

## ФОРМУВАННЯ ТА ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ВІДНОСИН МІЖ РЕЛІГІЙНИМИ КОНФЕСІЯМИ

*Сформовано математичну модель, що дозволяє описати взаємовідносини між двома релігійними групами. Запропоновано абсолютно новий метод оцінки параметрів моделі за статистичними даними про чисельність прихильників релігійних груп, а також представлені основні результати розрахунку та аналізу моделі.*

На сучасному етапі розвитку міжрелігійних стосунків постало серйозне питання швидкого та демократичного врегулювання відносин, що вимагає поєднання спільних зусиль усіх взаємодіючих конфесій.

Тому, в роботі було поставлене завдання вирішення цієї проблеми за допомогою соціальних досліджень при яких, використовувались наукові методи математичної обробки результатів [1, 2, 3]. В проведених дослідженнях запропоновано сформувати математичну модель, що поліпшувала б ступінь адекватності відповідним соціальним процесам, викласти методи її розрахунку та аналізу і вказати область її застосування. Розв'язуючи ці задачі, було одержано ряд нових результатів, які мають теоретичне та прикладне застосування.

За основу роботи покладено нелінійну математичну модель взаємодії двох соціальних груп професора Штутгартського університету Вольфганга Вайдліха (ФРН), який запропонував опис поведінки соціальних спільнот за допомогою макрозмінних (наприклад, таких як показники взаємодії між релігійними конфесіями, політичними поглядами або, навіть, показники виробництва та споживання товарів, інвестицій тощо). Він вважав, що кооперативна чи антагоністична поведінка досить типова для усіх соціальних систем суспільства, в тому числі і для релігійних груп. Тому аналізуючи модель лиш з двома змінними  $x$  та  $y$ , які є невід'ємними. Вайдліх пропонує встановити два типи взаємозв'язку соціальних спільнот: а)  $x$  посилює  $y$ ; б)  $x$  послаблює  $y$ . Тому, введемо поняття активної змінної  $x$ , що впливає на значення  $y$ :

За означенням активна змінна  $x$  є кооперативною по відношенню до пасивної  $y$ , якщо  $x$  посилює  $y$  при великих значеннях і послаблює  $y$  при малих (кооперативна змінна  $x$  намагається узгодити значення  $y$ ).

Активна змінна  $x$  є антагоністичною по відношенню до пасивної  $y$  у випадку, коли  $x$  послаблює  $y$  при своїх великих значеннях та посилює при малих (антагоністична змінна намагається збільшити різницю між  $y$  і  $x$ ).

Припускаючи, що  $x$  і  $y$  як функції часу зростають, але обмежені, Вайдліх описує їх взаємодію системою диференціальних рівнянь логістичного типу із ступінчастими функціями впливу, яка має вигляд:

$$dx/dt = x(a(y) \cdot s - x), \quad dy/dt = y(b(x) \cdot s - y), \quad (1)$$

де  $t$  – час,  $b(x)$  та  $a(y)$  – функції впливу, сталі із стрибком в точці перемикання  $(x_s, y_s)$ . Якщо для функції  $b(x)$  стрибок  $h_B = b(x_s + 0) - b(x_s - 0) > 0$ , то  $x$  кооперативно впливає на  $y$ , а при  $h_B < 0$   $x$  антагоністично впливає на  $y$ . Аналогічним є вплив  $x$  на  $y$  через функцію  $a(y)$ .

Але, при всіх перевагах моделі Вайдліха (1), функції взаємного впливу груп у його моделі максимально спрощені і нелінійні лиш в одній точці розриву першого роду  $s$ . Тому, враховуючи зауваження провідних вчених галузі, зокрема Юрія Плотинського (Москва, Росія), про те, що ці функції повинні бути логістичними, було сформовано нову оригінальну автономну математичну модель вже із логістичними функціями впливу [2]:

$$\frac{dx}{dt} = x \cdot \left( a \cdot th \frac{y - y_s}{q} - x \right), \quad \frac{dy}{dt} = y \cdot \left( b \cdot th \frac{x - x_s}{p} - y \right), \quad (2)$$

де  $x, y \geq 0$ ,  $a, b > 0$ , з „м'яким” перемиканням в точці  $(x_s, y_s)$ , що знаходиться в початку координат, причому,  $a$  і  $b$  є відповідними модулями максимального впливу, а характер впливу та крутизну в околі точок перемикання визначатимуть, відповідно, знаки і модулі параметрів  $p$  і  $q$ . Тобто, знаки цих параметрів вказуватимуть на кооперативність при  $p, q > 0$  чи на антагоністичність при  $p, q < 0$ , або на певні взаємовпливи: при  $p > 0, q < 0$ , де  $x$  впливає на  $y$  кооперативно, а  $y$  на  $x$  – антагоністично; або при  $p < 0, q > 0$ , де  $x$  впливає на  $y$

антагоністично, а  $y$  на  $x$  – кооперативно. Комбінуючи, таким чином, різні варіанти функцій впливу можна дослідити всі можливі випадки взаємодії соціальних груп.

