

**Кузьменко А.Г.**Хмельницкий национальный университет,  
г. Хмельницкий, Украина**ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕ  
В ПОДШИПНИКАХ КАЧЕНИЯ.  
ЧАСТЬ I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ****Содержание**

1. Введение в проблему и постановка задачи
  - 1.1. Об износе подшипников качения
  - 1.2. Структура методов расчета и испытаний РПК на износ
  - 1.3. О проскальзывании при качении
2. Модели механики качения с проскальзыванием шара и дорожки
  - 2.1. Энергетическая модель первого уровня
  - 2.2. Приближенная модель проскальзывания при качении Хизкоута – Пальмгрена
  - 2.3. Приближенная кинематическая модель
3. Основа экспериментального метода
  - 3.1. Постановка задачи и общий подход
  - 3.2. Кинематика РПК, связь движения сепаратора и колец
  - 3.3. Метод определения величины проскальзывания в РПК
  - 3.4. Обсуждение результатов и выводы по части I

**Литература****1. Введение в проблему и постановка задачи****1.1. Об износе подшипников качения**

1<sup>0</sup>. В подавляющем большинстве машин основным опорным узлом являются подшипники качения (ПК). Выход из строя этих подшипников происходит по трем основным причинам: 1) усталостное выкрашивание дорожек качения; 2) износ дорожек качения и мест посадки колец подшипников; 3) пластическое деформирование и циклическая ползучесть дорожек качения. В настоящее время хорошо изучен процесс усталостного контактного выкрашивания ПК. Детально разработаны методы расчетов контактной усталостной прочности, основанные на решении контактной задачи по Герцу. Созданы методы испытаний и определения параметров моделей накопления усталостных контактных повреждений. Разработаны и используются государственные стандарты, регламентирующие расчеты, испытания и эксплуатацию ПК, обеспечивающие их усталостную прочность и надежность.

В то же время многие ПК выходят из строя не по усталости, а по износу. Особенно велик износ ПК, работающих в условиях абразива и высоких температур. Методов расчета и соответствующих испытаний ПК на износ практически нет, что затрудняет их проектирование.

2<sup>0</sup>. Главная причина отсутствие методов расчета на износ ПК состоит в отсутствии методов решения негерцевских контактных задач, то есть задач, в которых площадка контакта соизмерима с размерами тел качения и изменяется во времени по мере износа. В наших работах используются принципиально новые методы решения контактных задач для негерцевского контакта, с учетом износа.

3<sup>0</sup>. Известны попытки приближенной оценки износа ПК [1]. Однако эти методики не дают возможности учитывать основные факторы, влияющие на износ, такие как зазоры и параметры модели изнашивания.

Отсутствие методов расчетов ПК на износ объясняется отсутствием в отечественной и зарубежной литературе решений контактных задач для квазигерцевской схемы контакта, то есть для схемы, в которой по одной оси размер площадки контакта мал, а по другой – соизмерим с размерами тел качения.

В работах известных специалистов по контактной механике [2] рассматриваются контактные задачи для подшипников качения, без учета влияния желоба на распределение давления. Известные работы по оптимизации формы желоба [4] в ПК выполнены экспериментальными и приближенными численными методами. Решения задач, с учетом износа [3, 6], выполнены без учета изменения формы желоба в ПК. В последних известных исследованиях [7, 8] решений задач для ПК, с учетом износа дорожек качения, также нет.

Результаты и анализ наших исследований в этой области сводится к следующему:

1) разработан метод алгебраических уравнений в контактной механике; результаты опубликованы в виде монографии [10];

- 2) развита контактная механика смазанных поверхностей (монография [11]);
- 3) разработана контактная механика, с учетом износа опор скольжения (монография [12]);
- 4) развита прикладная теория методов испытаний на износ (монографии [13, 15]);
- 5) развиты существующие и предложены новые методы определения напряжений в контакте (монография [14]);
- 6) выполнены принципиальные исследования идеи метода решения квазигерцевских задач, [16, 17];
- 7) выполнена систематизация задач контактной механики, как основа упорядочения исследований [18];
- 8) предложен новый эффективный метод решения контактных задач, разработанный на основе эквивалентного приведенного радиуса, как критерия подобия [19].

### 1.2. Структура методов расчета и испытаний РПК на износ

Методика расчетов и испытаний на износ и надежность РПК строится в соответствии с общей структурой расчетно-экспериментальной методологии, разработанной для любых узлов трения [1].

Общая структура методов включает следующие этапы.

1. Изучаются особенности конструкции и технологии узла трения. Выполняются исследования особенностей узла и их отличие от подобных объектов. В нашем случае рассматриваются радиальные шарикоподшипники качения (РПК). В отличие от упорных ППК *распределение нагрузки* по телам качения в РПК неравномерное. Определение нагрузки на отдельные шарики является задачей первого этапа расчетов [34].

2. **Контактные давления** под шариком на дорожке качения являются первым основным фактором, влияющим на износ. Основой для расчета давлений с учетом малого различия в радиусах шарика и желоба является метод решения квазигерцевских задач по [4, 5].

Вторым базовым фактором, влияющим на износ узлов трения, является путь трения скольжения шарика при движении по дорожке качения. Здесь в условиях качения со скольжением нами разработан экспериментальный метод, излагаемый в данной работе.

