УДК 331.330:46

МАНТАЛЮК О.В.
Хмельницький національний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ДУОПОЛІСТІВ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

У даній статті представлена математична модель дуополії, що враховує рівень ринкового попиту на продукцію фірм-дуополістів, а також сам факт наявності такої інформації у учасників ринку. Запропонована модель дозволяє фірмі, яка володіє інформацією щодо рівня попиту, обрати більш ефективну стратегію й отримати вищий прибуток, ніж у випадку відсутності такої інформації й вибору стратегій згідно з класичними моделями дуаполії.

Ключові слова: дуополія, рівень платоспроможного попиту, неповна інформація, оптимальний обсяг випуску, оптимальна стратегія, максимізація прибутку, стратегія Курно, стратегія Стакельберга.

MANTALYUK O.
Khmelnytsky National University

MATHEMATHICAL MODELING OF DUOPOLISTS' CONDUCT UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE INFORMATION

The classic duopoly models are not particularly helpful in the context of declining effective demand from the population in Ukraine. This article represents the duopoly model that takes into account the grade of real market demand for production such as the very presence or absence of such the information. The model mentioned makes it possible to define the optimal output for the firm that has information about market demand level. In case of low demand it provides the best strategy choice for the firm that possesses market information. Another firm has not got such data and acts according to Steckelberg strategy but still obtains higher profit than in cases where it's competitor use Cournot or Steckelberg strategies. In case of high demand the market situation turns into the classic one and the relevant duopoly models become suitable. Thus, the model proposed provides the best choice of strategies and profit maximization for the both participants of duopoly under low level of effective market demand.

Keywords: duopoly, effective demand, incomplete information, optimal output, optimal strategy, profit maximization, Cournot strategy, Steckelberg strategy.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Зниження платоспроможного попиту населення України відображається на кон'юнктурі товарних ринків. Внаслідок цього, традиційні математичні моделі ринкової поведінки продавців стають мало придатними в умовах низького попиту, потребуючи модифікації.

Аналіз останніх досліджень чи публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми. Дослідження діяльності олігополій, вивчення їх впливу на економіку країни та питань державного регулюванням їх діяльності широко висвітлені в працях Є.В. Алімпієва [1], Т. Беня [2], О.О. Костусєва, В.Д. Лагутіна, А.Й. Наливайка [3], С.І. Савчука, Дж. Стіглера [4], Г.М. Филюка [5] та інших. Разом із тим, під час аналізу поведінки учасників олігопольних ринків розглядаються класичні моделі, які передбачають неявним чином високий рівень споживчого попиту й не враховують можливості отримання та використання фірмами-олігополістами інформації щодо ринкового попиту на свою продукцію.

Метою дослідження є розробка математичної моделі дуополії, яка враховувала б рівень попиту на продукцію. У ситуації низького рівня попиту така модель дозволить учасникам дуополії обрати більш ефективні стратегії поведінки, ніж класичні моделі Курно або Стакельберга.

Основний матеріал дослідження. Розглянемо спочатку відому в математичній економіці задачу про дуополію – модель ситуації, коли на ринку діють два продавці однорідного товару за великої кількості покупців. Вважатимемо, що олігополісти можуть впливати на ціну товару не прямо, а опосередковано, маніпулюючи обсягом свого виробництва. Кожна із конкуруючих фірм при виборі обсягу випуску враховує не тільки прямий вплив ринку, але й непрямий вплив конкурента. Розглянемо таку задачу спочатку в класичній постановці, а потім розширимо модель на випадок низького рівня попиту, тобто меншого від суми обсягів випуску двох фірм, що визнані оптимальними згідно з відомими моделями Курно та Стакельберга.

Отже, дві компанії продають однорідний товар.

Ціна товару* P *пов'язана з обсягом загального випуску наступним співвідношенням:

$$P = a - b \cdot Y, a > 0, b > 0,$$

де Y – сукупний обсяг випуску двох фірм:

$Y = Y_1 + Y_2$.

Виробничі витрати фірм описуються такими лінійними залежностями:

$$C_1 = cY_1 + d;$$
$$C_2 = cY_2 + d;$$
$$c > 0; d > 0,$$

де C_i – витрати кожної фірми, i=1,2;

c – граничні витрати, які не залежать від обсягу випуску;

d – фіксовані витрати.

