

УДК 519.863:656.02

DOI: 10.31891/2307-5740-2019-272-4-1-196-201

ГРИГОРУК С. С., ЛІСЦИНА М. Д.
Хмельницький національний університет

ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ ТА ПІДВИЩЕННЯ ЇХ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ НА РЕГУЛЬОВАНОМУ ПЕРЕХРЕСТІ

Стаття присвячена питанням моделювання транспортних потоків на регульованому перехресті. Проведений аналіз підходів до моделювання транспортних потоків. Встановлено, що в дослідженнях науковців недостатньо уваги приділено оптимізації розподілу транспортних потоків. Авторами запропоновано вирішення даного завдання шляхом використання апарату теорії систем масового обслуговування. Результати отримані на основі реально проведеного дослідження.

Ключові слова. Оптимізаційна модель, транспортний потік, регульоване перехрестя, система масового обслуговування.

GRYGORUK S., LISITSYNA M.
Khmelnitskyi National University

OPTIMIZATION MODEL OF TRAFFIC FLOWS DISTRIBUTION AND INCREASING THEIR CAPACITY AT AN ADJUSTABLE INTERSECTION

The article deals with the issues of modeling traffic flows at a adjustable intersection. It is determined that one of the most important issues in transport logistics is the problem of roads' congestion which depends on the time of transportation of passengers and goods, the cost of transportation, environmental characteristics. It is established that mathematical modeling of traffic flows has an important role in increasing the capacity of the transport highways and the intersections. The article analyzes the approaches to the application of mathematical modeling to solve these problems, in particular, statistical and simulation modeling. It is established that, despite the existence of a large number of different scientific and methodical approaches to modeling traffic flows and organizing traffic at regulated intersections, the research of scholars hasn't paid much attention to optimizing the distribution of traffic flows. The authors propose to solve this problem by using the tools of queuing systems theory. The study was based on real observation. The development of the mathematical model is based on the assumption that the flow of vehicles across the intersection is carried out in accordance to the Poisson distribution law, and each individual lane of traffic is considered as a single-channel queuing system. The authors calculated the parameters of such a system based on the obtained data of the observation. The multicriteria fractional-linear programming task was used to optimize the traffic at the intersection and to adjust the traffic light cycles. The developed models made it possible to find the optimal solution of the studied problem: the average length of the queue and the delay of vehicles before the stop line and the value of the duration of the phases of adjustment of the traffic light.

Keywords. Optimization model, traffic flow, adjustable intersection, queuing system

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Автомобільний транспорт є найбільш маневреним і ефективним видом транспорту, забезпечуючи значні обсяги перевезень у всіх сферах людської діяльності. Він у значній мірі підтримує функціонування і територіальну організацію всіх галузей економіки України.

Однією з найбільш важливих проблем у транспортній логістиці є проблема завантаженості автомобільних доріг. Зокрема, від цієї характеристики істотно залежить пропускна здатність перехресть. Перевантаження транспортних мереж призводить до негативних соціально-економічних та екологічних наслідків, зумовлює зростання часу перевезень пасажирів та вантажів, збільшує транспортні та експлуатаційні витрати пересування автомобільними шляхами. Зі зменшення пропускної здатності відбувається зниження рівня безпеки руху, затримки транспортних засобів, збільшення ризиків аварійності та інше. Щорічно на розвиток транспортних магістралей витрачаються чималі кошти. Але, з іншого боку, є багато можливостей для покращення ситуації на окремих ділянках дорожньої мережі за рахунок оптимізації регулюючих циклів на перехрестях. Це потребує менших фінансових витрат, ніж будівництво нових і розширення старих дорожніх маршрутів. Отже, зниження завантаження транспортних мереж міст є актуальним науковим та практичним завданням, яке вимагає його вирішення шляхом дослідження існуючих науково-методичних підходів та розроблення ефективних для сучасних умов рішень. Важливу роль в оптимізації транспортних потоків з метою підвищення пропускної здатності транспортних магістралей та перехресть належить аналітичним дослідженням, зокрема, математичному моделюванню.