3. Расчеты на износ невозможны без знания параметров  $k_w$ ,  $m$  модели изнашивания. Возможно, определение этих параметров при испытаниях по схеме упорный шарикоподшипник – плоское кольцо как испытываемый образец [7].

В то же время, необходима разработка методики испытаний по схеме радиальный шарикоподшипник – вал или – втулка. Эти схемы более близки к условиям работы РПК.

4. Расчеты на износ РПК базируются на решениях контактных задач с учетом износа и качения шарика по желобу без зазора. Эти решения приведены в работе [16].

5. Расчеты РПК на надежность по износу базируются: 1) на принятии некоторой функции распределения вероятностей износа; 2) на определении параметров этих распределений. В случае износа РПК применяется нормальное распределение вероятностей по Гауссу.

Из общей структуры методов расчетов и испытаний следует, что одной из главных величин, необходимых для расчета и анализа процесса изнашивания узлов трения является *путь трения скольжения* между контактирующими телами.

В данной работе ставится главная задача: определение пути трения скольжения при качении шариков и дорожек качения в подшипниках качения.

### 1.3. О проскальзывании при качении

1<sup>0</sup>. Из экспериментов известно, что длина пути  $S$ , который проходит нагруженный шарик при качении, не равен длине окружности составленной из точек касания  $S_k$ . Это означает, что качение сопровождается проскальзыванием.

Решение задачи о механике контакта при качении с проскальзыванием уже на протяжении более пятисот лет рассматривалось многими выдающимися механиками начиная от Леонардо да Винчи.

В чем причина такого внимания к механике качения с проскальзыванием? С одной стороны, это потребности практики: необходимость искать пути снижения трения в опорах качения; с другой стороны, стремление понять природу качения, как самого совершенного, самого экономичного вида движения.

Интересно заметить, что, качение твердых тел друг по другу это частный случай более общего вихревого, вращательного движения свойственного всему материальному миру.

2<sup>0</sup>. В нашей работе изучение качения с проскальзыванием необходимо для определения пути трения скольжения, без которого выполнение расчета на износ не представляется возможным.

Определение пути скольжения при качении с проскальзыванием в большинстве известных работ велось теоретическими методами. Определение величины проскальзывания теоретическими методами приводит: во-первых, к множеству допущений; во-вторых, к сложным математическим задачам, решение которых опять сопровождается упрощениями и приближениями. Чаще всего оценка точности этих решений затруднена.

Целый ряд выдающихся, математиков занимались проблемой качения с проскальзыванием. На основе этих исследований различают несколько главных направлений или теорий качения [21]: 1) теория качения колеса по грунту Гранвуале и др.; 2) теория продольного проскальзывания при качении Рейнольдса и др.; 3) теория дифференциального проскальзывания Хизкоута Г.; 4) молекулярная теория трения качения Томлинсона Г.; 5) теория несовершенной упругости материала Ишлинского А.Ю., Пальмгрена, Тейбора и др.; 6) комбинированные модели Конвисарова Д.В. и др.; 7) оригинальные работы и обобщения Джонсона К. [22]; 8) фундаментальные исследования механики контакта с проскальзыванием Калкера И. [23]; 9) дальнейшее развитие положений контакта с проскальзыванием Горячевой И.Г. [23, 24] и др.

3<sup>0</sup>. Анализ основных результатов исследований приводит нас к выводу о необходимости разделить все исследования на два типа моделей:

1) *модели второго уровня*, в которых для определения конечных параметров необходимо экспериментальное определение множества дополнительных начальных параметров типа механические свойства, условия контакта, условия проскальзывания, параметры шероховатости и т.д.;

2) *модели первого уровня*, в которых определение величины проскальзывания производится экспериментально, без построения сложных моделей, а при использовании только некоторых базовых соотношений.

Использование моделей первого уровня требует некоторого усреднения и может быть унизительно названо экспериментальным, однако, по нашему глубокому убеждению закономерности в любой области науки, по крайней мере в механике, начинаются с построения этих экспериментальных моделей первого уровня.

В данной работе мы ставим задачу: 1) сначала построить некоторую модель качения с проскальзыванием первого уровня; 2) пользуясь этой моделью определить величину проскальзывания при качении в радиальных шарикоподшипниках качения.

Таким образом:

1) общее направление наших исследований состоит в разработке общих методов расчета испытаний подшипников качения, как средства (инструмента) для оценки эффективности методов повышения износостойкости ПК;

2) задача данной работы состоит в разработке и реализации метода экспериментального определения величины коэффициента проскальзывания конкретных подшипников с учетом разных факторов и обобщение их на другие типы подшипников.

## 2. Модели механики качения с проскальзыванием шара и дорожки

### 2.1. Энергетическая модель первого уровня

1<sup>0</sup>. Рассматривается качение шара радиуса  $R$  по плоскости.

По нормали к плоскости шар прижимается силой  $N$ . Перекатывание осуществляется силой  $T$ , приложенной к центру шара. По площадке контакта действует касательная сила  $T$ , равная силе качения.

По Кулону сила трения качения связана с нормальной нагрузкой и радиусом шара  $R$  коэффициентом пропорциональности  $k$  или плечом трения:

$$T_{\text{кач}} = k \frac{N}{R}, \quad f = \frac{T}{N} = \frac{k}{R}, \quad (2.1.1)$$

который имеет размерность длины и обычно называется коэффициентом трения качения.

