Виходячи із співвідношень [3]

$$\sigma_{zz,j} = \rho_j c_j^2 (\frac{\partial W_j}{\partial z} - m_j T_j), \sigma_{zz,j} = \sigma_{yy,j} = \frac{\mu_j}{1-\mu_j}\sigma_{zz,j} - \frac{\alpha_{T_j} E_j}{1-\mu_j} T_j,$$

за вищевикладеною схемою будується термов'язкопружне поле напружень.

Аналіз одержаних результатів з наведенням конкретних матеріалів (Біо, Кельвіна, Максвелла, ...) подамо в іншій роботі.

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.- М.:Наука, 1972.- 735 с.
2. Ленюк М.П. Скінченні інтегральні перетворення Фур'є на кусково-однорідному сегменті // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук.пр. - Київ: Ін-т математики НАН України, 1993.- Вип. 3. - С.180-195.
3. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения.- М.:Физматгиз, 1963.- 251 с.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.- М.:Наука, 1987.- 688 с.

УДК 517.91:532.2

Г.І.Михалевська

ГІБРИДНІ ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ФУР'Є - КАНТОРОВИЧА - ЛЄБЄДЄВА - КАНТОРОВИЧА - ЛЄБЄДЄВА- НА ОБМЕЖЕНІЙ СПРАВА ДЕКАРТОВІЙ ОСІ

(м.Хмельницький)

На обмеженій справа декартовій осі з двома точками спряження запроваджено гібридне інтегральне перетворення типу Фур'є - Канторовича - Лєбєдєва - Канторовича - Лєбєдєва.

Бібліогр.: 5 назв.

Побудуємо інтегральні перетворення, породжені на обмеженій справа декартовій осі з двома точками спряження

$$I_2 = \{r : r \in (-\infty, R_1) \cup (R_1; R_2) \cup (R_2; R_3); R_3 > R_2 > R_1 > 0\}$$

гібридним диференціальним оператором

$$M_{(\alpha)} = a_1^2 \theta(R_1 - r)\frac{d^2}{dr^2} + a_2^2 \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r) B_{\alpha_2} + a_3^2 \theta(r - R_2)\theta(R_3 - r) B_{\alpha_3}$$

методом дельтуватих послідовностей [1].

Тут $a_j > 0, \theta(x)$ - одинична функція Хевісайда [1],

$$B_{\alpha_j} = r^2 \frac{d^2}{dr^2} + (2\alpha_j + 1) r \frac{d}{dr} - \lambda_j^2 r^2, j = 2, 3,$$

диференціальний оператор Бесселя [2] $2\alpha_j + 1 \geq 0, \lambda_j \in [0, +\infty), (\alpha) = (\alpha_2, \alpha_3)$.

За дельтувату послідовність візьмемо фундаментальну матрицю розв'язків задачі Коші для сепаратної системи рівнянь теплопровідності, породженої гібридним диференціальним оператором $M_{(\alpha)}$.

Розглянемо задачу побудови обмеженого в області

$$D = \{(t, r) : t > 0, r \in I_2\}$$

розв'язку сепаратної системи рівнянь теплопровідності параболічного й B-параболічного типу [3]

$$\begin{aligned} &(\frac{1}{a_1^2}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\gamma_1^2}{a_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial r^2}) v_1(t, r) = 0, \quad t > 0, \quad r \in (-\infty, R_1), \\ &(\frac{1}{a_2^2}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\gamma_2^2}{a_2^2} - B_{\alpha_2}) v_2(t, r) = 0, \quad t > 0, \quad r \in (R_1, R_2), \\ &(\frac{1}{a_3^2}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\gamma_3^2}{a_3^2} - B_{\alpha_3}) v_3(t, r) = 0, \quad t > 0, \quad r \in (R_2, R_3), \end{aligned} \tag{1}$$

за початковими умовами

$$v_1(t, r)|_{t=0} = g_1(r), r \in (-\infty, R_1); v_2(t, r)|_{t=0} = g_2(r), r \in (R_1, R_2);$$
$$v_3(t, r)|_{t=0} = g_3(r), r \in (R_2, R_3); \tag{2}$$

умовами спряження

$$[(\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^k) v_k(t, r) - (\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^k) v_{k+1}(t, r)]|_{r=R_k} = 0, \quad k, j = 1, 2, \tag{3}$$

крайовими умовами

$$(\alpha_{11}^3 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{11}^3) v_3(t, r)|_{r=R_3} = 0. \tag{4}$$

У рівностях (1)-(4) $a_j > 0, \gamma_j^2 \geq 0, (\alpha_{11}^3)^2 + (\beta_{11}^3)^2 \neq 0, \alpha_{jm}^k \geq 0, \beta_{jm}^k \geq 0, c_{jk} = \alpha_{2j}^k \beta_{1j}^k - \alpha_{1j}^k \beta_{2j}^k \neq 0, c_{1k} c_{2k} > 0$.

