УДК 621.002

А.В. ГОРОШКО
Хмельницький національний університет

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ВУЗЛІВ МАШИН ШЛЯХОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ

В роботі запропоновано методику розв'язання обернених задач забезпечення працездатності вузлів машин, яка полягає у пошуку номінальних значень і допусків первинних факторів, під впливом яких формується вихідний параметр вузла машини. За критерій працездатності вибирається відповідність вихідного параметра обумовленому в ТУ. Для ефективного розв'язання обернених задач запропоновано методи гібридного статистично-детермінованого моделювання, статистичної обробки полімодальних даних, а також методи і алгоритми одержання стійких розв'язків лінійних обернених задач. Загальна методика розв'язання обернених задач забезпечення працездатності повністю або частково була застосована для ідентифікації амплітудно-частотної характеристики авіадвигуна, зменшення вібрацій турбонасосного агрегату,забезпечення стабільності потужності літакового відповідача.

Ключові слова: обернені задачі, допуски, працездатність, модель, полі модальний розподіл, стійкість, амплітудно-частотна характеристика, авіадвигун, турбонасосний агрегат.

A.V. GOROSHKO
Khmelnytskyi National University, Ukraine

PROVIDING MACHINE UNITS PERFORMANCE BY SOLVING INVERSE PROBLEMS

Abstract - The paper presents a method of solving inverse problems to ensure efficiency units of machines, which is to find the nominal values and tolerances of the primary factors which influenced formed output parameter node machine. With the efficiency criterion chosen line output parameter specified in the specifications. To effectively solving inverse problems of the methods of statistical and deterministic hybrid modeling, statistical analysis polymodal data and methods and algorithms for obtaining stable solutions of linear inverse problems. General method of solving inverse problems to ensure efficiency in whole or in part was used to identify the amplitude and frequency characteristics of aircraft engine, reducing vibration turbopump unit, ensuring the stability of aircraft power defendant.

Keywords: inverse problems, tolerance, hard work, the model was modal distribution, stability, frequency response, aircraft engine, turbopump unit.

Постановка проблеми. Практично будь-яка сучасна машина складається з механічної, гідропневмомеханічної, електромеханічної та електронної систем. Працездатність машини, тобто стан, у якому вона здатна виконувати свої функції з параметрами, заданими технічними умовами (ТУ), залежить від працездатності всіх систем машини. Кожна система машини, окрім виконання своїх, притаманних лише їй функцій, має відповідати певним критеріям міцності, вібраційної стійкості, зносостійкості, твердості, теплостійкості її деталей і вузлів.

При проектуванні машин значення їх вихідних параметрів в тій чи іншій мірі залежать від номінальних значень і допусків на них (надалі будемо їх називати первинними параметрами) сотень або тисяч деталей і вузлів, що складають конструкцію машини, взаємодія яких і забезпечує функціональне призначення. Перед кожним розробником машини стоїть задача вибору таких її складових, щоб характеристики і параметри спроектованої машини задовольняли поставлені ТУ.

Порушення працездатності машини може відбуватись з двох причин:

- заданим в ТУ значенням вхідних параметрів машини не завжди відповідають необхідні значення їх вихідних характеристик. Ця проблема пов'язана з помилками на етапі проектування;
- в процесі експлуатації відбуваються такі зміни вхідних параметрів, при яких не забезпечується виконання ТУ на вихідні параметри. Навіть при вдалому на перший погляд результаті машина внаслідок реального розкиду значень характеристик її окремих складових не застрахована від того, що її характеристики не вийдуть поза межі ТУ під час експлуатації, тобто працездатність забезпечена не буде.

Отже, для забезпечення працездатності машини необхідно, розв'язавши обернену задачу, в першу чергу знайти множину таких значень вхідних параметрів машини, щоб значення ТУ гарантовано забезпечувались протягом всього терміну експлуатації. Очевидно, що внаслідок природного розкиду реальних характеристик, похибок вимірювальних приладів, методичних похибок, похибок обчислень тощо для проектувальника становлять інтерес не точні значення шуканих первинних факторів, а інтервали їх значень, при попаданні в які були б забезпечені ТУ. Однією з основних задач, пов'язаних із забезпеченням технологічності конструкцій і ефективності технологічних процесів виготовлення машин є обґрунтований вибір таких допустимих відхилень від номінальних значень (допусків) відповідних первинних факторів, які для конкретних техніко-економічних і організаційних умов серійного виробництва конструктивно і технологічно гарантують отримання вихідних характеристик машин у передбачених ТУ межах. В подальшому будемо називати цю задачу оберненою задачею синтезу допусків.

Наприклад, авіаційний газотурбінний двигун (ГТД) непрацездатний, тобто не допускається до експлуатації, якщо його вібрації перевищують допустимі значення в зоні експлуатаційних частот. Як показала практика, сучасні методи з використанням комп'ютерних системи проектування, таких як Solidworks, Ansys та ін. не дозволяють з потрібною точністю визначати критичні частоти роторів подібних конструкцій, оскільки неможливо врахувати залучення до коливань приєднаних мас підшипників, корпусів, рами кріплення, а також поширення коливань різних частин, які з однієї сторони чинять амортизуючи дію, а з іншої – є збудником коливань. Для забезпечення працездатності ГТД необхідно ідентифікувати його амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) і пояснити причини всіх резонансів. Для ідентифікації АЧХ необхідно вияснити причини вібрацій компресора ГТД. Для цього потрібні знання пружно-інерційних характеристик ротора, що потребує розв'язання лінійної оберненої задачі їх ідентифікації за експериментально виміряними даними прогинів. Ідентифікація ексцентриситетів теж вимагає розв'язання лінійної оберненої задачі за відомими прогинами і статичними коефіцієнтами впливу.

Перевищення допустимих вібрацій турбонасосним агрегатом (ТНА) порушує його працездатність. Ротори таких ТНА потребують балансування, для чого необхідно знати жорсткісні і масові характеристики ротора. Розрахунковим шляхом за кресленням конструкції їх отримати неможливо, або знайдені значення матимуть величезну похибку, через що необхідно розв'язати обернену задачу ідентифікації пружно-інерційних характеристик ротора за результатами експериментів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Хоча задача оптимального синтезу допусків виникає достатньо часто, на сьогодні не вироблені ясні і чіткі підходи до її вирішення. Дослідники користуються різними методами, що різняться своєю ефективністю і складністю застосування. Що стосується загальної методики розв'язання задач оптимізації допусків при проектуванні машин або технологічних процесах їх виготовлення, то вона просто відсутня.

У роботах Абрамова О.В. [1], Назарова О.Д. [2] застосовується традиційний підхід до розв'язання задач вибору номінальних значень первинних факторів об'єктів та допусків на ці фактори, який полягає в їх роздільній постановці і розв'язанні без належного врахування ступеня критичності вихідних характеристик до варіації первинних факторів при виборі базового варіанта виробу. Відомі роботи Федюкіна В.К. [3], Кофанова Ю.Н. [4] та ін., в яких ставляться і розв'язуються задачі визначення допустимих значень первинних параметрів технічних систем, але описані в них методи мають вузьке застосування. Відомі методи оптимального вибору допусків за критерієм вартості, викладені у роботах Деньдобренко Б.Н., Дунаєва П.Ф. потребують виявлення кількісних залежностей вартості формування первинного фактора від значень допусків, геометричних методів призначення допусків (Шило Г.Н., Воропай А.Ю. [5]), метод «центрування» допусків Петренко [6]), в яких необхідно визначати критерій оптимальності виробів для споживача і максимізувати процент виходу придатних виробів і імовірність працездатності при зміні первинних факторів.

