

УДК 312.317

В.Р. ЛЮБЧИК, О.М. ШИНКАРУК

Хмельницький національний університет

М.О. ЛАНТВОЙТ

Київський національний торговельно-економічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ АНАЛІТИЧНОГО БАГАТОЧАСТОТНОГО ФАЗОВОГО МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ ДАЛЬНОСТЕЙ

*В статті наводиться дослідження методичної похибки аналітичного багаточастотного фазового методу вимірювання дальностей об'єктів. В статті доведено, що для зниження похибки вимірювання дальностей необхідно задавати діапазон зондувальних частот таким чином, щоб значення векторів сумарних сигналів змінювались в невеликих межах по амплітуді, що мінімізує значення числа обумовленості матриці.*

*Ключові слова:* фазовий метод, дальність, похибка вимірювання.

V.R. LIUBCHYK, O.M. SHINKARUK

Khmelnytsky National University, Ukraine

M.O. LANTVOYT

Kyiv National Trade and Economic University, Ukraine

## INVESTIGATING METHODOLOGICAL ERROR OF ANALYTICAL MULTIFREQUENCY PHASE METHOD OF MEASUREMENT RANGE

*Abstract - This paper provides an analytical study of methodological error Multiphase method of measuring distances of objects. Displaying convert measurement error vector values of total signal reflected from each object in the measurement error distances of objects. Transformation of error is due to the recording system of linear equations, its solution, which gives the value of coefficients of power equation with the corresponding errors. Also, when solving a power equation error coefficients error values in digested vector signals reflected from each object. The paper proved that to reduce measurement error distances must ask probing frequency range so that the total signal vector values varied within narrow limits in amplitude that minimizes the values of conditionality matrix.*

*Keywords:* phase method, the range, the measurement error.

Подальший розвиток методів вимірювання дальностей об'єктів фазовим методом сприяв розробці ряду багаточастотних фазових методів, які дозволяють значно звужити частотний діапазон зондувальних сигналів та підвищити точність вимірювання дальностей. Так, запропонований метод у роботі [1] дозволяє вимірювати дальності у обмеженому частотному діапазоні. Проте він має суттєвий недолік, а саме необхідність використання значних обчислювальних можливостей комп'ютерної техніки, внаслідок необхідності розраховувати коефіцієнти системи лінійних рівнянь, а також розв'язання цієї системи, тому як кількість рівнянь зі зростанням кількості об'єктів збільшується за нелінійною залежністю. Удосконалений аналітичний фазовий метод [2] використовує значно прості залежності для знаходження коефіцієнтів системи лінійних рівнянь. А також кількість рівнянь завжди в два рази більша за кількість об'єктів, що значно спрощує обчислення та суттєво обмежує частотний діапазон зондувальних сигналів. Проте необхідно дослідити точність багаточастотного фазового методу вимірювання відстаней до багатьох об'єктів.

Метод полягає у визначенні векторів сумарних сигналів відбитих від всіх об'єктів:  $\vec{a}_{\Sigma i}$ . Кожен вектор визначається його амплітудою  $|\vec{a}_{\Sigma i}|$ , виміряною вольтметром і початковою фазою сигналу  $j_{\Sigma i}$ . При проведенні вимірювань кожен параметр визначається з деякою похибкою  $\Delta$ , визначається методом вимірювання. Помилка вимірювання модуля сумарних сигналів –  $\Delta|\vec{a}_{\Sigma i}|$  і помилка вимірювання –  $\Delta j_{\Sigma i}$ . Таким чином, отримуємо вектор сумарних сигналів з помилками (рис. 1):

$$\vec{\tilde{a}}_{\Sigma i} = \vec{a}_{\Sigma i} + \Delta \vec{a}_{\Sigma i}, \quad (1)$$

де  $\Delta \vec{a}_{\Sigma i}$  – помилка вектору сумарного сигналу, обумовлена його модулем  $\Delta|\vec{a}_{\Sigma i}|$  і фазою  $\Delta j_{\Sigma i}$ .

Наступним етапом методу є запис системи лінійних рівнянь і знаходження рішень. У векторному вигляді система записується:

$$A \cdot r = B. \quad (2)$$

Рішення такої системи знаходиться у вигляді:

$$r = A^{-1} \cdot B. \quad (3)$$

При цьому, рішення системи існують тоді, коли  $\det A \neq 0$ .