Аналіз останніх досліджень. Останнім часом в працях вітчизняних та зарубіжних науковців представлений значний досвід дослідження проблематики завантаженості автомобільних доріг. Розроблені авторські підходи відрізняються за глибиною дослідження проблеми, використовуваним математичним інструментарієм та обмеженнями у його використанні, оцінкою необхідних фінансових витрат тощо.

В роботі [1] представлено аналіз і класифікацію сучасних напрямків зниження завантаження дорожнім рухом транспортних мереж міст. Визначено найбільш актуальні в сучасних умовах заходи — влаштування дублюючих магістралей і влаштування «перехоплюючих» паркувань. Розроблено методику

дослідження ефективності обраних заходів щодо зниження завантаження рухом транспортних мереж міст. Наведені авторами ідеї знайшли розвиток в роботі [2], в якій представлено методичку та практичні результати досліджень залежності параметрів транспортних потоків від щільності транспортної мережі Індустріального району м. Харкова. Авторами розраховані параметри та статистичні характеристики отриманих математичних моделей, які описують залежності показників часу, пробігу та швидкості руху транспортних потоків від щільності транспортної мережі.

В статті [3] наведені методи оцінювання планувальних схем вулично-дорожньої мережі. Авторами встановлено, що головним недоліком є використання їх усереднених значень, а задоволення потреб у переміщеннях досягається за рахунок створення необхідної пропускної здатності елементів транспортної мережі. Розроблені моделі утворення та розподілу транспортних та пасажирських потоків в повній мірі дозволяють встановити параметри транспортних мереж при заданому рівні зручності переміщення.

Значна увага при вирішенні практичних аспектів управління транспортними потоками приділяється застосуванню інструментарію імітаційного моделювання. В роботі [4] досліджено застосування сучасних методів імітаційного моделювання для дослідження й обґрунтування розвитку автотранспортної інфраструктури. Розкрито сутність та особливості методу імітаційного моделювання на транспорті. Проаналізовано імітаційні моделі запропоновані зарубіжними та українськими вченими. В статті зроблено висновок, що імітаційне моделювання є неоцінимим для прокладення руху маршрутних транспортних засобів по вулично-дорожній мережі міста. В роботі [5] наведений опис системи імітаційного моделювання транспортного руху VISSIM, яка дозволяє здійснювати моделювання трафіку на макrorівні, що може використовуватися для аналізу і оптимізації міських та міжміських транспортних сполучень, а також для моделювати міських перехресть, аналізу пропускної спроможності транспортних систем і тестування схем транзитних пріоритетів. В роботах [6, 7] представлено практичне використання імітаційного моделювання для створення проектів віртуальних міст. В статті [8] розглянуто використання Unity3D як нового засобу для моделювання дорожнього руху у тривимірному представленні. Авторами розроблено алгоритм імітації керування транспортними засобами, який приймає рішення на основі інформації про сигнали регулювання, відстань до найближчих транспортних засобів та перешкоди для руху, погодні умови, якість дорожнього покриття. Це надає можливість представити рух транспортного засобу найбільш точно до реальних умов.

В дослідженні [9], проведеному за підтримки Національної академії наук України, запропоновано модель мережі, в яку надходять конфліктні транспортні потоки. Сформульовано алгоритм статистичного моделювання, який дозволяє у режимі реального часу оцінити кількість вимог, що знаходяться у черзі біля кожного світлофора. Запропоновано алгоритм, що дозволяє визначити режим роботи світлофорів, який забезпечує стійкість роботи мережі

В. І. Єрсовим та В. Е. Трушевським [10] проаналізовані принципи управління світлофорною сигналізацією «за фазами» та «за напрямками». Описано спосіб формування сигнальних груп на основі аналізу конфліктності напрямів світлофорного регулювання. Авторами визначено підхід до оптимізації режимів світлофорного регулювання за такими критеріями: кількість сигнальних груп, тривалість світлофорного циклу, конфліктність напрямів регулювання. Зауважимо, що представлені авторами результати носять характер технічних рішень.

