

АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ АДАПТИВНОГО ФІЛЬТРА ЗА НАЯВНОСТІ АПАРАТНИХ ЗБОЇВ В ОБЧИСЛЮВАЛЬНОМУ ПРИСТРОЇ

В роботі проведено дослідження впливу збоїв в при зберігаються значення матричного коефіцієнта передачі адаптивного фільтра Калмана, впливають на стійкість самого фільтра і в яких межах вони є допустимими в системах різного цільового призначення.

Ключові слова: фільтр Калмана, стійкість фільтра, дискретна фільтрація, екстраполяція поведінки систем, матричний коефіцієнт.

The paper analyzed the influence of disruptions in the stored value matrix transfer coefficient adaptive Kalman filter, affecting the stability of the filter and to what extent they are possible in systems of different purpose.

Keywords: Kalman filter, filter stability, discrete filtering, extrapolation of the behavior of systems, matrix coefficient.

Вступ. Застосування алгоритмів адаптивної фільтрації, зокрема фільтрів Калмана для короткочасної екстраполяції поведінки автоматизованих систем управління (АСУ) відповідальних механізмів [1,2], дає змогу досягти значного виграшу в їх надійності, особливо в умовах наявності збоїв в підсистемі моніторингу поточного стану. Проте, при застосуванні такого підходу, не завжди зважають на обмежену надійність систем забезпечення функціонування самого фільтра, хоча вони можуть мати достатньо високу безпеку.

Доцільність постановки такої задачі пов'язана з тим, що за даних умов, в якості основної ланки пристрою дискретної фільтрації такої системи, найоптимальнішим, є фільтр Калмана [3].

Основна частина. Залежно від прийнятої математичної моделі АСУ та наявних апріорних даних ця ланка може бути модифікована за рахунок введення додаткового блоку, який керує матричним коефіцієнтом передачі фільтра. Помилки, допущені при обчисленнях сигналу керування через порушення нормальної роботи цифрової апаратури призводять до випадкових спотворень оптимальних значень елементів матриці передачі фільтра, і з точки зору впливу на точність фільтрації, еквівалентні збоєм у комірках оперативної пам'яті, де зберігаються вищезгадані матричні коефіцієнти. Перш ніж проводити аналіз точності пристроїв фільтрації за наявності збоїв у пам'яті слід зауважити, що обчислювальний процес за схемою фільтра Калмана може бути побудований у двох варіантах [2,3].

1. Матричний коефіцієнт передачі та кореляційна матриця похибок фільтрації перераховуються по мірі надходження результатів вимірювань. Така організаційна структура обчислювального процесу може називатись повноформатною.

2. Другий варіант прийнятний лише для лінійних процедур оцінювання і ґрунтується на незалежності матриці коефіцієнтів передачі фільтра від результатів вимірювань. Це дозволяє заздалегідь обчислювати елементи матриці лише на основі апріорної інформації та заносити отримані значення в оперативну пам'ять, що розвантажує процесор за рахунок виключення проміжних обчислень, які проводились у реальному часі. Завдяки цьому, процедура фільтрації реалізується за спрощеною формулою

$$x^*(k+1, k+1) = A(k+1, k) x^*(k, k) + K_0(k+1) z(k+1),$$

де x^* – вектор стану фільтра; A – перехідна матриця системи; K_0 – вектор коефіцієнтів фільтра.

При появі випадкових збоїв вміст комірок пам'яті, де зберігаються елементи матриці передачі фільтра подамо у вигляді суми детермінованої та випадкової складових

$$K(k+1) = K_0(k+1) + \Delta K(k+1),$$

де $\Delta K(k+1)$ – випадкова похибка.

Умовна кореляційна матриця похибок фільтрації на момент появи збою матричного коефіцієнта передачі може бути розрахована за формулою:

$$P_{\Delta K}(k+1, k+1) = \text{Cov} \{ x(k+1), Y_1^{k+1} \} = \{ I - [K_0(k+1) + \Delta K(k+1)] C(k+1) \} P_0(k+1, k) \cdot \{ I - [K_0(k+1) + \Delta K(k+1)] C(k+1) \}^T + [K_0(k+1) + \Delta K(k+1)] R(k+1) [K_0(k+1) + \Delta K(k+1)]^T, \quad (2)$$

де $P_0(k+1, k)$ – кореляційна матриця похибок екстраполяції; $C(k+1)$ – матриця вимірювальної системи; $R(k+1)$ – кореляційна матриця шумів вимірювальної системи; I – одинична матриця.

