

Багрій О.В.Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна
E-mail: avadaro@yahoo.com**ВПЛИВ ВНУТРІШНЬОГО КУЛОНОВОГО
ТЕРТЯ НА ДЕФОРМУВАННЯ
КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ
З МАЛОЮ ЗВ'ЯЗНІСТЮ**

УДК 620.17

В роботі наведено результати експериментальних досліджень широкого класу композитних матеріалів з малою зв'язністю, наприклад, бетони, будівельні суміші, природні ґрунти, вироби технічної кераміки та ін., на закономірності деформування та руйнування яких суттєво впливає внутрішнє тертя. Вказаний клас матеріалів характеризується значно більшою міцністю при роботі на стиск, ніж на розтяг. Зростання опору зсувам зі збільшенням величини стискуючих напружень трактується як прояв внутрішнього кулонового тертя як у граничній так і в дограничній стадії деформування. Результати експериментів оформлялись у формі залежностей між інваріантами тензорів напружень і деформацій.

Ключові слова: внутрішнє тертя, композитний матеріал, поверхня деформування, зв'язність.

Вступ

До великої групи матеріалів, які є об'єктами дослідження механіки твердого деформівного тіла, крім пластичних та крихких матеріалів відносять композитні матеріали з малою зв'язністю, наприклад, бетони, будівельні суміші, природні ґрунти, вироби технічної кераміки та ін. Для матеріалів вказаного класу характерно зростання міцності зі збільшенням величини стискуючих напружень, що трактується як прояв внутрішнього кулонового тертя.

В механіці твердого деформівного тіла прояв окремих властивостей матеріалу: пружності, пластичності, повзучості та ін. вивчається експериментально на матеріалах, де цей вплив є визначальним. Наприклад, повзучість початково досліджувалась на хлібному тісті, пластичність – на зразках мало вуглецевої сталі і т.п. Вплив же внутрішнього кулонового тертя в повній мірі проявляється при деформуванні дискретних матеріалів.

Для композитних матеріалів з малою зв'язністю вплив зв'язності логічно вивчати на зразках пластичного матеріалу, а вплив внутрішнього кулонового тертя – на зразках дискретного матеріалу, у якого відсутня зв'язність. Результати таких експериментів достатньо повно описані щодо оцінки міцності (граничне деформування матеріалу).

Композитні матеріали з малою зв'язністю характеризуються значно більшою міцністю при роботі на стиск, ніж на розтяг, що описується гіпотезою міцності Мора - Кулона і наглядно ілюструється системою граничних кругів Мора (рис. 1, а).

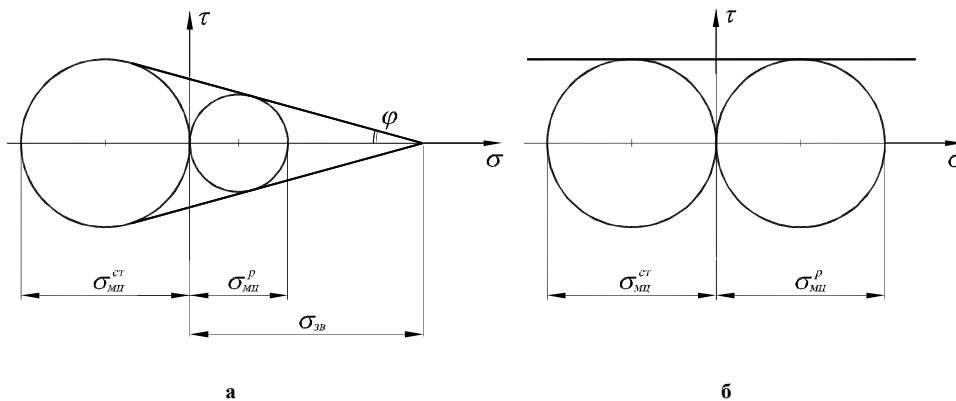


Рис. 1 – Граничні круги Мора:
а – матеріал з малою зв'язністю;
б – ідеально пластичний матеріал

Прямолінійна огинаюча граничних кругів Мора для композитних матеріалів нахилена до осі нормальних напружень σ під кутом внутрішнього тертя φ , який відображає вплив сухого кулонового тертя на опір деформуванню у граничній стадії. Огинаючі граничних кругів Мора ідеально пластичних матеріалів (рис. 1, б) паралельні осі σ ($\varphi = 0$), тобто їх міцність на розтяг і на стиск однакова і нормальне стискуюче напруження σ не впливає на граничний опір зсувам.