Незважаючи на те, що постановкою і розв'язанням обернених задач займалась велика кількість авторів (фундаментальні роботи Тихонова А.Н., Філіпса Д.Л., Лаврентєва, Іванова В.К., Кабаніхіна та ін., прикладні роботи Мацевитого Ю.М., Аліфанова О.М.), на сьогодні відсутні роботи вітчизняних і закордонних вчених, присвячених формалізації, загальній постановці і методології розв'язання обернених задач забезпечення працездатності машин на етапі їх проектування.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Аналіз недоліків існуючих розрахунково-експериментальних, розрахунково-аналітичних і статистичних методів синтезу допусків показав, що на сьогодні відсутні усталені погляди на задачу визначення допусків на вхідні параметри деталей і вузлів машин. Це вносить певний хаос і не дозволяє інженеру-досліднику чітко обрати ефективний метод розрахунку допусків. Отже, бажаною є розробка відповідної інженерної методики і рекомендацій до її застосування.

Основними проблемами і труднощами на шляху розв'язання обернених задач забезпечення працездатності, що стримують їх застосування, є значний розкид значень реальних даних, що входять у модель у вигляді коефіцієнтів, і погана обумовленість систем лінійних рівнянь, складених для ідентифікації невідомих значень. Ці труднощі настільки серйозні, що часто не дозволяють отримати достовірні результати.

При застосуванні активного планованого експерименту (АПЕ) для побудови математичних моделей деталей і вузлів машин, що складаються з значної кількості каскадів, вузлів та деталей, проблеми необхідності проведення великої кількості експериментів настільки серйозні, що питання можливості зниження кількості вказаних експериментів стає питанням перспективності самого методу АПЕ.

Існуючі на сьогодні підходи до статистичної обробки емпіричних даних, що базуються на представлені розподілу як нормального, не завжди правомірні, особливо у випадку появи усічених і полімодальних законів розподілу. Рекомендації з вибору кроку розбиття інтервалу значень досліджуваної випадкової величини, які є в літературі з теорії імовірностей і математичної статистики, носять чисто емпіричний характер. Отже, невирішеною проблемою є методи обробки полімодальних законів розподілу і призначення допустимих значень параметрів з заданою імовірністю.

Некоректно поставлені задачі внаслідок поганої обумовленості часто нестійкі, тобто малим змінам вхідних даних відповідають великі зміни у розв'язку задачі. Математичні методи підвищення стійкості розв'язків таких задач базуються на їх регуляризації і приведення до умовно-коректних різноманітними засобами. Відомі на сьогодні методи не завжди можуть бути застосовані через низку причин, особливо у випадку полімодального розподілу імовірностей досліджуваних параметрів.

Отже, підвищення працездатності деталей і вузлів машин при їх проектуванні і експлуатації шляхом оптимального вибору конструктивно і технологічно обґрунтованих номінальних значень та допустимих відхилень від них первинних факторів складає зміст науково-прикладної проблеми, а розробка шляхів і методів розв'язання цієї проблеми складає мету даної роботи.

Постановка задачі досліджень. Створення будь-якої нової машини, механізму, починається із ТУ на вихідні параметри, які називаються умовами працездатності машини. Подавши вузол машини як систему з *n* вхідними параметрами $x_i, i=\overline{1,n}$ і *m* вихідними параметрами $Y_i, i=\overline{1,m}$, умови її працездатності можна виразити у вигляді номінальних значень вихідних параметрів Y_{0i} і допусків на їх значення $Y_{0i}-d_i \le Y_{0i} \le Y_{0i}+d_i$, або лише у вигляді нерівностей типу

$$[y_i] \le Y_i \le [Y_i],\ \forall i=\overline{1,m}. \tag{1}$$

Умови працездатності (1) утворюють область допустимих значень $D_y=\{y\in\mathbf{R}^m\}$. Перед розробниками стоїть задача спроектувати, сконструювати, виготовити і довести машину, що виконує задані функції, щоб її вихідні параметри відповідали б умовам працездатності, чим буде забезпечений необхідний рівень якості. Іншими словами, необхідно знайти область працездатності $D_x=\{x\in\mathbf{R}^n\}$, в яких виконуються умови працездатності (1).

Задача побудови області працездатності D_x, вибору номінальних значень вхідних параметрів $\mathbf{X}_0=[x_{0i}]_{1\times n}^T$ і допусків на них називається задачею параметричного синтезу.

Основні результати дослідження. Розглянемо етапи розв'язання поставленої задачі.

Зведення до задачі оптимізації. Формування вектора вихідних параметрів **Y** машини повністю визначається набором значень вектора первинних параметрів **X** за допомогою оператора

$$\mathbf{Y}=f(\mathbf{X},\mathbf{B}), \tag{2}$$

що здійснює зв'язок між цими векторами. Структура f і вектор параметрів математичної моделі $\mathbf{B}=[B_i]_{1\times k}$ відповідає фізичній природі і функціональному призначенню об'єкта.

Як правило, виробничі, фізичні, економічні та інші міркування дозволяють вказати найширші границі множин можливих значень первинних параметрів. Тоді доповнену цими обмеженнями систему, яка виражає умови працездатності, з врахуванням координатної форми оператора (2) можна записати у вигляді

$$\mathbf{Y}=\mathbf{f}(x_1,x_2,...,x_n,B_1,B_2,...,B_k),\ C_i<x_i<D_i,\ \forall i=\overline{1,n}. \tag{3}$$

Система обмежень (3) визначає у просторі первинних факторів $\mathbf{R}^n$ деяку криволінійну область - область працездатності виробу $D_x=\{x\in\mathbf{R}^n\}$. Пошук множин $D_x\in\mathbf{R}^n$ геометрично означає вписування в D_x *n*-мірних паралелепіпедів. Ця задача має неєдиний розв'язок, оскільки таких паралелепіпедів можна вписати безліч. При цьому кожен паралелепіпед може бути повністю визначений заданням номінальної точки $\mathbf{X_0}=[x_{0i}]_{1\times n}$, яка завідомо лежить у шуканій області, і, в загальному випадку, набором значень нижніх $\boldsymbol{\delta}=[\delta_i]_{1\times n}$ і верхніх $\boldsymbol{\Omega}=[\Omega_i]_{1\times n}$ відхилень первинних факторів від їх номінальних значень, тобто вибраної технології. При цьому номінальна точка може лежати всередині або на границі поля допуску, і мають місце очевидні співвідношення

$$x_{i0}-d_i \le x_{i0} \le x_{i0}+\Omega_i,\ \forall i=\overline{1,n}. \tag{4}$$

Далеко не кожен розв'язок сформульованої задачі може бути практично реалізований через різноманітні конструктивні, технологічні або економічні міркування. Ці міркування можуть бути аналітично сформульовані у вигляді деяких критеріїв оптимальності (цільових функцій) економічного, виробничого або іншого змісту. Обрані цільові функції мають містити в якості аргументів відхилення первинних факторів від їх номінальних значень

$$F_i=F_i(d_1,d_2,...,d_n,\Omega_1,\Omega_2,...,\Omega_n),\ i=\overline{1,L},\ F\in\mathbf{R}^L,\ d,\Omega\in\mathbf{R}^n$$

Очевидно, що зі всіх вказаних раніше паралелепіпедів найбільш прийнятними для практичної реалізації в реальному об'єкті є ті, на які такі критерії можуть бути оптимізовані, а інші приєднані до обмежень (3).

