локально розв'язні ідеали з L. Покажемо, що ідеал I метабелів (тобто, розв'язний ступеня ≤ 2). Нехай x_1, x_2, x_3, x_4 – довільні елементи з I. Тоді існує скінченновимірний ідеал I_0 алгебри L, який містить ці елементи і міститься в I. За лемою 2 ідеал I_0 метабелів і тому $[[x_1, x_2], [x_3, x_4]] = 0$. Оскільки елементи x_1, x_2, x_3, x_4 вибирались довільно, то звідси випливає, що $I''' = 0$, тобто ідеал I метабелів. Нехай B – довільне доповнення до ідеалу I в алгебрі L. Якщо N – довільний скінченновимірний ідеал підалгебри B, то N – напівпростий ідеал. Дійсно, позначимо через S розв'язний радикал алгебри N. Тоді S – характеристичний ідеал із N і тому є розв'язним ідеалом підалгебри B. Звідси випливає, що $I + S$ – локально розв'язний ідеал алгебри L. Якщо $S \ne 0$, то це суперечить максимальності ідеалу I і отримане протиріччя показує, що ідеал N напівпростий. Неважко переконатися, що в підалгебрі B доповнювані всі ідеали. Розглянемо для довільного мінімального ідеалу M підалгебри B (легко побачити, що $\dim M < \infty$) централізатор $C_B(M)$, який позначимо через $B_1 = C_B(M)$. Цей централізатор є ідеалом підалгебри B і очевидно, що $B_1 \cap M = 0$. Візьмемо довільне доповнення B_2 до ідеалу $M + B_1$ у підалгебрі B. Тоді $M\lambda B_2$ – скінченновимірна алгебра Лі, яка містить досконалий ідеал M. Як відомо, ідеал M виділяється прямим доданком в $M\lambda B_2$ і тому, якщо $B_2 \ne 0$, то $C_{M\lambda B_2}(M) \ne 0$, що неможливо, оскільки $C_B(M)$ має нульовий перетин з підалгеброю $M\lambda B_2$ Тому $B_2 = 0$, $B_1 = B$ і $B = M \oplus B_1$ – пряма сума ідеалів підалгебри B. Звідси випливає, що M – проста алгебра Лі. Використовуючи лему Цорна, легко показати, що B – пряма сума простих ідеалів. Теорему доведено.

Отримані результати показують, що за рахунок лінійності операції множення в алгебрах Лі, питання про будову алгебр Лі з доповнюваними ідеалами розв'язується легше, ніж для груп. Отримані результати та підходи можуть бути корисними при вивченні деяких класів груп з доповнюваними нормальними дільниками.

Другий з авторів роботи частково підтриманий Державним фондом фундаментальних досліджень України, грант ДФФД 01.07/132.

1 *Зайцев Д.И.* Нормально факторизуемые группы // Группы с системами подгрупп : Сб. трудов Ин-та математики АН УССР. – Киев, 1972 2. *Towers D.* On complemented Lie algebras // J. London Math Soc. – 1980. – Vol 2, № 22. – P. 63–65. 3. *Гейн А.Г.* Модулярный закон и относительные дополнения в решетке подалгебр алгебры Ли // Изв. высш учеб. завед. (математика). – 1987. – Т. 3 (298) – С. 18–24. 4 *Петравчук А.П.* Алгебри Лі з доповнюваними одновимірними підалгебрами // Вісн. Київ. ун-ту Математика, механіка. – 1999. – Вип. 3. – С. 32–37. 5 *Бахтурин Ю.А.* Тождества в алгебрах Ли. – М, 1985 6 *Hoffmann K H* Hyperplane subalgebras of real algebras// Geometriae dedicata. – 1990 – № 2–3. – P 207–224 7. *Poguntke D.* The theorem of Lie and hyperplane subalgebras of Lie algebras // Geometriae Dedicata. – 1992.– Vol. 43. – No.1 – P. 83–91. 8 *Yaemsin N.* Lie algebras whose subalgebra lattice is complemented // Algebras, groups and geometries – 1989 – Vol 6. – P 319–332. 9 *Stewart I.* Lie algebras generated by finite ideals // Res. Notes, Math – 1972. – № 2