В монографії [11] показано, що підвищити ефективність функціонування регульованих перехресть можна адаптивним керуванням, за якого враховують коливання інтенсивності транспортних потоків та використовують складні алгоритми, в основу котрих покладено нечітку логіку, нейронні мережі, генетичні алгоритми тощо. Іншими методами вдосконалення світлофорного регулювання перехресть є врахування чинників в обґрунтуванні тривалості сигналів, які не розглянуто у наявних методиках розрахунку світлофорного циклу, резервів часу, що виникають через різницю рівнів завантаження на різних напрямках регулювання, уточнення часових проміжків, протягом котрих транспортні засоби та пішоходи завершують рух через перехрестя чи готуються його розпочати.

Отже, існує значна кількість різних підходів до моделювання транспортних потоків і організації руху на регульованих перехрестях. Однак слід відзначити, що питання оптимізації роботи регульованого перехрестя на даний час не достатньо висвітленими. Метою даної роботи є розробка моделі транспортних потоків на основі використання теорії систем масового обслуговування з урахуванням підвищення рівня безпеки на регульованому перехресті та збільшення пропускної здатності транспортних потоків.

Виклад основного матеріалу. Дослідження здійснено на основі спостереження, яке проводилось у період з 1 березня по 1 жовтня 2019 року у місті Хмельницькому на перехресті вулиць Чорновола та Трудова. На рис. 1 зображено схему перехрестя, яке є перетином цих вулиць та має чотири напрямки: 1, 2, 3, 4.

Введемо наступні позначення: вхідні потоки напрямку 1 позначаємо А, напрямку 2 – В, напрямку 3 – С, напрямку 4 – D. З кожного напрямку надходять до перехрестя вхідні транспортні потоки з певною інтенсивністю руху (λ_j , $j = (1...4)$) та розділяються у три вихідні потоки. Інтенсивність вхідного потоку кожного напрямку вказано на початку розгалуження, інтенсивність вихідних потоків вказано на кінці кожного з них. Інтенсивність подано в авт./год.

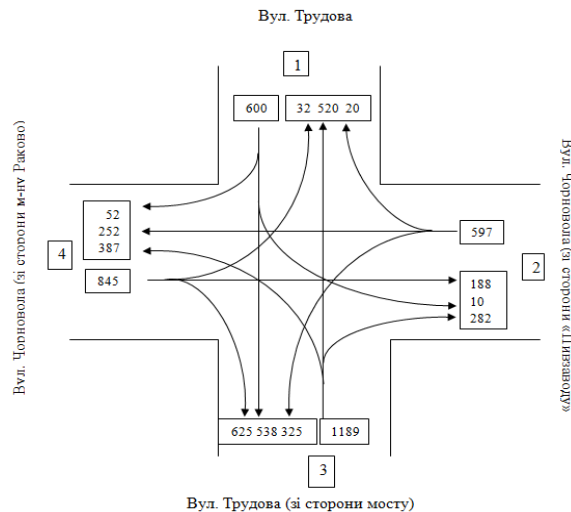


Рис. 1. Модель роботи перехрестя вулиць Чорновола та Трудова

- На рисунку 1 було використано наступні умовні позначення:
- – транспортні потоки;
 - 543

 – інтенсивність транспортних потоків;
 - 1

 – напрямок перехрестя.

Нами було зроблено припущення, що потік транспортних засобів через перетин дороги можна вважати пуассонівським. Тому ймовірність проїзду певної кількості транспортних засобів через перетин дороги характеризується рівнянням Пуассона (1):

$$P_n(t) = \frac{(\lambda_j t)^n}{n!} e^{-\lambda_j t} \quad (1)$$

де $P_n(t)$ – ймовірність проїзду n автомобілів за період t по певному каналу;

λ_j – інтенсивність транспортного потоку, авт./с відповідного напрямку;

t – тривалість повного циклу світлофора (для усіх напрямків і потоків $t = T = 90$ с), с;

n – кількість автомобілів, яка може проїхати через даний канал за період t .

