УДК 621.178.162

ТЕОРИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ВИБРОПЕРЕМЕЩЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ СУХИМ ТРЕНИЕМ

Шалапко Ю.І.,Фурманик К.., Костогрыз С.Г.

Введение

Работоспособность механических конструкций и узлов деталей машин в большой степени определяется поведением мест сопряжения поверхностей в условиях динамических нагрузок. В свою очередь, повышение эксплуатационных требований к новым изделиям, приводит к необходимости обеспечения долговечности, надёжности, бесшумности и безопасности эксплуатации. В связи с этим возрастает роль более глубокого понимания физических явлений, от которых зависит качество изготовления и эксплуатации механических устройств. Одним из таких явлений является трение, которое в определённых условиях может возбуждать вибрацию, являющуюся причиной многих неблагоприятных последствий, например, таких как:

– волнообразный износ поверхностных слоёв колёс и шин,
– ускоренный и неравномерный усталостный износ фрикционных муфт и тормозов,
– неравномерное движение и увеличение перегрузок, например, в приводных системах, что в случае обрабатывающих станков приводит к погрешностям формы, отклонениям размеров обрабатываемых поверхностей и к снижению долговечности инструментов,
– неприятный шум: например, писк и гудение тормозов,
– потеря целостности номинально-неподвижных фрикционных соединений в следствии фреттинг-процессов.

Остановившись на последнем, заметим, что критериями фреттинг- процессов есть: динамическое относительное движение и трибоконтактные явления в интерфейсе. Если второе является результатом первого в начале эксплуатации соединения, то при последующей работе в режиме постоянного относительного движения фрикционные явления доминируют, вследствие чего развивается фретинг-коррозия. Во многих случаях кинематического сила трения образуется за счет массы тела, что находится на основе и вибрирует. Например, элементы резьбовых соединений [1,2], оборудование и сооружения, которые расположены на фундаменте, транспортируемые грузы. Так как, параметры динамической системы могут изменяться скачкообразно при включении - исключении машины, а также при их эволюции [3], целесообразно определить характеристики режима сцепления - проскальзывания в зависимости от параметров, которые одновременно изменяются. Диапазоны изменения каждого из параметров системы, а именно: частота возбуждения, амплитуды, жесткость, масса, коэффициент трения и нормальная нагрузка показаны в работе [4] и являются сечениями шестимерного пространства прямыми, которые являются параллельными соответствующим осям координат.

Эффективный анализ поведения механической системы с наличием трения возможен при использовании корректной модели самой системы и адекватной модели трения. Адекватную модель трения можно получить в результате экспериментальных исследований, проводимых с использованием реальных устройств или физических моделей. В последнем случае очень важно обеспечение механического подобия, что позволяет переносить результаты экспериментальных исследований физической модели на реальный узел. Подобие будет обеспечено при условии равенства критериальных чисел (называемые также параметрами, комплексами подобия) модели и реального устройства. Это единственное, необходимое и достаточное условие подобия явлений [5 – 8].

Методы теории подобия позволяют определить эти числа. Они являются основой для создания физических моделей реальных устройств, а именно, экспериментальных стендов. Методы теории подобия, в том числе анализ размерности, используются в трибологии [9] и их преимуществом является то, что можно их использовать в случаях, когда не известна математическая модель исследуемого явления (процесса). Однако, они не позволяют проводить оценку влияния всех факторов на процесс трения, поэтому следует понимать их в качестве приближенных и требующих экспериментального подтверждения.

Определение критериальных чисел

Измеряемая (или определяемая косвенным образом) при экспериментальных исследованиях сила трения позволяет установить значение коэффициента трения, т.е. отношение силы трения к силе давления. Различают коэффициенты статического и кинетического (если скорость скольжения постоянна и отличается от нуля) трения, а также коэффициент динамического трения (если скорость скольжения тела не постоянна), который имеет фундаментальное значение при анализе динамики механических устройств с наличием трения [10]. Значение коэффициента трения в основном зависит от физико-механических свойств поверхностных слоёв трущихся тел (твердость, контактная жесткость, вязкость) и характеристики трения (зависимость силы трения от скорости скольжения).