Припустимо, що шукані функції $v_j(t,r)$ є оригіналами Лапласа по змінній t [4]. У зображеннях за Лапласом задачі (1)-(4) відповідає задача побудови обмеженого на множині I_2 розв'язку сепаратної системи лінійних неоднорідних звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку [5]

$$L_1[v_1^*] \equiv [\frac{d^2}{dr^2} - q_1^2]v_1^*(p,r) = -\bar{g}_1(r), r \in (-\infty, R_1),$$

$$L_2[v_2^*] \equiv [\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2\alpha_2+1}{r}\frac{d}{dr} - (\lambda_2^2 + \frac{q_2^2}{r^2})]v_2^*(p,r) = -\bar{g}_2(r), \quad r \in (R_1, R_2), \tag{5}$$

$$L_3[v_3^*] \equiv [\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2\alpha_3+1}{r}\frac{d}{dr} - (\lambda_3^2 + \frac{q_3^2}{r^2})]v_3^*(p,r) = -\bar{g}_3(r), \quad r \in (R_2, R_3),$$

за умовами спряження

$$[(\alpha_{j1}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j1}^k)v_k^*(p,r) - (\alpha_{j2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j2}^k)v_{k+1}^*(p,r)]|_{r=R_k} = 0, \quad k,j = 1,2, \tag{6}$$

та крайовою умовою

$$(\alpha_{11}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^3)v_3^*(p,r)|_{r=R_3} = 0. \tag{7}$$

Тут прийняті позначення:

$$q_j^2 = \frac{p+\gamma_j^2}{a_j^2}, j = \overline{1,3}; \quad \bar{g}_1(r) = \frac{g_1(r)}{a_1^2}, \quad \bar{g}_i(r) = \frac{g_i(r)}{a_i^2 r^2}, i = 2;3;$$

$$v_j^*(p,r) = \int_0^\infty v_j(t,r)e^{-pt}dt, j = \overline{1,3}.$$

Фундаментальну систему розв'язків для рівняння $L_1[v_1^*] = 0$ утворюють функції $e^{q_1 r}$ і $e^{-q_1 r}$, а для рівнянь $L_j[v_j^*] = 0 (j = 2,3)$ - функції $I_{\nu_j,\alpha_j}(\lambda_j r) = (\lambda_j r)^{-\alpha_j} I_{\nu_j}(\lambda_j r)$ і $K_{\nu_j,\alpha_j}(\lambda_j r) = (\lambda_j r)^{-\alpha_j} K_{\nu_j}(\lambda_j r)$, де $\nu_j = \sqrt{\frac{p+\gamma_j}{a_j^2} + \alpha_j^2} = \sqrt{q_j^2 + \alpha_j^2}$,
$\mathrm{Re}\,\nu_j \geq \alpha_j \geq -\frac{1}{2}$; $I_{\nu_j}(x), K_{\nu_j}(x)$ - модифіковані функції Бесселя [2].

Обмежений на множині I_2 розв'язок крайової задачі (5)-(7) будуватимемо за правилом [5]:

$$v_1^*(p,r) = A_1 e^{q_1(r-R_1)} + \int_{-\infty}^{R_1} E_1^*(p,r,\rho)\bar{g}_1(\rho)d\rho;$$

$$v_2^*(p,r) = A_2 I_{\nu_2,\alpha_2}(\lambda_2 r) + B_2 K_{\nu_2,\alpha_2}(\lambda_2 r) + \int_{R_1}^{R_2} E_2^*(p,r,\rho)\bar{g}_2(\rho)\rho^{2\alpha_2+1}d\rho, \tag{8}$$

$$v_3^*(p,r) = A_2 I_{\nu_3,\alpha_3}(\lambda_3 r) + B_3 K_{\nu_3,\alpha_3}(\lambda_3 r) + \int_{R_2}^{R_3} E_3^*(p,r,\rho)\bar{g}_3(\rho)\rho^{2\alpha_3+1}d\rho.$$

У рівностях (8) $E_j^*(p,r,\rho)$ - функції Коші [1,5]:

$$E_1^*(p,r,\rho) = \frac{1}{q_1(\alpha_{11}^1 q_1 + \beta_{11}^1)} \times$$

$$\times \begin{cases} e^{q_1(r-R_1)}\Phi_{11}^{1*}(q_1\rho, q_1R_1), & -\infty < r < \rho < R_1, \\ e^{q_1(\rho-R_1)}\Phi_{11}^{1*}(q_1 r, q_1R_1), & -\infty < \rho < r < R_1, \end{cases} \tag{9}$$

$$E_2^*(p,r,\rho) = \frac{\lambda_2^{2\alpha_2}}{\Delta_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2R_1, \lambda_2R_2)} \begin{cases} \Psi_{\nu_2,\alpha_2;12}^{1*}(\lambda_2 r, \lambda_2R_1)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2\rho, \lambda_2R_2), \\ R_2 < r < \rho < R_2, \\ \Psi_{\nu_2,\alpha_2;12}^{1*}(\lambda_2\rho, \lambda_2R_1)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 r, \lambda_2R_2), \\ R_2 < \rho < r < R_2, \end{cases} \tag{10}$$

$$E_3^*(p,r,\rho) = \frac{\lambda_3^{2\alpha_3}}{\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3R_2, \lambda_3R_3)} \begin{cases} \Psi_{\nu_3,\alpha_3;12}^{2*}(\lambda_3 r, \lambda_3R_2)\Psi_{\nu_3,\alpha_3;11}^{3*}(\lambda_3\rho, \lambda_3R_3), \\ R_2 < r < \rho < R_3, \\ \Psi_{\nu_3,\alpha_3;12}^{2*}(\lambda_3\rho, \lambda_3R_2)\Psi_{\nu_3,\alpha_3;11}^{3*}(\lambda_3 r, \lambda_3R_3), \\ R_2 < \rho < r < R_3, \end{cases} \tag{11}$$