2<sup>0</sup>. При повороте шара на угол  $2\pi$  или на полный оборот при отсутствии проскальзывания длина контактной линии на плоскости будет равна длине окружности шара:

$$l = 2\pi R. \quad (2.1.2)$$

При наличии проскальзывания путь трения качения будет отличаться от длины окружности на величину  $\Delta l$ .

Обычно отношение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.1.3)$$

называют коэффициентом проскальзывания. Экспериментальное определение величины проскальзывания для отдельно рассматриваемого шара, исходя из этого соотношения, труда не составляет.

Будем полагать в качестве рабочей гипотезы, что сопротивление качению возникает из-за проскальзывания шара по плоскости в точках контакта. Иными словами сопротивлением качению из-за деформаций пренебрегаем. Подтверждение этому утверждению находим еще у Пальмгрена А. [21, стр.51]. В то же время, другой авторитетный ученый триболог Тейбор Д. утверждает [34, стр.315], что сопротивление качению при высоких уровнях напряжений объясняется главным образом подповерхностной пластической деформацией.

Сила трения сопротивления скольжению или проскальзыванию может быть выражена через коэффициент трения скольжения  $f$ :

$$T_{ск} = fN. \quad (2.1.4)$$

3<sup>0</sup>. В качестве основного определяющего соотношения примем следующий принцип: полагаем, что работа сил трения качения на пути качения равна работе сил трения скольжения на пути проскальзывания  $\Delta l$ :

$$A_{тр.кач.} = A_{тр.скольж.} \quad (2.1.5)$$

или

$$T_{кач} \psi = T_{ск} \Delta l. \quad (2.1.6)$$

Подставляя (2.1.1) и (2.1.4) в (2.1.6), получаем:

$$k \frac{N}{R} l = fN \Delta l \quad (2.1.7)$$

или

$$\frac{k}{R} l = f \Delta l. \quad (2.1.8)$$

отсюда имеем:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{k}{fR} \quad (2.1.9)$$

или

$$\varepsilon = \frac{k}{fR}. \quad (2.1.10)$$

Это первая формулировка основной модели качения с проскальзыванием первого уровня (МКС – 1): коэффициент проскальзывания при качении с проскальзыванием равен коэффициенту трения ( $k/R$ ) качения, деленному на коэффициент трения скольжения  $f$ :

$$\varepsilon = \frac{f_{кач}}{f} = \frac{k/R}{f}. \quad (2.1.11)$$

Заметим, что коэффициентами обычно называют безразмерные величины, поэтому логично называть коэффициентом трения качения не величину  $k$ , иногда именуемую плечом трения, а безразмерную величину:

$$f_{кач} = \frac{k}{R}. \quad (2.1.12)$$

4<sup>0</sup>. Модель МКС – 1 (2.1.10) можно рассматривать, либо как функцию с тремя неизвестными:

$$\varepsilon = \varepsilon(k, f, R), \quad (2.1.13)$$

либо как уравнение с одним неизвестным, если две других величины известны. При этом в качестве неизвестных может быть взята любая из четырех величин, если остальные известны.

Так если коэффициент проскальзывания  $\varepsilon$  и коэффициент трения  $f$  известны, то можно определить коэффициент трения качения:

$$\frac{k}{R} = f\varepsilon \quad (2.1.14)$$

и наоборот, если известен коэффициент трения качения и коэффициент проскальзывания, то можно определить коэффициент трения скольжения:

$$f = \frac{k}{R\varepsilon}. \quad (2.1.15)$$

5<sup>0</sup>. Наконец заметим, что так как выражение (2.1.10), (2.1.14), (2.1.15) являются безразмерными комплексами, то эти выражения одновременно являются **критериальными уравнениями** или при одной заданной величине **критериями подобия**.

6<sup>0</sup>. Пример применения модели для подшипников качения - шарик по закаленной стали. Плечо силы трения в [25, стр.138] оценивается величиной  $k_{\text{ш}} 0,01$  мм. Коэффициент трения стали твердых сталей без смазки  $f = 0,1 - 0,3$ .

Для шариков  $d_{\text{ш}} 2,3$  мм,  $R_{\text{ш}} 6,15$  мм коэффициент проскальзывания оценивается по формуле  $\varepsilon = \frac{k}{fR} = \frac{0,01}{(0,1 \dots 0,3) 6,15} = (0,016 \dots 0,0054)$ .

При диаметре сепаратора в подшипнике  $d_{\text{сеп}} 52$  мм путь трения скольжения для шариков по дорожке качения за один оборот составляет  $s = \varepsilon \pi d_{\text{сеп}} 0,016 \pi 452 = 2,61$  мм.

## 2.2. Приближенная модель проскальзывания при качении Хизкоута – Пальмгрена

1<sup>0</sup>. Более чем 90 лет назад, в 1919 году, достаточно строгое и основательное рассмотрение качение шара по желобу было выполнено Пальмгреном А. [1]. Два года спустя в 1921 г. Генри Хизкоут опубликовал большую работу, посвященную производству, испытаниям и применению шариковых подшипников в автомобильном производстве. Детальное исследование и обобщение закономерностей качения шарика по прилегающему желобу выполнены одним из ведущих современных ученых в области контактной механики К.Джонсоном в книге «Механика контактного взаимодействия» [22].