Якщо вплив внутрішнього тертя на поведінку матеріалів з малою зв'язністю у граничній стадії вважається достатньо вивченим, наприклад, в механіці ґрунтів, то для дограничного деформування це питання потребує спеціальних досліджень.

Метою описаних у статті досліджень є вивчення впливу внутрішнього кулонового тертя на деформування композитних матеріалів з малою зв'язністю у дограничній стадії деформування.

Загальний опір S дограничному деформуванню композитних матеріалів можна представити як суму опору $S(\Pi)$, викликаного зв'язністю матеріалу, і опору $S(K)$, пов'язаного з проявом внутрішнього кулонового тертя:

$$S = S(\Pi) + S(K).$$

Сказане наглядно ілюструє зображена на рис. 2 комбінована реологічна модель тіла, яка об'єднує одновірну модель Прандтля (МП) і модель Кулона (МК). Опір деформаціям зсуву за моделлю Прандтля $S(\Pi)$ не залежить від величини стискуючих напружень σ_m . В умовному просторі напружень S, σ_m і деформацій Γ модель Прандтля описується циліндричною поверхнею, твірна якої паралельна осі σ_m , а характер поверхні $S(\Pi) = f(\Gamma)$ встановлюється за результатами класичних випробувань зразків пластичного матеріалу.

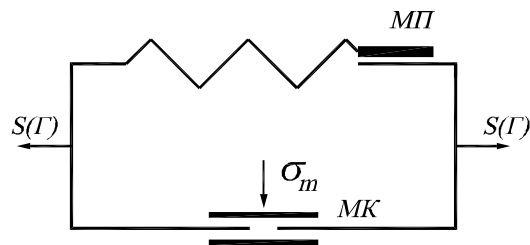


Рис. 2 – Реологічна модель матеріалу з малою зв'язністю

Для вивчення впливу внутрішнього тертя на деформування композитних матеріалів у дограничній стадії проведено випробування зразків дискретного матеріалу (сухого кварцового піску) в умовах плоскої деформації. Оскільки зв'язність цього матеріалу відсутня, його опір деформаціям визначається тільки куловим тертям. Це дозволяє визначити вплив внутрішнього тертя на деформування композитних матеріалів з малою зв'язністю і вивчити характер поверхні Кулона. Зразки сухого піску випробовувались в умовах плоскої деформації при постійній величині середнього стискуючого напруження,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \text{const} \quad (\text{при сталій величині суми головних напружень } P = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const}), \text{ і збіль-}$$

$$\text{шенні відношення головних напружень } \eta = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \text{ до граничної величини } \eta_{zp} = \frac{\sigma_1^{zp}}{\sigma_2^{zp}} = \text{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Результати експериментів оформлялись у формі залежностей між інваріантами тензорів напружень і деформацій. Для випадку плоскої деформації, в умовах якої випробовувались зразки матеріалу, інваріанти визначались тільки через головні напруження σ_1, σ_2 і деформації ϵ_1, ϵ_2 в площині деформування і мали чіткий фізичний зміст:

$$P = \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_m \text{ – сума головних напружень;}$$

$$S = 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \text{ – максимальне дотичне напруження;}$$

$$\Gamma = \epsilon_1 - \epsilon_2 \text{ – максимальна деформація зсуву.}$$

Графічно ці залежності описують поверхню деформування дискретного матеріалу в уявному просторі інваріантів P, S, Γ , тобто поверхню Кулона, яка за формою нагадує коноід (рис. 3, в). Коноїдальність поверхні означає, що для заданої величини деформацій Γ зберігається сталим відношення S/P . Цей висновок вважається встановленим і підтверджується багатьма експериментами для граничного деформування, але для дограничної стадії потребує додаткових досліджень.

Якщо для конкретного матеріалу поверхні Прандтля (рис. 3, б) і Кулона (рис. 3, в) встановлені, то загальна поверхня деформування зв'язного матеріалу може бути одержана як сума складових поверхонь (рис. 3, а).

Характер поверхні Прандтля і методика експериментальних досліджень характеру деформування зв'язних матеріалів достатньо повно описані в літературі. Поверхня ж Кулона вивчена недостатньо. Тому для одержання повної поверхні деформування як суми двох складових $S(\Pi)$ і $S(K)$ проведені детальні експериментальні дослідження на зразках сухого піску, який разом з цементом був основним інгредієнтом спеціально створеного композитного матеріалу з малою зв'язністю.

