

Формули (4–6) дають можливість вирішення деяких чисто практичних задач, зокрема за формулою (4), якщо заданий клас точності балансування ротора, яким визначається величина  $\Delta e/e$  і обрана розрахункова модель, а, отже,  $cond(\mathbf{A})cond(\mathbf{E}/\omega^2 - \mathbf{A})$ , можна знайти  $\Delta \mathbf{Y}/\mathbf{Y}$ , тобто відносну похибку апаратури для вимірювання прогинів і підібрати підходящу апаратуру.

Якщо ж є вимірювальна апаратура і вибрана модель ротора, можна визначити можливу точність балансування. Нарешті, якщо заданий клас точності балансування і є апаратура для вимірювання прогинів, можна знайти ту розрахункову модель, яка б забезпечила виконання необхідної точності балансування.

Врахування гіроскопії збільшує число обумовленості матриці і похибку ідентифікації ексцентриситетів, і цю обставину необхідно мати на увазі при виборі динамічної моделі.

## ДИСБАЛАНС: ЗАЛИШКОВИЙ І РЕГУЛЬОВАНИЙ

*Ромащенко І. В.<sup>1</sup>, Драч І. В.<sup>2</sup>*

*Хмельницький національний університет*

*E-mail: <sup>1</sup>romashchenko.iryana@gmail.com, <sup>2</sup>cogitare410@gmail.com*

Ця стаття в загальних рисах подає специфічні симптоми, такої несправності машини як дисбаланс. Матеріал супроводжується простими математичними моделями. Експериментальні результати лабораторного моделювання ілюструють вібраційний відгук ротора на дану несправність. Схеми тестів з синхронного або несинхронного порушення використовувалися для виявлення основних динамічних характеристик обладнання.

Широке поширення комп'ютерів прискорило розвиток просунутих програм для підрахунку різних аспектів динамічного стану машин. Метод кінцевих елементів дозволив комп'ютеризувати розрахунок відгуку структури машини на внесену силу, включаючи гідро/газодинамічний вплив. Складні комп'ютерні моделі побудовані з окремих блоків, але не дивлячись на це вони є лише хорошою базою для розрахунку дійсних процесів, що відбуваються в реальній машині. Дослідження тривають весь останній час. Протягом останніх 40 років в результаті використання широко поширених форм систем контролю вібрації машин накопичилася велика кількість інформації щодо основних вібраційних проблем, які зустрічаються на різних типах машин.

Дисбаланс – дефект, що часто зустрічається в роторній машині. Дисбаланс – це стан, при якому в кожній частині ротора розподіляються нерівні маси. У такому стані, осьова лінія, що проходить через центри мас ротора, не збігається з віссю обертання. У процесі обертання дисбаланс ротора генерує інерційну відцентрову силу, яка обертається зі зворотного частотою. Дисбаланс є першим базовим механізмом для передачі енергії обертання у вібрацію [1]. Математична модель ізотропного ротора (що обертається з сталою швидкістю  $\Omega$  проти годинникової стрілки) на своїй першій поперечній моді описується таким рівнянням:

$$\bar{F}_{in} + \bar{F}_D + \bar{F}_z + \bar{F}_\tau = \bar{F}_{dis},$$

де  $\bar{F}_{in}$  – сила інерції ротора;  $\bar{F}_D$  – сила демпінгу;  $\bar{F}_z$  – сила жорсткості;  $\bar{F}_\tau$  – тангенціальна сила;  $\bar{F}_{dis}$  – сила збудження дисбалансу.

Або

$$M\ddot{z} + D(1-\lambda)\dot{z} + Kz - iK_\tau(\Omega)z = m\Omega^2 \exp^{i(\Omega t + \delta)}, \quad (1)$$

де  $z = x + iy$ ,  $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ ,  $i = \sqrt{-1}$ .