Надійшла до редколегії 29.11.04

УДК 517.958

В.В. Мороз
Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет

СКІНЧЕННІ ГІБРИДНІ ІНТЕГРАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГАНКЕЛЯ 1-ГО РОДУ – ФУР'Є – БЕССЕЛЯ –... – ФУР'Є – БЕССЕЛЯ

Побудовано скінченні гібридні інтегральні перетворення Ганкеля 1-го роду – Фур'є – Бесселя –... – Фур'є – Бесселя на сегменті з 2n точками спряження.

Introduction of finite hybrid integral transforms Hankel of the first kind – Fourier – Bessel –... – Fourier – Bessel on the segment with 2n of contact points.

1. Вступ. Задачі математичної фізики й механіки неоднорідних структур вимагають створення нових математичних методів їхнього дослідження. Одним із таких є метод скінченних гібридних інтегральних перетворень (СГІП), який дозволяє одержувати розв'язки відповідних задач у замкненій формі для обмежених областей.

Уперше гібридні інтегральні перетворення з операторами Фур'є та Бесселя для однієї точки спряження побудовано в роботах Я.С. Уфлянда (яскравим прикладом є робота [1]) за наявності ідеального контакту в точці спряження:

$$\left(u_1 - \mu_0 u_2\right)\Big|_{x=a} = 0\,; \left(\frac{du_1}{dx} - \mu_1 \frac{du_2}{dx}\right)\Bigg|_{x=a} = 0. \qquad (1)$$

Проте при здійсненні неідеального термічного контакту, що природно, перша з умов має вигляд:

$$\left[\left(\mu_0 \frac{d}{dx} + 1\right) u_1 - u_2\right]\Bigg|_{x=a} = 0\,. \qquad (2)$$

У задачах термопружності для тіл, що володіють симетрією, при здійсненні ідеального механічного контакту замість другої умови (1) маємо умову

$$\left[\left(\frac{d}{dx} + \beta_1\right) u_1 - \mu_1 \left(\frac{d}{dx} + \beta_2\right) u_2\right]\Bigg|_{x=a} = 0\,. \qquad (3)$$

Умови спряження (1)–(3) приводять до розгляду умов вигляду

$$\left[\left(\alpha_{i1} \frac{d}{dx} + \beta_{i1}\right) u_1 - \left(\alpha_{i2} \frac{d}{dx} + \beta_{i2}\right) u_2\right]\Bigg|_{x=a} = 0\,,\ i = 1{,}2. \qquad (4)$$

За найбільш загальних припущень на структуру оператора спряження (4) і Бесселя [2] у роботі [3] побудовано класи СГІП з операторами Фур'є та Бесселя для двох точок спряження. У даній роботі узагальнено інтегральні перетворення, одержані авторами [3] на випадок довільної кількості точок спряження.

2. Дискретний спектр і спектральна функція задачі Штурма – Ліувілля. Скінченні гібридні інтегральні перетворення породжуються рядами Фур'є за системою власних вектор-функції спектральної задачі. Розглянемо задачу побудови обмеженого на множині $I_{2n}=\left\{r:\ r\in\bigcup_{k=1}^{2n+1}(R_{k-1},R_k);\ R_0=0\right\}$ нетривіального розв'язку сепаратної системи звичайних диференціальних рівнянь Фур'є та Бесселя [2]

$$(B_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}+q_{2k+1}^2)\,v_{2k+1}(r)=0,\ r\in(R_{2k},R_{2k+1}),\ k=\overline{0,n},\tag{5}$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+q_{2k}^2\right)v_{2k}(r)=0,\ r\in(R_{2k-1},R_{2k}),\ k=\overline{1,n},$$

