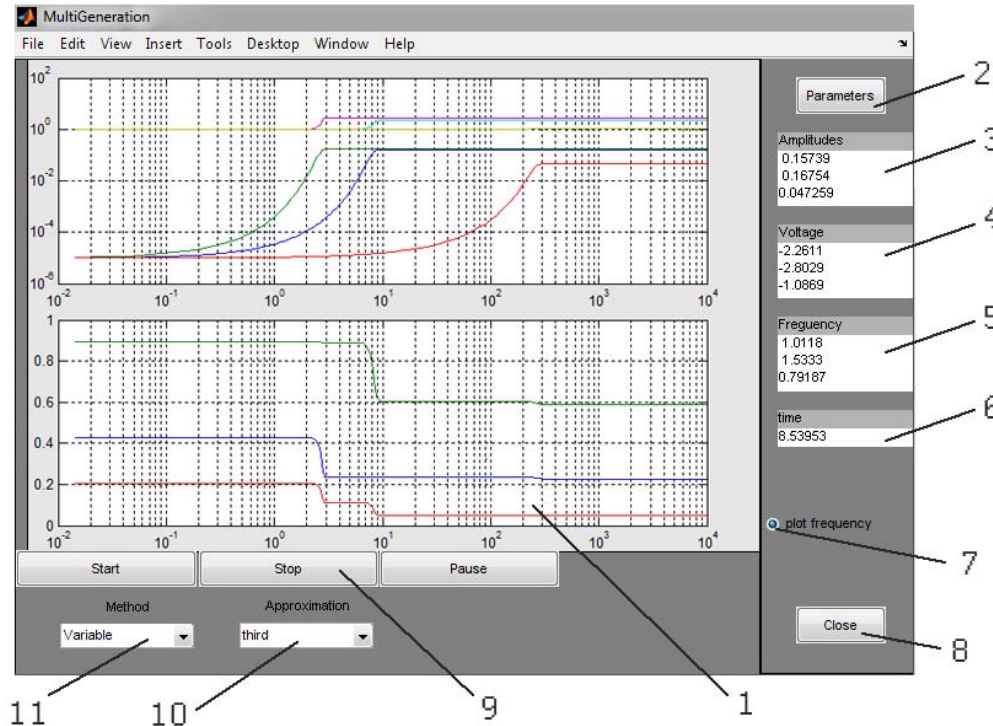


Рис. 1. Графічний інтерфейс пакету m-файлів MultiGeneration

При натисканні кнопки «Start» відбувається перевірка інформації про поточні значення степеня апроксимуючого поліному та методу інтегрування (наприклад, ode15s або ode23tb). Після кожної ітерації забезпечується графічне відображення на екрані процесу встановлення амплітуд та напруг зміщення у логарифмічному масштабі, а також виведення поточних значень амплітуд та напруг зміщення у спеціальні вікна (3.4, рис. 1). Одночасно перевіряється поточний стан опції «Stop», яка може бути вибрана в будь-який момент часу, що розцінюється програмою як переривання (зовнішня подія). При цьому робота основної програми припиняється і здійснюється перехід до процедури завершення інтегрування.

На рис. 1 показано процес встановлення тричастотного режиму коливань за наведених параметрів БПКС:

$$\underline{a}_0 = 0.95; \underline{a}_1 = 0.55; \underline{a}_2 = 0.051; \underline{a}_3 = -0.0054; S_0 = -0.1 \frac{A}{B};$$

Після отримання розв’язку проводиться обчислення тривалості процесу встановлення багаточастотного режиму коливань, за який приймається максимальний час, де τ_j – час встановлення j – того коливання на рівні 0,9 від усталеного значення амплітуди U_j . Знайдений таким чином час τ_{bc} виводиться у текстове вікно «time» (6, Рис. 1).

Якщо опція «plot frequency» активна (7, рис. 1), відбувається виведення графіку перехідного процесу за частотою у співставленні з графіком перехідного процесу за амплітудою. У відповідному вікні (5, рис. 1) виводяться значення максимальних відносних зсувів частот на момент завершення інтегрування.

Під час роботи опції «Start», «Parameters», «Close» неактивні. Після отримання розв’язку система переходить у стан очікування зовнішніх запитів (зміни параметрів, нового циклу інтегрування, зміни методу інтегрування, завершення роботи з програмою тощо).

Висновки

На основі рівнянь тричастотних БПКС розроблений пакет m-файлів в середовищі MATLAB, який дозволяє досліджувати особливості процесу встановлення амплітуд і частот коливань. Показано, що ефективно інтегрування рівнянь руху БПКС, як жорсткої системи диференціальних рівнянь першого порядку ефективно, за умов використання A-стійких методів, на основі неявних методів Ейлера-Коши або неявних методів Розенброка.

