

ОЦІНЮВАННЯ ЯКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ПРИСТРОЇВ СИНХРОНІЗАЦІЇ СИГНАЛІВ ЗАСОБІВ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

Проведено аналіз принципів отримання максимальної правдоподібної оцінки затримки в пристроях синхронізації сигналів засобів телекомунікацій. Сформовано Simulink-модель пристрою синхронізації та методом імітаційного моделювання отримано бітові послідовності для аналізу його роботи. Здійснено аналіз та формалізацію опису пристроїв синхронізації таких, які керуються рішенням і таких, які не керуються рішенням. Розглянуто метод оцінювання часового зсуву без зворотного зв'язку за рішенням, шляхом використання симетричних властивостей сигналу на виході узгодженого фільтра або корелятора з вікнами на затримку-випередження. Наведено залежності для дисперсії максимальної правдоподібної оцінки пристрою синхронізації від відношення сигнал/шум. Отримано аналітичні вирази та залежності відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум на виході фазового детектору. Сформовано діаграми станів для оцінювання роботи цифрового пристрою синхронізації за наявності випадку, який характеризується станом помилки та діаграму помилки для аналізу часу до зриву синхронізації. Проведено визначення результатів розрахунку середнього часу до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум.

Ключові слова: цифрова синхронізація, керований генератор, дисперсія оцінювання, зрив синхронізації.

J.M. BOIKO, R.YU. NOCHKA
Khmelnytsky National University

QUALITY EVALUATION SYNCHRONIZATION DEVICES SIGNALS OF TELECOMMUNICATIONS

Abstract - The analysis principles to maximize credible evaluation delay devices synchronization of telecommunications signals. Formed Simulink-device synchronization model by simulation and received bit sequence analysis of his work. The analysis and formalization description of synchronization devices are guided by such decisions and which are not governed by the decision. The method of evaluation of temporal change without feedback for decision by using symmetric properties of the signal at the output of the matched filter or correlator with windows on delay-ahead. Powered depending dispersion maximum credible evaluation device synchronization of the signal/noise ratio. Analytical expressions and dependence deviation error of synchronization signal/noise ratio at the output of the phase detector. Formed state diagram for the evaluation of digital device synchronization condition characterized by the presence of errors as errors and chart analysis of time to failure of synchronization. A determination of the results of the calculation of the average time to failure of synchronization of the signal/noise ratio.

Keywords: digital synchronization, controlled oscillator, variance estimation, synchronization failure.

Вступ

В загальному випадку синхронізацію можна охарактеризувати як процес встановлення і підтримки певних часових співвідношень між двома і більше процесами [1–3]. Тут слід акцентувати увагу на наступному: поелементна синхронізація – це синхронізація переданого і прийнятого цифрових сигналів даних, при якій встановлюються і підтримуються необхідні фазові співвідношення між значущими моментами переданих та прийнятих відповідно одиничних елементів сигналів. В цифрових засобах телекомунікацій вихід демодулятора повинен періодично стробуватись зі швидкістю передачі символів в точно обраних моментах $t_n = \delta T + \mathcal{G}$, де T – символний інтервал, а \mathcal{G} – номінальний час затримки, який визначається часом поширення сигналу від передавача до приймача. Щоб виконувати це періодичне стробування потрібний таймерний сигнал в приймачі. Причому, приймач повинен знати не тільки частоту $1/T$, з якою стробуються виходи узгоджених фільтрів або коректорів [4–7], але також той момент часу, в який необхідно взяти відліки всередині кожного символного інтервалу. Положення відлікового моменту всередині символного інтервалу тривалістю T назвемо фазою синхронізації. Слід відокремити наступні підходи до реалізації пристрою тактової синхронізації: в першому випадку в системі зв'язку таймери передавача і приймача синхронізовані за зразковим таймером, який забезпечує високостабільну сітку часу. В цьому випадку приймач повинен оцінити і компенсувати тільки відносний час затримки між переданим і прийнятими сигналом, в другому випадку можна використати метод для досягнення синхронізації символів який реалізується одночасною передачею передавачем таймерної частоти, яка рівна або кратна $1/T$, разом з інформаційним сигналом. Тоді на приймальному боці використовується вузькосмуговий фільтр, налаштований на передану таймерну частоту, і таким чином формується таймерний сигнал для стробування. В цьому випадку слід мати на увазі декілька моментів: перший полягає в тому, що передавач повинен віддати деяку частину можливої потужності для передачі таймерного сигналу; другий – полягає в тому, що деяка мала частина доступної в каналі смуги частот повинна бути зайнята для передачі таймерного сигналу. Таймерний сигнал можна також отримати з прийнятого інформаційного сигналу. Такий підхід є досить актуальним у випадку коли для зменшення впливу статистичної структури переданого кодового повідомлення на точність і час підтримки синхронізму використовують скремблювання. При цьому на передану послідовність можна накласти (заздалегідь відому) псевдовипадкову послідовність, а на прийомі провести віднімання даної послідовності з прийнятого сигналу. В будь-якому випадку до систем тактової синхронізації можна пред'явити низку вимог, а саме: висока точність синхронізації, коли допустиме

відносно відхилення синхроімпульсів (тактових імпульсів) від моментів які відповідають ідеальній синхронізації не перевищує 3%; малий час входження в стан синхронізації як при первинному включенні, так і після перерви зв'язку; збереження синхронізації при наявності завад і короткочасних перерв зв'язку; незалежність точності синхронізації від статичної структури переданого повідомлення. Слід також зазначити, що подібна задача забезпечення перелічених вище вимог багатогранна, саме тому у статті зосередимо увагу на визначенні середнього квадрату помилки синхронізації в стаціонарному стані на виході фазового детектору та визначенні середнього часу до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум для цифрового пристрою синхронізації. З метою практичного дослідження пристроїв синхронізації телекомунікаційних систем в роботі використано методи математичного та імітаційного моделювання, з використанням засобів Simulink середовища Matlab, середовища Wolfram Mathematica, Mathcad.

Аналіз останніх досліджень і публікацій та розробка питання оптимізації пристроїв поелементної синхронізації засобів телекомунікацій

При синхронному методі передачі, передавач безперервно формує елементи сигналу тривалістю T_0 , яка дорівнює одиничному інтервалу (рис. 1, а) [8, 9]. Елементи об'єднуються в комбінації тривалістю T_K . Знаючи момент початку включення передавача можна визначити час приходу будь-якого одиничного елемента, а знаючи число одиничних елементів кодової комбінації, легко відокремити одну кодову комбінацію від іншої. На рис. 1, б), в) показані відповідно імпульси, що відокремлюють один елемент від іншого і одну групу елементів від іншої, в момент t_0 тактова послідовність збігається з ідеальною. Визначивши інтервали часу, на яких з'являються елементи, можна передбачити час приходу найбільш стійкої частини елементів сигналу. Реєструючи сигнал в цій частині, можна знизити ймовірність неправильного прийому елемента. На рис. 2 представлена Simulink-модель пристрою синхронізації, а на рис. 3 бітові послідовності отримані методом імітаційного моделювання. В схемі на рис.2 кола «forming circuit» призначено для формування квадратурних складових сигналу, який передається по каналу «information channel», в якому програмно змінюється відношення E/N_0 – відношення енергії біта до спектральної густини потужності шуму AWGN – каналу [10, 11] та потрапляє на пристрій синхронізації який, зокрема, містить підсистеми цифрових керованих генераторів (ГКН) Discrete-Time VCO, відповідні фільтруючі пристрої Digital Filter Design [12]. Основна задача системи синхронізації, мінімізувати вплив шумової складової на бітову послідовність. На рис. 3, епюри бітових послідовностей на передавальному боці, після каналу передачі інформації ($E/N_0=10\text{дБ}$) та у випадку спрацювання пристрою синхронізації. Спостерігаємо задовільну якість відновлення синхронізму. Використаємо описану модель для проведення оцінювання якісних показників пристрою синхронізації засобів телекомунікацій.