Можливі різні критерії оптимізації допусків. Основним з них є мінімізована функція вартості. Оскільки залежність цієї функції від поточних значень допусків на кожен з первинних факторів невідома, пропонується змінити вимогу мінімальної вартості виготовлення виробу в певному смислі рівносильною вимогою максимізації всіх або деяких допусків. Тоді в якості часткових критеріїв оптимальності, для того, щоб досягти одноманітності при постановці задачі будемо розглядати допуски на значення первинних факторів, взяті зі знаком мінус $\min(-d_i),\ \min(-\Omega_i), \forall\ i=\overline{1,\ n}$,. При виконанні умови $d_i=\Omega_i \forall\ i=\overline{1,\ n}$ поставлена задача зводиться до задачі умовної багатокритеріальної оптимізації, в якій вимагається визначити такі допустимі максимальні відхилення $\{\delta_i\}_{i=1}^n$ первинних факторів від номінальних значень, заданих вектором $\mathbf{X}_0$, щоб в отриманому паралелепіпеді $\mathbf{P}_n=\left\{\mathbf{X}=[x_i]_{1\times n}\in\mathbb{R}^n: x_{i0}-\delta_i/2<x_i\le x_{i0}+\delta_i/2,\ i=\overline{1,\ n}\right\}$, виконувалась система обмежень (3).

Ця задача може бути розв'язана декількома способами, наприклад, мінімізуючи згортку $\min\limits_{\{\delta_i\}_{i=1}^n}\left(-\sum_{i=1}^n w_i\delta_i\right)$, де $\mathbf{W}=[w_i]_{1\times n}$ – вектор вагових коефіцієнтів, отриманий методом парних порівнянь за допомогою експертів з виробництва, або максимізуючи об’єм паралелепіпеда допусків $\min_{\{d_i\}_{i=1}^{n}}\left(-\prod_{i=1}^{n} d_i\right)$.

Як показала практика, безпосереднє розв’язання сформульованої задачі не дає задовільні результати внаслідок некоректності поставленої задачі та інших зазначених вище, подолання яких має стати необхідними етапами розв’язання.

Математичне моделювання і задачі ідентифікації об’єктів. Будь-яка побудова моделі досліджуваного об’єкту на основі аналізу його вхідних і вихідних даних, є ідентифікацією. Розглядають структурну і параметричну ідентифікацію, а оскільки вхідні параметри завжди випадкові, то в реальних задачах параметрична ідентифікація фактично перетворюється на статистичну, отже реальні обернені задачі слід ставити із врахуванням цієї обставини. Важливою видається розробка підходів до задачі встановлення функціональних залежностей первинних факторів і вихідних параметрів машин, що мають достовірні коефіцієнти, приведені до моделі об’єкта. Основою алгоритмізації оперативного математичного моделювання є активна регульована дія на об’єкт.

Нехай модель досліджуваного вузла машини представлена у вигляді (2). На початку розглянемо параметричну ідентифікацію і припустимо, що структура функцій f_i відома, а параметри B_i – невідомі. Частинний випадок постановки такої задачі передбачає, що значення коефіцієнтів моделей невідомі.

Якщо у лінійну систему (2) підставити виміряні у реальних умовах функціонування об’єкту значення вихідних характеристик і деяких первинних факторів, то разом з ними системі мають задовольняти також k невідомих значень первинних факторів і j коефіцієнтів моделі. Як правило, система є недовизначеною (тобто $k+j>n$) і тому допускає нескінченно багато розв’язків. Але з причини існування реального об’єкта, природно визначити із цієї множини саме той розв’язок, який відповідає даному об’єкту Отже, задачу необхідно довизначити шляхом проведення додаткових експериментів. Практичним способом такого довизначення є запропонований узагальнений метод пробних параметрів, суть якого полягає у наступному. В досліджуваний об’єкт почергово вводять додаткові або змінюють в ньому $k+j-n$ елементів і (або) виводять об’єкт на пробні режими функціонування, вибрані з числа вказаних в ТУ, тобто активно регулюють роботу об’єкта. Дія цих пробних елементів (або режимів) спільно з елементами, характеристики яких ідентифікуються, дозволяє виміряти відсутні значення вихідних параметрів, доповнити систему до нормальної і у випадку незалежності її рівнянь ідентифікувати шукані фактори і коефіцієнти моделі, тобто знайти розв’язок оберненої точкової задачі.

Структурна ідентифікація виникає тоді, коли структура f_i невідома. В цьому випадку її пропонується подати, розкладаючи в ряди по повній системі функцій, наприклад в ряд Тейлора, і проводити ідентифікацію декількома послідовними етапами. Спочатку, застосовуючи потрібну кількість пробних параметрів, необхідно визначити коефіцієнти лінійного наближення. Вносячи додаткові пробні параметри, можна відібрати ті Y_i, які адекватні об’єкту. Для решти функцій розглядаються квадратичні наближення та ін. Збіжність цього процесу легко доводиться. Для практичних ситуацій, які часто зустрічаються, кількість етапів зазвичай не перевищує двох-трьох.

Для реалізації методу слід на початку в якості первинних факторів розглядати характеристики крупних вузлів і виявляти ті з них, які суттєво впливають на функціонування об’єкту. Далі таким самим чином можна встановити залежності відібраних характеристик крупних вузлів від більш дрібних і т.д. Такий ієрархічний підхід дозволяє оперативно настроювати модель на досліджуваний об’єкт з врахуванням ступеня його ідеалізації і умов функціонування, а також усувати необхідність врахування і аналізу несуттєвих первинних факторів.

Однак ієрархічне моделювання допустиме лише при можливості вимірювання на кожному випадку вихідних характеристик окремих вузлів. В тих випадках, коли така можливість конструктивно не передбачена, можна застосувати метод багатокаскадного моделювання.

Гібридні статистично-детерміновані моделі багатокаскадних вузлів машин. Знизити трудомісткість і тривалість операцій, які необхідні для реалізації активного планованого експерименту (АПЕ) при створенні математичних моделей багатокаскадних електронних вузлів машин можна шляхом побудови їх гібридних статистично-детермінованих моделей, а також шляхом обґрунтованого вибору мінімальної кількості дублювання кожного досліду з деякою заданою надійністю.

Розглянемо об’єкт, що містить незалежні каскади, такі, що варіювання первинних факторів будь-якого із них змінює вихідні характеристики тільки цього каскаду. Ставиться задача шляхом застосування АПЕ змоделювати вихідну характеристику всього виробу у разі, коли взаємний вплив каскадів на неї відомий заздалегідь. При цьому будемо розглядати багатокаскадні вироби, конструкція і традиційна технологія виготовлення яких не дозволяє і (або) не передбачає проміжний контроль окремих каскадів. В той же час можливе вимірювання значень модельованої функції y при довільних наборах значень первинних факторів всіх каскадів.