Література

1. Колпаков Ф. Ф. Применение многочастотного возбуждения пьезоэлектрических резонаторов / Ф. Ф. Колпаков, О. А. Мещеряков, И. А. Рак [и др.] // Обзор ГОНТИ-5; Сер. 4, № 34 – М., 1988. – 43 с.
2. Пидченко С. К. Особенности процесса установления колебаний в многоканальном многочастотном кварцевом генераторе / Ф. Ф. Колпаков, С. К. Пидченко, Г. Л. Хильченко // Радиотехника. – 1997. – № 12. – С.95 – 98.
3. Пидченко С. К. Минимизация времени установления колебаний в многоканальном многочастотном кварцевом генераторе / Ф. Ф. Колпаков, С. К. Пидченко, Г. Л. Хильченко // Радиотехника. – 1999. – № 2. – С.42 – 44.
4. Пидченко С. К. Синтез многоканальных многочастотных кварцевых генераторов с сокращённым временем установления колебаний / Ф. Ф. Колпаков, С. К. Пидченко // Зарубежная радиоэлектроника. – 1999. – № 11. – С.60– 65.
5. Теорія і реалізаційні основи інваріантних п'єзрезонансних коливальних систем / Ф. Ф. Колпаков, С. К. Пидченко. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т «Харьк. авіац. ін-т», 2011. – 327 с.
6. SIMULINK. User's Guide. Natick: [The MathWorks, Inc.], 1998.

Надійшла до редакції
8.5.2012 р.

УДК 617.7-76

В.М. СОКУРЕНКО, К.О. БЄЛКА

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна

КОРЕКЦІЙНІ МОЖЛИВОСТІ ПЕРСОНІФІКОВАНИХ КОНТАКТНИХ ЛІНЗ

В роботі досліджено корекційні можливості контактних лінз, які виготовляються з урахуванням особливостей розподілу рефракції (хвильового фронту) оптичної системи ока конкретного пацієнта. Представлено математичний апарат розрахунку параметрів персоналізованих контактних лінз, який базується на представленні першої поверхні лінзи поліноміальними коефіцієнтами (зокрема, коефіцієнтами поліномів Церніке) та використанні алгоритмів локальної або глобальної оптимізації. Проведено порівняльне комп'ютерне моделювання ефективності корекції окремих дефектів оптичної системи ока за допомогою різних типів контактних лінз. Його результати підтверджують переваги застосування персоналізованих лінз, особливо у випадках наявності аберацій вищих порядків та відсутності осьової симетрії функції знічного розподілу рефракції (аберацій) оптичної системи ока.

Correction capabilities are examined of custom contact lenses which take into account specific pupil distribution of refraction (or wavefront) of the eye. The mathematical apparatus is presented for computing parameters of customized contact lenses. It is based on description of the lens's first surface with polynomial coefficients (in particular, Zernike coefficients) and using local or global optimization algorithms. Comparison computer simulation by means of different types of contact lenses is performed with several defects of the eye's optical system. Obtained results confirm advantages of applying customized lenses, especially in cases when higher-order aberrations are present and the function of pupil distribution of refraction (aberrations) has no axial symmetry.

Ключові слова: корекція зору, контактна лінза, інтраокулярна лінза, персоналізована корекція, асферична поверхня, оптимізація, поліноми Церніке.

Вступ

Відомо, що око людини не є ідеальною оптичною системою (ОС) [1]. Більш того, такі складові, як сльозова рідина, рогова оболонка, волога передньої камери, кришталик, скловидне тіло є нестабільними середовищами, що призводить до додаткових оптичних аберацій.

Як правило, аберації нижчого порядку (до яких належать міопія, гіперметропія та первинний астигматизм) добре коригуються сфероциліндричними засобами корекції (окулярними або контактними лінзами).

Для корекції аберацій вищого порядку (зокрема, сферичної аберації) застосовують лінзи асферичної форми, що мають осьову симетрію. Крім того, у випадках ослаблення чи втрати зору через помутніння кришталика в капсульну сумку ока імплантують асферичні інтраокулярні лінзи. Проте, такі контактні та інтраокулярні лінзи не вирішують проблему викривлення хвильового фронту (корекції аберацій вищих порядків) у всіх випадках, адже під час визначення їх параметрів до уваги приймаються усередненні значення рефракції ока [2]. Тому досягнення відмінної гостроти зору після застосування подібних лінз не гарантується.

1. Постановка задачі

Традиційні окулярні та контактні лінзи не можуть завжди забезпечити відмінної гостроти зору, оскільки вони ґрунтуються на припущеннях щодо розподілу рефракції ока. Тому актуальною є розробка способу корекції зору з використанням персоналізованих лінз – асферичних контактних лінз, що не мають