

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ДО ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ ЕКОНОМІЧНИХ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЦІЛЕЙ

*У статті запропонований підхід до вирішення багатокритеріальних задач економіки, що ґрунтується на застосуванні методу аналізу ієрархій як ефективного інструменту зменшення впливу суб'єктивних факторів та усунення суперечливості частинних критеріїв досягнення мети функціонування системи.*

*Ключові слова: частинні критерії оптимізації, багатокритеріальність, невизначеність цілей.*

O.V. MANTALYUK

Khmelnytsky National University

### HIERARCHY ANALYSIS METHOD APPLICATION TO THE TASKS OF ECONOMICAL DECISIONS MAKING UNDER THE MULTIPURPOSE TERMS

*Abstract – This paper aims to review the existing methods of decision-making in the economy and to offer the most efficient tool for solution of such problems. Study on the methods of decision-making under multi-purposes terms allows to recommend the hierarchy analysis method (HAM) as one of the most effective tools for reducing uncertainty of system goals. Hierarchy analysis method combines mathematical simplicity with the abilities for reducing bias in the alternative criterions formulation, minimizing conflicts between these criterions, quantitative formalization of qualitative indicators and fuzzy estimations. Therefore, hierarchy analysis method is proposed as one of the most effective tools of decision-making in economics.*

*Keywords: decision-making processes, multi-purposes terms, hierarchy analysis method.*

**Постановка проблеми.** У теорії прийняття рішень прийнято розрізняти три типи невизначеностей з позицій того або іншого елемента математичної моделі [1, 2]:

- невизначеність цілей функціонування системи ;
- невизначеність наших знань щодо зовнішнього середовища та діючих у даному явищі факторів (невизначеність природи);
- невизначеність дій партнерів та конкурентів.

Невизначеність цілей відображається під час постановки задачі щодо вибору як окремих, частинних критеріїв оптимізації, так і загального критерію. Два інші типи невизначеностей впливають, головним чином, на функції обмежень. У даній статті детально досліджена лише перша з названих невизначеностей як така, що має бути за можливістю усунена в першу чергу. Дійсно, очевидно, що за відсутності методів подолання невизначеності цілей немає сенсу навіть розпочинати будувати математичну модель прийняття рішень.

**Аналіз останніх досліджень.** На сьогодні в області математичного моделювання багатокритеріальних завдань накопичено досить великий досвід, що відображено в роботах вітчизняних та зарубіжних вчених: Бродецького Г.Л., Ємельянова С.В., Єрмольєва Ю.М., Жуковина В.Є., Зайченка Ю.П., Керис К., Кіні Р., Ларічева О.И., Ляшка І.І., Моїсєєва М.М., Парето В., Райфа Х., Руа Б., Соболя І.М., Статникова Р.Б., Фішберна П.М. та багатьох інших. Разом із тим, залишається актуальною проблема вибору такого підходу до зменшення невизначеності цілей, який поєднував би у собі математичну простоту, об'єктивність в ході формулювання критеріїв оптимальності та можливість отримати єдиний розв'язок.

**Основною метою даної роботи є** обґрунтування доцільності використання методу аналізу ієрархій як дієвого інструменту звуження діапазону невизначеності цілей у процесі прийняття економічних рішень.

#### **Викладення основного матеріалу.**

У цьому розділі буде уточнено термін «невизначеність цілей», обґрунтована доцільність застосування методу аналізу ієрархій (МАІ) як інструменту зменшення невизначеності цілей під час побудови оптимізаційних моделей багатокритеріальних економічних задач та прийняття рішень в умовах невизначеності такого роду.

Насамперед з'ясуємо, що треба розуміти під терміном «невизначеність цілей функціонування системи». У деяких джерелах наводиться трактування цього поняття як наявності декількох цілей, для досягнення котрих створювалася складна система. Проте, неможливо погодитись із таким розумінням, поставивши знак рівності між невизначеністю цілей та багатокритеріальністю. Дійсно, якщо навіть стало б можливим назвати всі частинні цілі існування системи, проблема врахування багатокритеріальності все одно б залишилась невирішеною. З іншого боку, наявність методичного інструментарію, який би допоміг якомога об'єктивно та системно відобразити частинні критерії оптимальності в загальній цільовій функції, дозволила б водночас звужити рамки невизначеності цілей.

Невизначеність цілей може бути об'єктивною та суб'єктивною. До невизначеності цілі, що є об'єктивно зумовленою, можна віднести наступне:

- наявність об'єктивної багатокритеріальності досягнення загальної мети прийняття рішення;
- невизначеність міри впливу кожного окремого критерію на узагальнюючий показник;
- взаємозв'язок частинних критеріїв оптимальності;

- динамічність цілей: вони можуть змінюватись у часі, у відповідності з еволюцією системи, що є об'єктом управління;

- складність формалізації якісних показників (наприклад, репутація фірми) й пов'язана з нею нечіткість.