2<sup>0</sup>. Основной механизм качения со скольжением по этим исследованиям сводятся к следующему.

При качении шарика по прилегающему желобу на площадке контакта образуется три характерных зоны (рис.2.1):

1) в окрестности точек  $D$  и  $D'$  образуются узкие полоски в направлении движения шарика, на которых имеет место чистое качение без проскальзывания. Расстояние от этих зон до центра качения оценивается величиной  $\gamma = 0,348a_1$ , где  $a_1$  – проекция длинной полуоси эллипса контакта;

2) в центральной части площадки контакта на дуге  $DD'$  имеет место скольжение шара по желобу в направлении противоположном движению шарика;

3) на периферийных участках площадки контакта  $DC$  и  $D'C'$  имеет место скольжение точек шарика по точкам желоба в направлении совпадающим с направлением движения шарика. Максимальное скольжение шарика имеет место на границе площадки контакта.

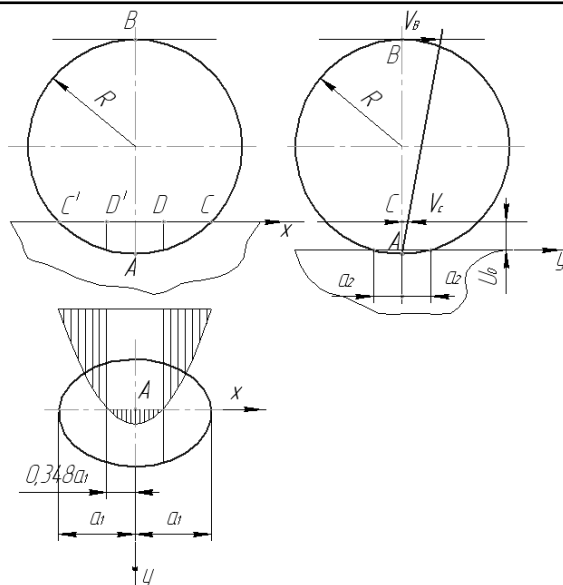


Рис. 2.1 – Схемы качения шарика с проскальзыванием

Можно допустить график распределения скоростей перемещений точек шара по точкам желоба в форме кривой, представленной на рис. 2.1.

В соответствии с этими представлениями Хизкуота распределение работы трения вдоль большей оси площадки контакта напоминает синусоиду и имеет два максимума: в центре площадки и на расстоянии  $0,75a$  от центра.

Вместе с тем модель Хизкуота не дает возможности определить практически величину проскальзывания в контакте.

В связи с этим, здесь предлагается некоторый приближенный, но как далее показано, согласующийся с экспериментом, способ практического определения величины проскальзывания при качении шарика по желобу радиального подшипника качения.

### 2.3. Приближенная кинематическая модель

1<sup>0</sup>. В качестве допущения будем полагать, что *мгновенный центр качения шарика находится не в точках Хизкуота-Пальмгрена  $x = \pm 0,348a_1$ , а в точке  $x = 0$ .*

Пусть к точке  $B$  (рис. 2.1) со стороны наружного кольца подшипника приложена сила, поворачивающая кольцо со скоростью  $V_g$ .

Тогда в точке  $C$  шарик будет перемещаться со скоростью  $V_c$  при мгновенно неподвижном состоянии точки внутреннего кольца, контактирующей с точкой  $C$  шара, происходит скольжение шара по кольцу со скоростью  $V_c$ .

2<sup>0</sup>. Из подобия треугольников скоростей следует соотношение, которое можно считать коэффициентом проскальзывания:

$$\varepsilon = \frac{V_c}{V_g} = \frac{u_0}{2R - u_0}; \frac{u_0}{2R}, \quad (2.3.1)$$

где  $u_0$  – глубина плотного желоба, образуемого вдавливанием шарика в конструктивный желоб внутреннего кольца радиального подшипника;

$R$  – радиус шарика.

3<sup>0</sup>. Величину  $u_0$  определим методом подобия по формуле Герца:

$$u_0 = 1,231 \frac{\sqrt[3]{Q}}{E^2 R_*} \frac{\mu}{\mu_*}^{1/3}, \quad (2.3.2)$$

где по методу приведенного эквивалентного радиуса:

$$R_* = (R_1^* R_2^*)^{1/2}, \quad (2.3.3)$$

$$\frac{1}{R_1^*} = \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{21}}; \quad \frac{1}{R_2^*} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{22}}, \quad (2.3.4)$$

$$\frac{1}{R_*} = \frac{\gamma_{\text{ж}}}{\kappa_3} \frac{1}{\text{ЛИ}} \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{21}} \frac{\zeta_{\text{ж}}}{\text{ШИ}} \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{22}} \frac{\zeta_{\text{ц}}}{\text{ШЫ}} \frac{1}{\text{ЧЪ}}, \quad (2.3.5)$$

Обозначение радиусов по рис. 2.2.