Зокрема, у межах цієї публікації було розглянуто вхідні транспортні потоки А.

Інтенсивність вхідного транспортного потоку А – λ_1 було обраховано за результатами проведеного спостереження, як середню кількість автомобілів, які з'являються за одну секунду ($\lambda_1 = 0,17$ авт./с).

Таким чином, модель вхідного транспортного потоку А у години пік має вигляд (2):

$$P_n(90) = \frac{(15,3)^n}{n!} e^{-15,3} \quad (2)$$

Порівнявши криву розподілу Пуассона та полігон, побудований за результатами натурних обстежень (Рис.2), можемо зробити висновок, що рух транспортного потоку А наближається до розподілу Пуассона. Це також було підтверджено за χ^2 – критерієм.

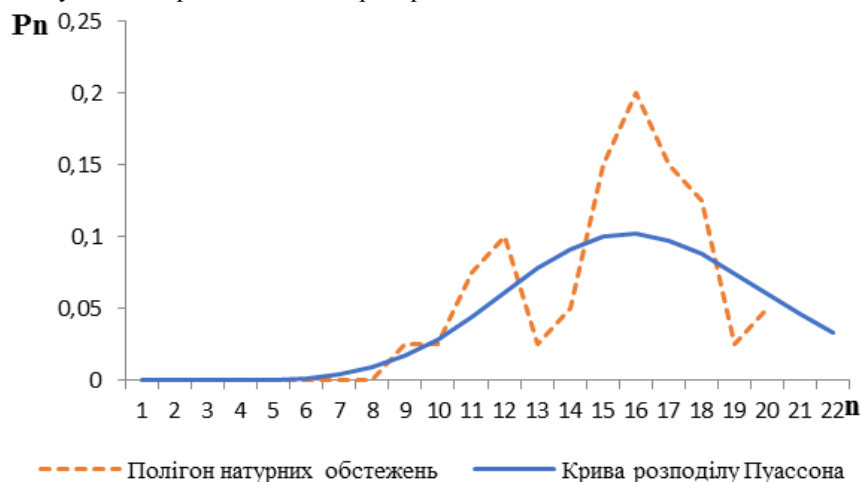


Рис. 2. Порівняльний графік ймовірностей за методом натурних обстежень із розподілом Пуассона

Для даного розподілу Пуассона знаходимо математичне сподівання випадкової кількості проїзду автомобілів, яке наближено дорівнює середньому значенню випадкової величини (3):

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n p_n(t) = \lambda t \quad (3)$$

Отже, математичне сподівання для потоку А дорівнює 15 автомобілів, що характеризується як середня кількість автомобілів, що проїжджає за один повний цикл світлофора.

Так як досліджуване перехрестя має 4 напрямки (рис. 1), напрямки 2, 3, 4 розділені на 2 смуги вхідних потоків (ліва та права). Кожну окрему смугу руху транспорту було розглянуто, як одноканальну систему масового обслуговування (СМО). Параметри СМО транспортних потоків кожної окремої смуги руху наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Характеристики СМО

№	Вхідні потоки	t_{3b} с	$\bar{t}_{0.6}$ с	μ_b а/с	λ_b а/с	$\mu_{цб}$ а/Т	$\lambda_{цб}$ а/Т	ρ_i
1	C _п	49	2	0,50	0,19	24,50	0,22	0,82
2	C _л	14	2	0,50	0,11	7,00	0,11	1,38
3	A	35	2	0,50	0,17	17,50	0,17	0,86
4	D _п	49	3	0,33	0,15	16,33	0,17	0,96
5	D _л	35	3	0,33	0,07	11,67	0,06	0,47
6	B _п	35	3	0,33	0,08	11,67	0,08	0,58
7	B _л	35	3	0,33	0,08	11,67	0,09	0,70