При цьому справджуються рівності:

$$(\alpha_{11}^1 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^1)E_1^{+*}(p,r,\rho)|_{r=R_1} = 0, \quad (\alpha_{12}^1 \frac{d}{dr} + \beta_{12}^1)E_2^{-*}(p,r,\rho)|_{r=R_1} = 0,$$

$$(\alpha_{11}^2 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^2)E_2^{+*}(p,r,\rho)|_{r=R_2} = 0, \quad (\alpha_{12}^2 \frac{d}{dr} + \beta_{12}^2)E_3^{-*}(p,r,\rho)|_{r=R_2} = 0,$$

$$(\alpha_{11}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^3)E_3^{+*}(p,r,\rho)|_{r=R_3} = 0.$$

У формулах (9)-(11) прийняті позначення:

$$\Phi_{jm}^{k*}(q_s x, q_s R_k) = \alpha_{jm}^k q_s \mathrm{ch} q_s(x - R_k) - \beta_{jm}^k \mathrm{sh} q_s(x - R_k) \equiv$$

$$\equiv V_{jm}^{k2}(q_s R_k)\,\mathrm{ch} q_s x - V_{jm}^{k1}(q_s R_k)\mathrm{sh} q_s x;$$

$$\Psi_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{k*}(\lambda_l R_k, \lambda_l x) = U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{k1}(\lambda_l R_k)K_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l x) - U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{k2}(\lambda_l R_k)I_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l x);$$

$$V_{jm}^{k1}(q_s R_k) = \alpha_{jm}^k q_s\,\mathrm{sh} q_s R_k + \beta_{jm}^k\,\mathrm{ch} q_s R_k,$$

$$V_{jm}^{k2}(q_s R_k) = \alpha_{jm}^k q_s\,\mathrm{ch} q_s R_k + \beta_{jm}^k\,\mathrm{sh} q_s R_k;$$

$$U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{k1}(\lambda_l R_k) = [(\alpha_{jm}^k \frac{d}{dr} + \beta_{jm}^k)I_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l r)]|_{r=R_k} =$$

$$= \left(\alpha_{jm}^{k}\frac{\nu_l-\alpha_l}{R_k}+\beta_{jm}^{k}\right)I_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l R_k)+\alpha_{jm}^{k}\lambda_l^{2}R_k I_{\nu_l+1,\alpha_l+1}(\lambda_l R_k) \tag{12}$$

$$U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{k2}(\lambda_l R_k)=\left[\left(\alpha_{jm}^{k}\frac{d}{dr}+\beta_{jm}^{k}\right)K_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l r)\right]\Big|_{r=R_k}=$$

$$=\left(\alpha_{jm}^{k}\frac{\nu_l-\alpha_l}{R_k}+\beta_{jm}^{k}\right)K_{\nu_l,\alpha_l}(\lambda_l R_k)-\alpha_{jm}^{k}\lambda_l^{2}R_k K_{\nu_l+1,\alpha_l+1}(\lambda_l R_k).$$

$$\Delta_{\nu_l,\alpha_l;jk}^{m*}(\lambda_l R_s,\lambda_l R_n)=U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{s1}(\lambda_l R_s)U_{\nu_l,\alpha_l;k1}^{n2}(\lambda_l R_n)-$$
$$-U_{\nu_l,\alpha_l;jm}^{s2}(\lambda_l R_s)U_{\nu_l,\alpha_l;k1}^{n1}(\lambda_l R_n).$$

Умов.. спряження (6) та крайова умова (7) для визначення $A_j(j=\overline{1,3})$ і $B_k(k=2,3)$ дають алгебраїчну систему п'яти рівнянь:

$$(\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1})A_1-U_{\nu_2,\alpha_2;12}^{11}(\lambda_2 R_1)A_2-U_{\nu_2,\alpha_2;12}^{12}(\lambda_2 R_1)B_2=0,$$
$$(\alpha_{21}^{1}q_1+\beta_{21}^{1})A_1-U_{\nu_2,\alpha_2;22}^{11}(\lambda_2 R_1)A_2-U_{\nu_2,\alpha_2;22}^{12}(\lambda_2 R_1)B_2=G_{12}^{*},$$
$$U_{\nu_2,\alpha_2;11}^{21}(\lambda_2 R_2)A_2+U_{\nu_2,\alpha_2;11}^{22}(\lambda_2 R_2)B_2-U_{\nu_3,\alpha_3;12}^{21}(\lambda_3 R_2)A_3-U_{\nu_3,\alpha_3;12}^{22}(\lambda_3 R_2)B_3=0, \tag{13}$$
$$U_{\nu_2,\alpha_2;21}^{21}(\lambda_2 R_2)A_2+U_{\nu_2,\alpha_2;21}^{22}(\lambda_2 R_2)B_2-U_{\nu_3,\alpha_3;22}^{21}(\lambda_3 R_2)A_3-$$
$$-U_{\nu_3,\alpha_3;22}^{22}(\lambda_3 R_2)B_3=G_{23}^{*},$$
$$U_{\nu_3,\alpha_3;11}^{31}(\lambda_3 R_3)A_3+U_{\nu_3,\alpha_3;11}^{32}(\lambda_3 R_3)=0.$$