Шукану модель можна подати у вигляді відомої функції

$$y = f\left(j_1, j_2, ..., j_k\right),\ j \in \mathbf{R}^k, \tag{5}$$

що має властивість $dy/dj_i \neq 0\ \forall\ i=\overline{1,k}$, в деякому околі точки $\left(j_{10}, j_{20}, ..., j_{(i-1)0}, j_i, j_{(i+1)0}, ..., j_{k0}\right)$, де

$$j_i = j_i\left(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{il_i}\right), \qquad \forall\ i=\overline{1,k}, \tag{6}$$

невідомі функції, які моделюють i -й каскад, а x_{ij} – кодовані первинні фактори.

Позначимо набір факторів $\left(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{il_i}\right)$ вектором $\mathbf{X}_i\ \forall\ i=\overline{1,k}$, після чого співвідношення (5) набуде вигляду

$$y = f\left(j_1\left(\mathbf{X}_1\right), j_2\left(\mathbf{X}_2\right), ..., j_k\left(\mathbf{X}_k\right)\right). \tag{7}$$

Таким чином, задача полягає у побудові методом АПЕ поліноміального подання функції (7), вираженого через первинні фактори. Для цього отримаємо функцію y, що залежить від первинних факторів $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, ..., \mathbf{X}_k$ і фіксованих невідомих чисел $j_{10}, j_{20}, ..., j_{k0}$, тобто $y = y\left(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, ..., \mathbf{X}_k, j_{10}, j_{20}, ..., j_{k0}\right)$.

Оскільки при $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i0}$ $\forall\ i=\overline{1,k}$ має місце $y = y_0$, то вірною є нерівність $y_0 = y\left(\mathbf{X}_{10}, \mathbf{X}_{20}, ..., \mathbf{X}_{k0}, j_{10}, j_{20}, ..., j_{k0}\right)$, яка дозволяє відмовитись від невідомих j_{i0}, виразивши їх через виміряне значення y_0, і отримати таким чином шуканий вигляд моделюючої функції.

Запропонований метод побудови гібридних статистично-детермінованих моделей багатокаскадних об'єктів, що дозволяє формувати статистичні моделі з врахуванням відомих теоретичних залежностей, дає значний виграш у кількості експериментів - $2^{l_1} + 2^{l_2} + ... + 2^{l_k}$ проти $2^{l_1 + l_2 + ... + l_k}$ при реалізації стандартного АПЕ (рис. 1, 2).

Для обґрунтованого вибору мінімальної кількості повторень кожного досліду при вимірюванні значення функції y використаємо метод довірчих інтервалів для оцінки математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення нормально розподіленої випадкової величини з заданою надійністю. З надійністю P, число n може бути знайдено із виразу $n = T^2 s^2 \left(1-q\right)^2 / d^2$, де s – виправлене вибіркове середнє квадратичне відхилення, T – таке значення аргументу функції Лапласа $\Phi(T)$, при якому $\Phi(T) = P/2$, q – число, що визначається із таблиці, d – задане число, що визначає допустиме відхилення середнього значення реалізованих дослідів від істинного значення вимірювальної величини.

Ця обставина набуває особливої важливості тоді, коли кількість факторів і каскадів достатньо велика, а також, коли якість роботи виробу характеризується не одним, а декількома вихідними параметрами. Оперативне створення таких статистично-детермінованих моделей дозволяє визначити обґрунтовані допуски на величини первинних конструктивно-технологічних факторів із умов стабілізації вихідних параметрів у заданих межах, що досягається дослідженням отриманих функцій багатьох змінних одним із відомих математичних способів.

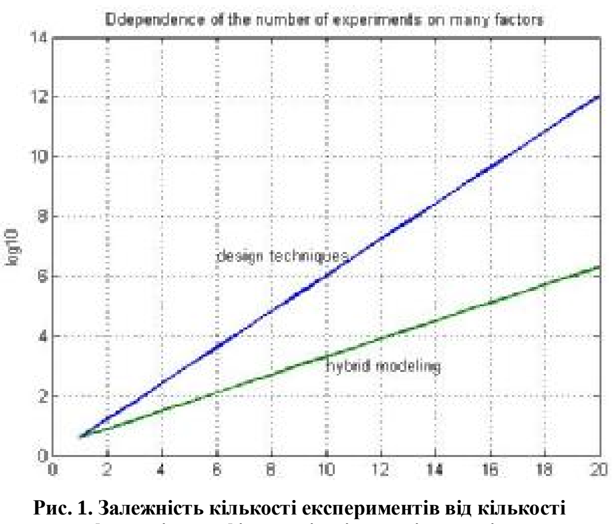

Рис. 1. Залежність кількості експериментів від кількості факторів при фіксованій кількості каскадів

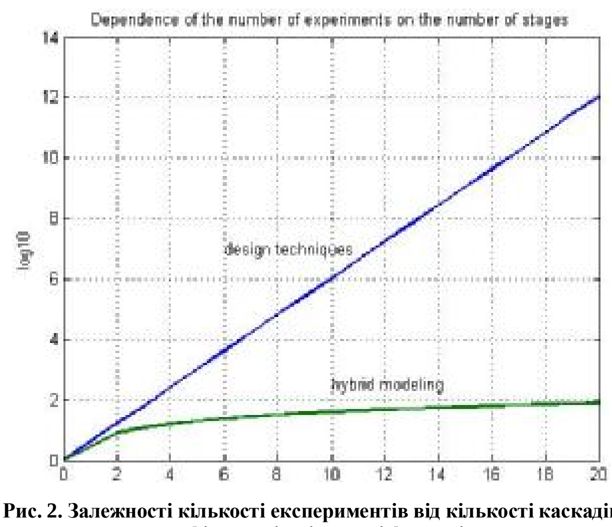

Рис. 2. Залежності кількості експериментів від кількості каскадів при фіксованій кількості факторів

Статистична обробка результатів експерименту. Ідентифікація математичних моделей деталей і вузлів машин базується на залученні виміряних емпіричних значень їх характеристик, тому важливість цього етапу в розв'язанні оберненої задачі очевидна. Через безліч випадкових ситуацій при виробництві і експлуатації машин, а також через нестабільність властивостей конструкційних матеріалів, їх характеристики можна прийняти за випадкові величини. Тоді за реалізаціями цих величин можна оцінити істинні значення, наприклад, методом довірчих інтервалів, якщо відомі закони розподілу.

Тривалий час найбільш вдалою апроксимацією було прийнято вважати нормальний розподіл або його модифікації, для яких і можуть бути застосовані більшість статистичних критеріїв і оцінок. В роботі показано, що нормальний закон розподілу імовірностей не володіє тією універсальністю, яку йому приписували раніше. Ситуації, які виникають при вивченні реальних процесів, свідчать про те, що багато параметрів об'єктів мають такі, що відрізняються від нормальних, а часто навіть не унімодальні функції розподілу імовірностей. Кожна вибірка реалізацій представляється як випадкова величина у вигляді сукупності підвибірок, об'єднаних деякими домінуючими причинами розкиду значень досліджуваної величини. Отже, метод обробки таких полімодальних даних полягає у представлені емпіричної ГР у вигляді суперпозиції k функцій з ГР f_i, в якій ГР f_i – унімодальні, у вигляді $f(x)=\sum_{i=1}^{k} r_i f_i(x,\boldsymbol{\theta}_i)$, $2 \le k < \infty$, $r_i \in [0,1]$, $\sum_{i=1}^{k} r_i = 1$, де r_i – апріорна імовірність (ваговий коефіцієнт) i-ї компоненти суміші. В частинному випадку емпірична ГР може бути апроксимована лінійною комбінацією Гаусових функцій ГР $N_i(m,s^2)$ виду

$$f(x,m_i,s_i,r_i)=(2p)^{-\frac{1}{2}}\sum_{i=1}^{k} s_i^{-1} r_i \exp\left[-(x-m_i)^2\left(2s_i^2\right)^{-1}\right],\ 2\le k<\infty,\ r_i \in [0,1]. \qquad (8)$$

Здійснити декомпозицію суміші (8), тобто розв'язати обернену задачу визначення невідомих параметрів m_i, s_i і r_i, можна методом найменших квадратів, моментів або інтерполяції на точковій множині.

