DOI 10.31891/2307-5732-2018-267-6(1)-282-284
УДК 674.09

Т.М. КИСІЛЬ, О.Я. КУЧЕРУК, Т.О. ОСІЙЧУК
Хмельницький національний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗКРЯЖУВАННЯ КРУГЛИХ ЛІСОМАТЕРІАЛІВ

Економне використання сировини є однією з найважливіших задач, що підлягають розв'язанню під час планування, організації і управління виробництвом. Економія сировини може бути досягнута за рахунок реалізації оптимальних способів розкрою сировини. Мета статі – розглянути можливості оптимізації довжини пиловочних колод при розкряжуванні хлистів. Сформульовано та розв'язано оптимізаційну задачу, де цільовою функцією є об'ємний вихід заготовок з хлиста. Розв'язання даної задачі зведено до визначення коренів степеневого рівняння третього порядку. В ході визначення оптимальних довжин колод при розпилюванні хлистів сосни та вільхи з найбільш типовими параметрами використано інтерактивне середовище розробки Matlab. Отже, в статті розроблено практичні рекомендації для деревообробного підприємства з розкряжування хлистів. З позиції максимуму об'ємного виходу заготовок при відомих розмірах хлистів та заданих параметрах заготовок однозначно визначено оптимальні довжини колод для виготовлення заготовок заданої розмірної групи.

Ключові слова: розкряжування лісоматеріалів, максимум об'ємного виходу, оптимізація, Matlab.

T.N. KYSIL, O.YA. KUCHERUK, T.O. OSIICHUK
Khmelnytsky National University

MATHEMATICAL MODELING FOR CUTTING OF ROUND TIMBERS

Economical use of raw materials is one of the most important tasks to be solved in the planning, organization and management of manufacture. Saving raw materials can be achieved by the implementation of optimal methods for cutting raw materials. The purpose of the article is to consider the possibilities of optimization of the round timber length. An optimization problem, where the objective function is the volume output of blanks, was formulated and solved. The solution of this problem is reduced to the finding of the roots of the third order power equation. For determining the optimal lengths of timbers, an interactive development environment of Matlab was used. Consequently, in the article practical recommendations for the woodworking company for the cutting of round timber are developed. From the position of the maximum volume output of the billets with known sizes and the specified parameters of the billets, the optimal lengths of timbers for the manufacture of billets of a given size group are uniquely determined.

Key words: Cutting of round timber, volume output, optimization, Matlab.

Вступ

Деревообробна промисловість є традиційною галуззю вітчизняної економіки та основним постачальником виробів з деревини на внутрішньому ринку та відповідно основним споживачем лісоматеріалів. Найбільше круглих лісоматеріалів використовує лісопильна промисловість, яка слугує сировинною базою для подальшої деревообробки.

Економне використання сировини є однією з найважливіших задач, що підлягають вирішенню при плануванні, організації і управлінні виробництвом. Економія сировини може бути досягнута за рахунок реалізації оптимальних способів розкрою сировини.

«Важливим фактором раціонального використання деревини є збільшення об'ємного, сортового і специфікаційного виходів пиломатеріалів, що може бути досягнуто за рахунок підвищення ефективності лісопильного виробництва, технічного переозброєння лісопильних підприємств на базі сучасного обладнання і технології із застосуванням обчислювальної техніки» [1].

Сировиною для лісопильного виробництва є колоди та кряжі різних деревних порід, які одержують при розкряжуванні хлистів.

В залежності від умов виробництва і споживання лісоматеріалів при розкряжуванні хлистів повинні бути оптимізовані ті чи інші критерії, що характеризують техніко-економічні показники розкрою. Оптимізація техніко-економічних показників розкрою хлистів дозволяє поліпшити економічні результати роботи лісозаготівельних та деревообробних підприємств. Тому кожен хлист повинен бути розкряжованим за оптимальною схемою, тобто схемою, яка в найбільшій мірі задовольняє конкретні вимоги.

Визначення оптимальної довжини колод є важливою задачею, оскільки постачання сировини на лісопильно-деревообробні підприємства відбувається в хлистах.

Проблеми оптимізації процесів деревообробки розглядали в своїх працях Т. Коваль, А. Піжурин, В. Подкоритов, Е. Віллістон, Г. Крилов, В. Пятков, М. Розенбліт, В. Коваль, Т. Носовський.

З огляду на те, що корисний вихід половника залежить від багатьох факторів, врахування яких дозволяє його покращити, доцільно розглянути можливості оптимізації довжини пиловочних колод при розкряжування хлистів.