Рівняння (1) подає баланс сил, що діють на ротор, включаючи тангенціальну (поперечну) силу, що орієнтується в напрямку обертання. У більшості випадків тангенціальна сила – функція швидкості обертання і є іншим механізмом перетворення енергії обертання в вібрацію. Фактор  $(1-\lambda)$  акцентує ефект зменшення демпінгу ротора внаслідок появи гідравлічних поперечних сил. У лівій частині рівняння розташовані компоненти, що описують динамічну жорсткість ротора. У правій частині – сила інерції від дисбалансу, що викликає появу силової функції. Ефект від неї, тобто відгук ротора на вплив, характеризується відцентровим орбітальним (прецесійним) рухом в напрямку обертання (що слідує за силою) з частотою  $\Omega$ , амплітудою  $A$  і фазовим кутом  $\alpha$ . Даний орбітальний рух може бути представлений у вигляді синусоїдальної хвильової форми. Розв'язок рівняння (1) буде мати вигляд:

$$z = A \exp^{i(\Omega t + \alpha)}. \quad (2)$$

Підставимо (2) у рівняння (1), одержимо:

$$\left[ K - M\Omega^2 + iD(1-\lambda)\Omega - iK_\tau \right] \cdot A \exp^{i\alpha} = m\Omega^2 \exp^{i\delta}, \quad (3)$$

де  $\left[ K - M\Omega^2 + iD(1-\lambda)\Omega - iK_\tau \right]$  – синхронна динамічна жорсткість ротора;  $A \exp^{i\alpha}$  – синхронний вектор відгуку;  $m\Omega^2 \exp^{i\delta}$  – вектор сили дисбалансу.

Рівняння (3) ілюструє причини і ефект дисбалансу: відгук ротора залежить як від його динамічної жорсткості так і від дисбалансу. Будь-яка зміна у відгуку ротора може статися внаслідок змін в одному з визначальних компонентів (наприклад, тріщина в валу проявляється при зменшенні величини  $K$ ). Елементи синхронізованого вектора відгуку можна підрахувати за допомогою рівняння (3):

$$A = \frac{mr\Omega^2}{\sqrt{(K - M\Omega^2)^2 + [D(1 - \lambda)\Omega - K_\tau]^2}}, \quad \alpha = \delta + \arctg \frac{K_\tau - D(1 - \lambda)\Omega}{K - M\Omega^2}. \quad (4)$$

Ясно, що коли швидкість обертання  $\Omega$  досягає значення  $\sqrt{\frac{K}{M}}$ , то амплітуда відгуку представлятиме резонансний пік, який буде контролюватися тільки відносно невеликим значенням демпінгу.

Ці формати допомагають ідентифікувати першу резонансну частоту і розташування дисбалансу (важкої точки) додатково ослабленим тангенціальною компонентою  $K_\tau = \frac{mr\Omega^2 \sin(\delta - \alpha)}{A}$ .

При резонансі фаза відгуку  $\alpha$  відрізняється від початкового значення  $\delta$  на  $90^\circ$ . Швидкість обертання  $\Omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$  є класичним прикладом критичної швидкості або першої резонансної швидкості;  $\sqrt{\frac{K}{M}}$  є системою власних частот, найменших мод ротора.

Вектори синхронного відгуку, які виміряні на розбігу або вибігу, зазвичай представляють у форматі даних у вигляді діаграми Боде або полярного графіка (див. рис. 1). Для цих цілей, вібраційний сигнал фільтрується за частотою обертання. Ці формати використовують для визначення резонансних частот і ефективних демпінгів системи. Сам дисбаланс коригується при проведенні тривалих процедур щодо балансування машин.

Розглянемо тести з синхронного і несинхронного збудження для ідентифікації системи.

Рівняння (3) є основним рішенням не тільки для діагностики дисбалансу, але так само і для ідентифікації синхронної динамічної жорсткості шляхом використання синхронного збудження. Цей метод полягає у внесенні контрольованого дисбалансу в ротор і вимірювання синхронного відгуку системи.