з крайовими умовами

$$\lim_{r\to 0}\frac{d}{dr}\left(\frac{v_1(r)}{r^{\nu_1-\alpha_1}}\right)=0,\ \left.\left(\alpha_{22}^{2n+1}\frac{d}{dr}+\beta_{22}^{2n+1}\right)v_{2n+1}\right|_{r=R_{2n+1}}=0\tag{6}$$

та умовами спряження

$$\left.\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{d}{dr}+\beta_{j1}^k\right)v_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{d}{dr}+\beta_{j2}^k\right)v_{k+1}\right]\right|_{r=R_k}=0,\ j=1{,}2;\ k=\overline{1,2n}.\tag{7}$$

У співвідношеннях (5)–(7) $q_k^2=(\lambda^2+\gamma_k^2)/a_k^2$, $a_k>0$, $\gamma_k\ge 0$, $\lambda\in(0,\infty)$, $|\alpha_{22}^{2n+1}|+|\beta_{22}^{2n+1}|\ne 0$, $c_{ik}=\alpha_{2i}^k\beta_{1i}^k-\alpha_{1i}^k\beta_{2i}^k\ne 0$, $c_{1k}c_{2k}>0$, $\frac{d^2}{dr^2}$ – диференціальний оператор Фур'є, $B_{\nu,\alpha}=\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2\alpha+1}{r}\frac{d}{dr}-\frac{\nu^2-\alpha^2}{r^2}$ $(\nu\ge\alpha\ge -1/2)$ – диференціальний оператор Бесселя [2].

Фундаментальну систему розв'язків для рівняння $\left(\frac{d^2}{dr^2}+q^2\right)v=0$ утворюють функції $\cos qr$ і $\sin qr$ [4], а для рівняння $(B_{\nu,\alpha}+q^2)\,v=0$ – функції $J_{\nu,\alpha}(qr)=(qr)^{-\alpha}J_\nu(qr)$ та $N_{\nu,\alpha}(qr)=(qr)^{-\alpha}N_\nu(qr)$, де $J_\nu(x)$, $N_\nu(x)$ – циліндричні функції Бесселя 1-го і 2-го роду [2].

Визначимо величини й функції:

$$\sigma_{2k}=\frac{1}{a_{2k}^2}\prod_{s=2k}^{2n}\frac{c_{1s}}{c_{2s}}\prod_{s=k}^{n-1}\left(\frac{R_{2s}}{R_{2s+1}}\right)^{2\alpha_{s+1}+1}(R_{2n})^{2\alpha_{n+1}+1},\ k=\overline{1,n};\ \sigma_{2n+1}=\frac{1}{a_{2n+1}^2};$$

$$\sigma_{2k+1}=\frac{1}{a_{2k+1}^2}\prod_{s=2k+1}^{2n}\frac{c_{1s}}{c_{2s}}R_{2k+1}^{-(2\alpha_{k+1}+1)}\prod_{s=k+1}^{n-1}\left(\frac{R_{2s}}{R_{2s+1}}\right)^{2\alpha_{s+1}+1}(R_{2n})^{2\alpha_{n+1}+1},\ k=\overline{0,n},\tag{8}$$

$$v_{ij}^{k1}(q_sR_k)=-\alpha_{ij}^kq_s\sin q_sR_k+\beta_{ij}^k\cos q_sR_k,\ v_{ij}^{k2}(q_sR_k)=\alpha_{ij}^kq_s\cos q_sR_k+\beta_{ij}^k\sin q_sR_k,$$

$$U_{\nu,\alpha;ij}^{k1}(q_sR_k)=\left(\alpha_{ij}^k\frac{\nu-\alpha}{R_k}+\beta_{ij}^k\right)J_{\nu,\alpha}(q_sR_k)-\alpha_{ij}^kq_s^2R_kJ_{\nu+1,\alpha+1}(q_sR_k),$$