При исследовании коэффициента трения различают обычно три следующие группы характеризирующих факторов:

– микрогеометрическая структура поверхностей трущихся тел,

– физико-механические свойства трущихся тел, такие, например, как модуль упругости, коэффициент Пуассона, микротвёрдость,

– параметры трения (сила давления, скорость скольжения), а также динамические характеристики устройства (жёсткость, упругость, демпфирование).

Учитывая выше изложенное, коэффициент трения можно представить в виде следующей функции:

$$\mu = \mathrm{f}\,(\mathrm{E}_1, \mathrm{E}_2, \mathrm{H}_1, \mathrm{H}_2, \mathrm{R}_{z1}, \mathrm{R}_{z2}, \upsilon_1, \upsilon_2, \mathrm{m}, \mathrm{d}, \mathrm{k}, \mathrm{v}_0, \mathrm{p}_s) \qquad (1)$$

где в качестве независимых переменных принято:

E_1, E_2 [$kg{\cdot}m^{-1}{\cdot}s^{-2}$] -модуль упругости материалов пары трения,

H_1, H_2 [$kg{\cdot}m^{-1}{\cdot}s^{-2}$] -микротвёрдость поверхностных слоёв трущихся тел,

R_{z1}, R_{z2} [m] -значения шероховатости поверхностей этих тел,

υ_1, υ_2 -коэффициент Пуассона,

m [kg] -масса вибрирующего тела,

p_s [$kg{\cdot}m^{-1}{\cdot}s^{-2}$] -удельное давление (номинальное) в контакте,

d [$kg{\cdot}s^{-1}$] - постоянная затухания вязких связей вибрирующего тела,

k [$kg{\cdot}s^{-2}$] - постоянная упругости этой связи,

v_0 [$m{\cdot}s^{-1}$] - номинальная скорость скольжения.

Учитывая требования анализа, величины этих переменных выражены в основных единицах измерения системы СИ.

Критериальные числа механического подобия можно определить различными методами; ниже использован матричный метод анализа размерности [8].

Измерительная матрица переменных, содержащихся в выражении (1) представлена в таблице 1.

Таблица 1.

Переменные, учтённые при анализе

	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}
	μ	E_1	E_2	H_1	H_2	R_{z1}	R_{z2}	υ_1	υ_2	m	d	k	v_0	p_s
L	0	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	1	-1
M	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
T	0	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	-1	-2	-1	-2

где в Международной системе основных единиц СИ:

L [m] - длина,

M [kg] - масса,

T [s] - время,

при этом $p_1 \div p_{13}$ - новые переменные, приписанные к независимым переменным.

Все условия возможности использования матричного метода выполнены, а именно:

a) $m_j = 3$, $n+1 = 14$, $m_j < n-1$

где: m_j - число основных единиц, n - число исследуемых факторов,

b) $r = 3 = m_j$.

Матрица, представленная в таблице 1, не является особой, поэтому ненулевой определитель

$$W = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

степени $r = 3$ можно вынести из последних трёх столбцов матрицы, содержащейся в таблице 1.

Согласно теореме Buckinghama [5] уравнение (1) является тождественным безразмерному уравнению:

$$\pi_o = \Phi(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_q) \qquad (2)$$

где $\pi_q\,(q = 0,..,10)$ составляют полную систему переменных критериальных чисел μ, $E_{1,..}$, p_s. Согласно методу представленному в работе [8] получается следующая система размерных уравнений:

$$\begin{aligned} -p_1 - p_2 - p_3 - p_4 + p_5 + p_6 + p_{12} - p_{13} &= 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{13} &= 0 \\ -2p_1 - 2p_2 - 2p_3 - 2p_4 - p_{10} - 2p_{11} - p_{12} - 2p_{13} &= 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Система (3) решена в отношении *связанных* неизвестных p_{11}, p_{12}, p_{13} и были получены следующие результаты:

$$p_{11} = - p_5 - p_6 - 3p_9 - 2p_{10}$$
$$p_{12} = 2\,p_9 + p_{10} \qquad (4)$$
$$p_{13} = - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 + p_5 + p_6 + 2p_9 + p_{10}$$