Існуючі рекомендації із вибору кроку розбиття інтервалів значень для побудови нормалізованої гістограми розподілу випадкових величин не дають відповіді на питання причин полімодальності, тому запропонований метод обґрунтованого вибору кроку розбиття інтервалу випадкових значень і побудови гістограм, який полягає у пошуку оптимального кроку $h_{опт}$ розбиття шляхом його послідовного збільшення від деякого мінімального значення, порівняного з точністю даних. Крок гістограми необхідно збільшувати до тих пір, поки кількість вершин (локальних максимумів) не стане дорівнювати кількості членів k в лінійній комбінації (10) після відкидання її малих членів. Знову застосовуючи той же метод розв'язання, але вже для меншої кількості невідомих, можна визначити їх уточнене значення і відкинути малі члени. Такий процес слід продовжувати до тих пір, поки всі r_i не стануть порівнювані з вибраною точністю b. Отриманий при цьому крок може бути взятий за оптимальний $h_{опт}$. Фізично цей процес означає, що підвибірки з малим r_i вносять вельми незначний внесок у загальну вибірку і тому їх можна об'єднати з однією із підвибірок деталей машин з близькими величинами досліджуваного параметра.

Одержання закону розподілу імовірності досліджуваного параметра у вигляді (10) дозволило перейти до вирішення однієї із важливих практичних задач - призначення допустимого значення цього параметра з певною надійністю, для чого запропоновано два шляхи до призначення допустимого значення досліджуваного параметра.

1. *Метод екстремальних характеристик*. Розглядається i-а підвибірка з $\min_i(m_i)$ або $\max_i(m_i)$. Параметри цієї підвибірки можуть бути прийняті для всієї партії, оскільки отримані при цьому похибки підуть у запас. У цьому випадку подальша обробка експериментальних даних може відбуватися тільки для зазначеної нормально розподіленої i-ї підвибірки значень з параметрами розподілу m_i, s_i, як описано вище. Якщо є можливість розділити вихідну вибірку виробів на підвибірки, об'єднані однією з домінуючих причин появи розкиду значень, то аналогічні операції з обробки експериментальних даних слід проводити для кожної підвибірки.

2. *Метод інтегральних характеристик*. Визначені параметри дозволяють записати інтегральну функцію розподілу з «вагами»

$$F(x)=(2p)^{-\frac{1}{2}}\sum_{i=1}^{k} s_i^{-1} r_i \int_{-\infty}^{x} \exp\left[-(x-m_i)^2\left(2s_i^2\right)^{-1}\right]dx,$$

яку, як і Гаусову випадкову величину, за допомогою комп'ютера можна задати таблицею наступним чином. Для кожного значення величини x, яке змінюється з певним числовим інтервалом, наприклад, 0,1, за таблицею функції розподілу нормованого нормального розподілу $\Phi^x(x)=(2p)^{-\frac{1}{2}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-x^2\big/2\right)dx$ можна визначити імовірність $g_i=(2p)^{-\frac{1}{2}} s_i^{-1}\int_{-\infty}^{x}\exp\left[-(x-m_i)^2\left(2s_i^2\right)^{-1}\right]dx = (2p)^{-\frac{1}{2}}\int_{-\infty}^{(x-m_i)/s_i}\exp\left(-x^2/2\right)dx$, $i=\overline{1,k}$, і далі значення інтегральної функції з «вагами» $F^x(x)=\sum_{i=1}^{k} r_i g_i$. Отримана таблиця значень $F^x(x)$ дозволяє не тільки за значеннями x визначати величину функції $F^x(x)$, але і навпаки – за заданими значеннями функції визначати величину аргументу. Таким чином, для заданої довірчої імовірності можна визначити шукане допустиме значення параметра x із співвідношення виду

$$g=P\{x<[x]\}=F^x([x])=(2p)^{-\frac{1}{2}}\sum_{i=1}^{k} s_i^{-1} r_i \int_{-\infty}^{[x]}\exp\left[-(x-m_i)^2\left(2s_i^2\right)^{-1}\right]dx,$$

складеного на основі визначення інтегральної функції розподілу випадкової величини параметра з ГР (8).

Метод інтегральних характеристик точніший, оскільки він враховує функції розподілу всіх підвибірок, і універсальніший, адже з його допомогою можна вирішувати поставлену задачу у випадку довільного розподілу, в т.ч. як частинний випадок і на унімодальний закон, якщо попередньо скласти для нього таблицю залежності довірчої ймовірності і аргументу інтегральної функції розподілу досліджуваної величини. В цьому випадку він може слугувати навіть доповненням і уточненням способу розв'язання аналогічної задачі при унімодальних законах розподілу параметра, описаного раніше в припущенні, що істинне значення вимірюваної величини збігається з її математичним очікуванням.

Запропонований узагальнений метод статистичної обробки виміряних параметрів деталей і вузлів машин дозволяє, по-перше, розкрити внутрішню структуру даних з урахуванням можливої полімодальності законів їх розподілу, і, по-друге, дає правила роботи з такими статистичними матеріалами, зокрема, методи визначення обґрунтованих допустимих значень досліджуваних параметрів.

Забезпечення стійкості моделей. Моделі мають практичне значення лише тоді, коли похибки експериментальної, вхідної інформації не можуть викликати недопустимо великих похибок шуканих величини, тобто коли розв’язки, отримані за допомогою моделей, стійкі. На практиці обернені задачі часто є нестійкими внаслідок некоректності їх постановки.

Розглянемо дискретну лінійну обернену задачу у вигляді СЛАР

$$\mathbf{AX} = \mathbf{Y}. \tag{9}$$

На практиці завжди присутні похибки, і $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 + \Delta\mathbf{Y}$, і оцінкою відносної похибки ідентифікованих за допомогою лінійної моделі параметрів є:

$$\|\mathbf{\Delta X}\|/\|\mathbf{X_0}\| \le cond\left(\mathbf{A_0}\right)\cdot\|\mathbf{\Delta Y}\|/\|\mathbf{Y_0}\| + \left[cond\left(\mathbf{A_0}\right)\right]^2\cdot\|\mathbf{\Delta A}\|/\|\mathbf{A_0}\|, \tag{10}$$

де $cond(\mathbf{A}_0)$ – число обумовленості матриці $\mathbf{A}_0$. Оцінка (10) дозволяє обґрунтувати погіршення обумовленості моделі з зростанням порядку $\mathbf{A}_0$, тобто вказати на необхідність пошуку компромісного варіанту між прагненням точніше описати об’єкт за рахунок залучення більшої кількості факторів і забезпеченням стійкості його моделі.