$$U_{\nu,\alpha;ij}^{k2}(q_sR_k)=\left(\alpha_{ij}^k\frac{\nu-\alpha}{R_k}+\beta_{ij}^k\right)N_{\nu,\alpha}(q_sR_k)-\alpha_{ij}^kq_s^2R_kN_{\nu+1,\alpha+1}(q_sR_k),$$

$$\Phi_{km}^n(q_sx,q_sR_n)=v_{km}^{n2}(q_sR_n)\cos q_sx-v_{km}^{n1}(q_sR_n)\sin q_sx,$$

$$\Psi_{\nu,\alpha;km}^n(q_sx,q_sR_n)=U_{\nu,\alpha;km}^{n1}(q_sR_n)N_{\nu,\alpha}(q_sx)-U_{\nu,\alpha;km}^{n2}(q_sR_n)J_{\nu,\alpha}(q_sx).$$

Обмежений на I_{2n} розв'язок крайової задачі (5)–(7) з урахуванням властивостей функції $N_{\nu,\alpha}(q_1r)$ шукаємо у вигляді [4]:

$$v_1(r)=A_1J_{\nu_1,\alpha_1}(q_1r),\qquad v_{2k}(r)=A_{2k}\cos q_{2k}r+B_{2k}\sin q_{2k}r,\tag{9}$$

$$v_{2k-1}(r)=A_{2k-1}J_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}(q_{2k+1}r)+B_{2k+1}N_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}(q_{2k+1}r),\ k=\overline{1,n}.$$

Крайові умови (6) та умови спряження (7) для визначення сталих A_i і B_j $(i=\overline{1,2n+1},\ j=\overline{2,2n+1})$ дають алгебраїчну систему рівнянь:

$$
\begin{gathered}
A_1 U^{11}_{\nu_1,\alpha_1,j1}(q_1R_1) - A_2 v^{11}_{j2}(q_2R_1) - B_2 v^{12}_{j2}(q_2R_1) = 0\,,\ j=1,2 \\
A_{2k-1} U^{2k-1,1}_{\nu_k,\alpha_k,ij}(q_{2k-1}R_{2k-1}) + B_{2k-1} U^{2k-1,2}_{\nu_k,\alpha_k,ij}(q_{2k-1}R_{2k-1}) - \\
- A_{2k} v^{2k-1,1}_{j2}(q_{2k}R_{2k-1}) - B_{2k} v^{2k-1,2}_{j2}(q_{2k}R_{2k-1}) = 0\,,\ j=1,2;\ k=\overline{2,n}\,, \\
A_{2k} v^{2k,1}_{j1}(q_{2k}R_{2k}) + B_{2k} v^{2k,2}_{j1}(q_{2k}R_{2k}) - A_{2k+1} U^{2k,1}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1},j2}(q_{2k+1}R_{2k}) - \\
- B_{2k+1} U^{2k,2}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1},j2}(q_{2k+1}R_{2k}) = 0,\ j=1,2;\ k=\overline{1,n}\,, \\
A_{2n+1} U^{2n+1,1}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1},22}(q_{2n+1}R_{2n+1}) + B_{2n+1} U^{2n+1,2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1},22}(q_{2n+1}R_{2n+1}) = 0\,.
\end{gathered}
\tag{10}
$$

Нехай $\Delta_{\nu,\alpha}(\lambda)$ – визначник системи (6), складений із елементів таблиці:

$$
\begin{bmatrix}
U^{11}_{\nu_1,\alpha_1,11} & -v^{11}_{12} & -v^{12}_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
U^{11}_{\nu_1\alpha_1,21} & -v^{11}_{22} & -v^{12}_{22} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & v^{21}_{11} & v^{22}_{11} & -U^{21}_{\nu_2\alpha_2,12} & -U^{22}_{\nu_2\alpha_2,12} & \cdots & 0 & 0 \\
0 & v^{21}_{21} & v^{22}_{21} & -U^{21}_{\nu_2\alpha_2,22} & -U^{22}_{\nu_2\alpha_2,22} & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & U^{31}_{\nu_2\alpha_2,11} & U^{32}_{\nu_2\alpha_2,11} & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & U^{31}_{\nu_2,\alpha_2,21} & U^{32}_{\nu_2\alpha_{21},21} & \cdots & 0 & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -U^{2n,1}_{\nu_{n+1}\alpha_{n+1},12} & -U^{2n,2}_{\nu_{n+1}\alpha_{n+1},12} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -U^{2n,1}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1},22} & -U^{2n,2}_{\nu_{n+1}\alpha_{n+1},22} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & U^{2n+1,1}_{\nu_{n+1}\alpha_{n+1},22} & U^{2n+1,2}_{\nu_{n+1}\alpha_{n+1}\,22}
\end{bmatrix}
$$

Для того, щоб система (10) мала нетривіальний розв'язок, необхідно й достатньо, щоб визначник системи [5]

$$
\Delta_{\nu,\alpha}(\lambda) = 0\,,\ (\nu,\alpha) = \{\nu_1,\alpha_1;\ldots;\nu_{n+1},\alpha_{n+1}\}
\tag{11}
$$

Установлено, що корені характеристичного рівняння (11) утворюють дискретний спектр $\{\lambda_N\}_{N=1}^{\infty}$, а відповідна їм послідовність вектор-функцій $\{V^{(N)}_{(\nu,\alpha)}(r)\}_{\Lambda=1}^{\infty} = \{V^{(N)}_{(\nu,\alpha),1}(r);\ldots;V^{(N)}_{(\nu,\alpha),2n+1}(r)\}_{N=1}^{\infty}$ – спектральну функцію [6, 7].

Компоненти $V^{(N)}_{(\nu,\alpha),j}(r)$ спектральної функції $V^{(N)}_{(\nu,\alpha)}(r)$ визначаються співвідношеннями:

$$
\begin{gathered}
V^{(N)}_{(\nu,\alpha),1}(r,\lambda_N) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n} \prod_{s=1}^{2n} c_{2s} \prod_{s=2}^{2n+1} q_s^{(N)} \prod_{s=1}^{n} (q^{(N)}_{2s+1}R_{2s})^{-(2\alpha_{s+1}+1)} J_{\nu_1,\alpha_1}(q_1^{(N)}r)\,, \\
V^{(N)}_{(\nu,\alpha),2k}(r,\lambda_N) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-k+1} \prod_{s=2k}^{2n} c_{2s} \prod_{s=2k+1}^{2n+1} q_s^{(N)} \prod_{s=k}^{n} (q^{(N)}_{2s+1}R_{2s})^{-(2\alpha_{s+1}+1)} \times \\
\times[\Phi^{2k-1}_{22}(q^{(N)}_{2k}r, q^{(N)}_{2k}R_{2k-1}) B_{\overline{(1,4k-3)},\overline{(1,4k-3)}} - \Phi^{2k-1}_{12}(q^{(N)}_{2k}r, q^{(N)}_{2k}R_{2k-1}) B_{\overline{(1,4k-4)},4k-2,\overline{(1,4k-3)}}]\,, \\
V^{(N)}_{(\nu,\alpha),2k+1}(r,\lambda_N) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-k} \prod_{s=2k+1}^{2n} c_{2s} \prod_{s=2k+2}^{2n+1} q_s^{(N)} \prod_{s=k+1}^{n} (q^{(N)}_{2s+1}R_{2s})^{-(2\alpha_{s+1}+1)} \times \\
\times[\Psi^{2k}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1},12}(q^{(N)}_{2k+1}r, q^{(N)}_{2k+1}R_{2k}) B_{\overline{(1,4k-2)},4k,\overline{(1,4k-1)}} - -\Psi^{2k}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1},22}(q^{(N)}_{2k+1}r, q^{(N)}_{2k+1}R_{2k}) B_{\overline{(1,4k-1)},\overline{(1,4k-1)}}]\,,\ k=\overline{1,n}\,.
\end{gathered}
\tag{12}
$$