Принимая далее для *свободных* неизвестных p_q (0, 1, 2, .. ,10) следующие специальные ряды чисел:

$$p_{q,0} = 1\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0$$
$$p_{q,1} = 0\;1\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0$$
$$p_{q,10} = 0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;1,$$

получаем соответствующие *свободным* неизвестным ряды значений *связанных* неизвестных p_{10} , p_{11}, p_{12}:

$$\begin{array}{lll}
p_{11,0} = 0 & p_{12,0} = 0 & p_{13,0} = 0 \\
p_{11,1} = 0 & p_{12,1} = 0 & p_{13,1} = -1 \\
p_{11,2} = 0 & p_{12,2} = 0 & p_{13,2} = -1 \\
p_{11,3} = 0 & p_{12,3} = 0 & p_{13,3} = -1 \\
p_{11,4} = 0 & p_{12,4} = 0 & p_{13,4} = -1 \\
p_{11,5} = -1 & p_{12,5} = 0 & p_{13,5} = 1 \\
p_{11,6} = -1 & p_{12,6} = 0 & p_{13,6} = 1 \\
p_{11,7} = 0 & p_{12,7} = 0 & p_{13,7} = 0 \\
p_{11,8} = 0 & p_{12,8} = 0 & p_{13,8} = 0 \\
p_{11,9} = -3 & p_{12,9} = 2 & p_{13,9} = 2 \\
p_{11,10} = -2 & p_{12,10} = 1 & p_{13,10} = 1
\end{array} \qquad (5)$$

Таким образом, определена матрица решений (табл.2)

Таблица 2

Результаты решений

	p_0	P_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}
π_q	μ	E_1	E_2	H_1	H_2	R_{z1}	R_{z2}	υ_1	υ_2	m	d	k	v_0	p_s
π_0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
π_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
π_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
π_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
π_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
π_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	1
π_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	1
π_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
π_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
π_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-3	2	2
π_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	1

Из матрицы представленной в таблице 2 получается следующая *полная система* критериальных чисел:

$$\pi_0 = \mu\,; \quad \pi_1 = \frac{E_1}{p_s}; \quad \pi_2 = \frac{E_2}{p_s}; \quad \pi_3 = \frac{H_1}{p_s}; \quad \pi_4 = \frac{H_2}{p_s}; \quad \pi_5 = R_{z1}\,\frac{p_s}{k}\,; \qquad (6)$$

$$\pi_6 = R_{z2}\,\frac{p_s}{k}\,; \quad \pi_7 = \upsilon_1; \quad \pi_8 = \upsilon_2\,; \quad \pi_9 = \frac{m v_0{}^2 p_s{}^2}{k^3}\,; \quad \pi_{10} = \frac{d v_0\, p_s}{k^2}$$

После преобразований уравнения (6) имеет следующий вид:

$$\pi_{1/2} = \frac{E_1}{E_2}\,; \quad \pi_{3/4} = \frac{H_1}{H_2}\,; \quad \pi_{5/6} = \frac{R_{z1}}{R_{z2}}\,; \quad \pi_{9/10} = \frac{m v_0\, p_s}{kd} \qquad (7)$$

$$\pi_7 = \upsilon_1; \qquad \pi_8 = \upsilon_2\,;$$

На основе теоремы Buckinghama зависимость (1) можно представить в следующей форме:

$$\mu = F\left[\frac{E_1}{E_2};\quad \frac{H_1}{H_2};\quad \frac{R_{z1}}{R_{z2}};\quad \upsilon_1;\quad \upsilon_2;\quad \frac{mv_0 p_s}{kd}\right] \tag{8}$$

При этом вид функции *F* может быть определён на основе экспериментальных исследований.

Обеспечение одинаковых критериальных чисел при исследованиях коэффициента трения , являющихся аргументами функции *F* в зависимости (8), в модели и в действительном устройстве полностью удовлетворяет требованиям теории механического подобия. Пять первых критериальных чисел охватывают механические свойства трущихся тел и трибологические параметры их поверхностных слоёв, а последнее критериальное число – массово-упруго-демпфирующие параметры системы, а также характеристику трения. При использовании одинаковых в смысле материала и трибологии (касается поверхностных слоёв) тел в парах трения (действительной системы и её физической модели), механическое подобие обеспечит сохранение одного – последнего аргумента в зависимости (8).