Утворена модель (2) у параметричному вигляді була якісно досліджена у першому та другому наближеннях [3].

Далі вивчалась можливість реалізації утвореної моделі. Запропоновано абсолютно новий метод оцінки параметрів моделі за статистичними даними про чисельність прихильників релігійних груп, придатний для роботи із сформованими системами диференціальних рівнянь (2). Метод виписано в алгоритмічній формі і складено програму оцінки параметрів моделі за статистичними даними на мові програмування Turbo Pascal. Як приклад, побудовано дві моделі, які описують динаміку чисельності прихожан Свято-Покровського кафедрального собору та Храму Андрія Первозванного в місті Хмельницькому за статистичними даними про кількість вінчань і хрещень за період від 1995 до 2004 року. Сформовані моделі мають вигляд:

Модель побудована за статистичними даними кількості вінчань:

$$\frac{dx}{dt} = x \cdot (76.88 \cdot th \frac{y}{0.107} - x), \quad \frac{dy}{dt} = y \cdot (207.08 \cdot th \frac{x}{5.5} - y). \quad (3)$$

Модель побудована за статистичними даними кількості хрещень:

$$\frac{dx}{dt} = x \cdot (130.13 \cdot th \frac{y}{0.73} - x), \quad \frac{dy}{dt} = y \cdot (1062.07 \cdot th \frac{x}{0.87} - y). \quad (4)$$

де  $x$  – кількість вінчань (хрещень) у Свято-Покровському кафедральному соборі (Московський патріархат),  $y$  – кількість вінчань (хрещень) у Храмі Андрія Первозванного (Київський патріархат).

З коефіцієнтів моделей (3) – (4) видно, що за період від 1995 до 2004 року відповідно зібраним даним взаємовідносини Свято-Покровського кафедрального собору та Храму Андрія Первозванного один з одним мали кооперативний характер, тобто у випадку збільшення кількості вінчань або хрещень в одній із церков, за цей період, відповідно, збільшувалась кількість вінчань або хрещень у іншій та навпаки. Це могло бути пов'язано із багатьма факторами, одним з яких є певна політика взаємовпливу цих церков одна на одну. Причому, Свято-Покровський кафедральний собор, очевидно, проводив більш „теплу” політику по відношенню до Храму Андрія Первозданного.

При якісному дослідженні моделей (3) – (4) були встановлені усі стаціонарні режими систем та виявлені стійкі положення рівноваги, що існують в першому квадранті  $R_+^2 = \{x \geq 0, y \geq 0\}$ :

- положення рівноваги  $O(0,0) \in R_+^2$  - є нестійким та складним стаціонарним режимом обох систем;
- для моделі (4) стійким положенням рівноваги буде точка  $C(130, 1060)$ , що має характер вузла;
- для моделі (3) стійким положенням рівноваги буде точка  $C(77, 207)$ , що має характер вузла.

Наявність стійких положень рівноваги систем означає, що статистичні значення вінчань і хрещень у обох церквах постійно намагаються наблизитись до певних точок, досягнувши яких буде можливим встановити стан консенсусу у взаємовідносинах між даними церквами. Щодо моделі (3) такою точкою буде число рівне 207 парам обвінчаних у Свято-Покровському кафедральному соборі та приблизно 77 парам обвінчаних у Храмі Андрія Первозданного за рік. А стосовно моделі, яка побудована за відповідними статистичними даними хрещень, такою точкою виявилось число приблизно рівне 1062 людям хрещеним у Свято-Покровському кафедральному соборі та 130 людям хрещеним у Храмі Андрія Первозванного. Було також побудовано фазові портрети сформованих моделей, які показують змодельований характер взаємовпливу двох відповідних церков одну на одну із плином часу. Дані фазові портрети представлені на рис. 1, рис. 2.