Тут беруть участь функції:

$$G_{12}^{*}=c_{11}\int_{-\infty}^{R_1}\frac{e^{q_1(\rho-R_1)}}{\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1}}\bar{g}_1(\rho)d\rho-$$

$$-\frac{c_{21}}{R_1^{2\alpha_2+1}}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_2)}{\Delta_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)}\bar{g}_2(\rho)\rho^{2\alpha_2+1}d\rho;$$

$$G_{23}^{*}=\frac{c_{12}}{R_2^{2\alpha_2+1}}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\Psi_{\nu_2,\alpha_2;12}^{1*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_1)}{\Delta_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)}\bar{g}_2(\rho)\rho^{2\alpha_2+1}d\rho-$$

$$-\frac{c_{22}}{R_2^{2\alpha_3+1}}\int_{R_2}^{R_3}\frac{\Psi_{\nu_3,\alpha_3;11}^{3*}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_3)}{\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)}\bar{g}_3(\rho)\rho^{2\alpha_3+1}d\rho \tag{14}$$

Припустимо, що виконано умову необмеженої розв'язності задачі (1) (7): для $p=\sigma+i\tau$ з $\mathrm{Re}\,p=\sigma\geq\sigma_0$, де σ_0 - абсциса збіжності інтеграла Лапласа, і $\mathrm{Im}\,p=\tau\in(-\infty,+\infty)$ - визначник системи (13)

$$\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)=(\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1})\{\Delta_{\nu_2,\alpha_2;21}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)-$$

$$-\Delta_{\nu_2,\alpha_2;22}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\}-$$
$$-(\alpha_{21}^{1}q_1+\beta_{21}^{1})\{\Delta_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)-$$
$$-\Delta_{\nu_2,\alpha_2;12}^{2*}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\}\equiv(\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1})A_{(\nu,\alpha);2}^{*}(\lambda)-$$
$$-(\alpha_{21}^{1}q_1+\beta_{21}^{1})A_{(\nu,\alpha);1}^{*}(\lambda)\neq 0. \tag{15}$$

Визначимо функції впливу:

$$H_{(\nu,\alpha);11}^{*}(p,r,\rho)=\frac{1}{q_1\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\begin{cases} e^{q_1(r-R_1)}[A_{(\nu,\alpha);2}^{*}(\lambda)\Phi_{11}^{1*}(q_1\rho,q_1R_1)-\\ \quad -A_{(\nu,\alpha);1}(\lambda)\Phi_{21}^{1*}(q_1\rho,q_1R_1)],\ -\infty<r<\rho<R_1,\\ e^{q_1(\rho-R_1)}[A_{(\nu,\alpha);2}^{*}(\lambda)\Phi_{11}^{1*}(q_1 r,q_1R_1)-\\ \quad -A_{(\nu,\alpha);1}(\lambda)\Phi_{21}^{1*}(q_1\rho,q_1R_1)],\ -\infty<\rho<r<R_1,\end{cases}$$

$$H_{(\nu,\alpha);12}^{*}(p,r,\rho)=\frac{c_{21}e^{q_1(r-R_1)}}{R_1^{2\alpha_2+1}\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\{\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_2)-$$
$$-\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;21}^{2*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_2)\};$$

$$H_{(\nu,\alpha);13}^{*}(p,r,\rho)=\frac{c_{21}c_{22}e^{q_1(r-R_1)}}{R_1^{2\alpha_2+1}R_2^{2\alpha_3+1}\lambda_2^{2\alpha_2}\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\Psi_{\nu_3,\alpha_3;11}^{3*}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_3);$$

$$H_{(\nu,\alpha);21}^{*}(p,r,\rho)=\frac{c_{11}e^{q_1(\rho-R_1)}}{\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\{\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_2)-$$
$$-\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;21}^{2*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_2)\};$$

$$H_{(\nu,\alpha);22}^{*}(p,r,\rho)=\frac{\lambda_2^{2\alpha_2}}{\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\times$$

$$\times\begin{cases}[\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_2)-\\ -\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;21}^{2*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_2)]\times\\ [(\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1})\Psi_{\nu_2,\alpha_2;22}^{1*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_1)-\\ -(\alpha_{21}^{1}q_1+\beta_{21}^{1})\Psi_{\nu_2,\alpha_2;12}^{1*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_1)],\ R_1<r<\rho<R_2\\ [\Delta_{\nu_3,\alpha_3;21}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;11}^{2*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_2)-\\ -\Delta_{\nu_3,\alpha_3;11}^{2*}(\lambda_3 R_2,\lambda_3 R_3)\Psi_{\nu_2,\alpha_2;21}^{2*}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_2)]\times\\ [(\alpha_{11}^{1}q_1+\beta_{11}^{1})\Psi_{\nu_2,\alpha_2;22}^{1*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_1)-\\ -(\alpha_{21}^{1}q_1+\beta_{21}^{1})\Psi_{\nu_2,\alpha_2;12}^{1*}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_1)],\ R_1<\rho<r<R_2\end{cases}$$