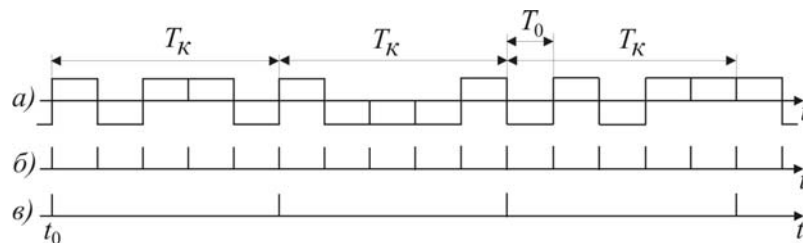


Рис. 1. Формування елементів кодових комбінацій при синхронному методі передачі

Розглянемо принципи забезпечення тактової синхронізації в приймальному пристрої на основі використання методу оцінювання який оснований на керованому рішенні та метод оцінювання на некерovanому рішенні [1, 2, 8].

Розглянемо принципи отримання максимальної правдоподібної оцінки затримки \mathcal{G} [1, 8].

Сигнал на приймальному боці, після каналу передачі інформації, який містить шумову компоненту (рис. 3 «Прийнята бітова послідовність») представимо наступним чином:

$$r(t) = U(t; \mathcal{G}) + n(t), \quad (1)$$

$$U(t; \mathcal{G}) = \sum_n I_n h(t - nT - \mathcal{G}). \quad (2)$$

Зосередимо в дослідженні увагу на аналізі пристроїв синхронізації таких які керуються рішенням і таких які не керуються рішенням [1, 2, 8].

В пристрої першого типу, символи при передачі інформації у вигляді послідовності даних $\{I_n\}$ на виході демодулятора, будемо вважати відомою переданою послідовністю. Тоді для функції правдоподібності отримаємо наступний вираз [1, 2, 12]:

$$\Phi_{\text{in}}(\mathcal{G}) = C_{\text{in}} \int_{T_0} r(t) U(t; \mathcal{G}) dt. \quad (3)$$

або з (3) та (2) отримаємо наступний вираз:

$$\Phi_{ln}(\vartheta) = C_{ln} \cdot \sum_n I_n \int_{T_0} r(t)h(t - nT - \vartheta)dt = C_{ln} \sum_n I_n U_n(\vartheta). \quad (4)$$

$$U_n(\vartheta) = \int_{T_0} r(t)h(t - nT - \vartheta)dt. \quad (5)$$

тут C – константа яка не залежить від ϑ .

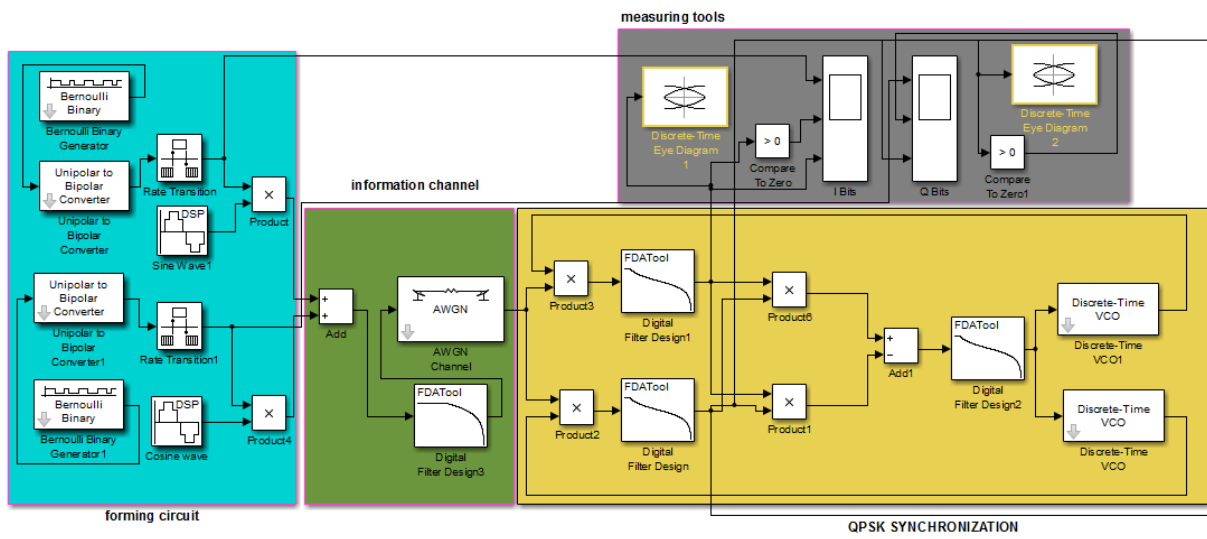


Рис. 2. Simulink-модель пристрою синхронізації для QPSK

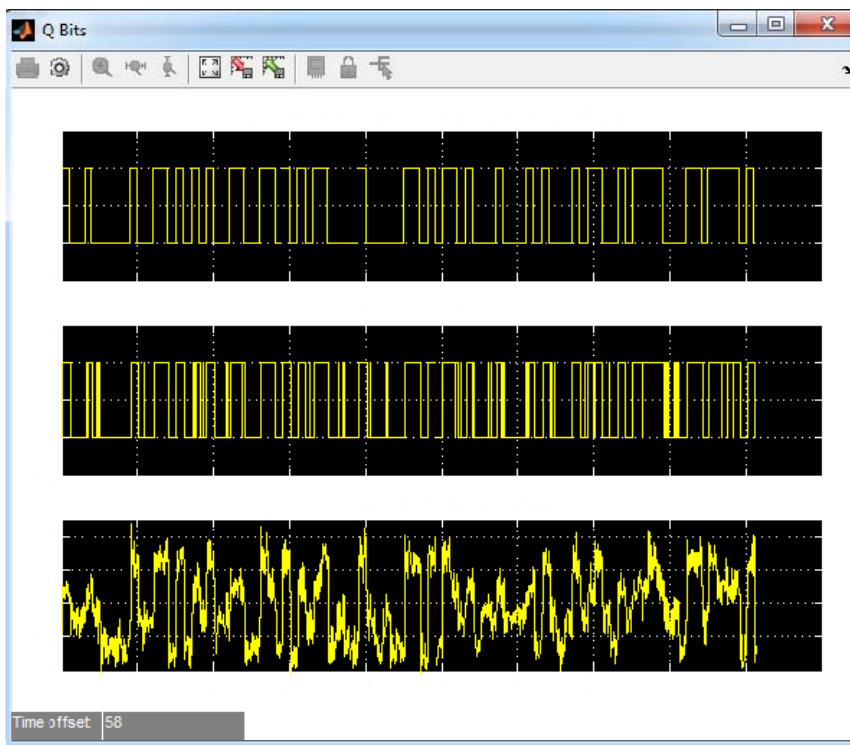


Рис. 3. Бітові послідовності для аналізу роботи пристрою синхронізації з QPSK

Максимальна правдоподібна оцінка ϑ буде мати вигляд (тут ми використали підхід аналогічний розглянутому у роботі [2]):

$$\frac{d\Phi_{ln}(\vartheta)}{d\vartheta} = \sum_n I_n \frac{d}{d\vartheta} \int_{T_0} r(t)h(t - nT - \vartheta)dt = \sum_n I_n \frac{d}{d\vartheta} (U_n(\vartheta)) = 0. \quad (6)$$

З формули (6) встановлюємо принцип реалізації пристрою синхронізації шляхом формування кола відслідковування, яке представимо рис. 4 (тут і далі розглядаємо для спрощення один з квадратурних каналів реалізації пристрою синхронізації):