У співвідношеннях (12) беруть участь визначники $B_{\overline{(1,j)},\overline{(1,j)}}$, $B_{\overline{(1,j-1)},j+1,\overline{(1,j)}}$ квадратної матриці A^{4n+1}_{4n+1} порядку $4n+1$ (табл. 1) Індекс $\overline{(1,j)}$ указує, що даний визначник утворений з рядків (стовпців) з номерами від 1 до j, а індекс $\overline{(1,j-1)}, j+1$ указує, що j-й рядок замінюється $(j+1)$-м У табл. 1 уведено такі позначення:

$$
\begin{gathered}
v^{2k,s}_{ij} = v^{2k,s}_{ij}(q^{(N)}_{2k}R_{2k})\,,\ v^{2k-1,s}_{ij} = v^{2k-1,s}_{ij}(q^{(N)}_{2k}R_{2k-1})\,;\ s,i,j=1,2\,;\ k=\overline{1,n}\,; \\
U^{2m,s}_{\nu_m,\alpha_m,ij} = U^{2m,s}_{\nu_m,\alpha_m,ij}(q^{(N)}_{2m+1}R_{2m})\,,\ U^{2m+1,s}_{\nu_m,\alpha_m,ij} = U^{2m+1,s}_{\nu_m,\alpha_m,ij}(q^{(N)}_{2m+1}R_{2m+1})\,;\ m=\overline{1,n}\,.
\end{gathered}
$$

3. Розвинення у ряд Фур'є за системою власних вектор-функцій. За допомогою одиничної функції Гевісайда $\theta(r)$ [8] побудуємо спектральну функцію $V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)=\sum_{j=1}^{2n-1}V_{(\nu,\alpha);j}^{(N)}(r,\lambda_N)\,\theta(R_j-r)\,\theta(r-R_{j-1})$,

вагову функцію $\sigma(r)=\sum_{k=0}^{n}r^{2\alpha_{k+1}+1}\sigma_{2k+1}\,\theta(R_{2k+1}-r)\,\theta(r-R_{2k})+\sum_{k=1}^{n}\sigma_{2k}\theta(R_{2k}-r)\,\theta(r-R_{2k-1})$

та характеристичну функцію $\chi(r)=\sum_{k=1}^{2n-1}a_k^2\,\theta(r-R_{k-1})\,\theta(R_k-r)$.

Теорема 1. Якщо функція $f(r)\in C^{(2)}(I_{2n})$, задовольняє крайові умови (6) та умови спряження (7), то має місце формула розвинення функції $f(r)$ за системою $\{V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}\}_{N=1}^{\infty}$ у рівномірно та абсолютно збіжний ряд Фур'є [6, 7]

$$f(r)=\sum_{N=1}^{\infty}\int_{R_0}^{R_{2n+1}}f(\rho)V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(\rho,\lambda_N)d\rho\,\frac{V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)}{\|V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)\|^2}. \qquad (13)$$

Тут $\|V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)\|^2$ – квадрат норми власної вектор-функції.

Доведення теореми проводиться за методикою робіт [7, 9].

4. Алгебра інтегрального перетворення. Ряд Фур'є (13) породжує пряме й обернене скінченне гібридне інтегральне перетворення Ганкеля 1-го роду – Фур'є – Бесселя – ... – Фур'є – Бесселя на I_{2n} [5, 6]:

$$H_{2n}[f(r)]=\int_{R_0}^{R_{2n+1}}f(r)\,V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)\,\sigma(r)\,dr\equiv f^{(N)}, \qquad (14)$$

$$H_{2n}^{-1}[f^{(N)}]=\sum_{N=1}^{\infty}f^{(N)}\,\frac{V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)}{\|V_{(\nu,\alpha)}^{(N)}(r,\lambda_N)\|^2}. \qquad (15)$$