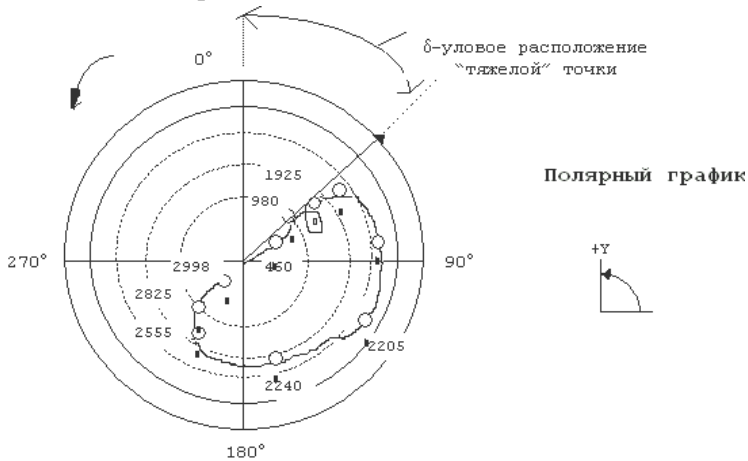
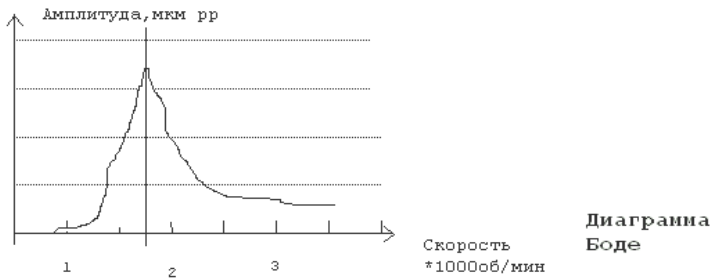
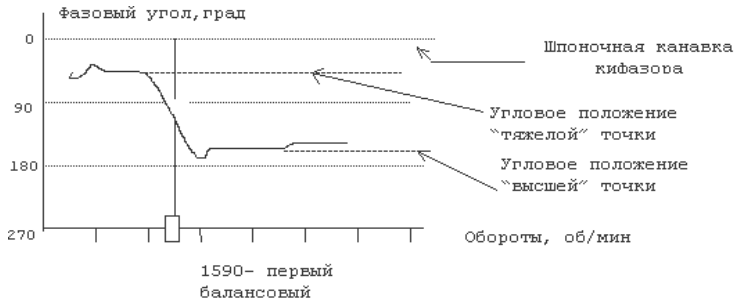


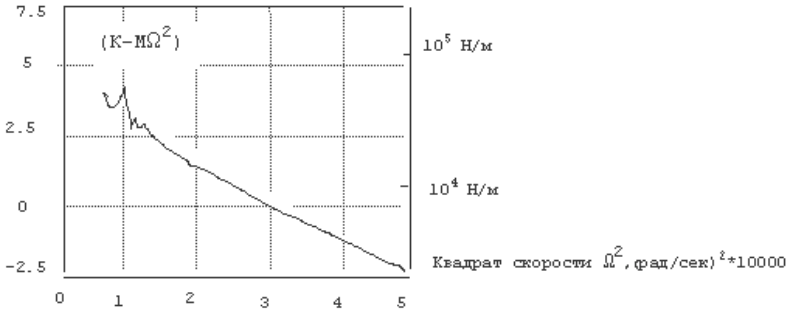
Рис. 1. Диаграмма Бодe і полярний графік ротора машини

З компонентів рівняння (3) обчислимо динамічну жорсткість:

а) пряму  $K - M\Omega^2 = \frac{mr\Omega^2 \cos(\delta - \alpha)}{A}$ ; б) квадратичну  $-D(1-\lambda)\Omega - K_r$ .

Представляючи результати в графічній формі, можна визначити швидкість обертання, спостережувану модальну жорсткість, масу і демпінг (рис. 2).