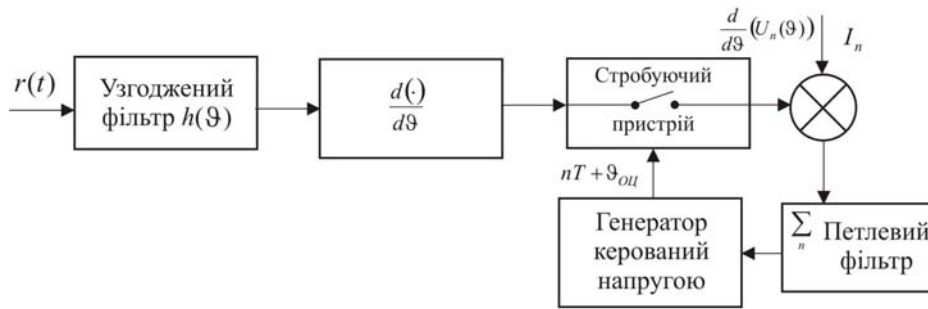


Рис. 4. Блок-схема принципу отримання максимальної правдоподібної оцінки параметра затримки за методом керування рішенням

Петлеве підсумовування в схемі проводиться петлевым фільтром [10], смуга якого керується довжиною ковзного вікна при додаванні. Вихід петлевого фільтра подається на генератор керований напругою який керує інтервалом стробування на виході петлі. В цьому випадку продетектована інформаційна послідовність I_n використовується для оцінювання ϑ і таким чином таке оцінювання буде кероване рішенням.

У випадку реалізації методу синхронізації шляхом оцінювання параметру затримки некерованого рішенням, використаємо процес усереднення відношення правдоподібності $\Phi_{ln}(\vartheta)$ із врахуванням функції густини ймовірності інформаційних символів для отримання $\bar{\Phi}_{ln}(\vartheta)$. Далі $\bar{\Phi}_{ln}(\vartheta)$ диференціюємо за ϑ для отримання максимальної правдоподібної оцінки $\hat{\vartheta}_{ou}$.

Використаємо модель сигналу у вигляді (2), де $I_n = \pm 1$ рівноймовірні, тоді усереднення за даними дозволяє отримати наступний вираз:

$$\bar{\Phi}_{ln}(\vartheta) = \sum_n \ln \text{ch} C U_n(\vartheta). \tag{7}$$

Так як $\ln \text{ch} x \approx 1/2x^2$ для малих x , використаємо квадратичну апроксимацію (низькі відношення сигнал/шум) та отримаємо:

$$\bar{\Phi}_{ln}(\vartheta) = \frac{1}{2} C^2 \sum_n U_n^2(\vartheta). \tag{8}$$

Оцінку для ϑ отримаємо шляхом диференціювання (8), в цьому випадку результат буде апроксимацією для максимальної правдоподібної оцінки часу затримки за відсутності керування рішеннями. Отримаємо наступне:

$$\frac{d}{d\vartheta} \sum_n U_n^2(\vartheta) = 2 \sum_n U_n(\vartheta) \frac{dU_n(\vartheta)}{d\vartheta} = 0, \tag{9}$$

тут $U_n(\vartheta)$ визначено з (5). Реалізація петлі відслідковування робота якої ґрунтується на обчисленні похідної $\bar{\Phi}_{ln}(\vartheta)$ у відповідності до (9) може бути представлена рисунком 5.

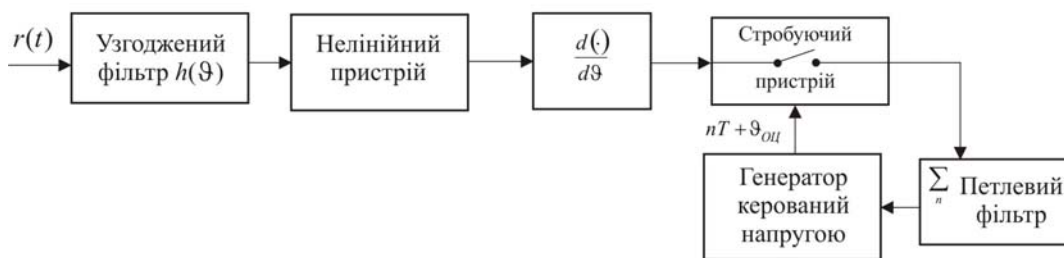


Рис. 5. Блок-схема принципу отримання максимальної правдоподібної оцінки параметра затримки за методом без керування рішенням

В схемі нелінійний пристрій реалізує математичні операції $(\cdot)^2$, $|\cdot|$, $\ln \text{ch}(\cdot)$, а в Simulink-моделі на рис.2 та в [1, 2, 8] такі операції реалізовано на підсистемах. На рис.6 альтернативна схема реалізації петлі відслідковування. Тут так само як в схемі на рис.5, в якості суматора використано петлевий фільтр який керує ГКН.

Оцінювання часового зсуву без зворотного зв'язку за рішенням, можна реалізувати шляхом використання симетричних властивостей сигналу на виході узгодженого фільтра або корелятора. Метод реалізуємо таким чином: розглянемо прямокутний імпульс $U(t)$ на інтервалі, показаний на рис. 7 (а). Вихід

фільтра, узгодженого з $U(t)$ отримує своє максимальне значення в точці $t = T$, як показано на рис. 7 (б). Таким чином, вихід узгодженого фільтра є часовою функцією кореляції імпульсу $U(t)$. Важлива точка для взяття відліку на виході узгодженого фільтра для отримання максимального виходу – це $t = T$, тобто точка на піку кореляційної функції.

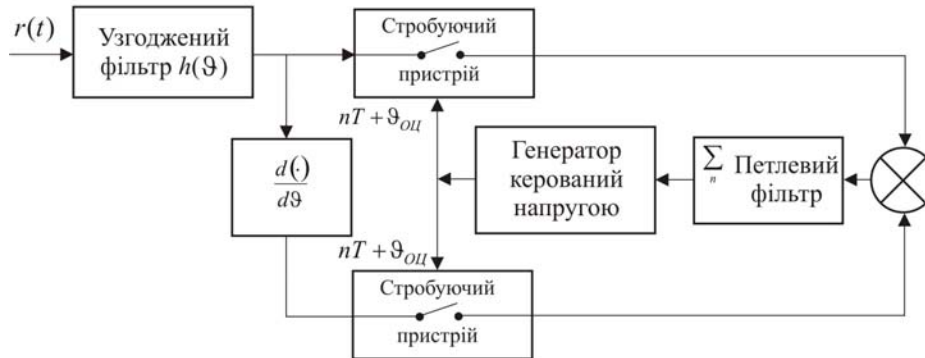


Рис. 6. Блок-схема оцінювання часового зсуву без зворотного зв'язку за рішенням

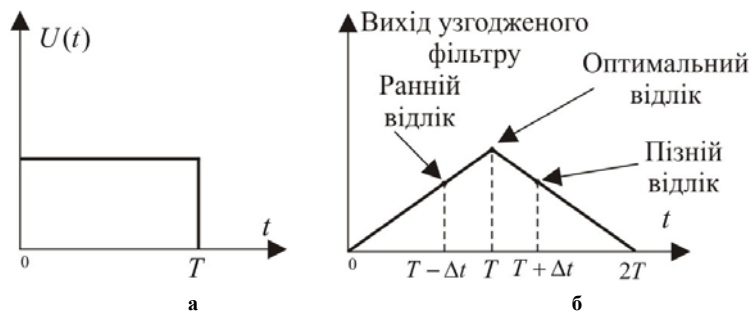


Рис. 7. Прямокутний імпульс сигналу а) і вихід узгодженого з ним фільтра б)

В присутності шуму ідентифікація пікового значення сигналу в загальному випадку ускладнена. Припустимо, що замість стробування сигналу в точці піку беремо відлік раніше (в точці $T - \Delta t$) і пізніше (в точці $T + \Delta t$). Абсолютні значення ранніх відліків $|U(n(T - \Delta t))|$ і пізніх відліків $|U(n(T + \Delta t))|$ будуть менше (в середньому в присутності шуму), ніж абсолютне значення на піку $|U(nT)|$. Оскільки автокореляційна функція парна щодо оптимального часу взяття відліків $t = T$, абсолютні значення кореляційної функції в точці $t = T - \Delta$ і $t = T + \Delta$ рівні. З урахуванням цієї умови оптимальна точка відліку середня точка між $t = T - \Delta$ і $t = T + \Delta$. Таким чином реалізуємо пристрій синхронізації з вікнами на затримку-випередження.