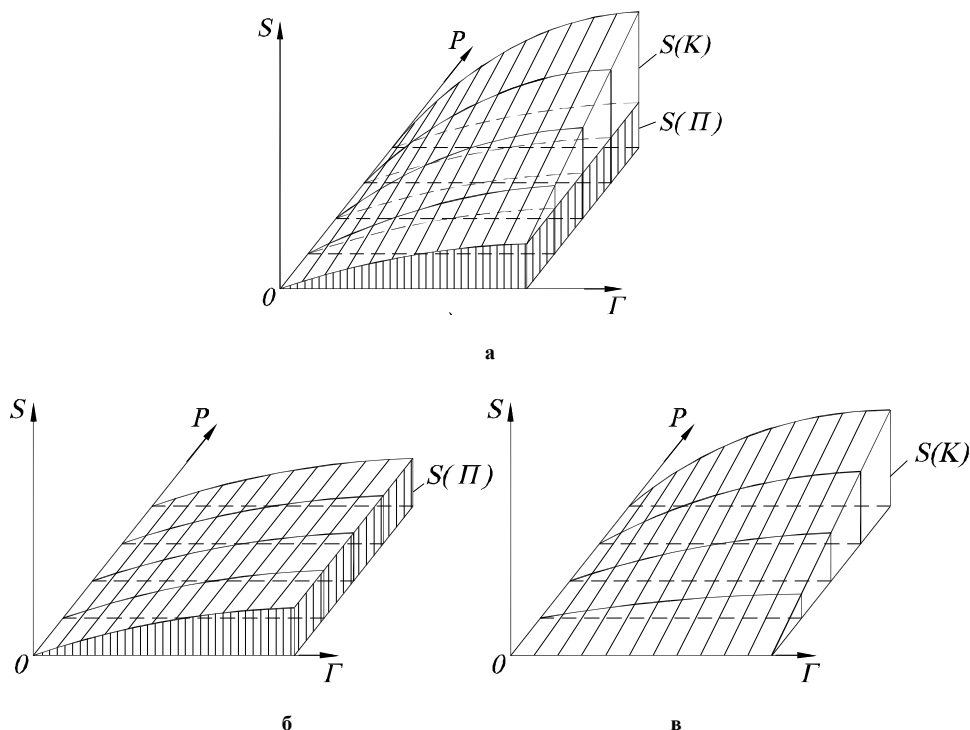


Рис. 3 – Поверхні деформування матеріалів:
а – загальна поверхня деформування композитного матеріалу;
б – поверхня Прандтля;
в – поверхня Кулона

Програма експериментальних досліджень

Вплив кулонового тертя як складової загального опору деформаціям тіла вивчався на прикладі сухого кварцового піску Люберецького родовища, який рекомендований нормами як еталонний для випробувань будівельних розчинів при визначенні марок цементів. Гранулометричний склад піску наведений у таблиці 1.

Таблиця 1

Гранулометричний склад піску

Розмір фракції	5 - 3	3 - 2	2 - 1	1,0 - 0,5	0,5 - 0,25	0,25 - 0,1	менше 0,1
відсоток	-	-	-	0,1	23,2	75,1	1,6

Пісок належить до категорії дрібнозернистих.

Щільність (густина) матеріалу частинок $\rho = 2650 \text{ кг/м}^3$.

Коефіцієнт пористості у гранично пухкому стані $e_{\max} = 0,83$.

Коефіцієнт пористості у гранично щільному стані $e_{\min} = 0,59$.

Для вивчення поверхні деформування (поверхні Кулона) в умовах плоскої деформації проведено три серії дослідів на описаній у [1] випробувальній системі за траєкторією 1: поступове збільшення відношення напружень $\eta = \sigma_1 / \sigma_1$ при збереженні сталості їх суми $P = \sigma_1 + \sigma_2$. Серії відрізнялись тільки структурним станом матеріалу, який оцінювався величиною початкової відносної щільності. Початкові фізичні характеристики піску наведені у табл. 2.

Фізичні характеристики піску

Серія, стан піску за щільністю	Об'ємна маса, кг/м ³	Коефіцієнт пористості e	Початкова відносна щільність $I = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$
Серія 1 (12 дослідів), пісок у пухкому стані	1480 ± 15	0,80 ± 0,015	0,125
Серія 2 (15 дослідів), пісок середньої щільності	1565 ± 15	0,72 ± 0,014	0,512
Серія 3 (12 дослідів), пісок у щільному стані	1650 ± 10	0,61 ± 0,010	0,908

Досліди проводились при сталих величинах суми головних напружень: $P = 98; 196; 294; 392$ кПа.