Позначимо через А, В, С, D – транспортні потоки відповідних напрямків перехрестя. Для індексів у використаних залежностях використані такі позначення:

п, л – права та ліва полоса руху відповідно;

λ_i – інтенсивність вхідного потоку автомобілів за одну секунду;

μ_i – інтенсивність обслуговування вхідного транспортного потоку за одну секунду, визначається як обернена величина до середнього часу обслуговування одного автомобіля ($\bar{t}_{0.6}$), який визначено шляхом натурних обстежень;

$\lambda_{цi}$ – інтенсивність вхідного потоку за один цикл визначаємо як математичне сподівання кількості автомобілів відповідно до формули (3): $\lambda_{цi} = \lambda_i T$;

$\mu_{цi}$ – інтенсивність обслуговування вхідного транспортного потоку за один цикл світлофору за час тривалості зеленого світла (t_{3i}): $\mu_{цi} = \mu_i t_{3i}$.

За формулою (4) було визначено завантаженість (ρ_i) кожної СМО, $i = (1 \dots 7)$. У розрахунках за одиничний інтервал часу було взято тривалість одного повного циклу світлофору (T), який дорівнює 90 с.

$$\rho_i = \frac{\lambda_{цi}}{\mu_{цi}} \quad (4)$$

З даних таблиці 1 видно, що для потоку C_л параметр ρ_2 , який характеризує завантаженість системи, більший за 1. Це вказує на те, що у даному напрямку черга буде нескінченно зростати. На нашу думку, така висока завантаженість потоку C_л пояснюється наявністю пріоритетного руху у конфліктній точці з протилежним потоком А в одній фазі регулювання (рис. 1).

Перевіривши умову допустимості конфлікту при одночасному русі прямого та зустрічного лівоповоротного транспортних потоків за формулою (5), було виявлено, що максимально допустима інтенсивність руху потоку C_л складає 120 авт/год.

$$\lambda_{л} = \frac{120 \kappa_1 \lambda_{1max}}{\lambda_2}, \quad (5)$$

де $\lambda_{л}$ – максимально допустима інтенсивність лівоповоротного потоку авт/год.;

κ_1 – коефіцієнт багатосмуговості;

λ_{1max} – максимальна з інтенсивностей транспортного потоку по смугах, рух якими передбачений у даній фазі, од./год.;

λ_2 – приведена інтенсивність транспортного потоку у зустрічному прямому напрямку, що конфліктує з лівоповоротним транспортним потоком, од./год.

Оскільки фактична інтенсивність вхідного потоку C_л складає 387 авт/год, що є більше максимально допустимої (120 авт/год), тому було висунуто гіпотезу, що вхідні потоки C_л та А неприпустимо розташовувати в одній фазі регулювання.

Для подальшого дослідження рекомендуємо розділити вхідні потоки C_л та А в окремі фази.

Розглядаємо перехрестя після розділення даних потоків в окремі фази регулювання. Отримуємо три фази регулювання, в яких основними потоками, що входять у фази є: фаза 1 – А, фаза 2 – C_л, фаза 3 – B_л.

Для оптимізації руху транспорту на перехресті необхідно ввести нові тривалості фаз регулювання (t_1, t_2, t_3) та тривалість повного циклу світлофору ($T = t_1 + t_2 + t_3 + 9$). Для пошуку оптимального

налаштування складаємо оптимізаційну модель налаштування світлофорних циклів на основі задачі лінійного програмування (6). Максимізуємо пропускну здатність (P) перехрестя, де пропускну здатність P визначаємо як суму інтенсивностей обслуговування $\mu_{цi}$ вихідних потоків A, C_л, та B_л для t_1, t_2, t_3 . Зазначимо, що при перенесенні потоку C_л в окрему фазу регулювання час обслуговування одного автомобіля $t_{об}$ збільшився. Тому, для потоку C_л $\mu_{ц2} = 0,4$.