Фазовий портрет моделі побудованої за статистичними даними хрещення

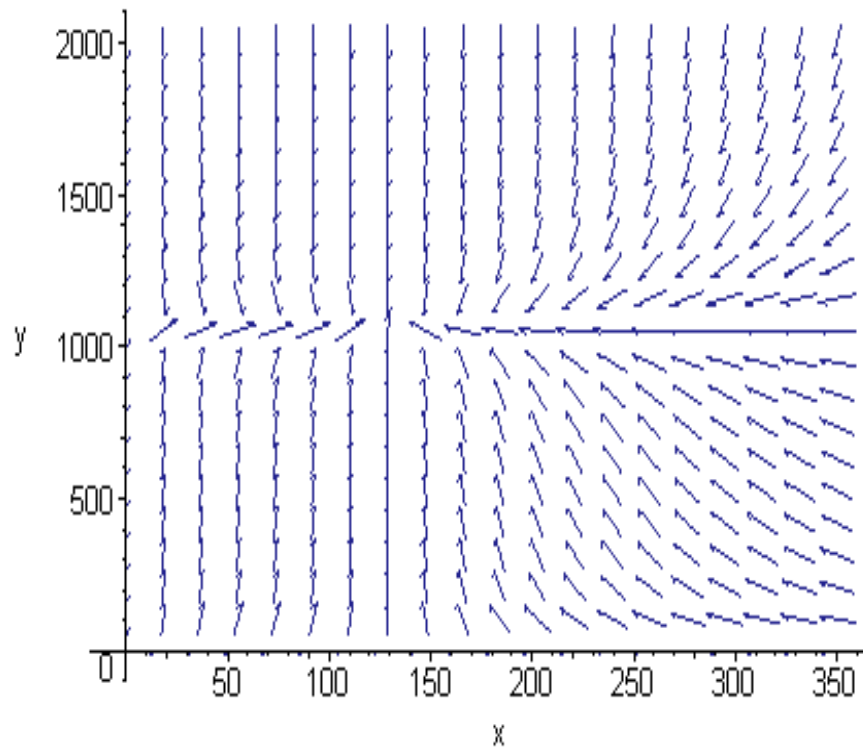


Рис.1. Фазовий портрет побудований для моделі (4).

Фазовий портрет моделі побудованої за статистичними даними вінчання

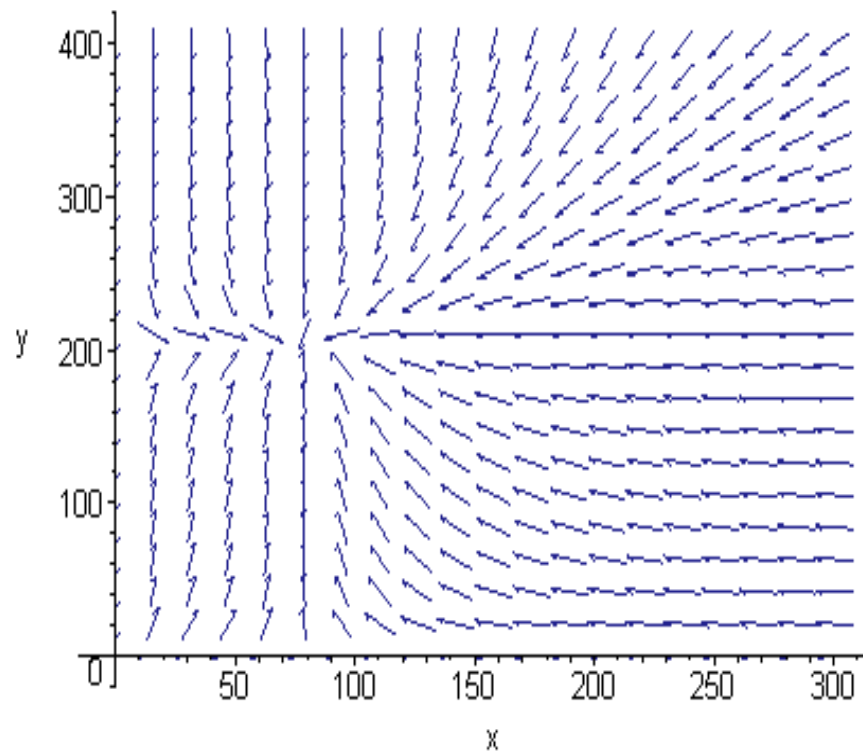


Рис. 2. Фазовий портрет побудований для моделі (3).