Експериментальна частина

Припустимо, що пиловочна зона хлиста має форму зрізаного конуса, довжина (висота) якого L, діаметри основ d та D. Хлист розкряжовано на n пиловочних колод однакової довжини $x = L/n$. Тоді верхні торцеві діаметри одержаних колод утворюють послідовність d, $d+\Delta$, $d+2\Delta$, …, $d+(n-1)\Delta$. Очевидно, що $\Delta = \dfrac{D-d}{n}$ [2].

З кожної одержаної колоди в подальшому виготовляють брус оптимальних розмірів. Його переріз, як відомо, – це квадрат із стороною $\frac{d+i\Delta}{\sqrt{2}}$, $i=\overline{0,n-1}$. Тоді загальний об'єм всіх брусків виготовлених з одного хлиста

$$V_б = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(d+i\Delta)^2}{2} \cdot x = \frac{x}{2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (d+i\Delta)^2 . \quad (1)$$

Вираз (1) після елементарних перетворень набуває вигляду

$$V_б = \frac{L}{2} \cdot \left[d^2 + (n-1)d\Delta + (n-1)(2n-1)\frac{\Delta^2}{6} \right]. \quad (2)$$

Об'єм пиловочної зони хлиста (як об'єм зрізаного конуса) можна визначити наступним чином:

$$V_x = \frac{\pi L}{12}\left(d^2 + D^2 + dD\right). \quad (3)$$

Якщо припустити, що середній об'ємний вихід пиломатеріалів з одержаних брусків – $k_б$, то коефіцієнт об'ємного виходу пиломатеріалів з хлиста: $k = k_б \cdot \frac{V_б}{V_x}$ [2]. Враховуючи (2) та (3), одержимо

$$k = k_б \cdot \left(\frac{2}{\pi} - ax + bx^2 \right), \quad (4)$$

де

$$a = \frac{3\left(D^2 - d^2\right)}{\pi L\left(d^2 + D^2 + dD\right)}; \qquad b = \frac{(D-d)^2}{\pi L^2\left(d^2 + D^2 + dD\right)}. \quad (5)$$

При розпилюванні брусків одержують дошки для виготовлення специфікацій заготовок. Всі заготовки можна розбити на групи за довжиною. Всі заготовки певної групи виготовляються з дощок фіксованої довжини *x*. Діапазон довжин заготовок кожної групи $[l_{\min}, l_{\max}]$ обирається так, що в кожній групі на довжині дошки розміщується однакова кількість заготовок. Відхід (залишок) по довжині дошки дорівнює $l_{відх} = x - lm$, де m – кількість заготовок, що розмістилась на дошці. Очевидно, $0 \le l_{відх} \le l_{\min}$.

Якщо довжину заготовок на множині специфікацій розглядати як випадкову величину, то математичне сподівання для величини $l_{відх}$ можна вважати рівним $\bar{l}_{відх} = \frac{l_{\min}}{2}$. Тоді середній коефіцієнт використання дошки за довжиною (коефіцієнт лінійного виходу заготовок): $k_l = 1 - \frac{l_{\min}}{2x}$. Коефіцієнт об'ємного виходу заготовок з хлиста: $k_V = k \cdot k_l \cdot k_S$, де k_S – коефіцієнт використання площі дошки [2].

Отже,

$$k_V = k_б \cdot k_S \cdot \left(\frac{2}{\pi} - ax + bx^2 \right) \cdot \left(1 - \frac{l_{\min}}{2x} \right). \quad (6)$$

Таким чином одержуємо задачу:

$$k_V \to \max \text{, при умові } 0 \le x \le L \quad (7)$$

Прирівнюючи похідну функції k_V по змінній *x*, одержимо рівняння

$$x^3 - c_1 x^2 + c_2 = 0, \quad (8)$$

де

$$c_1 = \frac{3L(D+d)}{2(D-d)} + \frac{l_{\min}}{4}; \qquad c_2 = \frac{l_{\min} L^2\left(d^2 + D^2 + dD\right)}{2(D-d)^2}. \quad (9)$$

Функція k_V є опуклою вгору лише на проміжку $\left(0; \frac{2c_1}{3}\right) \supset (0; L)$, тому саме на цьому проміжку вона досягає свого максимуму.

Отже, для знаходження розв'язку задачі (7), необхідно віднайти корінь рівняння (8), що задовольняє умові $0 \le x \le L$.