Однак традиційна оцінка (10) за числом обумовленості є недостатньою, оскільки оцінюється осереднена норма вектора розв’язку $\mathbf{X}$, а похибка окремо взятого розв’язку $\left|\Delta x_j\right|/x_{0j}$, який має конкретний фізичний зміст, може перевищувати похибку $\|\mathbf{\Delta X}\|/\|\mathbf{X_0}\|$. У припущенні нормального закону розподілу похибок встановлена достатня оцінка похибки в залежності від оцінки дисперсій розв’язків x_j за дисперсіями виміряних величин при точних коефіцієнтах матриці виду $s_{xj}^2 = \left(\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i+j} s_{yi}^2 M_{ij}\right)\Big/D$, де $\Delta y_i : N\left(0,\sigma_{yi}^2\right)$, $\Delta x_j : N\left(0,\sigma_{xi}^2\right)$ – некорельовані між собою випадкові величини, M_{ij} – мінори, $D = \det\left(\mathbf{A}_0\right)$. Це дозволяє оцінити «зверху» максимальну похибку з більшою надійністю у $k = \dfrac{s_{\min}}{D\|\mathbf{\Delta y}\|}\left(\sum_{i=1}^{n}\left|\Delta y_i M_{ij}\right|\right)$ разів, де $s_{\min}$ – мінімальне сингулярне число матриці $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{\Delta Y}$ – абсолютна похибка вектора вимірювань.

Показано, що залежність числа обумовленості від еквівалентних перетворень СЛАР є удаваною і запропоновано спосіб визначення дійсного числа обумовленості шляхом передобумовлювання, яке базується на розгляді еквівалентної СЛАР, одержаної з початкової, з попереднім відшуканням такого оптимального вектора коефіцієнтів, щоб еквівалентна СЛАР мала обумовленість найменшу із усіх можливих. Поставлену задачу формалізовано як задачу векторної оптимізації, яка полягає у пошуку вектору $\mathbf{K} = \left[k_i\right]_{1\times n}$, при якому досягається $\min\limits_{\mathbf{K}} cond\left(\mathbf{A}'\right)$, де $\mathbf{A}' = \mathbf{A}\times diag\left\{k_1, k_2, ..., k_n\right\}$ – матриця еквівалентної СЛАР $\mathbf{A}'\mathbf{X} = \mathbf{Y}\times diag\left\{k_1, k_2, ..., k_n\right\}$, тобто ставиться задача пошуку $\min\limits_{\mathbf{K}}\left\{f_1(\mathbf{K}), f_2(\mathbf{K}), ..., f_k(\mathbf{K})\right\}$, $k \ge 2$, де $f(\mathbf{K}) = cond\left(\mathbf{A}'\right)$.

Розвинуто теорію статистичних методів регуляризації обернених задач за рахунок залучення додаткової інформації про об’єкт шляхом підвищення кількості вимірювань вихідних параметрів, який відрізняється можливістю застосування для полімодального закону розподілу вільних членів $\mathbf{Y} = \left[y_i\right]_{1\times n}$ системи (12), при цьому обґрунтовано перехід до систем рівнянь з нормально розподіленими векторами вільних членів, для чого вперше запропоновано провести декомпозицію суміші ГР, перейти до дискретного розподілу виміряних величин $\left\{y_{ji}\right\}_{i=1}^{P}$, де P – кількість вимірювань, класифікувати величини на k класів шляхом дискримінантного аналізу, використовуючи функцію максимальної правдоподібності $L\left(f_{ji} \mid y_{ji}\right)$, і розв’язувати замість (12) k систем рівнянь типу $\mathbf{AX} = \mathbf{Y}_j \;\; \forall j = \overline{1,k}$, де $\mathbf{Y}_1 = \left[r_{i1}m_{i1}\right]_{1\times n}$, $\mathbf{Y}_2 = \left[r_{i2}m_{i2}\right]_{1\times n}$,…, $\mathbf{Y}_k = \left[r_{ik}m_{ik}\right]_{1\times n}$.

Показано, що покращити стійкість $\mathbf{X}$ можна не лише регуляризацією шляхом дії на оператор $\mathbf{A}$, що через певні причини не завжди можливо у виробничих умовах, але і впливаючи на вектор вимірюваних параметрів $\mathbf{Y}$, базуючись на його статистичній природі. Крім того, в припущенні, що елементи вектора вимірювань $\mathbf{Y}$ розподілені нормально, базуючись на залежності

$$\left(\Delta\mathbf{Y}\right)^T \mathbf{\Sigma}^{-1}\Delta\mathbf{Y} = \left[n\left(k-1\right) / \left(k\left(k-n\right)\right) \right] F_{1-P}\,, \tag{11}$$

де $\mathbf{\Sigma} = \operatorname{cov}\left(\mathbf{Y}\right)$, розроблено статистичний алгоритм забезпечення заданої точності розв'язку СЛАР, який полягає у ітераційному пошуку такої мінімально необхідної кількості вимірювань k випадкової величини, яке б забезпечило задану точність розв'язку СЛАР $\left\| \Delta\mathbf{X}_{доп} \right\|$ [7].

При неможливості одержання стійких розв'язків СЛАР (12) шляхом збільшення кількості вимірювань запропоновано використання методу усіченої оцінки. Метод базується на залученні методу головних компонент як лінійної фільтрації оцінки найменших квадратів (ОНК) $\hat{\mathbf{X}}$. Суть фільтрації полягає у такій дії на ОНК, яка б істотно звузила еліпсоїд розсіяння ОНК шляхом стиснення інформації, яка міститься у матриці розсіяння $å = \left(\mathbf{Y} - \langle\mathbf{Y}\rangle\right)^T \left(\mathbf{Y} - \langle\mathbf{Y}\rangle\right)$, завдяки «усіченню» «хвоста» спектра матриці Фішера $\mathbf{I} = \left(\left(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\right)^T \left(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\right)\right)^{-1}$. Для цього інформаційна матриця Фішера спектрально розкладається як $\mathbf{I} = \mathbf{VDV}^T$, $\mathbf{D} = diag\left(l_1, l_2, ..., l_n\right)$, де $l_1 \geq l_2 \geq ... l_n > 0$ – її власні значення, $\mathbf{V}$ – ортогональна матриця, стовпці якої задають напрями головних осей еліпсоїдальної області допустимих оцінок некоректно поставленої задачі [8]. Тоді ОНК розкладається за системою власних векторів матриці Фішера як $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{V}\hat{\mathbf{P}}$, де $\hat{p}_1, \hat{p}_2, ..., \hat{p}_n$ – головні компоненти ОНК. Застосовуючи усічену (відфільтровану) матрицю власних векторів $\mathbf{V}_{n_{\min}}$, де $n_{\min}$ – кількість залучених компонент, регулярна усічена оцінка ОНК має вигляд $\mathbf{X}_{tr} = \mathbf{V}_{n_{\min}} \mathbf{V}^T \hat{\mathbf{X}}$.

Оскільки $\mathbf{Y_0}$ лишається невідомим, реальну точність розв'язків визначити неможливо. З огляду важливості в практичних задачах хоча б наближеної оцінки похибок розв'язків, в роботі запропоновано після оберненої розв'язувати відповідну їй пряму задачу.

Задачі, пов'язані з оптимізацією. Конкретний метод оптимізації застосовується індивідуально до розв'язуваної задачі з достатньо великої бібліотеки детально розроблених алгоритмів оптимізації.