Шляхом нескладних перетворень формула (2) може бути приведена до суми у вигляді чотирьох складових:

$$[I - K_0(k+1) C(k+1)] P_0(k+1/k) [I - [K_0(k+1) C(k+1)]^T + K_0(k+1) R(k+1) K_0(k+1)^T]; \quad (3)$$

$$\Delta K(k+1) [C(k+1) P_0(k+1/k) C^T(k+1) + R(k+1)] \Delta K^T(k+1); \quad (4)$$

$$K_0(k+1) R(k+1) \Delta K^T(k+1) - \Delta K(k+1) C(k+1) P_0(k+1/k) [I - K_0(k+1) C(k+1)]^T; \quad (5)$$

$$K_0(k+1) R(k+1) \Delta K^T(k+1) - [I - K_0(k+1) C(k+1)] P_0(k+1/k) C^T(k+1) \Delta K^T(k+1). \quad (6)$$

Перша складова дорівнює кореляційній матриці похибок фільтрації для випадку відсутності збоїв $P_0(k+1/k+1)$. Вираз (4) можна звести до вигляду $\Delta K(k+1) P_z(k+1/k+1) \Delta K^T(k+1)$. Тут через $P_z(k+1/k+1)$ позначена кореляційна матриця нев'язок фільтра Калмана, який працює в нормальних умовах. Сума членів (5) – (6) дорівнює нулю. У цьому можна переконатись, якщо використати властивість симетрії матриць R

$(k+1), P_0(k+1/k)$ і привести суму до вигляду

$$\{K_0(k+1)R(k+1) - [I - K_0(k+1)C(k+1)]P_0(k+1/k)C^T(k+1)\} \Delta K^T(k+1). \quad (7)$$

Далі з урахуванням тотожностей

$$P_0(k+1/k+1)C^T(k+1)R^{-1}(k+1) = K_0(k+1);$$

$$[I - K_0(k+1)C(k+1)]P_0(k+1/k) = P_0(k+1/k+1)[1],$$

неважко показати, що вираз у фігурних дужках (7) дорівнює нулю. Усереднення по випадковій змінній $\Delta K(k+1)$ дозволяє записати вираз для кореляційної матриці похибок фільтрації на момент виникнення збою у формі

$$P(k+1/k+1) = E_{\Delta K}\{P_{\Delta K}(k+1/k+1)\} = P_0(k+1/k+1) + S_{\Delta K}^2(k+1)P_z(k+1/k+1), \quad (8)$$

де $S_{\Delta K}^2(k+1)$ – дисперсія випадкової складової коефіцієнта передачі фільтра;

$P_z(k+1/k+1) = C(k+1)P_0(k+1/k)C^T(k+1) + R(k+1)$ – кореляційна матриця нев'язок фільтра.

Вплив збою, що стався на точність фільтрації можна розрахувати:

- $P_0(k+2/k+2) = [I - K(k+2)C(k+2)]P(k+2/k+1)$ – для повноформатного варіанту;

- $P_0(k+2/k+2) = [I - K(k+2)C(k+2)]P(k+2/k+1)[I - K(k+2)C(k+2)]^T + K(k+2)R(k+2)K^T(k+2)$

– для варіанту з укороченим форматом.

Моделювання похибок, обумовлених збоями окремих розрядів комірок оперативної пам'яті, де зберігаються поточні значення коефіцієнтів передачі дискретного фільтра $K_1(k+1), K_2(k+1)$ проводилось для ділянки часу інтенсивного функціонування АСУ. Динаміка вхідних даних моделювались різницеvim рівнянням другого порядку

$$x_1(k+1) = x_1(k) + T \cdot x_2(k), x_2(k+1) = x_2(k) + w(k), \quad (9)$$

а математична модель АСУ описувалась рівнянням

$$y(k+1) = x_1(k+1) + n(k+1). \quad (10)$$

Масив поточних оцінок вхідних даних формувався у відповідності до виразів:

$$x_1^*(k+1/k+1) = x_1^*(k/k) + T x_2^*(k/k) + K_1(k+1)z(k+1);$$

$$x_2^*(k+1/k+1) = x_2^*(k/k) + K_2(k+1)z(k+1);$$

$$z(k+1) = y(k+1) - x_1^*(k/k) - T x_2^*(k/k).$$

Вплив збоїв на вміст комірок оперативної пам'яті, де зберігались розрахункові значення оптимального матричного коефіцієнта передачі фільтра Калмана $K_0(k+1)$, враховувався додаванням випадкової складової $\Delta K(k+1)$ з нульовим середнім значенням та дисперсією $S_{\Delta K}^2(k+1)$. Імовірність збою приймалась рівною $2 \cdot 10^{-5}$, а число значущих розрядів дорівнювало чотирнадцяти, так як один розряд відводився під знак числа, а ще один – для контролю парності [3]. Закон розподілу ймовірностей миттєвих значень $\Delta K(k+1)$ був апроксимований нормальним законом розподілу з середнім значенням a та дисперсією $S_{\Delta K}^2(k+1)$. Правомірність такої апроксимації обумовлена симетричністю та унімодальністю біноміального закону розподілу випадкової величини $\Delta K(k+1)$ з використанням асимптотичних властивостей при великій кількості можливих значень $N=2 \cdot 2^{14}$ [3]. За результатами статистичного експерименту, суть якого полягала у п'ятдесятитратній імітації процесу фільтрації для обох варіантів організації обчислювального процесу за алгоритмом Калмана, визначались вибіркові середні значення похибок фільтрації та їх кореляційна матриця $P_{M-K}(k+1/k+1)$. Вибіркові значення кореляційної матриці похибок фільтрації порівнювались з розрахунковими значеннями. За умови відсутності збоїв та повній апріорній інформації про прийняті математичні моделі та діючі збурення, вибіркові і розрахункові значення практично співпадали, відносна похибка при цьому складала не більше 15-20%. При наявності збоїв статистика похибок відрізняється від апріорної, фільтр втрачає оптимальні властивості, що проявляється у появі розбіжностей між розрахунковими та вибірковими значеннями кореляційних матриць $P(k+1/k+1), P_{M-K}(k+1/k+1)$. Співставлення вибіркових значень кореляційної матриці з розрахунковими дозволяє порівнювати різні варіанти організації обчислювального процесу з точки зору точності та швидкості усунення збою, що стався [1]. На рис. 1 показаний результат спотворення оптимальних значень коефіцієнта передачі фільтра Калмана $K_1(k)$ за рахунок однократного збою у пам'яті на початку перехідного та усталеного режиму роботи і характер його зміни у часі.

З рис. 2,а видно, що для укороченого формату збої проявляються у вигляді окремих дельта-імпульсів у послідовності оптимальних значень коефіцієнта передачі $K_1(k)$, а у другому випадку (рис. 2,б) раптова зміна значення $K_1(k)$ розповсюджується на декілька наступних тактів обчислювального процесу. Така поведінка пояснюється переналагодженням фільтра унаслідок дії збою і таким чином фільтр проявляє себе як пристрій, що має властивості самокорекції.

На рис. 3 а, б з метою порівняння, представлено можливі реалізації вхідних даних, отримані для обох типів програмної реалізації фільтра Калмана. Неважко бачити, що повноформатний варіант реалізації вигідно відрізняється від варіанту з укороченим форматом темпом компенсації наслідків збою обчислювального процесу.

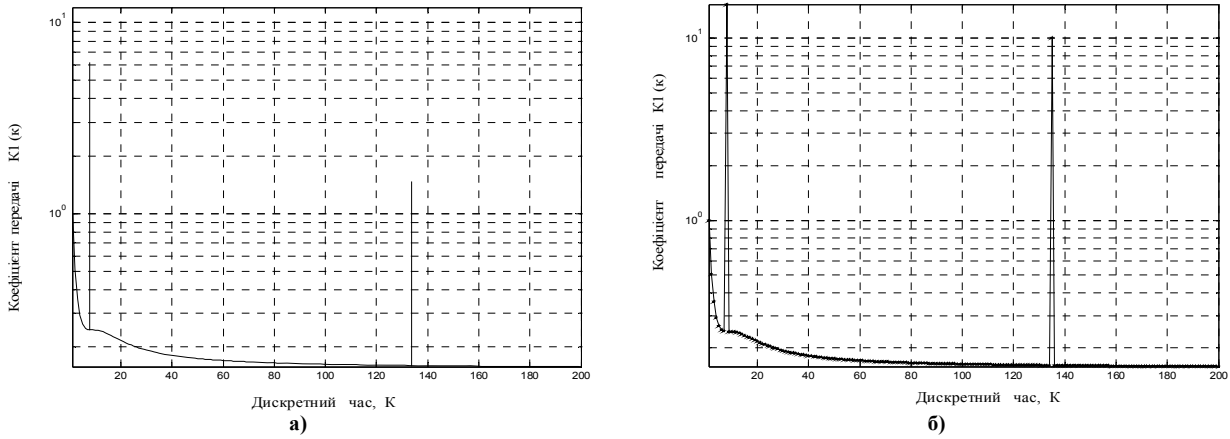


Рис. 1. Спотворення оптимальних значень коефіцієнта передачі фільтра Калмана $K_1(k)$ за рахунок збоїв у комірках пам'яті: а – реалізація на основі укороченого формату; б – реалізація на основі повного формату