Суб'єктивних складових невизначеності цілей є набагато більше, ніж об'єктивних. Наведемо лише деякі з них:

- суб'єктивність оцінювання міри впливу частинних критеріїв на загальний показник оптимізації;
- вплив власних, частинних інтересів особи, що приймає рішення (ОПР), на загальний критерій оптимальності;
- неврахування впливу теперішнього рішення на рішення, що будуть прийматися в майбутньому;
- невизначеність цілей і критеріїв вибору рішення ОПР;
- нестабільність навіть суб'єктивних критеріїв прийняття рішень, їх залежність від стану ОПР (імпульсивні рішення).

Хоча компроміс між цілями може бути досягнутий лише людиною [2], і саме людина має приймати остаточне рішення в системах управління, проте ця людина обов'язково має бути озброєна адекватним математичним апаратом прийняття рішень. Використання системи математичних методів та моделей дозволить не тільки значною мірою (хоча й не повністю) подолати суб'єктивність у формулюванні цілей, але й істотно зменшити невизначеність цілей, що зумовлена об'єктивними чинниками.

За основу візьмемо застосування методів розв'язання багатокритеріальних задач, із яких найбільш ефективним, на наш погляд, є метод аналізу ієрархій (МАІ).

Сутність методу аналізу ієрархій полягає в розкладенні проблеми на більш малі елементи (нижній рівень ієрархії) і побудові більш високих рівнів за рахунок виявлення взаємозв'язків між рівнями. В результаті виникає ієрархічна структура. Найвищим рівнем ієрархії є мета, проміжними – критерії, за якими оцінюють нижчі рівні. Найнижчий рівень ієрархії – це, як правило, перелік різних варіантів рішень, серед котрих необхідно вибрати найкращі. Можливі й більш складні структури, породжені більшою кількістю взаємодій між об'єктивними й суб'єктивними факторами.

Після того, як проблема представлена ієрархічно, складають матрицю  $Q$  для порівняння відносної важливості елементів другого рівня по відношенню до загальної мети на першому рівні:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{k_1} & \frac{k_1}{k_2} & \dots & \frac{k_1}{k_m} \\ \frac{k_2}{k_1} & \frac{k_2}{k_2} & \dots & \frac{k_2}{k_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{k_m}{k_1} & \frac{k_m}{k_2} & \dots & \frac{k_m}{k_m} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де  $k_i$  – інтенсивність (вага)  $i$ -го критерію по відношенню до поставленої мети;  
 $m$  – кількість критеріїв на першому рівні ієрархії.

Позначивши відношення  $\frac{k_i}{k_j}$  через  $q_{ij}$ , подамо  $Q$  у вигляді:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & q_{12} & \dots & q_{1m} \\ q_{21} & 1 & \dots & q_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{m1} & q_{m2} & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

Матриця попарних порівнянь  $Q$  є обернено симетричною відносно головної діагоналі, оскільки  $q_{ij} = q_{ji}$ .

У тому випадку, коли інтенсивності (ваги) елементів наперед невідомі, величини їх відносної важливості  $q_{ij}$  одержують із використанням суб'єктивних суджень, які чисельно оцінюються за шкалою порівнянь, а потім вирішується проблема знаходження значень інтенсивності компонент. Згадана шкала містить числа від 1 до 9 і, згідно з [3], є досить чутливою до суб'єктивних відчуттів людей при проведенні порівнянь. Зі співвідношень між елементами матриці попарних порівнянь можуть бути визначені величини інтенсивностей суджень, якщо раніше вони розглядалися як невідомі.

Аналогічні матриці попарних порівнянь складають для елементів кожного наступного рівня відносно елементів попереднього рівня, причому кількість матриць  $Q$  на  $d$ -му рівні ієрархії дорівнює кількості елементів (критеріїв) на  $(d-1)$ -му рівні. Наприклад, число матриць попарних порівнянь третього рівня дорівнюватиме  $m$ .

Для кожної матриці попарних порівнянь визначають власні вектори і власні значення. Ці обчислення дозволяють кількісно виразити порівнянню значущість факторів або результатів у задачі, що розв'язується. На факторах з найбільшими величинами значущості буде зосереджена увага при розв'язанні проблеми або розробці плану дій.

Компоненти власного вектора визначають як середні геометричні відповідних рядків матриці попарних порівнянь. Потім ці значення нормалізують для одержання вектора пріоритетів.

Компоненти вектора локальних пріоритетів другого рівня визначають із наступних співвідношень:

$$l_i^{(2)} = \frac{\sqrt[m]{\prod_{j=1}^m q_{ij}^{(2)}}}{\sum_{i=1}^m \sqrt[m]{\prod_{j=1}^m q_{ij}^{(2)}}} \quad (3)$$

На третьому рівні ієрархії отримують матрицю локальних пріоритетів розмірності  $(m \times n)$ , де  $n$  – кількість елементів третього рівня (варіантів, що порівнюються у випадку трирівневої структури задачі або критеріїв для задач з більшою кількістю рівнів). Кожен елемент такої матриці дорівнює:

$$l_i^{(3)} = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n q_{ijr}^{(3)}}}{\sum_{i=1}^n \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n q_{ijr}^{(3)}}}, \quad (4)$$

де  $q_{ijr}^{(3)}$  – важливість  $i$ -го елемента третього рівня в порівнянні з  $j$ -м елементом відносно  $r$ -го критерію другого рівня,  $r = \overline{1, m}$ .