Оскільки результати багатокритеріальної оптимізації суттєво залежать від вибору базового варіанту об'єкту, тобто точки $\mathbf{X}_0$, були запропоновані деякі пов'язані з цим рекомендації. Оптимізацію допусків необхідно здійснювати, виконуючи оптимальним чином побудову таких, що розширюються від базової точки, областей первинних факторів з перевіркою на кожному кроці справедливості обмежень (1).

Ця базова точка часто може бути визначена з фізичних або практичних міркувань. Але існують випадки, коли ця точка невідома і задача її визначення стає складною. Рекомендації вибору базової точки базуються на наступних міркуваннях.

За базові точки слід вибирати такі точки простору $\mathbf{R}^l$, в яких першою координатою є одне із значень математичних сподівань випадкової величини, яка описує розподіл першого первинного фактора, другою – другого і т.д. Комбінуючи значення математичних сподівань первинних факторів, ми отримаємо кінцевий набір номінальних точок. Розв'язання задачі оптимізації для кожної з визначених вказаним чином номінальних точок дозволить встановити множину оптимальних областей в просторі первинних факторів. Серед цих областей і вибирається оптимальна в сенсі визначених раніше критеріїв (6).

При побудові областей при розширенні від базової точки перевірка виконання обмежень на кожному шляху оптимізації процесу може здійснюватись на множині рівномірно розподілених точок, що належать до побудованої області. Але в деяких практичних ситуаціях ця перебіркова техніка може бути спрощена. Наприклад, коли частинні похідні функцій (3) мають незмінні знаки, перевірку можна здійснювати лише в кутових точках області.

Оскільки кількість базових точок може бути більше 1, природно реалізувати алгоритм оптимізації для кожного можливого базового варіанту окремо і вибирати найоптимальніший з них з точки зору критеріїв (6).

Можливе застосування розробленої комплексної методики. Розглянутий підхід є природним відбиттям низки реальних ситуацій проектування, створення і експлуатації машин. В роботі була поставлена в загальному вигляді і розв'язана задача формалізації проблеми забезпечення ТУ функціонування машин шляхом синтезу області працездатності, завдяки чому стало можливим :

- ставити і розв'язувати задачу синтезу конструкторських варіантів, що володіють оптимальною чутливістю до виробничих і експлуатаційних відхилень їх первинних факторів, тобто пов'язати безпосередньо вибір базового варіанту вузла з особливостями його практичної реалізації;
- формалізувати значну кількість важливих різнорідних задач проектування, конструювання, виробництва і випробувань машин незалежно від галузі призначення.

В результаті проведених досліджень запропоновано загальну комплексну методику оптимального забезпечення заданого рівня працездатності машин у вигляді постановки і розв'язання обернених задач (рис. 3).

Приклади застосування. Частково або повністю методика була застосована для різноманітних вузлів машин, при виробництві чи (або) експлуатації яких мали місце порушення їх вихідних параметрів, що супроводжувалось виходом з ладу або їх руйнуванням.

Зокрема, в роботах [9, 10] шляхом застосування методу побудови гібридних статистично-детермінованих моделей вдалося в 12,8 разу зменшити кількість необхідних експериментів і шляхом розв'язання оберненої задачі працездатності забезпечено стабільність потужності літакового відповідача.

В роботах [11, 12] встановлено, що найбільш прийнятними і стійкими є відносно нескладні розрахункові моделі роторів, що швидко обертаються, які відрізняються тим, що в них використовуються отримані в результаті експериментів точні, еквівалентні даній розрахунковій схемі, значення параметрів: жорсткостей, мас, прогинів і т.д. Показано, що десятимасовий ротор може бути представлений одномасовою моделлю і давати в розв'язку задачі ідентифікації достатньо точні результати, якщо в неї будуть підставлені точні дані параметрів моделі, еквівалентні даній розрахунковій схемі. Застосування методів підвищення стійкості розв'язків дозволило розв'язати задачу ідентифікації ексцентриситетів в моделі і без спрощення моделі до одномасової. Використовуючи розроблений метод пробних параметрів, була ідентифікована АЧХ авіадвигуна АИ-20 і це дозволило побачити повну картину коливань і пояснити причини всіх резонансів.

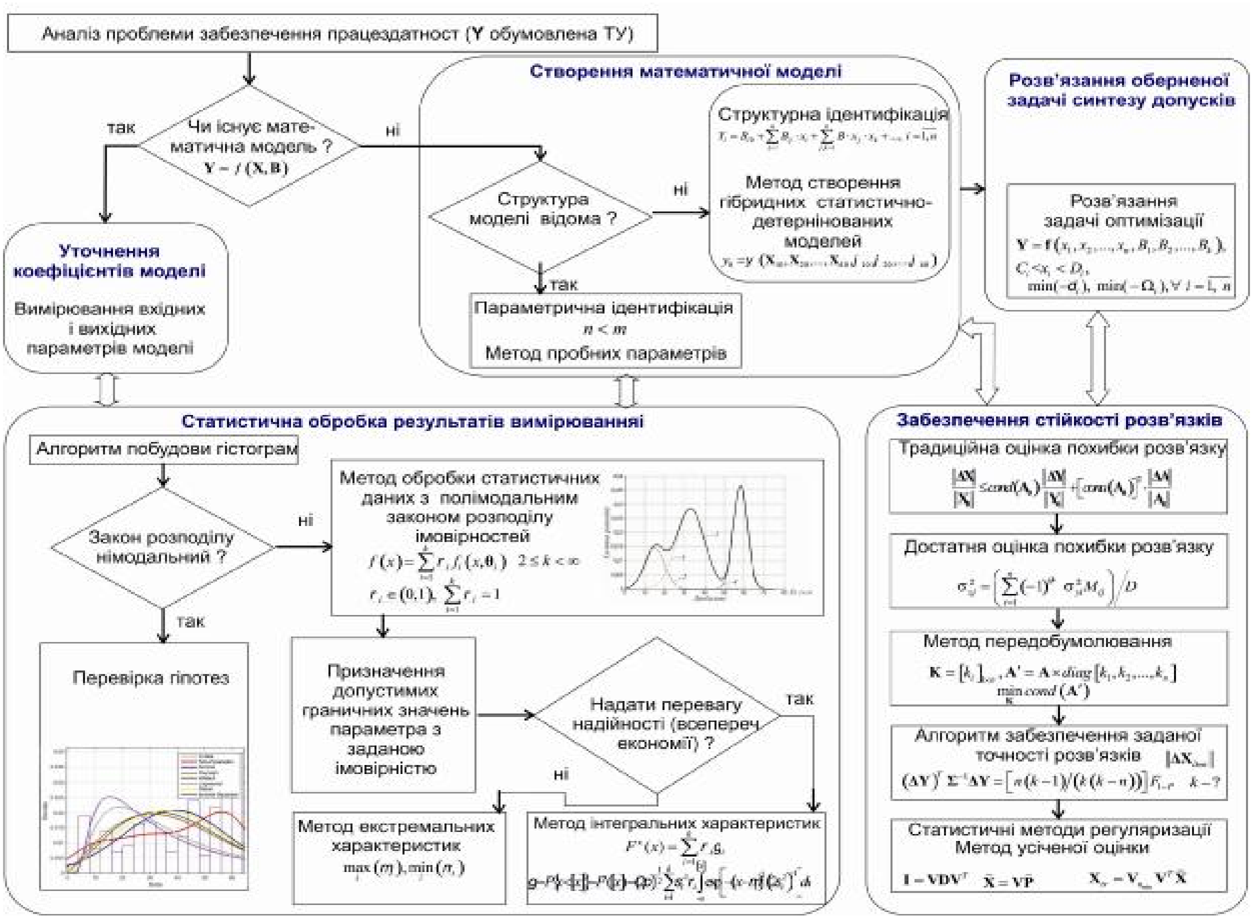

Рис. 3. Комплексна методика розв'язання обернених задач забезпечення працездатності деталей і вузлів машин