Пошук даного кореня здійснювався за допомогою інтерактивного середовища розробки Matlab (лістинг програми представлено на рис. 1).

```
L=[22 21 20 19 18 17];
D=[0.30 0.28 0.27 0.25 0.23 0.20];
d=[0.16 0.15 0.14 0.12 0.11 0.1 ];
lmin=[2 2 2 2 2 2];
format bank;
A=3*L.*(D+d)./(2.*(D-d))+lmin/4;
```

```
B=lmin.*L.^2.*(D.^2+d.^2+d.*D)./2./(D-d).^2;
lopt=zeros(1,prod(size(L)));
V=zeros(prod(size(L)),5);
for i=1:prod(size(L)),
    X=roots([1 -A(i) 0 B(i)]);
        for j=1:prod(size(X)),
          if (X(j)>lmin(i) & X(j)<L(i)),
           lopt(i)=X(j);
          end;
        end;
    V(i,:)=[L(i),D(i), d(i),lmin(i),lopt(i)];
 end;
```

Рис. 1. Лістинг програми

Значна кількість підприємств, що займається розпилюванням пиловочної сировини орієнтовані на конкретні розмірні групи пиломатеріалів [3, 4].

Були проведені експериментальні дослідження з визначення оптимальної довжини колоди при розпилюванні хлистів сосни та вільхи з найбільш типовими параметрами (*L, D, d*). Під час експериментальних розрахунків було розглянуто розмірні групи пиломатеріалів, що виготовляє одне з деревообробних підприємств Рівненської області ($2 \le l \le 6$). Початкові дані та результати досліджень представлено в табл. 1.

Таблиця 1

Експериментальні та розрахункові дані

Номер експерименту	*L, м*	*D, м*	*d, м*	l_{min}*, м*	*x, м*	x_p*, м*	*P, %*
1	22	0,30	0,16	2	6.27	6.5	88,6
2	21	0,28	0,15	2	6.15	6.5	92,9
3	20	0,27	0,14	2	5.88	6.0	90,0
4	19	0,25	0,12	2	5.48	5.5	86,8
5	18	0,23	0,11	2	5.32	5.5	91,7
6	17	0,20	0,10	2	5.31	5.5	97,1

Визначені оптимальні значення довжини колод потребують округлення [2]. В таблиці 1 наведено рекомендовані довжини колод (x_p) для розкряжування хлистів відповідних довжин та розраховано корисний вихід (*P, %*) пиловника з хлиста.

Висновки

Розроблено практичні рекомендації для деревообробного підприємства з розкряжування хлистів. З позиції максимуму об’ємного виходу заготовок при відомих розмірах хлистів та заданих параметрах заготовок однозначно визначено оптимальні довжини колод для виготовлення заготовок заданої розмірної групи.

Дана робота є основою для планування робіт з розкряжування хлистів та підготовки пиловочної сировини.

Література

1. Коваль Т.В. Математичне моделювання розкрою круглих лісоматеріалів на пиломатеріали / Т. В. Коваль // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. – 2014. – Вип. 198(1). – С. 193-198.

2. Пижурин А. А. Моделирование и оптимизация процессов деревообработки / А. А. Пижурин, А. А. Пижурин. – М. : МГУЛ, 2004. – 375 с.

3. 3.Коваль В. С. Виробництво пиломатеріалів / В. С. Коваль, О. О. Пінчевська. – К. : Аграр медіа Груп, 2011. – 188 с.

4. Носовський Т. А. Технологія лісопильно-деревообробних виробництв / Т. А. Носовський, Р. І. Мацюк., В. В. Маслій. – Київ : НМК ВО, 1993. – 190 с.

References

1. Koval T.V. Matematychne modeliuvannia rozkroiu kruhlykh lisomaterialiv na pylomaterialy / T. V. Koval // Naukovyi visnyk Natsionalnoho universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannia Ukrainy. – 2014. – Vyp. 198(1). – S. 193-198.

2. Pizhurin A. A. Modelirovanie i optimizatsiya protsessov derevoobrabotki / A. A. Pizhurin, A. A. Pizhurin. – M.: MGUL, 2004. – 375 s.

3. 3.Koval V. S. Vyrobnytstvo pylomaterialiv / V. S. Koval, O. O. Pinchevska. – K. Ahrar media Hrup, 2011, – 188 s.

4. Nosovskyi T. A. Tekhnolohiia lisopylno-derevoobrobnykh vyrobnytstv / T. A. Nosovskyi, R. I. Matsiuk., V. V. Maslii, Kyiv NMK VO, 1993, – 190 s.

Рецензія/Peer review : 17.10.2018 р. Надрукована/Printed :23.11.2018 р.
Рецензент: д. ф.-м. н., проф. Бедратюк Л. П.