Результати досліджень представлені експериментальними графіками в просторі інваріантів „ $S - \Gamma$ ” при $P = \text{const}$. Показані на рис. 4 графіки являють собою лінії регресії S на Γ , побудовані за результатами кореляційного аналізу дослідних даних. Значення кореляційного відношення δ для вказаних графіків знаходяться в межах від $\delta = 0,821$ до $\delta = 0,914$, а похибки ξ кореляційних відношень – від $\xi = 0,00460$ до $\xi = 0,01151$. Для усіх кривих величини δ знаходились в інтервалі $0,75 < \delta < 1$. Це означає, що залежність $S - \Gamma$ близька до функціональної. Довірчі границі кривих на рис. 4 не показані.

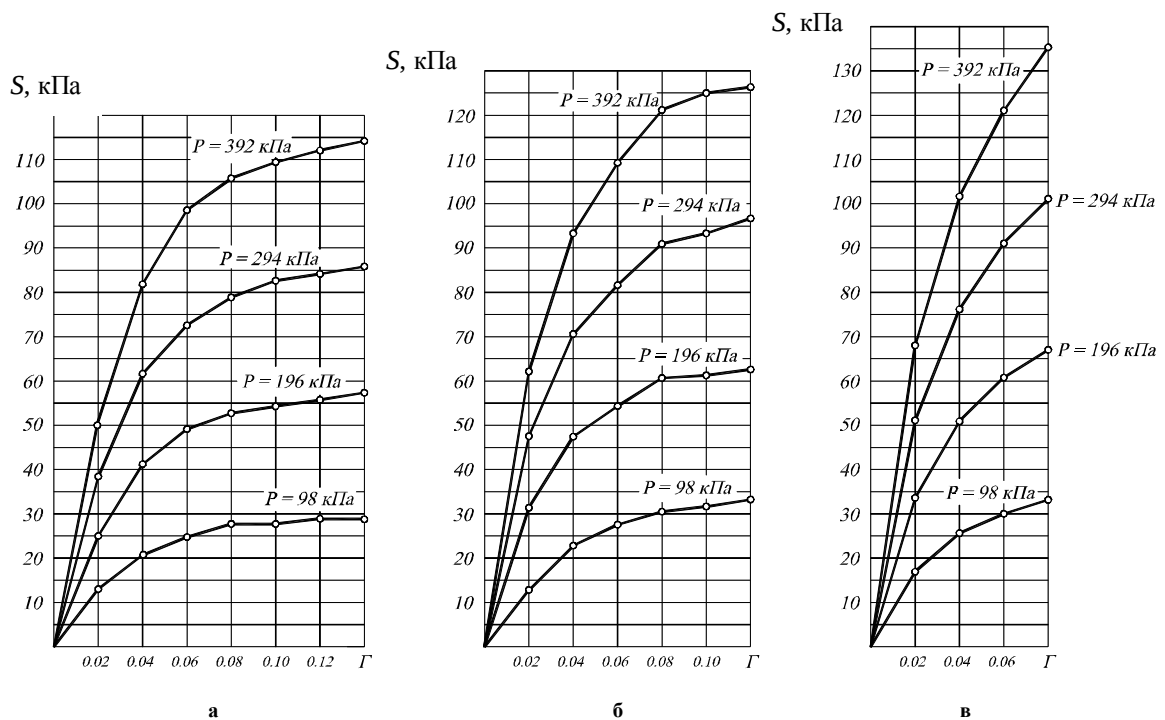


Рис. 4 – Експериментальні криві деформування піску в умовах плоскої деформації:
а – для пухкого стану;
б – для стану середньої щільності;
в – для щільного стану

Для вивчення характеру поверхні Кулона сім'ї кривих деформування (рис. 4) представлялись узагальнюючими кривими у відносних координатах $\left(\frac{S}{P} - \Gamma\right)$ для трьох станів піску за щільністю. Ці криві (рис. 5) замінюють вузькі пучки експериментальних кривих в діапазоні середніх стискуючих напружень (50 ÷ 180 кПа).