Кожна фірма повинна вибрати такий обсяг випуску, який максимізує її прибуток. Обидві фірми приймають рішення одночасно. Прибуток кожної фірми складатиме відповідно:

$$\begin{cases} PR_1 = PY_1 - C = [a - b\cdot(Y_1 + Y_2)]\cdot Y_1 - c\cdot Y_1 - d, \\ PR_2 = PY_2 - C = [a - b\cdot(Y_1 + Y_2)]\cdot Y_2 - c\cdot Y_2 - d. \end{cases}, \qquad (1)$$

Кожна з наведених функцій прибутку досягає свого максимуму в точці, в якій частинні похідні цієї функції дорівнюють нулю. Тобто в точці оптимуму має виконуватись наступна система рівнянь:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial PR_1}{\partial y_1} = [a - bY_1 - bY_2] - bY_1 - b\frac{\partial Y_2}{\partial Y_1}Y_1 - C = 0, \\ &\frac{\partial PR_2}{\partial Y_2} - [a - bY_1 - bY_2] - bY_2 - b\frac{\partial Y_1}{\partial Y_2}Y_2 - C = 0. \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

Тут похідні $\dfrac{\partial Y_2}{\partial Y_1}$ та $\dfrac{\partial Y_1}{\partial Y_2}$ описують реакцію кожної фірми на зміну обсягу випуску її конкурента.

Розглянемо тепер частинний випадок задачі (1) – модель Курно, – в якій

$$\frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = \frac{\partial Y_1}{\partial Y_2} = 0\,.$$

Це означає, що кожен із дуополістів вважає, що зміни в його власному випуску продукції не вплинуть на конкурента, тобто обсяг випуску конкурента є постійним. Таким чином, величини $\dfrac{\partial y_2}{\partial y_1}$ і $\dfrac{\partial y_1}{\partial y_2}$ дорівнюють нулю. Отже, система (1) спроститься до такого вигляду:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial PR_1}{\partial y_1} = [a - by_1 - by_2] - by_1 - C = 0, \\ &\frac{\partial PR_2}{\partial y_2} - [a - by_1 - by_2] - by_2 - C = 0. \end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

Розв'язавши систему (3) відносно Y_1 та Y_2, отримаємо вирази для оптимальних обсягів випуску фірм залежно від обсягу випуску конкурента визначаються такими виразами:

$$\begin{cases} Y_1^K = \dfrac{(Y_0 - Y_2)}{2}, \\ Y_2{}^K = \dfrac{(Y_0 - Y_1)}{2} \end{cases}, \qquad (4)$$

де $Y_0 = \dfrac{(a-c)}{b}$.

Система (4) визначає обсяги випуску Y_1^K та Y_2^K, що є оптимальними за Курно, через обсяги випуску фірми-конкурента. Ці самі величини можна виразити також через параметри задачі:

$$\begin{cases} Y^K{}_1 = \dfrac{Y_0}{3}, \\ Y^K{}_2 = \dfrac{Y_0}{3}. \end{cases}, \qquad (5)$$

Основною передумовою моделі Курно є постійність обсягу випуску конкурента. Отже, фірми вибирають обсяги випуску один раз і домовляються в подальшому їх не змінювати. Дійсно, за описаної ситуації в зміні обсягів випуску немає сенсу, оскільки вони відповідають рівновазі Курно.

Іншою відомою моделлю дуополії є модель дуополії за Стакельбергом. У цій ситуації фірма-лідер враховує реакцію конкурента на свою поведінку, при цьому вважаючи, що конкурент цього не робить. Якщо його очікування справджуються, то встановлюється рівновага за Стакельбергом, за якої фірма лідер (вважатимемо, що ним буде перша фірма) випускає продукції в два рази більше і отримує прибуток у два рази вищий, ніж фірма-аутсайдер. Тоді оптимальні обсяги випуску можуть бути визначені за формулами:

$$\begin{cases} Y^{S}{}_{1} = \dfrac{Y_0}{2}, \\ Y^{S}{}_{2} = \dfrac{Y_0}{4}. \end{cases} \tag{6}$$

У випадку ж, коли фірма, від якої очікувалася поведінка аутсайдера, насправді враховує реакцію свого конкурента, то на ринку встановлюється ситуація нерівноваги за Стакельбергом, за якої обсяги випусків фірм визначатимуться згідно з рівнянням (7):

$$Y_1^{\overline{S}} = Y_2^{\overline{S}} = \frac{2}{5} Y_0 . \tag{7}$$

Очевидно, що в цьому випадку випуск фірм є дещо вищим, ніж у ситуації рівноваги за Курно, але ціна продукції та прибутки фірм будуть нижчими.