Матриці локальних пріоритетів для більш високих рівнів ієрархії будують аналогічно. Такі матриці дають уяву про важливість об'єкту на кожному з розглядуваних рівнів з точки зору задоволення кожного критерію попереднього рівня.

Для оцінки важливості варіантів рішень (об'єкти найнижчого рівня) відносно мети (об'єкт найвищого рівня) необхідно виконати синтез проміжних суджень, що представлені матрицями локальних пріоритетів. Для цього послідовно перемножують відповідні матриці локальних пріоритетів у напрямку від найнижчого рівня до найвищого. Наприклад, у випадку трирівневої багатокритеріальної задачі вектор глобальних пріоритетів  $G$  отримують за формулою:

$$G = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_i \\ \dots \\ g_n \end{pmatrix} = L^{(3)} \cdot L^{(2)} = \begin{pmatrix} l_{11}^{(3)} l_{12}^{(3)} \dots l_{1r}^{(3)} \dots l_{1m}^{(3)} \\ l_{21}^{(3)} l_{22}^{(3)} \dots l_{2r}^{(3)} \dots l_{2m}^{(3)} \\ \dots \\ l_{i1}^{(3)} l_{i2}^{(3)} \dots l_{ir}^{(3)} \dots l_{im}^{(3)} \\ \dots \\ l_{n1}^{(3)} l_{n2}^{(3)} \dots l_{nr}^{(3)} \dots l_{nm}^{(3)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l_1^{(2)} \\ l_2^{(2)} \\ \dots \\ l_r^{(2)} \\ \dots \\ l_m^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де  $g_i$  – глобальний пріоритет  $i$ -го варіанту рішення відносно заданої мети;

$l_r^{(2)}$  – локальний пріоритет  $r$ -го критерію відносно мети;

$l_{ir}^{(2)}$  – локальний пріоритет  $i$ -го варіанту рішення відносно  $r$ -го критерію,  $i = \overline{1, n}$ ;  $r = \overline{1, m}$ .

Метод передбачає також знаходження індексу узгодженості та відношення узгодженості, які дають інформацію про ступінь порушення чисельної та порядкової узгодженості суджень. Наводиться міра відхилення оцінки від узгодженості. Коли це значення перевищує встановлену границю (як правило, 10% і менше), необхідно знов дослідити задачу та перевірити судження.

#### Висновки і перспективи подальших досліджень.

Підсумовуючи викладене вище, можна зробити такі висновки відносно можливостей застосування методу аналізу ієрархій для вирішення завдань прийняття економічних рішень за умов невизначеності цілей:

1. Розглянутий метод може застосовуватись і як метод вибору найкращого (або прийняттого) варіанту рішення, і як інструмент формування узагальненого критерію оптимальності під час побудови математичної моделі прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

2. Використання МАІ дозволяє зменшити суб'єктивність у формуванні цілі функціонування системи, зокрема через використання відповідної шкали попарних порівнянь.

3. Названа шкала також дозволяє перетворити якісні оцінки критеріїв на числові значення.

4. У результаті застосування цього методу усувається суперечливість окремих цілей та оцінок альтернативних рішень.

5. Метод аналізу ієрархій є досить простим для розуміння; ефективним (як було показано вище); легко поєднуваним із іншими математичними методами і таким, що не створює проблем при його програмній реалізації.

---

Розвиток подальших досліджень у цій області може відбуватися за такими напрямками:

А. Застосування методу аналізу ієрархій в комбінації з методами теорії нечітких множин.

Б. Використання методів експертних оцінок для одержання вихідної інформації щодо важливості частинних критеріїв та їх впливу на загальний показник.

В. Доповнення результатів, отриманих за допомогою МАІ, дослідженням залежностей між критеріями досягнення мети на основі їх кореляційного та факторного аналізу.

### Література

1. Емельянов С.В. Многокритериальные методы принятия решений / С.В. Емельянов, О.И. Ларичев. – М. : Знание, 1985. – 365 с.
2. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М. : Наука, 1981. – 488 с.
3. Саати Т.Л. Аналитическое планирование / Т.Л. Саати. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.

### References

1. Yemeliyanov S.V., Larichev O.I. *Mnogocriterialniye metody prinyatiya resheniy*. – Moscow: Znaniye, 1985. – 365 p. [in Russian].
2. Moyiseyev N.N. *Matematicheskiye zadachy sistemnogo analiza*. – Moscow: Nauka, 1981. – 488 p. [in Russian].
3. Saaty T.L. *Analiticheskoye planirovaniye*. – Moskow: Radio yi svyaz', 1991. – 224 p.

Рецензія/Peer review : 10.9.2014 р.

Надрукована/Printed : 23.09.2014 р.  
Рецензент: д.е.н., проф. Лук'янова В.В.