На рис. 8 структурна схема синхронізатора з вікнами на затримку та випередження. Корелятори в схемі використано замість узгоджених еквівалентних фільтрів. Два корелятора інтегрують по символічному інтервалу T , але один корелятор починає інтегрування на Δ секунд раніше відносно оцінюваного оптимального часу відліку, а другий інтегратор починає інтегрування на Δ секунд пізніше відносно оцінюваного оптимального часу відліку. Сигнал помилки формується шляхом взяття різниці між абсолютними значеннями виходів двох кореляторів. Щоб згладити вплив шуму на відліки сигналів, сигнал помилки пропускається через фільтр нижніх частот. Якщо час відліку відрізняється від оптимального часу відліку, усереднений сигнал помилки на виході фільтра нижніх частот не нульовий, і таймерна послідовність зміщується в бік відставання або випередження, залежно від знака помилки. Таким чином, згладжений сигнал помилки використовується для управління ГКН, вихід якого є бажаним відліковим сигналом, який використовується для стробування. Вихід ГКН також використовується як таймерний сигнал для генератора символічного сигналу, який видає ту ж базову форму імпульсу, що на виході фільтра передавача. Ця форма імпульсу зміщується в часі на в сторону випередження і відставання, і отримані зразки очікуваного сигналу надходять на два корелятора, як показано на рис. 8. Зауважимо, що, якщо сигнальні імпульси прямокутні, немає потреби в генераторі сигнального імпульсу всередині петлі відслідковування.

Система синхронізації з вікнами на затримку-випередження будується на основі системи замкнутого петлевого управління, смуга такої петлі вузька в порівнянні зі швидкістю передачі символів $1/T$. Смуга петлі визначає якість оцінки часу затримки. Вузькосмугова петля забезпечує більше усереднення за адитивним шумом, а отже покращує якість оцінюваних відлікових величин за умови, що час поширення в каналі незмінний і генератор керований напругою (таймерний) на передачі не дрейфує з часом (або дрейфує дуже повільно в часі). З іншого боку, якщо час поширення в каналі змінюється з часом або таймер передавача також дрейфує з часом, тоді смугу петлі слід збільшити, щоб забезпечити відстеження швидких змін у часі параметрів синхронізації. В пристроях стеження два корелятори ефективно взаємодіють при сусідніх символах. У випадку QPSK-модуляції, вклад на виходах кореляторів від сусідніх імпульсів усереднюється до нуля в фільтрах нижніх частот.

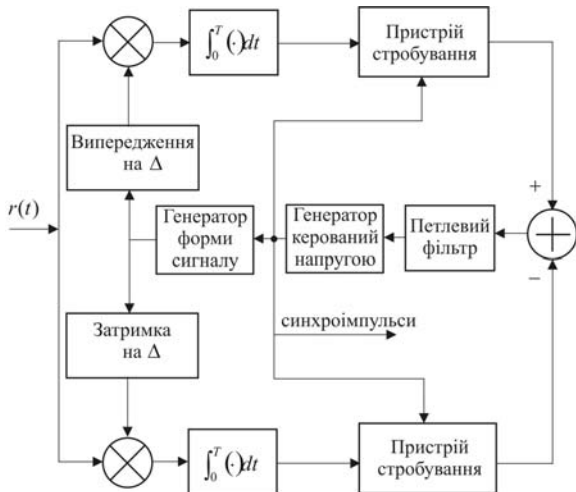


Рис. 8. Блок схема синхронізатора з вікнами на випередження та затримку

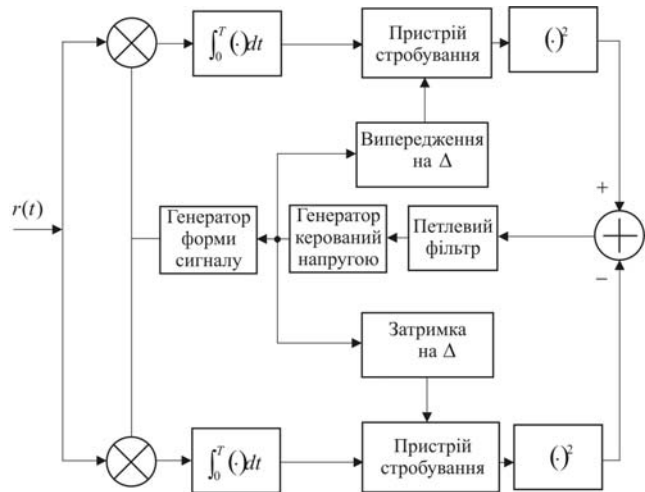


Рис. 9. Блок схема синхронізатора з вікнами на випередження та затримку із піднесенням до квадрату

Альтернативний варіант можливої реалізації пристрою синхронізації представлено на рис. 9. В цьому випадку таймерний сигнал від ГКН випереджає і запізнюється на Δ , і ці таймерні сигнали використовуються для стробування виходів двох кореляторів. Система синхронізації з вікнами на затримку-випередження, описаний вище, є пристроєм оцінювання затримки сигналу, що не керується рішеннями і який апроксимує максимально правдоподібний пристрій оцінювання. Такий результат можна отримати шляхом апроксимації похідної від логарифма функції правдоподібності кінцевої різниці, у вигляді:

$$\frac{d\bar{\Phi}_{\ln}(\vartheta)}{d\vartheta} = \frac{\bar{\Phi}_{\ln}(\vartheta - \Delta) - \bar{\Phi}_{\ln}(\vartheta + \Delta)}{2\Delta}, \tag{10}$$

підставляємо у вираз (10) вираз (8), та отримуємо:

$$\frac{d\bar{\Phi}_{\ln}(\vartheta)d\vartheta}{d\vartheta} = \frac{C^2}{4\Delta} \sum_n (U_n^2(\vartheta + \Delta) - U_n^2(\vartheta - \Delta)) \approx \frac{C^2}{4\Delta} \sum_n \left[\left(\int_{T_0} r(t)h(t - nT - \vartheta - \Delta)dt \right)^2 - \left(\int_{T_0} r(t)h(t - nT - \vartheta + \Delta)dt \right)^2 \right]. \tag{11}$$

Аналіз формалізованого подання функціонування пристроїв тактової синхронізації дозволяє встановити, що математичний вираз 11 описує процес роботи системи синхронізації з вікнами на затримку та випередження. На рис.10 приведено залежності для дисперсії максимальної правдоподібної оцінки спрацювання пристрою синхронізації залежно від відношення сигнал/шум – h , отримані методом математичного моделювання.

Результати порівняння дозволяють встановити, що дисперсія максимальної правдоподібної оцінки спрацювання пристрою синхронізації з петлею яка працює за рішенням в 2,6 рази менша для відношення сигнал/шум яке дорівнює 10 дБ [1, 2].