В роботах [13, 14] з метою зниження віброактивності ротора ТНА, поставлена і розв'язана обернена задача пошуку допустимих значень ексцентриситетів для забезпечення обумовленого в ТУ значення реакцій опор в 300Н для наступного балансування на низькообертових балансувальних верстатах. Розв'язок показав, що для цього ексцентриситети основних мас ротора повинні не перевищувати 0,0008 мм, що не може бути реалізованим на практиці, тобто в існуючій технології задача не має розв'язку. Поставлена і розв'язана обернена задача параметричної ідентифікації ексцентриситетів, жорсткостей, мас, приведених до математичної моделі опису ротора в припущенні, що ротор ТНА деформується в роботі, і його потрібно балансувати на робочих частотах і в трьох площинах корекції. Для збільшення точності ідентифікації і забезпечення стійкості розв'язків був застосований статистичний метод підвищення стійкості рішень обернених задач. Ідентифікована амплітудно-частотна характеристика ТНА. Досліджено динаміку ТНА. Знайдені значення і фазові кути розташування ексцентриситетів дозволили провести балансування на робочій частоті обертання в трьох площинах корекції, в результаті якої вібрації знизилися приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор – в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала – в 3,5 разу, а динамічні – в 3 рази.

Висновки

В результаті проведених теоретичних досліджень і результатів їх застосування вирішено важливу науково-технічну проблему підвищення працездатності механічних систем.

1. Формалізовано задачі забезпечення працездатності машин як обернені задачі синтезу допусків, окреслено основні проблеми їх розв'язання. На основі формалізації частинних задач сформульована загальна задача конструктивного і (або) технологічного забезпечення заданих вимог на експлуатаційні характеристики якості машин як множинна обернена задача.

2. Розроблений узагальнений метод статистичної обробки емпіричних даних, що

підпорядковуються полімодальним законам розподілу імовірностей, який базується на представленні емпіричної густини розподілу як суміші унімодальних законів розподілу. Метод дозволяє розкрити внутрішню структуру даних із врахуванням можливої полімодальності закону їх розподілу і поряд з обґрунтованим вибором кроку побудови гістограм дає правила роботи з такими даними. Вперше розроблено метод визначення множини допустимих значень параметрів об'єктів у випадку полімодальності законів розподілу імовірностей їх вибіркових емпіричних значень, що дозволяє одержати з певною надійністю границі допусків цих параметрів у генеральній сукупності. За допомогою методу знайдено причини полімодальності розподілу дисбалансів партії авіадвигунів і з більшою точністю і надійністю були визначені допустимі значення границі міцності кераміки резисторів електронних вузлів машин

3. Вперше розроблений метод пробних параметрів для параметричної ідентифікації математичних моделей механічних систем машин з врахуванням ступеня ідеалізації реальних машин і їх умов експлуатації. За допомогою методу ідентифіковано реальні пружно-інерційні і дисипативні характеристики ротора компресора авіадвигуна АИ-20 за результатами експериментів, що дозволило ідентифікувати АЧХ двигуна і пояснити походження всіх резонансів.

4. Розвинуто теорію статистичних методів регуляризації обернених задач, зокрема запропоновано нову реалізацію статистичного методу регуляризації, який базується на ОНК, розроблено метод наближеного оцінювання точності розв'язків СЛАР, що базується на залученні додаткової інформації шляхом підвищення кількості вимірювань вихідних параметрів. Вперше розроблений статистичний алгоритм забезпечення стійкості розв'язків погано обумовлених СЛАР з наперед заданою точністю, який полягає у ітераційному пошуку такої мінімально необхідної кількості вимірювань випадкової величини, яке б забезпечило задану точність розв'язку СЛАР. Застосування цих методів і алгоритмів дозволило з заданою точністю знайти ексцентриситети роторів і фізико-механічні характеристики матеріалів.

5. Розроблена комплексна методика розв'язання обернених задач забезпечення працездатності деталей і вузлів машин, що була повністю і частково застосована на практиці для низки вузлів реальних машин.

Література

1. Абрамов О. В. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности / О. В. Абрамов, Я. В. Катуева, Д. А. Назаров // Проблемы управления. – 2007. – № 6. – С. 64–69.

2. Назаров Д. А. Двоичная многоуровневая детализация элементов сеточного представления области работоспособности / Д. А. Назаров // Надежность и качество : труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза : Изд-во ПТУ, 2010. – Т. 1. – С. 337–341.

3. Зайцев Г. Н. Нормирование точности геометрических параметров машин : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Г. Н. Зайцев, С. А. Любомудров, В. К. Федюкин ; под ред. В. К. Федюкина. – М. : Академия, 2008. – 368 с.

4. Кофанов Ю. Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности радиоэлектронных средств / Ю. Н. Кофанов. – М. : Радио и связь, 1991. – 360 с.

5. Шило Г. Н. Расчет и назначение допусков методом касательных / Г. Н. Шило, А. Ю. Воропай, Н. П. Гапоненко // Изв. вузов «Радиоэлектроника». – 2006. – № 2. – С. 43–52.

6. Петренко А. И. Основы автоматизации проектирования / Петренко А. И. – К. : Техніка, 1982. – 295 с. (Б-ка инж-ра).

7. Горошко А.В. Шляхи підвищення точності розв'язків зворотних задач / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – № 6. – С. 60–69.

8. Pietraszek Jacek. The Principal Component Analysis of Tribological Tests of Surface Layers Modified with IF-WS2 Nanoparticles / Pietraszek Jacek, korzekwa Joanna, Goroshko Andrii // Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications, Switzerland, Vol. 235 (2015) pp. 9–15.

9. Горошко А.В. Забезпеченя працездатності вузла тертя механічної системи літакового відповідача / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Проблемы трибологии. – 2015. – № 4 (78). – С. 54–63.

10. Goroshko A. Construction and practical application of hybrid statistically-determined models of multistage mechanical systems / A. Goroshko, V. Royzman, J. Pietraszek // Mechanics. – 2014. – Т. 20. – № 5. – pp. 489–493.

11. Goroshko A.V. Increase in Solution Stability of Ill Conditioned Dynamics Problems / A.V. Goroshko, V.P. Royzman // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2016, Vol. 45, No. 1, pp. 24–28.

12. Горошко А.В. Застосування методу головних компонент для усіченої оцінки найменших квадратів під час розв'язання оберненої задачі ідентифікації ексцентриситетів ротора / А.В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 6. – С. 49–53.

13. Горошко А.В. Метод пробних параметрів в задачі ідентифікації ротора з метою зменшення його вібрацій / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Нафтогазова енергетика : всеукр. наук.-техн. журн. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2015. – № 2(24). – С. 53–58.

14. Горошко А.В. Исследование динамики и снижение виброактивности турбонасосного агрегата путем решения обратных задач / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Машиностроение и инженерное образование. – 2014. – № 1. – С. 29–35.

Рецензія/Peer review : 17.2.2016 р. Надрукована/Printed : 19.2.2016 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Ройзман В.П.