При цьому має місце основна тотожність інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора [6, 7]

$$L=\sum_{k=0}^{n}B_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}\theta(R_{2k+1}-r)\theta(r-R_{2k})+\sum_{k=1}^{n}\frac{d^2}{dr^2}\theta(R_{2k}-r)\theta(r-R_{2k-1}).$$

Теорема 2. Нехай вектор-функція $f(r)$ двічі неперервно диференційовна на I_{2n}, задовольняє умови спряження (7) і крайові умови $\lim_{r\to 0}\frac{d}{dr}\left(\frac{f(r)}{r^{\nu_1-\alpha_1}}\right)=0$, $\left(\alpha_{22}^{2n+1}\frac{d}{dr}+\beta_{22}^{2n+1}\right)f(r)\Big|_{r=R_{2n+1}}=g_{2n+1}$.

Тоді має місце основна тотожність інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора:

$$H_{2n}[\chi(r)L[f(r)]]=-\lambda_N^2f^{(N)}-\sum_{k=0}^{n}\gamma_{2k+1}^2\int_{R_{2k}}^{R_{2k+1}}f(r)V_{(\nu,\alpha);2k+1}^{(N)}(r,\lambda_N)\sigma_{2k+1}\,r^{2\alpha_{k+1}+1}dr- \qquad (16)$$

$$-\sum_{k=1}^{n}\gamma_{2k}^2\int_{R_{2k-1}}^{R_{2k}}f(r)V_{(\nu,\alpha);2k}^{(N)}(r,\lambda_N)\sigma_{2k}\,dr+\frac{V_{(\nu,\alpha);2n+1}^{(N)}(R_{2n+1},\lambda_N)}{\alpha_{22}^{2n+1}}\,a_{2n+1}^2\,\sigma_{2n+1}R_{2n+1}^{2\alpha_{n+1}+1}g_{2n+1}.$$

Доведення теореми здійснюється за методикою робіт [6, 7].

5. Висновки. Наявність прямого (14) й оберненого (15) інтегрального перетворення та основної тотожності (16) визначає алгебру СГІП Ганкеля 1-го роду – Фур'є – Бесселя – ... – Фур'є – Бесселя.

Одержаний клас СГІП може бути використаний для побудови точних аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру достатньо широкого класу задач теплопровідності, пружності, гідромеханіки, електростатики, задач теорії коливань і задач кручення неоднорідних об'єктів тощо з метою вивчення ступеня неоднорідності.

1. *Уфлянд Я.С.* О некоторых новых интегральных преобразованиях и их приложениях к задачам математитической физики // Вопросы мат. физики – Л., 1976. – С. 93–106. 2. *Ленюк М П.* Исследование основных краевых задач для диссипативного волнового уравнения Бесселя. – Киев, 1983 (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.3). 3. *Ленюк М.П., Трасковецкая Л.М* Конечные интегральные *преобразования (Фурье, Ханкеля, Фурье) с применением к задачам математической физики. – Киев, 1992 (Препринт / АН Украины. Ин-т математики; 92.12). 4 Степанов В.В.* Курс дифференциальных уравнений. – М.,, 1959 5. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. – М., 1971. 6. *Мороз В.В.* Один клас скінченних гібридних інтегральних перетворень // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. – Киев, 1995. – С. 189–191. 7. *Мороз В.В., Ленюк М.П.* Скінченні гібридні інтегральні перетворення. – К., 1997 (Препринт / НАН України. Ін-т математики; 97.7) 8. *Шилов Г.Е.* Математический анализ. Второй специальный курс. – М., 1965. 9. *Мороз В.В.* Теорема Стєклова про розвинення в ряд Фур'є вектор-функцій // Інтегральні перетворення та їх застосування. – К, 1996. – С 159–168.

Надійшла до редколегії 10.10.04