Оцінювання якості цифрових пристроїв синхронізації

Оцінювання якості роботи цифрового пристрою синхронізації проведемо шляхом визначення середнього квадрата помилки синхронізації в стаціонарному стані. Слід зазначити, що ймовірнісні стани відхилень пристрою протягом часу будуть прямувати до нуля, а середній квадрат помилки синхронізації необмежено зростає. В цьому випадку приймаємо,

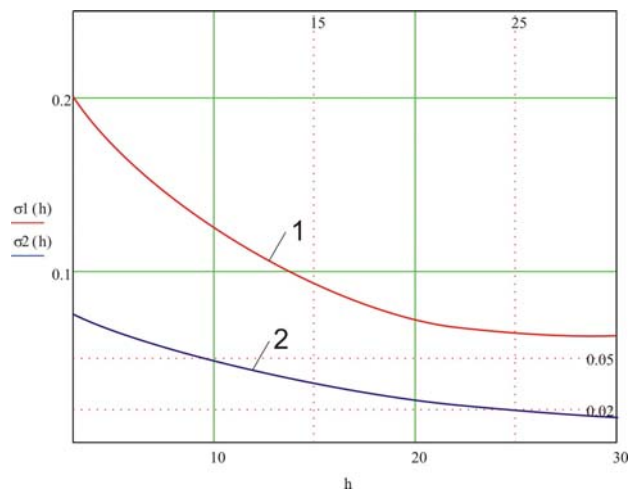


Рис. 10. Залежність нормованої середньоквадратичної помилки оцінювання $\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_{\vartheta}}{T}$ від відношення сигнал до шуму h : 1 – оцінка яка не керується рішенням; 2 – оцінка яка керується рішенням

що із плином часу можливі значні помилки синхронізації. Враховуючи зазначене, розглянемо значення помилок синхронізації які приведемо до інтервалу який дорівнює періоду корисного сигналу T . Тоді перехід з стану n в $n+1$ призведе до потрапляння системи в стан $-n$ в $-n-1$ до n . Представимо цей процес у вигляді діаграми станів рисунком 11. Прийемо наступні припущення щодо роботи цифрового пристрою синхронізації: помилка синхронізації змінюється через T на задану частину ξ періоду сигналу T_c ; відліки білого шуму, які пройшли через ідеальний фільтр із смугою пропускання ΔF і квантованого за часом із швидкістю $2\Delta F$, дають статистично незалежні вибірки. Нехай зміни помилки синхронізації визначаються шляхом додавання k значень цих статистичних незалежних вибірок, тоді ймовірність зміни помилки на величину $\pm\xi$ для сигналу прямокутної форми не залежать від положення вибірок на вісі часу.

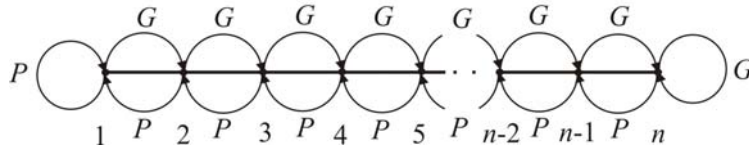


Рис. 11. Діаграма станів для оцінювання середнього квадрату помилки синхронізації

Якщо визначити стан помилки у вигляді повної помилки синхронізації безпосередньо перед корекцією, то можна встановити, що статистична динаміка цифрового пристрою синхронізації на основі кола фазового автоматичного підстроювання частоти (ФАП) описується марківською моделлю із певним числом станів, аналіз якої проведений у роботах [1, 2, 8]. На рис. 12 можливі стани помилки протягом періоду сигналу прямокутної форми. Помилка синхронізації змінюється по відношенню до моменту від'ємного переходу корисного сигналу. Усі стани кола розділимо рівними відрізками ξ одного періоду сигналу. В цьому випадку будуть існувати $2n = 1/\xi$ можливих станів в одному періоді. За відсутності шуму в колі зворотного зв'язку буде вироблятися вірний сигнал керування і система буде здійснювати послідовні переходи з стану $+1$ до стану -1 і в зворотному напрямку, тоді помилка синхронізації становить $\pm\xi/2$. Для проведення аналізу прийемо наступне припущення: вибірки ε_i нормального білого шуму взяті із швидкістю $2\Delta F$, є нормально розподіленими і мають такі статистичні характеристики: $\langle \varepsilon_i \rangle = 0$, $\sigma_i^2 = \langle \varepsilon_i^2 \rangle = N_0 \Delta F$, $\langle \varepsilon_i \varepsilon_j \rangle = 0$

Проведемо дослідження та обчислимо ймовірність того, що за результатами накопичення k вибірок на детекторі (див. схему на рис. 2) буде формуватись вірний сигнал керування і за результатами коригування величина помилки синхронізації зменшиться на ξ .

Нехай пристрій знаходиться в одному з додатних станів помилки, яку на діаграмі представимо рис. 13. В цьому випадку шукана ймовірність може бути визначена наступним чином:

$$P = p\left(\sum_{i=1}^k (-U_0 + \varepsilon_i) < 0\right). \tag{12}$$

тут сума у дужках представляє собою суму незалежних випадкових величин розподілених за нормальним законом і має наступні характеристики: $M = -kU_0$; $\sigma^2 = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 = kN_0 \Delta F$ (математичне очікування та дисперсія відповідно).

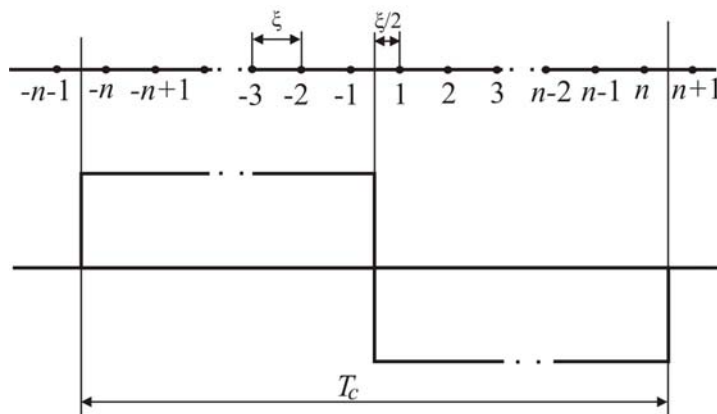


Рис. 12. Пояснення виникнення помилки синхронізації на тривалості періоду T_c сигналу прямокутної форми

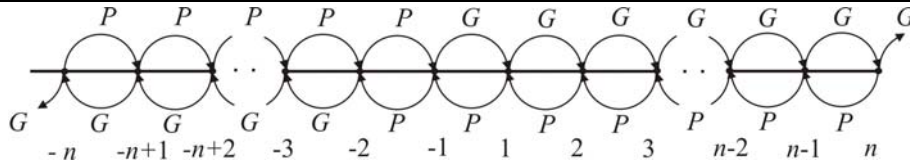


Рис. 13. Діаграма станів за наявності стану який характеризується додатнім станом помилки

Ймовірність наявності невірного сигналу керування розрахуємо з формули:

$$G = 1 - P, \quad (13)$$

тут процес на вході пристрою синхронізації блоку оброблення сигналів представимо у вигляді адитивної суміші корисного сигналу $r(t)$ та шуму $\varepsilon(t)$. Тоді прийняте коливання буде мати вигляд: $S(t) = r(t) + \varepsilon(t)$. Нехай $r(t)$ – сигнал у вигляді прямокутних імпульсів із амплітудою U_0 і періодом T_c , а $\varepsilon(t)$ – нормальний білий шум.

З рис. 13 встановлюємо, що для від'ємного напівперіоду корисного сигналу вірний сигнал керування буде утворювати процес віднімання з загальної помилки синхронізації величини ξ , а отже перехід пристрою з стану $i+1$ до стану i . В цьому випадку, для додатного на півперіоду корисного сигналу утворюється наступна картина: вірний сигнал керування приводить до додавання величини ξ та утворення переходу з стану i до стану $i+1$. Таким чином будемо описувати динамічні процеси зміни стану цифрового пристрою синхронізації.