$$H_{(\nu,\alpha);23}^{*}(p,r,\rho)=\frac{c_{22}\Psi_{\nu_3,\alpha_3;11}^{3*}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_3)}{R_2^{2\alpha_3+1}\Delta_{(\nu,\alpha)}^{*}(p)}\times$$

$$\times\{(\alpha_{11}^1 q_1+\beta_{11}^1)\Psi^{1*}_{\nu_2,\alpha_2;22}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_1)-(\alpha_{21}^1 q_1+\beta_{21}^1)\Psi^{1*}_{\nu_2,\alpha_2;12}(\lambda_2 r,\lambda_2 R_1)\};$$

$$H^*_{(\nu,\alpha);31}(p,r,\rho)=\frac{c_{11}c_{12}e^{q_1(\rho-R_1)}}{\lambda_2^{2\alpha_2}R_2^{2\alpha_2+1}\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\Psi^{3*}_{\nu_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_3); \tag{16}$$

$$H^*_{(\nu,\alpha);32}(p,r,\rho)=\frac{c_{12}\Psi^{3*}_{\nu_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_3)}{R_2^{2\alpha_2+1}\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\{(\alpha_{11}^1 q_1+\beta_{11}^1)\Psi^{1*}_{\nu_2,\alpha_2;22}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_1)-(\alpha_{21}^1 q_1+\beta_{21}^1)\Psi^{1*}_{\nu_2,\alpha_2;12}(\lambda_2\rho,\lambda_2 R_1)\};$$

$$H^*_{(\nu,\alpha);33}(p,r,\rho)=\frac{\lambda_3^{2\alpha_3}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\begin{cases}\Psi^{3*}_{\nu_3,\alpha_3;11}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_3)[(\alpha_{11}^1 q_1+\\ \Psi^{3*}_{\nu_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_3)[(\alpha_{11}^1 q_1+\end{cases}$$

$$+\beta_{11}^1)(\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;22}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_2)-$$
$$+\beta_{11}^1)(\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;21}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\times\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;22}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_2)-$$

$$-\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;22}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;12}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_2))-$$
$$-\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;22}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;12}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_2))-$$

$$-(\alpha_{21}^1 q_1+\beta_{21}^1)(\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;22}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_2)-$$
$$-(\alpha_{21}^1 q_1+\beta_{21}^1)(\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;22}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_2)-$$

$$-\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;12}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;12}(\lambda_3 r,\lambda_3 R_2))],\ R_2<r<\rho<R_3,$$
$$-\Delta^{2*}_{\nu_2,\alpha_2;12}(\lambda_2 R_1,\lambda_2 R_2)\Psi^{2*}_{\nu_3,\alpha_3;12}(\lambda_3\rho,\lambda_3 R_2))],\ R_2<\rho<r<R_3.$$

У результаті однозначної розв'язності алгебраїчної системи (13), підстановки знайдених значень сталих $A_j, (j=\overline{1,3})$ і $B_k(k=2,3)$ у формули (8) та нескладних перетворень одержуємо єдиний розв'язок крайової задачі (5)-(7):

$$v_j^*(p,r)=\int_{-\infty}^{R_1}H^*_{(\nu,\alpha);j1}(p,r,\rho)\bar g_1(\rho)d\rho+\int_{R_1}^{R_2}H^*_{(\nu,\alpha);j2}(p,r,\rho)\bar g_2(\rho)\rho^{2\alpha_2+1}d\rho+$$

$$+\int_{R_2}^{R_3}H^*_{(\nu,\alpha);j3}(p,r,\rho)\bar g_3(\rho)\rho^{2\alpha_3+1}d\rho. \tag{17}$$

Особливими точками функцій $H^*_{(\nu,\alpha)}(p,r,\rho)$ є точки галуження $p=-\gamma_1^2, p=-(\gamma_j^2+a_j^2\alpha_j^2)$ $(j=2,3)$ і $p=\infty$. Внаслідок леми Жордана й теореми Коші для обчислення оригіналів функцій впливу одержимо формулу повернення

$$H_{(\alpha);jk}(t,r,\rho)=-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Im}\{H^*_{i\bar b_2,\alpha_2;i\frac{\tau}{a_3},\alpha_3;jk}(e^{\pi i}(\tau^2+a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2),r,\rho)\}\times$$

$$\times e^{-(\tau^2+a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2)t}\tau d\tau, \tag{18}$$

Тут прийнято, що $\bar b_2=a_2^{-1}b_2=a_2^{-1}(\tau^2+k_2^2)^{1/2}$, де $k_2^2\equiv\alpha_3^2a_3^2+\gamma_3^2-a_2^2\alpha_2^2-\gamma_2^2\geq 0$ (у протилежному випадку $(\alpha_3^2a_3^2+\gamma_3^2)$ та $(\alpha_2^2a_2^2+\gamma_2^2)$ міняються місцями).