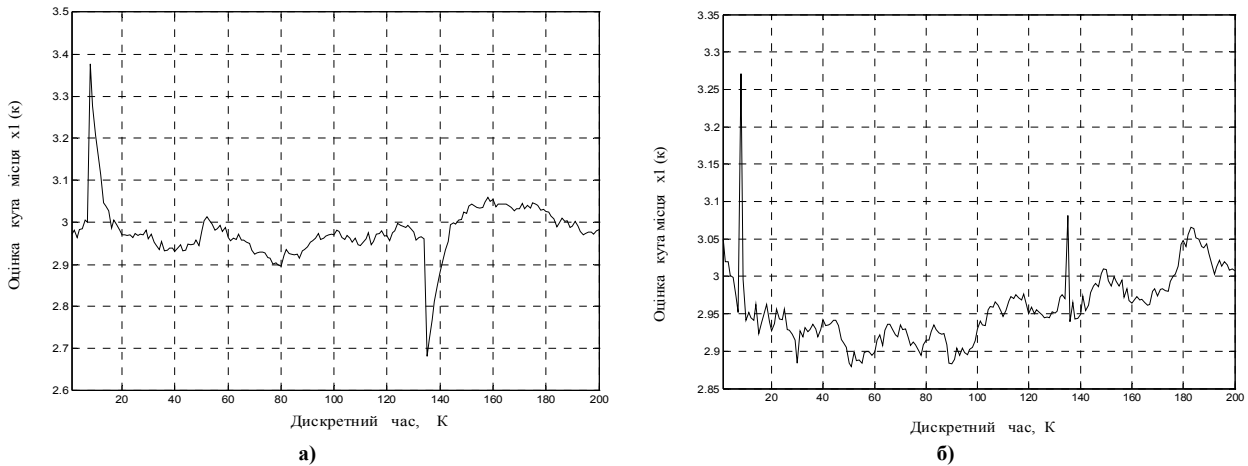


Рис. 2. Поточні оцінки динаміки вхідних даних реалізовані: а – на основі укороченого формату; б – на основі повного формату

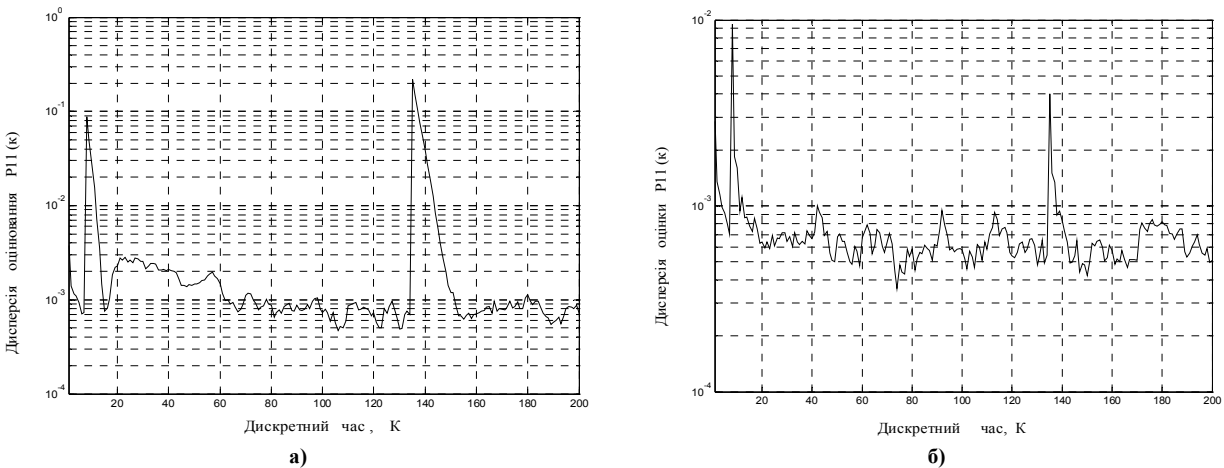


Рис. 3. Точність оцінювання вхідних даних за програмою: а – укороченого формату; б – повного формату

У даній реалізації оцінок кута місця, виграв складає приблизно 2-3 рази. Кількісну оцінку точності фільтрації за умов можливих збоїв, для обох варіантів реалізації, можна отримати, якщо звернутись до рис. 3 а, б де представлені залежності вибіркової дисперсії вхідних даних від дискретного часу.