Рис. 2.2. – Схема контакта шарика и дорожки качения в РПК

Или, с учетом известного для радиального шарикоподшипника соотношения  $R_{21} = 1,03R_{11}$  имеем:

$$\frac{1}{R_*} = \frac{\gamma_{\text{ж}}}{\kappa_3} \frac{1}{\text{ЛИ}} \frac{1}{R} - \frac{1}{1,03R} \frac{\zeta_{\text{ж}}}{\text{ШИ}} \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{22}} \frac{\zeta_{\text{ц}}}{\text{ШЫ}} \frac{1}{\text{ЧЪ}}, \quad (2.3.6)$$

$$\frac{1}{R_*} = \frac{1}{R} \frac{\gamma_{\text{ж}}}{\kappa_3} 1 - \frac{1}{1,03} \frac{\zeta_{\text{ж}}}{\text{ШИ}} 1 + \frac{R}{R_{22}} \frac{\zeta_{\text{ц}}}{\text{ШЫ}} \frac{1}{\text{ЧЪ}}, \quad (2.3.7)$$

или

$$\frac{1}{R_*} = \frac{0,1707}{R} \frac{\gamma_{\text{ж}}}{\text{И}} 1 + \frac{R}{R_{22}} \frac{\zeta_{\text{ц}}}{\text{Ш}} \frac{1}{\text{Ч}}, \quad (2.3.8)$$

где  $R = R_{11} = R_{12}$ .

Подставляя (2.3.8) в (2.3.2), получаем:

$$u_0 = 1,2313 \frac{\gamma_{\text{ж}}}{\text{И}} \frac{Q^2}{E^2 \text{Ч} R} \frac{0,1707}{\text{И}} 1 + \frac{R}{R_{22}} \frac{\zeta_{\text{ц}}}{\text{Ш}} \frac{1}{\text{Ч}} \frac{1}{\text{Ш}}^{1/3}$$

или

$$u_0 = 0,6829 \frac{Q^{2/3}}{E^{2/3}} \zeta_{\text{ц}} \frac{(1 + R/R_{22})^{1/6}}{R^{1/3}}. \quad (2.3.9)$$

4<sup>0</sup>. Зависимость для определения величины коэффициента проскальзывания получаем поставив (2.3.9) в (2.2.8):

$$\varepsilon = 0,3415 \frac{Q^{2/3} (1 + R/R_{22})^{1/6}}{E^{2/3} R^{4/3}}. \quad (2.3.10)$$

5<sup>0</sup>. Замечания

1) Очевидно, увеличение количества шариков от одного до  $Z$  увеличивает величину проскальзывания по дорожке в  $Z$  раз.

2) Проскальзывание в наружном кольце удваивает эту величину.

С учетом этих замечаний, окончательно имеем:

$$\varepsilon = 0,683 \frac{zQ^{2/3} (1 + R/R_{22})^{1/6}}{E^{2/3} R^{4/3}}. \quad (2.3.11)$$

**Пример.** Выполнить расчет величины коэффициента проскальзывания в подшипнике заднего колеса автомобиля ВАЗ при следующих исходных данных:

$$z = 14; Q = 10000 \text{ Н}; R = 100 \text{ мм}; R_{22} = 100 \text{ мм}; E = 200000 \text{ МПа}; \rho = 7800 \text{ кг/м}^3; \mu = 0,02.$$

Подставляя исходные данные в формулу (2.3.11), получаем:

$$\varepsilon = 0,683 \frac{14 \cdot 10000^{2/3} (1 + 100/100)^{1/6}}{(2,1 \cdot 10^4)^{2/3} \cdot 200000^{4/3}} = \frac{0,683 \cdot 48430,724 \cdot 1,04707}{761,19 \cdot 1,267} = \frac{175,778}{8576,3} = 0,0205$$

$$\varepsilon = 0,0205.$$

### 3. Основа экспериментального метода

#### 3.1. Постановка задачи и общий подход

Механика движения шариков в реальных условиях подшипников качения машин с учетом проскальзывания едва ли не самая сложная задача контактной механики. Сложность объясняется с одной стороны разнообразием движений шарика, с другой – сложностью достоверного описания качения с проскальзыванием как объекта контактной механики. Так шарик в подшипнике на оси ротора совершает вращение: 1) вокруг оси ротора; 2) вращение вокруг собственной оси; 3) верчение; 4) движение, связанное с гироскопическим эффектом; 5) проскальзывание во всех зонах контакта.

Механика проскальзывания решающим образом усложняется из-за близости радиусов шарика и радиуса поперечного сечения дорожки желоба. Попытки дать решение задачи о величине проскальзывания по желобам, например [22, 27, 28] дают приближенные результаты.

Вместе с тем, разработка методов расчета опор качения на износ требует достаточно точной оценки пути трения скольжения в контакте шарика и дорожек качения как в РПК, так и в УПК.

Здесь предлагается расчетно-экспериментальный метод определения величины проскальзывания в шарикоподшипниках.

Сущность подхода состоит в следующем:

1) из кинематики РПК известны достаточно точные теоретические соотношения для перемещений шариков и колец без проскальзывания. Эти соотношения позволяют вычислить число оборотов сепаратора при заданных оборотах колец; [30, табл. 4.1];

2) с другой стороны экспериментально легко определяется действительное относительное число оборотов сепаратора;

3) разность расчетного и действительного чисел оборотов сепаратора позволяют определить среднюю величину проскальзывания шарика по дорожке качения.