Внаслідок співвідношень [2]

$$\mathrm{ch}\,ix=\cos x,\quad \mathrm{sh}\,ix=i\sin x$$

та інтегральних зображень для модифікованих функцій Бесселя [6]

$$I_\nu(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\theta}\cos\nu\theta d\theta-\frac{\sin\nu\pi}{\pi}\int_0^\infty e^{-x\,\mathrm{ch}\,t-\nu t}dt,$$

$$K_\nu(x)=\int_0^\infty e^{-x\,\mathrm{ch}\,t}\mathrm{ch}\,\nu t dt,\quad \mathrm{Re}x>0,\quad |\arg x|<\frac{\pi}{2},$$

при $\nu_3=i\frac{\tau}{a_3}\equiv ia_3^{-1}(\tau^2+k_3^2)^{1/2}\equiv ia_3^{-1}b_3\equiv i\bar b_3(k_3=0)$,

$$\nu_2=\frac{i(\tau^2+k_2^2)^{1/2}}{a_2}=i\bar b_2a_2^{-1}=i\bar b_2,$$

$$q_1=\frac{i(\tau^2+k_1^2)^{1/2}}{a_1}\equiv ib_1a_1^{-1}=i\bar b_1,$$

(в припущенні, що $k_1^2\equiv a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2-\gamma_1^2\geq 0$)) маємо:

$$I_{i\bar b_l}(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\theta}\mathrm{ch}\,\bar b_l\theta d\theta-\frac{\mathrm{sh}\,\bar b_l\pi}{\pi}\int_0^\infty e^{-x\,\mathrm{ch}\theta}\sin\bar b_l\theta d\theta-$$

$$-i\frac{\mathrm{sh}\,\bar b_l\pi}{\pi}\int_0^\infty e^{-x\,\mathrm{ch}\theta}\cos\bar b_l\theta d\theta\equiv \text{Б}_{\bar b_l}(x)-iD_{\bar b_l}(x); \tag{19}$$

$$I_{-i\bar b_l}(x)=\text{Б}_{\bar b_l}(x)+iD_{\bar b_l}(x)\equiv \text{Б}_{\bar b_l}(x)+i\frac{\mathrm{sh}\,\bar b_l\pi}{\pi}K_{i\bar b_l}(x),$$

$$K_{i\bar b_l}(x)=\int_0^\infty e^{-x\,\mathrm{ch}\theta}\cos\bar b_l\theta d\theta\equiv K_{-i\bar b_l}(x).$$

Визначимо функції

$$J^{k1}_{\bar b_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k)\equiv\left(\alpha^k_{jm}\frac{d}{dr}+\beta^k_{jm}\right)\text{Б}_{\bar b_l,\alpha_l}(\lambda_l r)\Big|_{r=R_k};$$

$$J^{k2}_{\bar b_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k)\equiv\left(\alpha^k_{jm}\frac{d}{dr}+\beta^k_{jm}\right)D_{\bar b_l,\alpha_l}(\lambda_l r)\Big|_{r=R_k}.$$

У результаті нескладних перетворень маємо:

$$U^{k1}_{i\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k) \equiv (\alpha^k_{jm}\frac{d}{dr} + \beta^k_{jm}) I_{i\bar{b}_l,\alpha_l}(\lambda_l r)|_{r=R_k} = J^{k1}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k) -$$

$$- i J^{k2}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k);$$

$$U^{k2}_{i\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k) \equiv (\alpha^k_{jm}\frac{d}{dr} + \beta^k_{jm}) K_{i\bar{b}_l,\alpha_l}(\lambda_l r)|_{r=R_k} = \frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_l\pi} J^{k2}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k);$$

$$V^{k1}_{jm}(i\bar{b}_1, R_k) = -\alpha^k_{jm}\bar{b}_1 \sin\bar{b}_1 R_k + \beta^k_{jm}\cos\bar{b}_1 R_k \equiv v^{k1}_{jm}(\bar{b}_1 R_k);$$

$$V^{k2}_{jm}(i\bar{b}_1, R_k) = i(\alpha^k_{jm}\bar{b}_1 \cos\bar{b}_1 R_k + \beta^k_{jm}\sin\bar{b}_1 R_k) \equiv i v^{k2}_{jm}(\bar{b}_1 R_k);$$

$$\Phi^{k*}_{jm}(i\bar{b}_1 x, i\bar{b}_1 R_k) = i[v^{k2}_{jm}(\bar{b}_1 R_k)\cos\bar{b}_1 x -$$

$$- v^{k1}_{jm}(\bar{b}_1 R_k)\sin\bar{b}_1 x] \equiv i\varphi^k_{jm}(\bar{b}_1 x, \bar{b}_1 R_k),$$

$$\Psi^{k*}_{i\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l x, \lambda_l R_k) = \frac{\pi}{\mathrm{sh}b_l\pi}\{J^{k1}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k) D_{\bar{b}_l,\alpha_l}(\lambda_l x) -$$

$$- J^{k2}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_k) Б_{\bar{b}_l,\alpha_l}(\lambda_l x)\} \equiv$$

$$\equiv \frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_l\pi}\Psi^1_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l x, \lambda_l R_k);$$

$$\Delta^{m*}_{i\bar{b}_l,\alpha_l;jk}(\lambda_l R_k, \lambda_l R_n) = \frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_l\pi}\{J^{s1}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_s) J^{n2}_{\bar{b}_l,\alpha_l;k1}(\lambda_l R_n) -$$