На завантаженості кожного з потоків A, C_л, та B_л накладемо умову $\rho_i < 0,95$, а на тривалість світлофорного циклу обмеження: $T \in [90; 120]$. Оптимізаційна модель прийме такий вигляд. Цільова функція запишеться як максимізація виразу

$$P = 0,49t_1 + 0,4t_2 + 0,33t_3 \rightarrow \max, \quad (6)$$

за системи обмежень:

$$\begin{cases} \frac{\lambda_{ц1}}{\mu_{ц1}} \leq 0,95; \\ \frac{\lambda_{ц2}}{\mu_{ц2}} \leq 0,95; \\ \frac{\lambda_{ц3}}{\mu_{ц3}} \leq 0,95; \\ 90 \leq T \leq 120. \end{cases} \quad (7)$$

Враховуючи те, що $\lambda_{цi} = \lambda_i T$, $\mu_{цi} = \mu_i t_{цi}$, $T = t_1 + t_2 + t_3 + 9$ та використовуючи дані характеристики СМО λ_i та μ_i з таблиці 1 перетворюємо оптимізаційну модель (6)-(7) до вигляду (8)-(9). Для тривалості світлофорного циклу задаємо часові проміжки в секундах.

$$P = 0,49t_1 + 0,4t_2 + 0,33t_3 \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$\begin{cases} 0,61t_1 - 0,34t_2 - 0,34t_3 \geq 3,06; \\ -0,26t_1 + 0,69t_2 - 0,26t_3 \geq 2,34; \\ -0,27t_1 - 0,27t_2 + 0,68t_3 \geq 2,43; \\ t_1 + t_2 + t_3 \geq 81; \\ t_1 + t_2 + t_3 \leq 111. \end{cases} \quad (9)$$

Далі знаходимо оптимальний розв'язок наведеного оптимізаційного завдання: середню довжину черги та затримку транспортних засобів перед стоп-лінією при нових значеннях тривалості фаз регулювання. Отже, нові тривалості фаз регулювання мають вигляд: $t_1 = 44$ с, $t_2 = 33$ с, $t_3 = 34$ с, $T = 120$ с.

Висновки. В проведеному дослідженні побудовано графічну модель роботи перехрестя Експериментальним шляхом було розраховано інтенсивності руху транспортних потоків на даному перехресті в години пік (8:00-9:00, 16:00-17:00) та знайдено характеристики організації руху

Література

1. Дульфан С.Б. Про напрямки зниження завантаження дорожнім рухом транспортних мереж міст / С.Б. Дульфан, О.О. Лобашов // Технологічний аудит і резерви виробництва. – 2013. – № 6/1(14). – С. 35-38.
2. Герченко Т.Г. Про вплив параметрів транспортної мережі на характеристики транспортних потоків у Індустріальному районі міста Харкова / Т.Г. Герченко, О.О. Лобашов, Д.Л. Бурко // Комунальне господарство міст. – 2017. – Вип. 134. – С. 80-83.
3. Санько Я. В. Оцінка впливу транспортних потоків на формування транспортної мережі міст / Я. В. Санько // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2016. – № 1. – С. 201-205.
4. Шевчук Я. В. Імітаційне моделювання транспортних систем / Я. В. Шевчук // International scientific journal. – 2016. – № 1(2). – С. 116-121
5. Шевчук Я. В. Автотранспортна інфраструктура: теорія і методи сучасних регіональних досліджень. Монографія. – Ужгород: Видавництво ТзОВ «Ліґа-Прес», 2011. – 450 с.
6. Стеценко І.В. Імітаційне моделювання дорожнього руху з використанням Unity3D / І.В. Стеценко, С.М. Ящук // Математичні машини і системи. – 2019. – № 1. – С. 124-130.
7. Weisstein's E. Treasure Trove of the Life Cellular Automata [Електронний ресурс] / Eric Weisstein's. – Режим доступу: <http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/life/>
8. Liggett R. Interactive Design/Decision Making in a Virtual Urban World: Visual Simulation and GIS [Електронний ресурс] / R. Liggett, S. Friedman, W. Jepson. – Режим доступу: <http://www.aud.ucla.edu/~robin/ESRI/p308.html>.
9. Кузнецов Н.Ю. Моделирование конфликтных транспортных потоков / Н.Ю. Кузнецов, М.А. Федоткин // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – Т. 49, № 6. – С. 32-39
10. Срессов В. І. Особливості розрахунку режимів світлофорного регулювання при здійсненні управління за сигнальними групами / В. І. Срессов, В. Е. Трушевський // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 4(3). – С. 9-13.
11. Управління дорожнім рухом на регульованих перехрестях у містах : монографія / С. Ю. Форнальчик, І. А. Могила, В. Е. Трушевський, В. В. Гілевич ; за заг. ред С. Ю. Форнальчика. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. – 236 с.