В системі (2) матриці згідно з методом,  $A$  і  $B$  записуються на основі векторів  $\vec{\tilde{a}}_{\Sigma i}$ . Тоді можна сказати, що системі (2) збурена ліва  $\tilde{A}$  і права  $\tilde{f}$  частини. Рішення такої системи теж буде визначатися з помилкою. Розглянемо систему (2) за наявності обурення [1]:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{r} = \tilde{B}, \quad (4)$$

де  $dA = \tilde{A} - A$ ,  $dr = \tilde{r} - r$ ,  $dB = \tilde{B} - B$ .

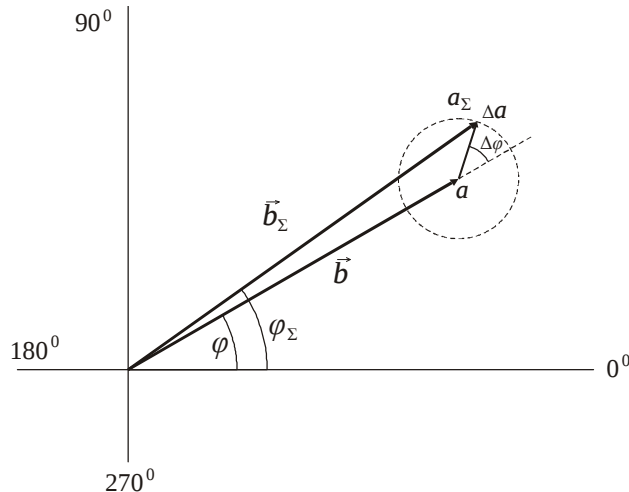


Рис. 1. Похибка вимірювання вектору сумарного сигналу

Помилка знаходження рішення системи буде задовольняти умову:

$$dr \leq \text{cond}(A) \cdot (dB + dA), \quad (5)$$

де  $\text{cond}(A)$  – відносне число обумовленості матриці  $A$  ( $\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ ).

Згідно з методом, помилки вектору  $dB$  і матриці  $dA$  є помилками вимірювання векторів сумарних сигналів. Їх максимальні значення не будуть перевищувати одного і того ж значення. Тоді вираз (5) можна записати у вигляді:

$$dr \leq \text{cond}(A) \cdot 2d_{\max}, \quad (6)$$

де  $d_{\max}$  – максимальне значення помилки вимірювання вектору сумарного сигналу.

Помилка рішення системи рівнянь значним чином залежить від числа обумовленості матриці  $\text{cond}(A)$ . Відомо, що число обумовленості матриці більше або дорівнює одиниці. Найкращий випадок – коли  $\text{cond}(A) = 1$ , тоді перетворення матриці не вносить свою помилку.

Рішення системи (4) дає значення коефіцієнтів многочлена  $n$ -го ступеня. Коріння багаточлена представляють значення векторів сигналів відбитих від кожного об'єкта. Так як вимірювання векторів сумарних сигналів відбувається з помилкою, рішення системи лінійних рівнянь теж вносить свою помилку, то коефіцієнти багаточлена теж матимуть помилку. Помилка коефіцієнтів призводить до виникнення помилки коренів багаточлена. Згідно з [3] помилки коренів багаточлена визначаються виразом.

$$|e| \leq \frac{\left| \sum_{i=0}^n d_i (\bar{x}^i) \right|}{f'(x)}, \quad (7)$$

де  $d_i$  – помилка  $i$ -го коефіцієнта багаточлена.

Максимальна помилка багаточлена задовольняє умову (6). Тоді вираз (7) можна записати у вигляді:

$$|e| \leq \frac{d_{r \max} \sum_{i=0}^n (\bar{x}^i)}{f'(x)}. \quad (8)$$

Тому як  $\left| \sum_{i=0}^m \bar{x}^i \right| \leq \sum_{i=0}^m |\bar{x}|^i = \frac{1 - |\bar{x}|^{n+1}}{1 - |\bar{x}|}$ , тоді

$$|e| \leq \frac{d_{r \max}}{f'(x)} \frac{1 - |\bar{x}|^{n+1}}{1 - |\bar{x}|}. \quad (9)$$

Підставляючи вираз (6) в (9) отримуємо вираз для знаходження помилки вектору сигналу відбитого від об'єкта:

$$|e| \leq \frac{2\text{cond}(A) \cdot d_{r \max}}{f'(x)} \frac{1 - |\bar{x}|^{n+1}}{1 - |\bar{x}|}. \quad (10)$$

Для знаходження відстані знаходимо аргумент вектору, що представляє початкову фазу сигналу:

$$j_i = \arctg \frac{\operatorname{Im} \bar{X}}{\operatorname{Re} \bar{X}} = \arctg \frac{\operatorname{Im} \bar{X} \pm \operatorname{Im} e}{\operatorname{Re} \bar{X} \pm \operatorname{Re} e}. \quad (11)$$