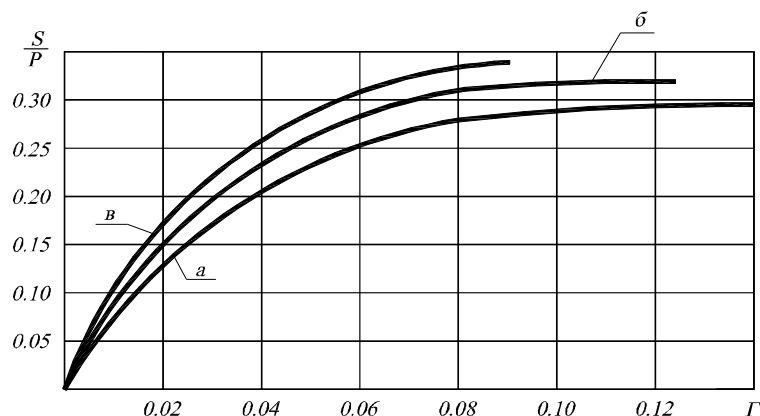


Рис. 5 – Криві деформування у відносних координатах:

а – пухкий стан;
б – стан середньої щільності;
в – щільний стан

Найбільшу цікавість представляє безпосереднє описання загальної поверхні за результатами проведених експериментів на зразках матеріалу з малою зв'язністю.

Для дослідження характеру загальної поверхні деформування матеріалів з малою зв'язністю проведені випробування спеціально підготовлених зразків композитного матеріалу, який являє собою суміш кварцового піску і цементу. Величина зв'язності в досліді варіювалась.

Основним структурним компонентом композитів, що визначає вплив на їх деформування сил внутрішнього кулонового тертя, був люберецький пісок, закономірності деформування якого досліджувались попередньо і описані вище. Це дозволило оцінити долю сухого кулонового тертя в загальному опорі деформуванню твердих композитних матеріалів.

Зв'язність композитних матеріалів, зразки яких випробовувались в умовах плоскої деформації, створювалась за рахунок домішок до піску портландцементу „М-500” Кам'янець - Подільського цементного заводу. Величина зв'язності змінювалась в залежності від частки цементу в суміші, що оцінювалось відношенням ваги цементу до ваги сухого піску Π / Σ . Кількість води у розчині визначалась водно-цементним відношенням B / Σ . Фізичні характеристики сумішей і умови випробувань наведені у табл. 3.

Таблиця 3

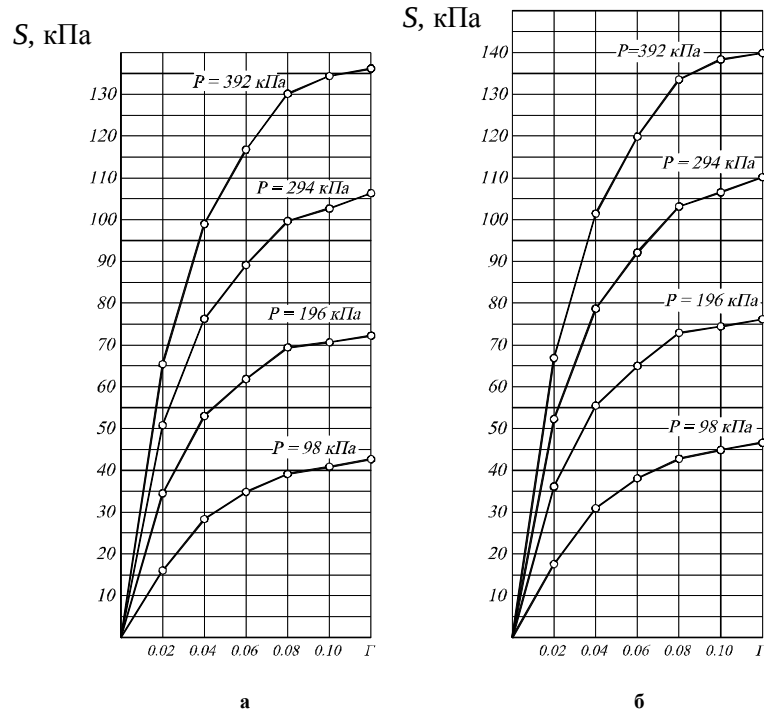
Фізичні характеристики сумішей

Серії випробувань	Цементно - піщане відношення Π / Σ	Водно - цементне відношення B / Σ	Тиск брикетування, МПа	Сума нормальних напружень при випробуваннях $P = \text{const}$, кПа
Серія 1 (4 досліді)	0,03	0,1	60	$P = 98; 196; 294; 392$
Серія 2 (4 досліді)	0,05	0,2	60	$P = 98; 196; 294; 392$

Для надання зразкам початкової форми паралелепіпеда проводилось їх брикетування на пресі під тиском $50 \div 60$ МПа. Це змінювало тільки початкову щільність суміші, яка наближалась до середнього значення $\rho = 1570 \text{ кг/м}^3$.