Обчислення середнього квадрату помилки має значення у випадку обчислення абсолютного значення цієї величини. В цьому випадку потрапляння в стан $-n$ (або n) з стану n (або $-n$) будемо розглядати як продовження з ймовірністю G передування в стані n (або $-n$). Далі, стани i та $-i$ де $i = \overline{1, n}$ дадуть однаковий вклад до величини середнього квадрату помилки. Проведений аналіз дозволяє використати модель представлену на рис. 11 з наступним припущенням: стани 1 і n є пружними жорсткими, а стрілками покажемо можливі зміни стану із відповідними ймовірностями переходу.

Позначимо як $Z_{il}(k)$ ймовірність того, що система в момент $t = kT$ буде переходити в стан l якщо початковий стан системи i . Стаціонарні значення ймовірностей станів визначимо так:

$$p_l = \lim_{k \rightarrow \infty} Z_{il}(k). \quad (14)$$

Стаціонарне значення ймовірності станів p_l буде задовольняти рівнянню:

$$p_l = Gp_{l-1} + Pp_{l+1}, \quad l = 2, \quad \overline{N-1}, \quad (15)$$

граничні умови представимо так:

$$p_1 = Pp_2 + Pp_1, \quad p_N = Gp_{N-1} + Gp_N, \quad (16)$$

Розв'язок рівняння (15) запишемо у вигляді:

$$p_l = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{1 - G/P}{1 - (G/P)^N} (G/P)^{|l-1|} \quad l = -N, \dots, -1, 1, \dots, N. \quad (17)$$

Ми використали умову симетрії $p_l = p_{-l}$, а також умову нормування $\sum_{l=1}^N p_l = 1/2$.

З формули (17) встановлюємо, що у випадку відсутності корисного сигналу, тобто $P = G$, рівновісний розподіл ймовірності стану помилок в цифровому пристрої синхронізації буде мати вигляд: $p_l = 1/2N$, $l = -N, -1, 1, \dots, N$. За відсутності корисного сигналу, помилки синхронізації розподілені за рівномірним законом.

Середній квадрат помилки синхронізації в стаціонарному стані визначимо з формули:

$$\sigma^2 = 2 \sum_{l=1}^N \left(l - \frac{1}{2}\right)^2 \xi^2 p_l. \quad (18)$$

Враховуємо вираз (17) з (18) отримаємо наступний вираз:

$$\sigma^2 = \frac{\xi^2}{G/P} \frac{1 - G/P}{1 - (G/P)^N} \sum_{l=1}^N \left(l - \frac{1}{2}\right)^2 (G/P)^l. \quad (19)$$

Наявність корисного сигналу будемо фіксувати наступними умовами: $U_0 \neq 0$, $P > G$. Позначимо суму ряду $\sum_{l=1}^N (G/P)^l = R(G/P)$ з врахуванням (19) отримаємо:

$$\sigma^2 = \frac{\xi^2}{G/P} \frac{1-G/P}{1-(G/P)^N} \left((G/P)^2 \frac{d^2R}{dG/P^2} + \frac{1}{4}R \right) = \frac{\xi^2}{4} + \frac{\xi^2}{1-G/P^N} (-N(N+1)G/P^N + 2G/P \frac{1-(N+1)G/P^N}{1-G/P} + 2G/P^2 \frac{1-G/P^N}{1-G/P^2}) \quad (20)$$

Відношення сигнал/шум на виході фазового детектору представимо наступним виразом:

$$h = \frac{E}{N_0} \frac{k}{\Delta FT_c}, \quad (21)$$

тут $E = U_0^2 T_c$ – енергія корисного сигналу у вигляді прямокутних імпульсів, k кількість вибірок на детекторі синхронізатору, E / N_0 – відношення енергії біта до спектральної густини потужності шуму [11, 12].

Враховуємо 21 та 20 та шляхом математичного моделювання отримаємо залежності стандартного відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум на виході фазового детектору пристрою синхронізації які представимо рис. 14.

Асимптотичне значення σ у випадку $h \rightarrow \infty$ буде дорівнювати $\sigma = \xi / 2$. Робимо висновок: зменшення інтервалу коригування, тобто величини ξ , призведе до підвищення точності синхронізації. Крім того, як слідує з формули 21, збільшення смуги пропускання фільтруючого пристрою для зменшення спотворень сигналу, у випадку фіксованого відношення E / N_0 , приведе до зниження точності синхронізації.

Оцінювання якості роботи цифрового пристрою синхронізації можна провести шляхом дослідження часу до зриву синхронізації. Очевидно, для зриву синхронізації буде характерний перший вихід величини помилки синхронізації за визначені границі. Проведемо визначення часу до зриву синхронізації у випадку наступного припущення: в пристрої синхронізації відбувається зрив синхронізації якщо помилка потрапляє в стан $N + 1$ або $-(N + 1)$ як це показано на рис. 13.

Проведемо дослідження часу до зриву синхронізації T_{zp} за умови якщо пристрій синхронізації в початковий момент знаходиться у стані $+1$ або -1 . У відповідності до рис. 11 формуємо діаграму помилки для аналізу часу до зриву синхронізації яку представимо на рис. 13.

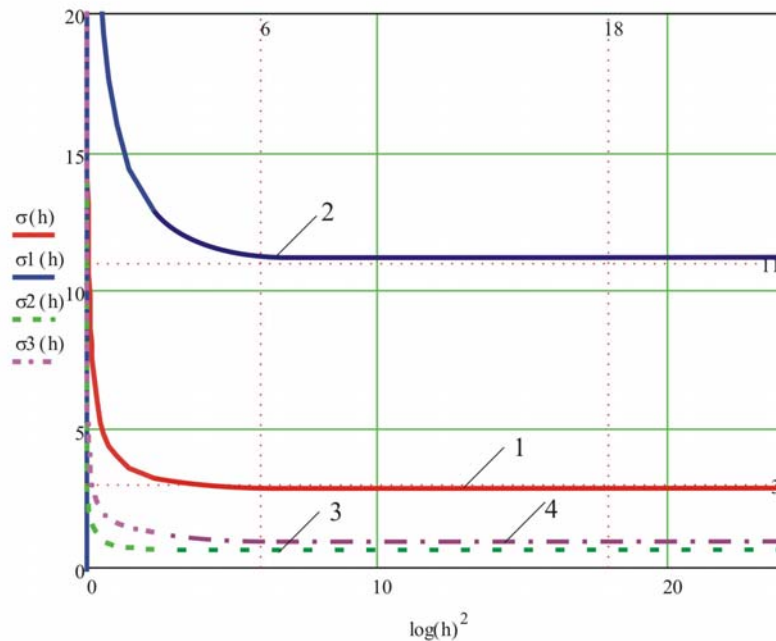


Рис. 14. Залежність відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум на виході фазового детектору: 1 – $\sigma(h)$ при $\xi = 1/32$; 2 – $\sigma1(h)$ при $\xi = 1/16$; 3 – $\sigma2(h)$ при $\xi = 1/256$; 4 – $\sigma3(h)$ при $\xi = 1/128$, (σ розраховано в градусах)

На рис. 15 стан 1 будемо рахувати стійким, а стан $N + 1$ – нестійким. Проведемо позначення наступним чином – t_i середній час досягнення нестійкого стану $i + 1$ з первинного стану i , нормований до величини $t = kT_c$.