Досі вважалося, що рівень попиту високий настільки, що обидві фірми зможуть продати всю свою продукцію. В реальності така гіпотеза може не справджувати, що потребує відповідного відображення в моделі.

Модифікуємо модель дуополії з повною інформацією, перетворивши її на модель із неповною інформацією шляхом заміни детермінованого ринкового попиту на випадковий. Для простоти приймемо, що випадкова величина Y може набувати лише два значення: Y_{1B} , що відповідає високому рівню попиту, з імовірністю φ та Y_{1H} , що відповідає низькому рівню попиту, з імовірністю (1-φ). Крім того, вважатимемо ринкову ситуацію асиметричною в інформаційному сенсі: перша фірма знає, в якому стані знаходиться попит, а другій фірмі нічого про це невідомо.

Коли ринковий попит є високим, фірми можуть діяти відповідно до моделі Курно (якщо домовляться) або Стакельберга (в протилежному випадку). Тому ця ситуація не потребує подальшого розгляду.

Зосередимо увагу на ситуації, коли попит є низьким, тобто меншим від суми оптимальних за Курно обсягів виробництва двох фірм. Тоді ціна товару буде визначатися обсягом попиту, обсяг продажу фірми – попитом та часткою фірми в загальному обсязі випуску, а виробничі витрати – обсягом виробництва. Задача максимізації прибутку першої фірми буде описуватися такою функцією:

$$PR_{1H} = [a - bD] \frac{Y_1}{(Y_1 + Y_2)} D - cY_1 \to \max , \tag{8}$$

де D – ринковий попит на продукцію дуополістів.

Будемо враховувати, що друга фірма діє за Стакельбергом, обираючи свій обсяг виробництва за правилом $Y_2 = \left(\dfrac{Y_0 - Y_1}{2} \right)$. Тоді отримаємо вираз:

$$PR_{1H} = \frac{(a - bD)DY_1}{\left(Y_1 + \dfrac{(Y_0 - Y_1)}{2} \right)} - cY_1 = \frac{2(a - bD)DY_1}{(Y_0 + Y_1)} - cY_1 .$$

Знайдемо частинну похідну функції прибутку першої фірми за змінною Y_1 і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial PR_{1H}}{\partial Y_1} = 2D(a - bD) \frac{(Y_0 + Y_1) - Y_1}{(Y_0 + Y_1)^2} - c = 0 .$$

Спростимо чисельник, розкривши дужки:

$$\frac{\partial PR_{1H}}{\partial Y_1} = 2D(a - bD) \frac{Y_0}{(Y_0 - Y_1)^2} - c = 0 .$$

У результаті отримаємо такий вираз для обчислення оптимального обсягу випуску першої фірми для випадку низького попиту:

$$Y^{*}{}_{1H} = \sqrt{\frac{2D(a - bD)Y_0}{c}} - Y_0 \tag{9}$$

Розглянемо умовний числовий приклад застосування стратегії, що визначається формулою (9). Нехай на ринку однорідного товару діють два продавці за великої кількості покупців. Припустимо, що максимальна ринкова ціна товару *a*=1000 г.о., зниження ціни, що припадає на кожну додаткову одиницю попиту *b*=0,1 г.о., витрати на одиницю випущеної продукції *c*=400 г.о., а ринковий попит на продукцію *D*=3000 од.