$$- J^{s2}_{\bar{b}_l,\alpha_l;jm}(\lambda_l R_s) J^{n1}_{\bar{b}_l,\alpha_l;k1}(\lambda_l R_n)\} \equiv$$

$$\equiv \frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_l\pi}\delta^m_{\bar{b}_l,\alpha_l;jk}(\lambda_l R_s, \lambda_l R_n);$$

$$\Delta^*_{(ib,\alpha)}(e^{\pi i}(\tau^2 + a_3^2\alpha_3^2 + \gamma_3^2)) \equiv \frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_2\pi}\frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_3\pi} \times$$

$$\times\{\beta^1_{11}[\delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;21}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;21}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3) -$$

$$- \delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;22}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)] -$$

$$- \beta^1_{21}[\delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;21}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3) -$$

$$- \delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;12}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)] +$$

$$+ i\bar{b}_1\{\alpha^1_{11}[\delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;21}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;21}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3) -$$

$$- \delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;22}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)] -$$

$$- \alpha^1_{21}[\delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;21}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3) -$$

$$- \delta^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;12}(\lambda_2 R_1, \lambda_2 R_2)\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)]\} \equiv$$

$$\equiv \frac{\pi^2}{\mathrm{sh}\bar{b}_2\pi\,\mathrm{sh}\bar{b}_3\pi}\{\omega_{(\bar{b},\alpha);1} +$$

$$+ i\bar{b}_1\omega_{(\bar{b},\alpha);2}\}, \quad (\bar{b},\alpha) = (\bar{b}_2, \alpha_2; \bar{b}_3, \alpha_3).$$

Визначимо функції:

$$\sigma_1 = a_1^{-2}, \quad \sigma_2 = a^{-2} c_{21} c_{11}^{-1} R_1^{-(2\alpha_2+1)}, \quad \sigma_3 = \frac{c_{21}c_{22}R_2^{2\alpha_2+1}}{c_{11}c_{12}R_2^{2\alpha_3+1}R_1^{2\alpha_2+1}a_3^2};$$

$$V_{(\alpha);1}(r,\tau) = [\omega_{(\bar{b},\alpha);2}\cos\bar{b}_1(r - R_1) - \omega_{(\bar{b},\alpha);1}\frac{\sin\bar{b}_1(r - R_1)}{\bar{b}_1}]; \tag{21}$$

$$V_{(\alpha);2}(r,\tau) = c_{11}[\delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;21}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)\Psi^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;11}(\lambda_2 r, \lambda_2 R_2) -$$

$$- \delta^2_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 R_2, \lambda_3 R_3)\Psi^2_{\bar{b}_2,\alpha_2;21}(\lambda_2 r, \lambda_2 R_2)];$$

$$V_{(\alpha);3}(r,\tau) = \frac{c_{11}c_{12}}{\pi\lambda_2^{2\alpha_2}R_2^{2\alpha_2+1}}\Psi^3_{\bar{b}_3,\alpha_3;11}(\lambda_3 r, \lambda_3 R_3)\mathrm{sh}\bar{b}_2\pi,$$

$$\Omega_{(\alpha)}(\tau) = \frac{\tau\bar{b}_1}{[\omega_{(\bar{b},\alpha);1}]^2 + [\bar{b}_1\omega_{(\bar{b},\alpha);2}]^2}\cdot\frac{\pi}{\mathrm{sh}\bar{b}_2\pi\,\mathrm{sh}\bar{b}_3\pi}.$$

Згідно з формулами (18) одержуємо

$$H_{(\alpha);jk}(t,r,\rho) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-(\tau^2+a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2)t} V_{(\alpha),j}(r,\tau) \times$$

$$\times V_{(\alpha),k}(\rho,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau a_k^2\sigma_k. \tag{22}$$

Повертаючись в формулах (17) до оригіналу, одержуємо єдиний розв'язок задачі (1)-(4):

$$v_j(t,r) = \int_{-\infty}^{R_1}(\frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-(\tau^2+a_3^2\alpha^2+\gamma_3^2)t}) V_{(\alpha),j}(r,\tau)V_{(\alpha),1}(\rho,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau) g_1(\rho)\sigma_1 d\rho +$$

$$+ \int_{R_1}^{R_2}(\frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-(\tau^2+a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2)t}) V_{(\alpha),j}(r,\tau)V_{(\alpha),2}(\rho,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau)\frac{g_2(\rho)}{\rho^2}\rho^{2\alpha_2+1}\sigma_2 d\rho +$$

$$+ \int_{R_2}^{R_3}(\frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-(\tau^2+a_3^2\alpha_3^2+\gamma_3^2)t}) V_{(\alpha),j}(r,\tau)V_{(\alpha),3}(\rho,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau)\frac{g_3(\rho)}{\rho^2}\rho^{2\alpha_3+1}\sigma_3 d\rho, \; j = \overline{1,3}. \tag{23}$$