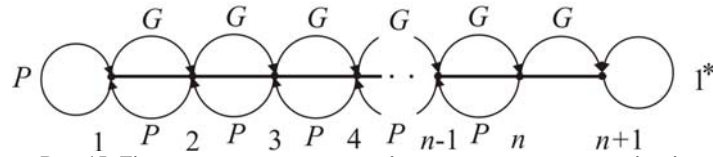


Рис. 15. Діаграма помилки для аналізу часу до зриву синхронізації

Якщо на першому кроці система з стану i з ймовірністю G перейде в сусідній стан $i+1$, тоді подальший процес випадкових змін буде продовжуватися таким чином, що початковим станом системи буде рахуватись стан $i+1$. Такі міркування дозволяють встановити середній час до зриву синхронізації за умови, що на першому кроці система перейде в стан $i+1$ і буде дорівнювати $t_{i+1} + 1$. Далі, якщо система перейде на першому кроці в стан $i-1$, тоді середній час до зриву синхронізації прийме значення $t_{i-1} + 1$. Тобто для середнього часу t_i до зриву синхронізації можна записати рівняння:

$$t_i = G(t_{i+1} + 1) + P(t_{i-1} + 1) = Gt_{i+1} + Pt_{i-1} + 1, \quad i = \overline{2, N}. \quad (22)$$

Граничні умови: $t_{N+1} = 0, t_1 = Gt_2 + Pt_1 + 1$.

Розв'язок рівняння будемо шукати у вигляді:

$$t_i = \frac{i}{P-G} + X + Y \left(\frac{P}{G}\right)^i \quad P > G \quad (23)$$

де X, Y – довільні сталі.

Підстановка (23) у (22) отримаємо:

$$t_i = \frac{i - N - 1}{P - G} + \frac{P}{(P - G)^2} \left(\left(\frac{P}{G}\right)^N - \left(\frac{P}{G}\right)^{i-1} \right). \quad (24)$$

Тоді нормований час до зриву синхронізації з стану $i=1$ визначимо так:

$$t_1 = \frac{t_1^*}{kT_c} = -\frac{N}{P - G} + \frac{P}{(P - G)^2} \left(\left(\frac{P}{G}\right)^N - 1 \right). \quad (25)$$

Умова використання формули: $P > G$.

На рис.16 та рис.17 результати розрахунку середнього часу до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум.

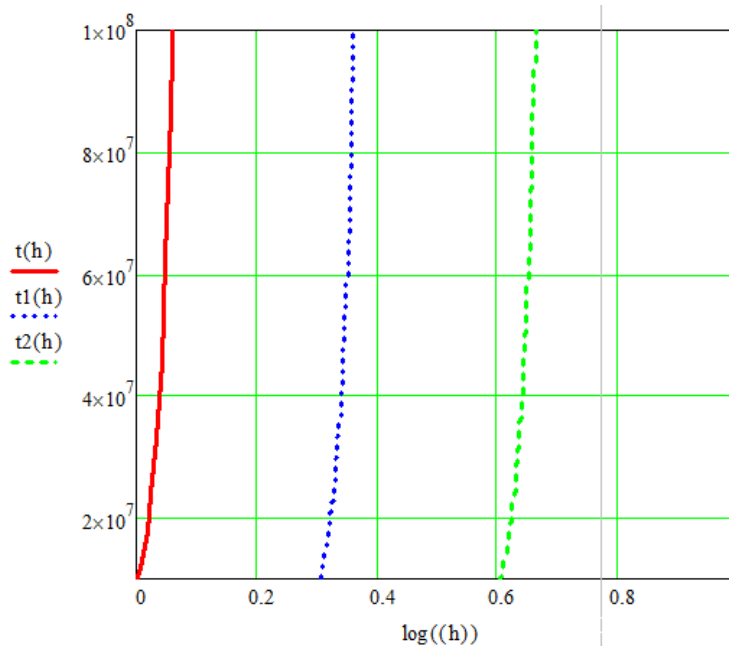


Рис. 16. Середній час до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум: $t(h)$ за $\xi = 1/64$; $t_1(h)$ за $\xi = 1/32$; $t_2(h)$ за $\xi = 1/16$

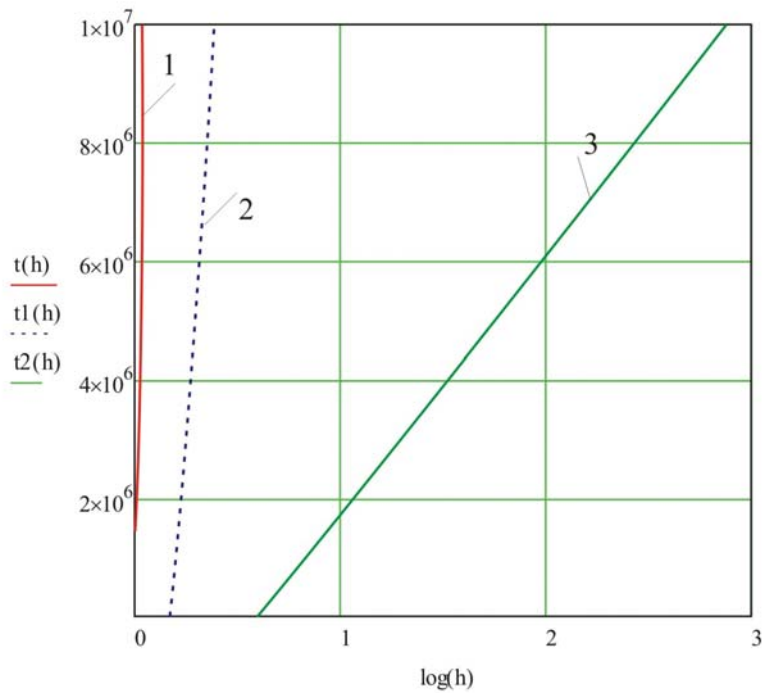


Рис. 17. Середній час до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум нормований до величини $t = kT_c : 1 - t(h)$ за $\xi = 1/64$; 2 – $t_1(h)$ за $\xi = 1/32$; 3 – $t_2(h)$ за $\xi = 1/16$

Аналіз залежностей приведених на рис. 16, 17 для випадку $i = 1$ від кроку коригування ξ дозволяє зробити наступні висновки: величина t_1 стрімко зростає зі зростом відношення сигнал/шум h і зменшенням ξ . При заданому значенні h зменшення ξ приведе до збільшення середнього часу до зриву синхронізації. У випадку коли початковий стан системи має випадковий характер то для оцінювання якості пристрою синхронізації можна використати середній час до зриву синхронізації $\bar{t} = 2 \sum_{i=1}^N t_i p_i$.

Отже, підсумовуючи викладене, варто відмітити наступні результати досліджень:

Висновки

- з'ясовано, що таймерний сигнал, при реалізації умов синхронізації в засобах телекомунікацій, можна отримати з прийнятого інформаційного сигналу. Такий підхід є досить актуальним у випадку коли для зменшення впливу статистичної структури переданого кодового повідомлення на точність і час підтримки синхронізму використовують скремблювання. При цьому на передану послідовність можна накласти (заздалегідь відому) псевдовипадкову послідовність, а на прийомі провести віднімання даної послідовності з прийнятого сигналу;
- встановлено, що дисперсія максимальної правдоподібної оцінки спрацювання пристрою синхронізації з петлею яка працює за рішенням в 2,6 рази менша для відношення сигнал/шум яке дорівнює 10 дБ;
- з'ясовано, що статистична динаміка цифрового пристрою синхронізації на основі кола ФАП описується марківською моделлю із певним числом станів;
- отримано формалізоване подання нормованого часу до зриву синхронізації та стандартного відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум;
- аналіз залежностей відхилення помилки синхронізації від відношення сигнал/шум на виході фазового детектору дозволить встановити, що зменшення інтервалу коригування, тобто величини ξ , призведе до підвищення точності синхронізації. Крім того, як слідує з формули 21, збільшення смуги пропускання фільтруючого пристрою для зменшення спотворень сигналу, у випадку фіксованого відношення E / N_0 , приведе до зниження точності синхронізації;
- аналіз залежностей зміни середнього часу до зриву синхронізації від відношення сигнал/шум для випадку $i = 1$ та кроку коригування ξ дозволить встановити: величина t_1 стрімко зростає зі зростом відношення сигнал/шум h і зменшенням ξ . При заданому значенні h зменшення ξ приведе до збільшення середнього часу до зриву синхронізації. У випадку коли початковий стан пристрою має випадковий характер, то для оцінювання якості пристрою синхронізації можна використати середній час до зриву синхронізації.