References

1. Dul'fan S.B. Pro napryamki znizhennya zavantazhennya dorozhnim rukhom transportnykh merezh mist / S.B. Dul'fan, O.O. Lobashov // Tekhnologichnyi audyt i rezervy vyrobnytstva. - 2013. - # 6/1(14). - S. 35-38.
2. Herchenko T.H. Pro vplyv parametriv transportnoi merezhi na kharakterystyky transportnykh potokiv u Industrialnomu raioni mista Kharkova / T.H. Herchenko, O.O. Lobashov, D.L. Burko // Komunalne hospodarstvo mist. - 2017. - Vyp. 134. - S. 80-83
3. Sanko Ya. V. Otsinka vplyvu transportnykh potokiv na formuvannia transportnoi merezhi mist / Ya. V. Sanko // Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni Volodymyra Dalia. - 2016. - № 1. - S. 201-205.
4. Shevchuk Ya. V. Imitatsiine modeliuvannia transportnykh system / Ya. V. Shevchuk // International scientific journal. - 2016. - № 1(2). - S. 116-121
5. Shevchuk Ya. V. Avtotransportna infrastruktura: teoriia i metody suchasnykh rehionalnykh doslidzhen. Monohrafiia. - Uzhhorod: Vydavnytstvo TzOV «Liha-Pres», 2011. - 450 s.
6. Stetsenko I.V. Imitatsiine modeliuvannia dorozhnogo rukhu z vykorystanniam Unity3D / I.V. Stetsenko, S.M. Yashchuk // Matematychni mashyny i systemy. - 2019. - № 1. - S. 124-130.
7. Weisstein's E. Treasure Trove of the Life Cellular Automata [Online] / Eric Weisstein's. - Available on: <http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/life/>
8. Liggett R., Friedman S., Jepson W. Interactive Design/Decision Making in a Virtual Urban World: Visual Simulation and GIS [Online]. - Available on: <http://www.aud.ucla.edu/~robin/ESRI/p308.html>
9. Kuznetsov N.Yu. Modelirovaniie konfliktnykh transportnykh potokov / N.Yu. Kuznetsov, M.A. Fedotkin // Kibernetika i sistemnyy analiz. - 2013. - T. 49, # 6. - S. 32-39
10. Yeresov V. I. Osoblyvosti rozrakhunku rezhymiv svitlofornoho rehuliuвання pry zdiisnenni upravlinnia za syhnalnymi hrupamy / V. I. Yeresov, V. E. Trushevskiy // Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovykh tehnologiy. - 2014. - № 4(3). - S. 9-13.
11. Upravlinnia dorozhnim rukhom na rehulovanykh perekhrestiakh u mistakh : monohrafiia / Ye. Yu. Fornalchyk, I. A. Mohyla, V. E. Trushevskiy, V. V. Hilevych ; za zah. red Ye. Yu. Fornalchyka. - Lviv : Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniki, 2018. - 236 s.

Рецензія /Peer review: 02.08.2019

Надрукована /Printed: 04.09.2019

Рецензент: д.е.н., проф. Завгородня Т. П.