Звідси внаслідок початкових умов (2) маємо інтегральні зображення:

$$g_1(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V_{(\alpha),1}(r,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau\int_{-\infty}^{R_1} g_1(\rho)V_{(\alpha),1}(\rho,\tau)\sigma_1 d\rho, \quad r \in (-\infty, R_1). \tag{24}$$

$$g_2(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V_{(\alpha),2}(r,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau \int_{R_1}^{R_2} g_2(\rho)V_{(\alpha),2}(\rho,\tau)\rho^{2\alpha_2-1}\sigma_2 d\rho, \quad r \in (R_1, R_2), \tag{25}$$

$$g_3(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V_{(\alpha),3}(r,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau \int_{R_2}^{R_3} g_3(\rho)V_{(\alpha),3}(\rho,\tau)\rho^{2\alpha_3-1}\sigma_3 d\rho, \quad r \in (R_2, R_3). \tag{26}$$

Рівності (24)-(26) дають можливість написати на множині I_2 інтегральне зображення міри Дірака (дельта-функції), породженої гібридним диференціальним оператором $M_{(\alpha)}$:

$$\frac{\delta(r-\rho)}{\sigma(\rho)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V_{(\alpha)}(r,\tau)V_{(\alpha)}(\rho,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau. \tag{27}$$

Тут беруть участь спектральна функція

$$V_{(\alpha)}(r,t) = V_{(\alpha),1}(r,t)\theta(R_1 - r) + V_{(\alpha),2}(r,t)\theta(r - R_1)\theta(R_2 - r) +$$
$$+ V_{(\alpha),3}(r,t)\theta(r - R_2)\theta(R_3 - r)$$

і вагова функція

$$\sigma(r) = \sigma_1\theta(R_1 - r) + \sigma_2 r^{2\alpha_2-1}\theta(r - R_1)\theta(R_2 - r) + \sigma_3 r^{2\alpha_3-1}\theta(r - R_2)\theta(R_3 - r).$$

Інтегральне зображення (27) міри Дірака породжує пряме $H_{(\alpha)}$ й обернене $H^{-1}_{(\alpha)}$ гібридні інтегральні перетворення типу Фур'є - Канторовича - Лебедєва - Канторовича - Лебедєва на обмеженій справа декартовій осі з двома точками спряження за правилами:

$$H_{(\alpha);2}[f(r)] = \int_{-\infty}^{R_3} f(r)V_{(\alpha)}(r,\tau)\sigma(r)dr \equiv \tilde{f}(\tau), \tag{28}$$

$$H^{-1}_{(\alpha);2}[\tilde{f}(r)] = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \tilde{f}(\tau)V_{(\alpha)}(r,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)d\tau = f(r). \tag{29}$$

Підсумком вищевикладеного є твердження.

Теорема 1. *Якщо функція*

$$g(r) = f(r)[1 \cdot \theta(R_1 - r) + r^{\alpha_2-\frac{1}{2}}\theta(r - R_1)\theta(R_2 - r) + r^{\alpha_3-\frac{1}{2}}\theta(r - R_2)\theta(R_3 - r)]$$

кусково-неперервна, абсолютно сумовна й має обмежену варіацію на $(-\infty, R_3)$, *то для* $r \in I_2$ *справджується інтегральне зображення*

$$f(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V_{(\alpha)}(r,\tau)\Omega_{(\alpha)}(\tau)\int_{-\infty}^{R_3} f(\rho)V_{(\alpha)}(\rho,\tau)\sigma(\rho)d\rho d\tau. \tag{30}$$

Застосовувати запроваджені тут гібридні інтегральні перетворення до розв'язання відповідних задач математичної фізики дозволяє наявність основної тотожності інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора $\mathbf{M}_\alpha$.

Теорема 2. *Якщо функція* $f(r)$ *двічі неперервно диференційована на множині* I_2, *задовольн*[illegible] *'є умови спряження (6) та крайові умови*

$$\frac{d^m f}{dr^m}\Big|_{r=-\infty} = 0, m = 0, 1; \quad (\alpha_{11}^3\frac{df}{dr} + \beta_{11}^3 f)\Big|_{r=R_3} = f_3, \tag{31}$$

то справджується основна тотожність інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора M_α:

$$H_{(\alpha);2}[M_\alpha[f]] = -\tau^2\tilde{f}(\tau) + a_3^2\sigma_3 R_3^{2\alpha_3+1}(\alpha_{11}^3)^{-1}V_{(\alpha),3}(R_3,\tau)f_3 -$$
$$-k_1^2\int_{-\infty}^{R_1} f(r)V_{(\alpha),1}(r,\tau)\sigma_1 dr - k_2^2\int_{R_1}^{R_2} f(r)V_{(\alpha),2}(r,\tau)\sigma_2 r^{2\alpha_2-1}dr -$$
$$-k_3^2\int_{R_2}^{R_3} f(r)V_{(\alpha),3}(r,\tau)\sigma_3 r^{2\alpha_3-1}dr. \tag{32}$$

У справедливості тотожності (32) переконуємось, інтегруючи частинами та використовуючи властивості функцій $f(r), V_{(\alpha);1}, V_{(\alpha);2}, V_{(\alpha);3}(r,\tau)$ та структуру множників $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

1. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс.- М.:Наука, 1965.- 328 с.

2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.- М.:Наука, 1971.- 1108 с.

3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения мат[illegible]матической физики.- М.:Наука, 1972.- 735 с.

4. Лав[illegible]нтьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.- М.:Наука, 1973.- 736 с.

5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.- М.:Физматгиз, 1959.- 468 с.