Для сформованих моделей (3) – (4) також виписане (у квадратурах) рівняння сепаратрис, тобто кривих, які розмежують області притягання положень рівноваги відповідних динамічних систем, аналітичні рівняння яких мають вигляд:

$$C = \frac{\int \frac{207.08 \tanh(0.18 \cdot x) - y}{76.88 \tanh(9.35 \cdot y) - x} dy - \int \frac{y}{76.88 \tanh(9.35 \cdot y) - x} dy - 718.5 \cdot \int \frac{y(207.08 \tanh(0.18 \cdot x) - y)}{(76.88 \tanh(9.35 \cdot y) - x)^2 \cosh^2(9.35 \cdot y)} dy}{x} - \frac{y(207.08 \tanh(0.18 \cdot x) - y)}{x(76.88 \tanh(9.35 \cdot y) - x)},$$

$$A = \frac{\int \frac{1062.07 \tanh(1.15 \cdot x) - y}{130.13 \tanh(1.37 \cdot y) - x} dy - \int \frac{y}{130.13 \tanh(1.37 \cdot y) - x} dy - 718.5 \cdot \int \frac{y(1062.07 \tanh(1.15 \cdot x) - y)}{(130.13 \tanh(1.37 \cdot y) - x)^2 \cosh^2(9.35 \cdot y)} dy}{x} - \frac{y(1062.07 \tanh(1.15 \cdot x) - y)}{x(130.13 \tanh(1.37 \cdot y) - x) - x},$$

де  $C, A = \text{const}$ , причому  $x$  – фіксована змінна, постійно змінюючи яку на маленький крок  $h$  ( $h \rightarrow 0$ ) можна отримати шукані рівняння сепаратрис.

Також за допомогою чисельних методів було виписано наближені розв'язки змодельованих нелінійних систем (3) – (4) з логістичними функціями впливу, які представлені до вашої уваги у вигляді функціональних рядів п'ятого порядку:

Для моделі (3):

$$x = -31486.4(t - 2004) + 0.55 \cdot 10^7 (t - 2004)^2 - 10^9 (t - 2004)^3 + 0.18 \cdot 10^{12} (t - 2004)^4 + O((t - 2004)^5)$$

$$y = -8450.64(t - 2004) + 0.12 \cdot 10^7 (t - 2004)^2 - 0.13 \cdot 10^9 (t - 2004)^3 + 0.14 \cdot 10^{11} (t - 2004)^4 + O((t - 2004)^5)$$

Для моделі (4):

$$x = -47720.91(t - 2004) + 0.11 \cdot 10^8 (t - 2004)^2 - 0.24 \cdot 10^{10} (t - 2004)^3 + 0.53 \cdot 10^{12} (t - 2004)^4 + O((t - 2004)^5)$$

$$y = -921334.04(t - 2004) + 10^9 (t - 2004)^2 - 10^{12} (t - 2004)^3 + 10^{15} (t - 2004)^4 + O((t - 2004)^5)$$

В результаті проведених досліджень встановлено, що граничного циклу в сформованій математичній моделі з логістичними функціями впливу (2) не виявлено. Тобто це означає, що всі процеси які можуть відбуватись між двома релігійними групами або соціальними спільнотами не повторюються в часі. Взагалі мета циклічності утвореної моделі була поставлена, спираючись на дослідження Вайдліха, який у своїй спрощеній моделі (1) вказав існування граничного циклу у випадках асиметричних відносин між двома соціальними групами, тобто коли одна група кооперативно відноситься до іншої, а та навпаки – антагоністично [1, 2].

Виходячи із результатів виконаної роботи можна зробити висновки про те, що сформована модель (2) дозволяє більш згладжено, порівняно із моделлю Вайдліха (1), описувати відповідні соціальні явища та процеси й надає можливість формувати реальні рекомендації і прогнози щодо зменшення антагонізму у взаємовідносинах між двома релігійними конфесіями і досягнення потепління стосунків між ними.

З метою покращення об'єктивності оцінки соціальних процесів планується подальше удосконалення сформованої математичної моделі з логістичними функціями впливу (2) та узагальнення її на більшу кількість учасників процесу.

Автори висловлюють подяку Свято-Покровському кафедральному собору, а саме Архієпископу Хмельницькому і Шепетівському Антонію, Протоіерею Олександрю Дацюку, за те, що вони протягом усіх наших досліджень надавали повноцінну та вичерпну інформацію, що була невід'ємною частиною досліджень.

1. Weidlich W. Stability and Cyclicity in Social Systems // Behavioral Sci. 1988. V. 33. P. 241 – 256.
2. Плотинський Ю. М. Математическое моделирование динамики социальных процессов. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – с. 85.
3. Механіка та інформатика. Матеріали міжнародної українсько-польської конференції. Хмельницький: Хмельницький державний університет інститут механіки та інформатики, 2004р. – с. 146.