#### 3.2. Кинематика РПК, связь движения сепаратора и колец

<sup>1</sup>0. Рассматривается контактное взаимодействие колец и шарика в радиальном шарикоподшипнике при следующих условиях: 1) вращается внутреннее кольцо; 2) наружное кольцо неподвижно; 3) шарик перекачивается по кольцам без проскальзывания.

Ставится задача найти зависимость числа оборотов в единицу времени центра шарика от числа оборотов внутреннего кольца. Эта задача подробно рассмотрена в [1, 29, 30]. Здесь эта кинематика рассматривается с целью использовать результаты для определения пути трения скольжения шарика по дорожкам качения.

Основное допущение, которое декларативно принято при выводе формул в [29], связывающее размеры шариков и колец, состоит в отсутствии проскальзывания в контакте. В [30] это допущение состоит в рассмотрении идеального подшипника без учета кривизны поверхностей. Заметим, как будет показано далее, что эта формулировка допущения более соответствует действительности, чем допущения об отсутствии проскальзывания.

Для радиального подшипника с неподвижным наружным кольцом в качестве исходного принято очевидное геометрическое соотношение:

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2}, \quad (3.2.1)$$

где  $V_c, V_1, V_2$  – линейные скорости перемещения точек центра шарика (сепаратора), внутреннего  $V_1$  и наружного  $V_2$  колец. При  $V_2 = 0$  имеем:

$$V_c = \frac{1}{2}V_1, \quad (3.2.2)$$

то есть линейная скорость центра шарика или сепаратора ровно в два раза ниже линейной скорости внутреннего кольца.

Эти соотношения и допущения соответствуют расположению на одном радиусе четырех точек: центра подшипника, центра шарика, и двух контактных точек.

По определению линейная скорость вращающейся окружности выражается через угловую соотношением:

$$V_1 = \frac{d_1}{2}\omega_1, \quad (3.2.3)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость внутреннего кольца:

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1 \text{об/мин}}{60} \left[ \frac{\text{об}}{\text{с}} \right], \quad (3.2.4)$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{\pi n_1 \text{об/мин}}{30} \left[ \frac{\text{об}}{\text{с}} \right], \quad (3.2.5)$$

тогда

$$V_1 = \frac{1}{60} \frac{d_1 n_1}{c} \left[ \frac{\text{мм}}{\text{с}} \right]. \quad (3.2.6)$$

Аналогично для линейной скорости сепаратора:

$$V_c = \frac{\pi d_c n_c}{60} = (d_1 + d_0) \frac{\pi n_c}{60} \left[ \frac{\text{мм}}{\text{с}} \right], \quad (3.2.7)$$

где  $V_c$  – линейная окружная скорость сепаратора;

$d_c$  – средний диаметр сепаратора (окружность расположения шариков);

$n_c$  – число оборотов сепаратора в минуту;

$d_0$  – диаметр шарика.

Подставляя (3.2.7) и (3.2.6) в (3.2.2), получаем:

$$\begin{aligned} 2(d_1 + d_0) \frac{\pi n_c}{60} &= \frac{\pi d_1 n_1}{60}, \\ 2(d_1 + d_0) n_c &= d_1 n_1, \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

отсюда:

$$n_c = \frac{n_1 d_1}{2(d_1 + d_0)} \quad (3.2.9)$$

или

$$n_c = \frac{n_1}{2(1 + d_0/d_1)}. \quad (3.2.10)$$

Если в выражении (3.2.7) оставить средний диаметр сепаратора, а в (3.2.6) положить:

$$d_1 = d_c - d_0, \quad (3.2.11)$$

то соотношение (3.2.8) принимает вид:

$$2d_c n_c = (d_c - d_0) n_1, \quad (3.2.12)$$

отсюда имеем другую форму зависимости (3.2.10):

$$n_c = \frac{1}{2} (1 - d_0/d_c) n_1, \quad (3.2.13)$$

что совпадает с выражением для числа оборотов сепаратора по [29, 30].

2<sup>0</sup>. В случае, если рассматривается радиально-упорный подшипник, то число оборотов определяется:

$$n_c = \frac{n_1}{2} \left( 1 - \frac{d_0}{d_1} \cos \alpha \right) \quad (3.2.14)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением результирующей силы и радиальным направлением подшипника. В случае, если рассматривается радиально-упорный подшипник при вращающемся внешнем кольце с оборотами  $n_2$ , то:

$$n_c = \frac{n_2}{2} \left( 1 + \frac{d_0}{d_1} \cos \alpha \right) \quad (3.2.15)$$

### 3.3. Метод определения величины проскальзывания в РПК

1<sup>0</sup>. Идея метода заключается в следующем.