Література

1. Boiko J.M., Eromenko A.I., Tkacuk V.M. Optimization of receiver synchronization devices of protected telecommunication data transmission systems. Bulletin of Vinnica Polytechnical Institute. Vinnica. 2014. Ed. 6.

125–134 p.

2. Boiko J. M., Eromenko A. I. Synthesis problems of clock synchronization devices for receivers of satellite telecommunication data transmission systems. Bulletin of National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute" Series — Radiotechnique. Radioapparatus building. 2014. Ed. 58. 55–66 p.

3. Juliy Mikolayovych Boiko, Alexander Ivanovych Eromenko. Improvements Encoding Energy Benefit in Protected Telecommunication Data Transmission Channels. Scientific Journal «Communications». Science Publishing Group, USA. Vol. 2, No. 1, 2014, pp. 7–14. doi: 10.11648/j.com.20140201.12.

4. J. Boiko, O. Eromenko. Noise immunity assessment in telecommunication systems with cascade encoding structures. TCSET'2014 IEEE February 25 – March 1, 2014, Lviv – Slavske.

5. J. Boiko, O. Eromenko. Solutions Improve Signal Processing In Digital Satellite Communication Channels. 20th International IEEE Conference on Microwaves, Radar, and Wireless Communications, Poland, Gdansk, June 16–18, 2014.

6. Boiko J.M. Improving effectiveness for processing signals in data transmission channels with phase manipulation. 23rd International IEEE Crimean Conference “Microwave & Telecommunication Technology” September 9–13, 2013, Sevastopol.

7. Єрмоєнко О.І. Аналіз моделей систем синхронізації у цифрових приймачах / О.І. Єрмоєнко, Ю.М. Бойко // Матеріали XIII міжнародної науково-практичної конференції «ВОТТП-13-2014». – Одеса : Одес. нац. акад. зв'язку ім. Попова 6-12 червня, 2014. – С. 194–196.

8. Бойко Ю.М. Перспективи розвитку теорії пристроїв тактової синхронізації приймачів супутникових телекомунікаційних систем / Ю.М. Бойко, О.І. Єрмоєнко // V-й Міжнародний радіоелектронний форум «Прикладна радіоелектроніка. Стан та перспективи розвитку» МРФ-2014, 14–17-жовтня 2014 р. – Харків : ХНУРЕ. – С. 238–241.

9. Бойко Ю.М. Оцінка статистичних показників пристроїв тактової синхронізації засобів телекомунікацій / Ю.М. Бойко, О.І. Єрмоєнко // Матеріали 4-ї Міжнародної науково-практичної конференції “Фізико-технологічні проблеми радіотехнічних пристроїв, засобів телекомунікацій, нано- та мікроелектроніки”, PREDT – 2014, 23-25 жовтня 2014 р. – Чернівці : Чернівецький національний університет ім. Юрія Федьковича. – С. 33.

10. Бойко Ю.М. Визначення впливу конфігурації фільтруючих пристроїв на завадостійкість телекомунікаційних систем передачі інформації / Ю.М. Бойко, О.І. Єрмоєнко // XII Міжнародна конференція «Контроль і управління в складних системах КУСС – 2014», 14–16 жовтня 2014 р. – Вінниця : ВНТУ. – С. 95.

11. Шинкарук О.М. Основи функціонування багатоканальних систем передачі інформації : [навч. посібник] / О.М. Шинкарук, Ю.М. Бойко, І.І. Чесановський. – Хмельницький : ХНУ, 2011. – 245 с.

12. Шинкарук О.М. Приймання та оброблення сигналів : [навч. посібник] / О.М. Шинкарук, В.І. Правда, Ю.М. Бойко. – Хмельницький : ХНУ, 2013. – 365 с.

References

1. Boiko J. M. Optimization of receiver synchronization devices of protected telecommunication data transmission systems /J. M. Boiko, A.I. Eromenko, V.M. Tkacuk //Bulletin of Vinnica Polytechnical Institute. – Vinnica. – 2014. - Ed. 6. - 125-134 p.

2. Boiko J. M., Eromenko A. I. Synthesis problems of clock synchronization devices for receivers of satellite telecommunication data transmission systems /J. M. Boiko, A.I. Eromenko //Bulletin of National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute" Series — Radiotechnique. Radioapparatus building. — 2014. — Ed. 58. — 55-66 p.

3. Juliy Mikolayovych Boiko, Alexander Ivanovych Eromenko. Improvements Encoding Energy Benefit in Protected Telecommunication Data Transmission Channels. Scientific Journal «Communications». Science Publishing Group, USA. Vol. 2, No. 1, 2014, pp. 7-14. doi: 10.11648/j.com.20140201.12.

4. J. Boiko, O. Eromenko. Noise immunity assessment in telecommunication systems with cascade encoding structures //TCSET'2014 IEEE February 25 – March 1, 2014, Lviv – Slavske.

5. J. Boiko, O. Eromenko. Solutions Improve Signal Processing In Digital Satellite Communication Channels //20th International IEEE Conference on Microwaves, Radar, and Wireless Communications, Poland, Gdansk, June 16-18, 2014.

6. Boiko J.M. Improving effectiveness for processing signals in data transmission channels with phase manipulation //23rd International IEEE Crimean Conference “Microwave & Telecommunication Technology” September 9-13, 2013, Sevastopol.

7. Eromenko O.I. Analiz modeley system sinchronizaciy u cifrovich priymachach /O.I. Eromenko, J.M. Boiko //VOTTP-13-2014. – Odessa: Odes. nac. akad. zv'yazku im. Popova 6-12 chervnya -2014. P. 194-196.

8. Boiko J.M. Perspektivi rozvitku teoryi pristroiv taktovoi sinchronizaciy priymachiv suputnikovich telekomunikaciyних system /J.M. Boiko, O.I. Eromenko //V th Miznarodnyi radioelektronniy forum “Prikladna radioelektronika. Stan ta perspektivi rozvitku” MRF-2014, 14-17 zovtnya 2014 r. Kharkiv, KNURE.

9. Boiko J.M. Ocinka statistichnich pokaznikov pristroiv taktovoi sinchronizaciy zasobiv telekomunikaciy /J.M. Boiko, O.I. Eromenko //Materialy naukovo-praktichnoi konferenciy “Fiziko-technologichni problemy radiotechnichnich pristroiv, zasobiv telekomunikaciy, nano- ta mikroelektroniki”, PREDT-2014, 23-25 zovtnya 2014 r. Chernivci, Chernivec'kiy nacionalniy universytet im. Juriya Fed'kovicha. – P. 33.

10. Boiko J. M. Viznachennya vplyvu konfiguraciyi filtrujuchich pristroyv na zavadostiykist' telekomunikaciyних system peredachi informaciy /J.M. Boiko, O.I. Eromenko //XII Miznarodna konferenciya “Kontrol i upravlinya v skladnych systemach” KUSS – 2014, 14-16 zovtnya 2014 r. Vinnica, VNTU. P. 95.

11. Shinkaruk O.M., Boiko J.M., Chesanovskii I.I. Osnovi funkcionuvannya bagatokanalnich sistem peredachi informacii: navch. posibnik dlya studentiv vichich navchalnich zakladiv. Khmel'nitskii, KNU, 2011. – 245 p.

12. Shinkaruk O.M., Pravda V.I., Boiko J.M. Primannya ta obrobлення signaliv: navch. posibnik dlya studentiv vichich navchalnich zakladiv. Khmel'nitskii, KNU, 2013. – 365 p.

Рецензія/Peer review : 19.1.2015 р.

Надрукована/Printed :26.1.2015 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Мартинюк В.В.