З виразу (11) можна знайти похибку знаходження фазового зсуву:

$$\Delta j = \arctg \frac{\operatorname{Im} e}{\operatorname{Re} e}. \quad (12)$$

Знаходження дальностей до кожного об'єкту проводиться за виразом:

$$l_i = \frac{c j_i}{4 p f_1}. \quad (13)$$

Враховуючи те, що вимірювання фазового зсуву відбувається з похибкою, то і вимірювання дальностей буде відбуватись з похибкою  $\Delta l$ :

$$\Delta l = \frac{c \Delta j}{4 p f_1}. \quad (14)$$

Враховуючи вирази (11), (12) та (14), можна отримати загальний вираз для знаходження похибки вимірювання дальності багаточастотним аналітичним фазовим методом:

$$\Delta l = \frac{c}{4 p f_1} \arctg \frac{\operatorname{Im} \frac{2 \operatorname{cond}(A) \cdot d_{r \max}}{f'(x)} \frac{1 - |\bar{x}|^{n-1}}{1 - |\bar{x}|}}{\operatorname{Re} \frac{2 \operatorname{cond}(A) \cdot d_{r \max}}{f'(x)} \frac{1 - |\bar{x}|^{n-1}}{1 - |\bar{x}|}}. \quad (15)$$

Аналіз даного виразу показує, що найменша похибка визначення відстані буде спостерігатись, коли відносний кут нахилу вектору похибки буде мати значення 0. Це можливо, коли його напрямок співпадає з напрямком сумарного вектору. Більш докладний аналіз виразу похибки вираз (11) показує, що його мінімум буде спостерігатись при мінімальному значенні числа обумовленості матриці **A**.

Висновки: В роботі розглянуто похибки аналітичного багаточастотного фазового методу вимірювання дальностей об'єктів. Показано перетворення похибки вимірювання значень векторів сумарних сигналів відбитих від кожного об'єкту в похибку вимірювання дальностей об'єктів. Перетворення похибок відбувається внаслідок запису системи лінійних рівнянь, її розв'язання, що дає значення коефіцієнтів степеневих рівнянь із відповідними похибками. Також при розв'язанні степеневих рівнянь похибки коефіцієнтів перевертаються в похибки значень векторів сигналів відбитих від кожного об'єкту. В статті доведено, що для зниження похибки вимірювання дальностей необхідно задавати діапазон зондувальних частот так, щоб значення векторів сумарних сигналів змінювались в невеликих межах за амплітудою, що мінімізує значення числа обумовленості матриці.

### Література

1. Любчик В.Р. Розробка аналітичного фазового методу вимірювання відстаней до трьох об'єктів / В.Р. Любчик, Ю.В. Сенчишина, Г.Б. Параска, О.М. Килимник // Вісник ХНУ. – 2009. – № 2. – С. 146–151.
2. Шинкарук О.М. Аналітичний багаточастотний фазовий метод вимірювання дальностей / О.М. Шинкарук, В.Р. Любчик, М.О. Лантвойт // Вісник НТУУ "КПІ". Серія: Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2013. – № 52. – С. 65–73.
3. Самарский А.А. Численные методы : учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский, Л.В. Гулин. – М. : Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
4. Число обусловленности // Вікіпедія: Вільна енциклопедія [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ru.wikipedia.org/wiki/>
5. Мак-Кракен Д. Численные методы и программирование на фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн ; [пер. с англ. Б.Н. Козака] ; под ред. и доп. Б.М. Неймарка. – [2-е изд., стереотипное]. – М. : Мир, 1977. – 580 с.

### References

1. Lubchik V.R., Senchyshyna Y.M., Paraska G.B., Kylymnyk O.M. Analytical method development phase measuring distances to three objects. Bulletin of KNU. 2009. V. 2. P. 146–151.
2. Shynkaruk O.M., Lubchik V.R., Lantvoyt M.O. Analytical multifrequency phase method of measuring distances. Bulletin of NTU "KPI". Series: Radioelectronics. Building of radioequipment. 2013. V. 52. P. 65–73.
3. Samra A.A., Gulin L.M. Numerical Methods: Studies. manual for schools. M. Science. Chapters. Ed. Sci. Lit., 1989. 432 p.
4. The values of conditionality. Wikipedia: The free encyclopaedia. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/>
5. McCracken D., Dorn W. Numerical Methods and FORTRAN Programming. Transl. from English by B.N. Kozak, ed. and add. B.M. Neumark, Ed. second. M.: "The World". 1977. 580 p.

Рецензія/Peer review : 19.7.2013 р.

Надрукована/Printed : 26.9.2013 р.

Статтю представляє: д.т.н., проф. Шинкарук О.М.