Теоретическое число оборотов сепаратора  $n_c$  определяется при условии отсутствия проскальзывания между шариками и дорожками качения. Числу оборотов  $n_c$  соответствует угол поворота сепаратора:

$$(\varphi_c)_T = 360^\circ (n_c) \quad (3.3.1)$$

Экспериментально определенное число оборотов сепаратора  $(n_c)$  отличается от теоретического числа оборотов. Различие между экспериментальными и теоретическими оборотами объясняется наличием углового проскальзывания:

$$\Delta n_c = (n_c)_s - (n_c)_T \quad (3.3.2)$$

или

$$\Delta \varphi_c = (\varphi_c)_s - (\varphi_c)_T \quad (3.3.3)$$

Общая средняя величина относительного проскальзывания  $\varepsilon$  может быть определена как отношение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \varphi_c}{(\varphi_c)_s} = \frac{(\varphi_{cs}) - (\varphi_c)_T}{(\varphi_c)_s} \quad (3.3.4)$$

Действительная величина проскальзывания по каждой дорожке качения может быть определена как половина общего коэффициента проскальзывания:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{1}{2} \varepsilon = \frac{\Delta \varphi_c}{2(\varphi_c)_s} \quad (3.3.5)$$

2<sup>0</sup>. Путь трения  $S_{11}$  для дорожки качения внутреннего кольца от проскальзывания одного шарика за один оборот определяется из соотношения:

$$S_{11} = 2a_{11}\varepsilon \quad (3.3.6)$$

где  $a_{11}$  – размер площадки контакта шарика и дорожки качения внутреннего кольца в направлении качения шарика. Этот путь трения для дорожки качения после прохождения  $Z$  шариков за  $n_1$  оборотов увеличивается в  $zn_1$  раз и составляет:

$$S_1 = 2a_{11}\varepsilon_1 zn_1 \quad (3.3.7)$$

Аналогично путь трения  $S_2$  для дорожки качения наружного кольца определяется по зависимости:

$$S_2 = 2a_{12}\varepsilon_2 zn_1 \quad (3.3.8)$$

где  $a_{12}$  – размер площадки контакта для наружного кольца в направлении качения шарика.

3<sup>0</sup>. На путь трения для контактной поверхности шариков влияет число контактов с дорожками:

$$n_{01} = \frac{d_1}{d_0}; \quad n_{02} = \frac{d_2}{d_0} \quad (3.3.9)$$

С учетом этих соотношений для пути трения шарика  $S$  имеем:

$$S_0 = \frac{2zn_1}{d_0} (a_{11}\varepsilon_1 d_1 + a_{12}\varepsilon_2 d_2). \quad (3.3.10)$$

Это приближенная зависимость, не учитывающая вращение шариков в разных плоскостях, не совпадающих с плоскостью дорожек качения.

### 3.4. Обсуждение результатов и выводы по части I

#### 3.4.1. О постановке задачи

1<sup>0</sup>. Подшипники качения (ПК) – основной вид опор и колес машин. Весь авто и ж.д. транспорт катится по дорогам благодаря подшипникам качения. Значительная часть затрат на обслуживание и эксплуатацию ПК связана с их износом.

Главные факторы влияющие на износ это: 1) **давление** в контакте или нагрузка; 2) **путь трения** скольжения при взаимном движении контактирующих поверхностей.

Контактная механика занимается, главным образом, определением давлений в контакте. Разработанные в этой области методы, начиная с решения Герца, достаточно эффективны и широко применяются на практике.

В данной работе главные усилия направлены на решение второй части проблемы: определение величин проскальзывания в контакте, как основы для определения пути трения в контакте.

2<sup>0</sup>. Качение с проскальзыванием один из распространенных тонких видов движения. Точное рассмотрение механики этого вида движения требует построения сложных в математическом смысле моделей. Сложность определения параметров этих моделей и сложность решения соответствующих краевых задач решающим образом затрудняет их применение.

В работе ставится и решается **задача экспериментального определения величины проскальзывания** в контакте шариков по дорожкам качения.

#### 3.4.2. О моделях

1<sup>0</sup>. При построении энергетической модели проскальзывания принято следующее допущение: работа, затрагиваемая на движении шарика (колеса) при качении, равна работе скольжения (проскальзывания) шарика по дорожке качения.

Иными словами полагаем, что работа затрачиваемая на пластические деформации в контакте пренебрежимо мала.

При использовании этого допущения получена простая зависимость коэффициента проскальзывания  $\varepsilon$  от коэффициента трения скольжения  $f$  и коэффициента трения качения  $k$ :  $\varepsilon = \frac{k}{fR}$ .

Эта зависимость позволяет при известных силовых коэффициентах трения скольжения  $f$  и качения  $k/R$  определить кинематический коэффициент проскальзывания в контакте.

2<sup>0</sup>. При построении другой приближенной модели проскальзывания принято следующее допущение:

- величина скорости проскальзывания  $v_c$  пропорциональна глубине  $u_0$  вдавливания шарика в плоскость и диаметру шарика  $\varepsilon = \frac{u_0}{2R}$ .

Определяя величину  $u_0$  из теории контакта по Герцу или для тел двоякой кривизны по методу подобия, получаем рабочую формулу (2.3.10) для определения коэффициента проскальзывания.

Расчетная величина  $\varepsilon$  хорошо согласуется с экспериментальными данными.

#### 3.4.3. Об экспериментальном методе определения $\varepsilon$ в ПК

Метод экспериментального определения коэффициента проскальзывания в ПК основан на утверждении:

- отличие действительного экспериментального числа оборотов сепаратора  $n_c^3$  в подшипнике качения от теоретического  $n_c^T$  объясняется только наличием проскальзывания шариков по дорожкам качения.

С учетом этого утверждения коэффициент проскальзывания в контакте ПК определяется по зависимости  $\varepsilon = \frac{n_c^3 - n_c^T}{n_c^3}$ .