Наблюдаемая синхронная прямая динамическая жесткость, фунт/дюйм \*100



**Рис. 2. Спостережувана синхронна пряма динамічна жорсткість ротора: ідентифікація модальної маси  $M$  і жорсткості  $K$**

Процедура синхронного збудження регулярно використовується в методології калібрування балансувальних вантажів. “Вектори впливу” (елементи передавальної функції) представляють елементи, зворотні до динамічної жорсткості (в матричному поданні). У процесі балансування, їх значення дуже часто применшувалось. Коли їх запам’ятовували і порівнювали після послідовного балансування машини, вони відображали зміни в демпферних характеристиках ротора за допомогою їх тривалості дії. Вони допомагали в ранньому розпізнаванні таких несправностей як тріщина у валу, затирання і розхитаність деталей.

Можна помітити, що синхронне збудження забезпечує зручні, але зазвичай невизначені дані для відповідної ідентифікації параметрів систем машини, які змінюються залежно від швидкості обертання. Більш складні тести з несинхронного порушення дають необхідні дані. За однією з можливих схем на ротор, що обертається з постійною швидкістю, впливає несинхронна обертова зовнішня сила, що генерується допоміжним пристроєм. Дані спектрів з частотами відгуку для кожної конкретної частоти обертання забезпечують необхідну інформацію для виявлення характеристик, що залежать від швидкості обертання.

Модель несинхронного збудження ротора і його відгук можна представити у такому вигляді:

$$M\ddot{z} + D(1 - \lambda)\dot{z} + Kz - iK_r(\Omega)z = F \exp^{i(\Omega t + \delta)}, \quad z = A \exp^{i(\alpha t + \beta)}$$

де амплітуда і фаза відгуку обчислюються так:

$$A = \frac{F}{\sqrt{(K - M\omega^2)^2 + [D(1 - \lambda)\omega - K_\tau(\Omega)]^2}},$$

$$\alpha = \delta_1 + \arctg \frac{K_\tau(\Omega) - D(1 - \lambda)\omega}{K - M\omega^2}. \quad (5)$$

Можна помітити, що незалежно від резонансної частоти  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ , існує “квадратичний” резонанс, при якому  $\omega = \frac{K_\tau(\Omega)}{D(1 - \lambda)}$ .

Нестабільність ротора виникає, коли обидві вище визначені частоти збігаються. Знаменник рівняння (5) прямує до 0. Для нерезонансних частот, дійсна різниця між цими частотами є важливою величиною для визначення стабільності машини.

Для широко-частотного збудження компоненти динамічної жорсткості підраховуються в цілому частотному діапазоні: пряма динамічна жорсткість:  $K - M\omega^2 = \frac{F \cos(\delta_1 - \alpha)}{A}$ ; квадратична динамічна жорсткість:  $D(1 - \lambda)\omega - K_\tau(\Omega) = \frac{F \sin(\delta_1 - \alpha)}{A}$ .

Використовуючи даний технічний прийом для ряду сталих швидкостей обертання, можна виявити всі компоненти, що залежать від швидкості обертання. Це особливо стосується тангенціальної сили.

Концепція методу, пов'язаного із збудженнями, пояснена тут на найпростішій моделі ротора. Вона може бути розглянута і в більш широкому аспекті для більш складних випадків, які використовуються для виявлення модальних параметрів різних мод. Тестування при несинхронному порушенні є звичайним методом для початкового тестування характеристик машини.

Аналіз накопиченої бази даних від систем моніторингу машинного устаткування, а також від лабораторного моделювання дозволяє узагальнювати і зіставляти характеристики несправностей з особливостями конструкції і робочими параметрами машин. Моніторинг стану машин сам по собі не поліпшить їх експлуатаційні якості. Накопичений практичний досвід, який базується на елементарному математичному моделюванні повинен використовуватися і впроваджуватися виробниками машин. Потенційні механізми передачі енергії від обертання до вібрації повинні бути виключені або, принаймні зменшені на стадії проектування шляхом впровадження пасивних і активних методів контролю і зниження вібрації.