Аналіз залежностей, наведених на рис. 3 а, б показує, що у обох випадках поява спотворених значень $K_1(k)$, призводить до утворення аномальних похибок у оцінках вхідних даних, які перевищують відповідну похибку фільтра Калмана за умов відсутності збоїв, що найменше на один-два порядки. Окрім того процедура фільтрації за програмою укороченого формату на відміну від повноформатного після збою у втрачає оптимальні властивості, тому що елементи матриці передачі фільтра заново не обновляються, внаслідок цього оцінки кута місця стають зміщеними та лише асимптотично ефективними і повільно сходяться до усталених значень.

Така властивість особливо підкреслюється результатами досліджень впливу збоїв у комірках пам'яті, де зберігаються значення коефіцієнтів передачі на точність оцінювання за схемою укороченого формату.

Підтвердженням цих висновків є результати, які наведені на рис. 4 а, б.

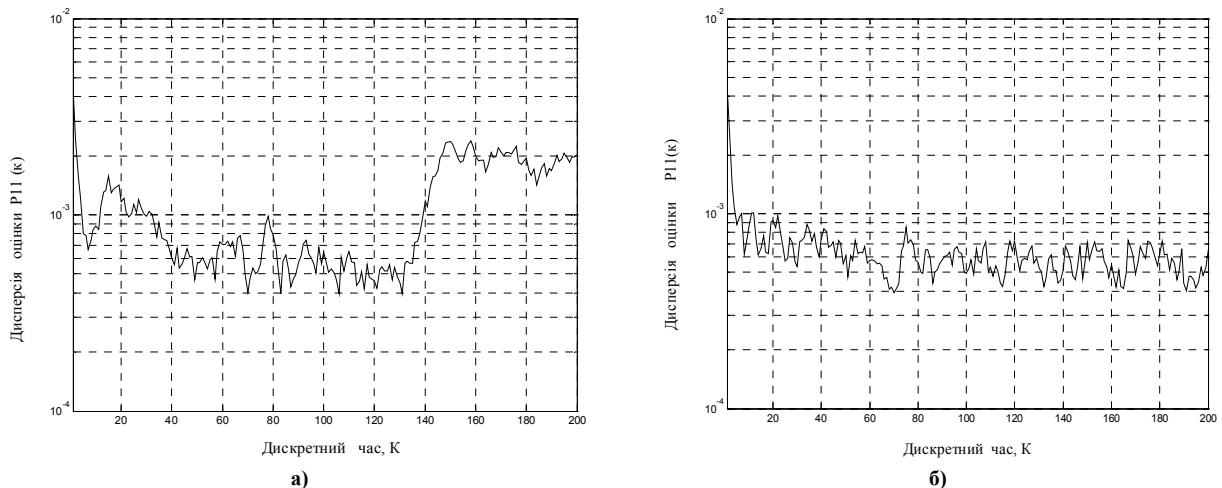


Рис. 4. Точність оцінок за наявності збоїв у $K_2(k)$ і реалізованих за програмою: а – укороченого формату; б – повного формату

Порівняння з відповідними характеристиками фільтра Калмана, який працює за умови відсутності збоїв показує, що за винятком перехідного процесу, якісні показники обох фільтрів в усталеному режимі практично збігаються. Така збіжність пояснюється незначним впливом збоїв у $K_2(k)$ на $K_1(k)$ через високий темп оновлення даних, за умови відносно повільної динаміки зміни вхідних даних.

Висновок. Таким чином, важливо ще на етапі ескізного проекту АСУ, обґрунтувати вимоги до надійності окремих вузлів цифрової апаратури обробки, виходячи з заданого допуску на величину максимальної припустимої похибки. Наприклад, обмеження області допуску величиною $\pm 2\sigma$, де $\sigma = P^{1/2}_0(k/k)$ – оптимальне середньоквадратичне значення похибки фільтра Калмана, який працює за умови відсутності збоїв, передбачає зниження імовірності збоїв окремих розрядів у комірках пам'яті до величини 10^{-6} – 10^{-7} , а це потребує додаткових заходів щодо підвищення надійності елементів пам'яті, наприклад, трьохкратного резервування, застосування мажоритарних схем та тощо.

Література

1. Тучков Н.Т. Автоматизированные системы и радиоэлектронные средства управления воздушным движением / Тучков Н.Т. – М.: Транспорт, 1994. – 368 с.
2. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
3. Казаков И.Е. Оптимизация динамических систем случайной структуры / И. Е. Казаков, В. М. Артемьев. – М.: Наука, 1980. – 384 с.

Надійшла до редакції
21.2.2013 р.