Зависимости для теоретического числа оборотов сепаратора хорошо изучены в теории ПК.

Задача дальнейшего исследования (часть II) в разработке и реализации экспериментального обеспечения метода.

### Литература

1. Перель Л.Я. Подшипники качения. Расчет, проектирование и обслуживание опор / Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1983. – 343 с.
2. Галахов М.А. Расчет подшипниковых узлов / М.А. Галахов, А.И. Бурмистров. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
3. Галахов М.А. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения / М.А. Галахов, П.П. Усов. – М.: Наука, 1990. – 280 с.
4. Пинегин С.В. Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой / С.В. Пинегин, А.В. Орлов, Ю.Б. Табачников. – М.: Машиностроение, 1984. – 216 с.
5. Расчет и выбор подшипников качения. Справочник. – М.: Машиностроение, 1974. – 56 с.
6. Горячева И.Г. Контактные задачи в трибологии / И.Г. Горячева, М.Н. Добычин. – М.: Машиностроение, 1988. – 256 с.
7. Аргатов И.И. Основы теории упругого дискретного контакта / И.И. Аргатов, Н.И. Дмитриев. – С-П.: Политехника, 2003. – 233с.
8. Аргатов И.И. Асимптотические модели упругого контакта / И.И. Аргатов. – М.: Наука, 2005. – 445 с.
9. Александров В.М. Контактные задачи в машиностроении / В.М. Александров, Б.Л. Ромалис. – М.: Машиностроение, 1986. – 176 с.
10. Кузьменко А.Г. Метод алгебраических уравнений в контактной механике: Монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2006. – 448 с.
11. Кузьменко А.Г. Контакт, трение и износ смазанных поверхностей / А.Г. Кузьменко, А.В. Дыха. – Хмельницкий: ХНУ, 2007. – 344с.
12. Кузьменко А.Г. Контактная механика и расчеты на износ опор скольжения: Монография / А.Г. Кузьменко, А.Г. Любин. – Хмельницкий: ХНУ, 2008. – 550 с.
13. Кузьменко А.Г. Прикладная теория методов испытаний на износ / Теоретическая и экспериментальная трибология. Т. VI: Монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2007. – 579с.
14. Кузьменко А.Г. Напряжения и деформации в контакте (методы и результаты) / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2008.
15. Кузьменко А.Г. Метод розрахунків і випробувань на зношування та надійність / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ТУП, 2002. – 151 с.
16. Кузьменко А.Г. Метод решения квазигерцевских контактных задач (QH-метод) / А.Г. Кузьменко // Проблемы трибологии. – 2005. – № 4. – С. 139 – 177.
17. Кузьменко А.Г. Метод решения квазигерцевских задач износа (QH<sub>w</sub>-метод) / А.Г. Кузьменко // Проблемы трибологии. – 2006. – № 1. – С. 40 – 75.
18. Кузьменко А.Г. Систематизация задач контактно й механики / А.Г. Кузьменко // Проблемы трибологии. – 2007. – № 2. – С. 3 – 35.
19. Кузьменко А.Г. Метод подобия в решении контактных задач для тел двойкой кривизны / А.Г. Кузьменко // Проблемы трибологии. – 2008. – № 2. – С. 69 – 88.
20. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
21. Пинегин С. В. Трение качения в машинах и приборах / С.В. Пинегин. – М.: Машиностроение, 1976. – 264 с.
22. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
23. Трение, износ и смазка. – М.: Машиностроение, 2003. – 576 с.
24. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева. – М.: Наука, 2001. – 480 с.
25. Крагельский Н.В. Коэффициенты трения / Н.В. Крагельский. – М.: Машгиз, 1962.

- 
26. Каплун П.В. Швидкість проковзування кульок в упорних підшипниках кочення / П.В. Каплун, Я.Т. Кинницький, А.Г. Кузьменко // Вісник Технологічного університету Поділля. – 2001. – № 1. – С. 110 – 115.
  27. Бальмонт В.В. Опоры качения приборов / В.В. Бальмонт, В.А. Матвеев. – М.: Машиностроение, 1984. – 240 с.
  28. Гольштейн Р.В. Решение пространственных контактных задач качения с проскальзыванием и сцеплением вариационным методом. Препринт №134 / Р.В. Гольштейн. – М.: КИМ АН СССР, 1979. – 70 с.
  29. Спришевский А. И. Подшипники качения / А.И. Спришевский. – М.: Машиностроение, 1969. – 631 с.
  30. Ковалев М.П. Расчет высокоточных шарикоподшипников / М.П. Ковалев, М.З. Народецкый. – М.: Машиностроение, 1980. – 373 с.
  31. Краткий автомобильный справочник. – М.: Транспорт, 1979. – 463 с.
  32. Бакфиш К.П. Новая книга о шинах / К.П. Бакфиш, Д.С. Хайнц. – М.: АСТ. Астрель, 2003. – 203 с.
  33. Боуден Ф.П. Трение и смазка твердых тел / Ф.П. Боуден, Д. Тейбор. – М.: Машиностроение, 1968. – 543 с.
  34. Кузьменко А.Г. Распределение нагрузки между шариками в радиальном подшипнике качения / А.Г. Кузьменко, В.М. Криворотько // Проблеми трибології. – 2010. – №1. – С. 29 – 41.

Надійшла 17.02.10