В таком случае механическое подобие физической модели, параметры которой обозначены * и действительной системы выражает следующая зависимость:

$$\frac{mv_0 p_s}{kd} = \frac{m^* v_0{}^* p^*{}_s}{k^* d^*}$$

После принятия масштабов массы: $l_m = \frac{m^*}{m}$, удельных давлений: $l_p = \frac{p_s{}^*}{p_s}$, скорости $l_v = \frac{v_0{}^*}{v_0}$, демпфирования $l_d = \frac{d^*}{d}$ и упругости $l_k = \frac{k^*}{k}$, зависимость (9) примет вид: $\frac{l_m l_p l_v}{l_k l_d} = 1$

Выводы

Соблюдение одинаковых критериальных чисел модели и действительного объекта удовлетворяет требованиям теории механического подобия и позволяет переносить результаты, полученные при исследовании моделей на действительные объекты. Установленные критериальные числа могут служить основанием для создания физических моделей действительных систем, а именно, испытательных установок и для стандартизации исследований и сравнения результатов, полученных на различных испытательных установках. Однако следует иметь ввиду тот факт, что по своей природе процесс трения является процессом нелинейным и нестационарным, в котором могут происходить изменения свойств трущихся тел, а также может происходить влияние других, не учтённых выше, факторов. Например, изменения структуры поверхности материалов, нагрева трущихся тел, условий охлаждения, влажности воздуха, влияния продуктов износа и другие факторы. Следовательно, критериальные числа, полученные методом анализа размерности и базирующиеся на упрощенном видении действительных явлений, не дают полных возможностей моделирования влияния всех факторов. Поэтому следует воспринимать их, как приближённые, а точность отражения действительных условий зависит от того, какие критерии приняты в качестве главных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гороховский Г.А., Василевский Е.Т., Тимченко П.Н. Трибохимическая природа автосвинчивания гаек в резьбовых соединениях // Трение и износ. – 1999.- т.20. - №3. – С. 339-347
2. Геккер Ф.Р., Журман А.Р. Движение незатянутых гаек по вибрируемому болту // Трение и износ. – 1998.- т.19. - №2. - С.182-187
3. Заковоротный В. Л., Марчак М., Усиков И. В., Лукьянов А. Д. Взаимосвязь эволюции трибосопряжений с параметрами динамической системы трения // Трение и износ. – 1999.- т.19. - №6.-С. 751-763
4. Шалапко Ю.І. Параметричне дослідження умов зчеплення-прокоазування поверхонь при гармонічних коливаннях//Вісник Технологічного університету - 2005.- №5, с. 39 – 44
5. Buckingham, E.: On Physically Similar Systems. Physical Revievs IV, 4 p. 345, 1914.
6. Drobot S.: O analizie wymiarowej. Zastosowania Matematyki t. I, s. 233 - 270, 1954.
7. Miller L.: Teoria podobieństwa mechanicznego. WNT, Warszawa, 1961.
8. Nowak Z.: Ogólna metoda wyznaczania zupełnego układu iloczynów bezwymiarowych. Czasopismo Techniczne z. 6, s. 1 – 8, 1969.
9. Szczerek M., Wiśniewski M.: Tribologia i tribotechnika. Polskie Towarzystwo Tribologiczne, Instytut Technologii Eksploatacji, Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Mechaników Polskich. TTE, 2000.
10. Шалапко Ю.І. Вплив Штрибек ефекту на нелінійний осцилятор з сухим тертям при кінематичному збудженні//Вісник Технологічного університету - 2005.- №1, с. 35 – 43

ШАЛАПКО Юрий Иванович – доц. кафедры Машинознавства,Хмельницкий национальный университет

КОСТОГРЫЗ Сергей Григорович – первый проректор, Хмельницкий национальный университет

ФУРМАНИК К. - Краковская политехника, Польша