Визначимо величину:

$$Y_0 = \frac{(a-c)}{b} = \frac{(1000-400)}{0,1} = 6000 \text{ (од.)}$$

Підставимо значення *a, b, c, D* до виразу (9) і обчислимо з точністю до цілого числа оптимальний обсяг випуску першої фірми:

$$Y^*_{1H} = \sqrt{\frac{2D(a-bD)Y_0}{c}} - Y_0 = \sqrt{\frac{2\cdot 3000\cdot(1000-0,1\cdot 3000)\cdot 1000}{400}} - 6000 = 1937 \text{ (од.)}$$

Обсяг випуску другої фірми визначимо за формулою (4):

$$Y^*_{2H} = \frac{\left(Y_0 - Y^*_{1H}\right)}{2} = \frac{(6000-1937)}{2} = 1354 \text{ (од.)}$$

Відповідні обсяги прибутку фірм обчислимо за формулою (8):

$$PR_{1H} = [1000-0,1\cdot 3000]\frac{1937}{(1937+1354)}3000 - 0,1\cdot 1937 = 461079 \text{ (г.о.)},$$

$$PR_{2H} = [1000-0,1\cdot 3000]\frac{1354}{(1937+1354)}3000 - 0,1\cdot 1354 = 322320 \text{ (г.о.)}$$

Бачимо, що перша фірма, застосовуючи стратегію, що закладена у формулі (9), отримує більший прибуток, ніж друга.

В таблиці 1 наведені розраховані вище значення в порівнянні з аналогічними показниками, розрахованими за моделями Курно та Стакельберга.

Таблиця 1

Обсяги випуску продукції дуополістів та їх прибутки, що були розраховані за різними моделями

Використана модель	Оптимальні значення показників			
	Обсяг випуску першої фірми, од.	Прибуток першої фірми, г.о.	Обсяг випуску другої фірми, од.	Прибуток другої фірми, г.о.
Курно	$Y_1^K = 2000$	$PR_1^K = 250000$	$Y_2^K = 2000$	$PR_2^K = 250000$
Стакельберга (нерівновага)	$Y_1^{\bar{S}} = 2400$	$PR_1^{\bar{S}} = 90000$	$Y_1^{\bar{S}} = 2400$	$PR_2^{\bar{S}} = 90000$
Формула (9)	$Y_{1H}^* = 1937$	$PR_{1H}^* = 461079$	$Y_{2H}^* = 1354$	$PR_{2H}^* = 322320$

Висновки:

1. Фірма, що володіє інформацією про рівень ринкового попиту на свій товар і застосовує модифіковану модель дуополії, збільшує свій середній прибуток у порівнянні з ситуаціями, коли вона діє згідно з класичними моделями Курно або Стакельберга.

2. Фірма, що застосовує модифіковану модель дуополії, неявним чином (через інформацію про обсяг свого виробництва) передає інформацію щодо зниження ринкового попиту своєму конкурентові. У результаті друга фірма збільшує свій прибуток у порівнянні з ситуаціями, коли вона діє за класичними моделями, хоча й у меншій мірі, ніж перша з названих фірм.

3. Врахування в моделі задачі про дуополію випадкової величини попиту кардинально змінює точки рівноваги. При цьому фірма-дуополіст, що володіє інформацією про ринковий попит, має значну конкурентну перевагу в порівнянні з фірмою, що не володіє такою інформацією. У результаті перша з названих фірм випускає в середньому більший обсяг продукції, отримуючи вищу величину середнього прибутку, ніж друга.

Література

1. Алімпієв Є.В. Економічні підходи протидії картельним угодам у практиці антимонопольного регулювання / Є.В. Алімпієв, К.Ф. Захарова // Ефективна економіка. – 2015. – № 11. – С. 243–249.

2. Бень Т. Методи визначення монополізму на ринку промислової продукції / Т. Бень, В. Сиченко // Економіка України. – 1999. – № 3. – С. 36–41.

3. Наливайко А.Й. Теорія стратегії підприємства: Сучасний стан та напрямки розвитку / Наливайко А.Й. – К. : КНЕУ, 2001. – 346 с.

4. Стиглер Дж. Теория олигополии / Дж. Стиглер // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. Т. 2 ; под ред. В.М. Гальперина. – СПб : Экономическая школа, 2000. – 486 с.

5. Филюк Г.М. Конкуренція і монополія в епоху глобалізації / Г.М. Филюк. – Житомир : Видавництво ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 403 с.

Надійшла: 23.09.2017; рецензент: д. е. н., професор Григорук П.М.