Випробування зразків композитних матеріалів проводилось на 28-й день від їх формування, що, згідно з будівельними нормами, відповідає 100 % міцності цементних матеріалів.

Одержані сім'ї кривих деформування цементно-піщаних композитних матеріалів показано на рис. 6. Криві побудовані за середніми значеннями координат. Враховуючи малий об'єм вибірки статистична обробка результатів дослідів не проводилась.



**Рис. 6 – Експериментальні криві деформування
цементно - піщаних композитних матеріалів в умовах плоскої деформації:
а – серія 1;
б – серія 2**

Характер кривих, що описують повну поверхню деформування композитів, і кривих, що описують поверхню деформування дискретних матеріалів, аналогічний. Збільшення ординат кривих рис. 6 можна пояснити додатковим опором деформуванню за рахунок сил молекулярної зв'язності композитів.

Висновки

В розрахунках композитних матеріалів з малою зв'язністю обов'язково необхідно враховувати вплив внутрішнього тертя, що є найбільш важливою ознакою поведінки цих матеріалів під дією зовнішнього навантаження.

Література

1. Багрій О.В. Обладнання та методика лабораторних випробувань зразків дискретних матеріалів в умовах плоскої деформації / О.В. Багрій, В.В. Ковтун // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 2. – С. 31-39.
2. Ковтун В.В. К вопросу о связи между напряжениями и деформациями в грунтах / В.В. Ковтун // Морские порты. – 1965. – № 1. – С. 69-74.
3. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов / Вялов С.С. – М. : Высшая школа, 1978. – 447 с.
4. Дорофеев О.А. Математична модель взаємодії елементів машин з дискретним середовищем та методи її реалізації : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. тех. наук : спец. 01.05.02 "Математичне моделювання та обчислювальні методи" / О.А. Дорофеев. – Тернопіль, 2004. – 20 с.
5. Боткин А.И. Исследование напряженного состояния в сыпучих и связных грунтах / А.И. Боткин // Известия ВНИИГ. – 1939. – Т. 24. – С. 215-225.

Поступила в редакцію 27.11.2013

Bagriy O.V. **The influence of the internal Coulomb friction on the deformation of composite materials with low of connectivity.**

In work presents the results of experimental researches of a wide class of composite materials with low connectivity, such as concrete, mortar, natural soils, technical ceramic products and others, on the regularities of deformation and failure of which significantly affects the internal friction. This class of materials have a significantly higher strength when working in compression than in distension. The growth of shear resistance with increasing values of compressive stress is interpreted as a sign of the internal Coulomb friction in the limit and in the prelimit stage of deformation. The purpose of research is to study the influence of the internal Coulomb friction on deformation of composite materials with a low connectivity in the limit stage of deformation. The results of the experiments are processed in the form of dependencies between the invariants of the tensors of the stress and strain.

Keywords: the internal friction, composite material, surface of deformation, connectivity.

References

1. Bagriy O.V., Kovtun V.V. Obladnannya ta metodika laboratornih viprobuvan' zrazkiv diskretnih materialiv v umovah ploskoi deformacii. Visnik Hmel'nic'kogo nacional'nogo universitetu. Tehnichni nauki. 2013. № 2. P. 31-39.
2. Kovtun V.V. K voprosu o svyazi mezhdu naprjazhenijami i deformacijami v gruntah. Morskie porty. 1965. № 1. P. 69-74.
3. Vjalov S.S. Reologicheskie osnovy mehaniki. M. Vysshaja shkola, 1978. 447 p.
4. Dorofeev O.A. Matematichna model' vzaemodii elementiv mashin z diskretnim seredovishhem ta metodi ii realizacii, avtoref. dis. na zdobuttja nauk. stupenja kand. teh. nauk, spec. 01.05.02 "Matematichne modeljuvannya ta obchisljuval'ni metodi". Ternopil', 2004. 20 p.
5. Botkin A.I. Issledovanie naprjazhennogo sostojaniya v sypuchih i svjaznyh gruntah. Izvestija VNIIG. 1939. T. 24. P. 215-225.