

де $\overline{U_{шс}^2}$ – середнє арифметичне значення виміряної випадкової величини.

Для наочного представлення методики визначення невизначеності оцінки інформативного параметру при операціях контролю наведено алгоритм, який зображено на рис. 1

Висновок

Таким чином невизначеність вимірювань можна характеризувати як параметр розсіювання значень інформативного параметру при операціях вхідного та вихідного контролю виробів електронної техніки за рівнем власних шумів. Дана методика передбачає використання результатів оцінки систематичної та випадкової похибки результатів вимірювання із використанням засобу контролю.

При використанні вимірювань середньоквадратичного значення шумової напруги для інтегрального транзистора, сумарна стандартна невизначеність склала 0,64 %, а розширена 1,92 %.

Література

1. Себекин А.П. Рекомендация по применению “Руководства по выражению неопределенности измерений” / А.П. Себекин, В.А. Слаев, А.Г. Чуновкина, А.В. Чурсин. – С-Петербург: ВНИИМ им. Менделеева, 1999. – 136с.
2. Циделко В.Д., Яремчук Н.А. Невизначенність вимірювання. Обробка даних і подання результату вимірювання / В.Д. Циделко, Н.А. Яремчук. – К.: ІВЦ “Видавництво Політехніка”, 2002. – 176с.
3. Михалевський Д.В. Метод безпосереднього прогнозування надійності виробів електронної техніки за рівнем НЧ шуму / Д. В. Михалевський, В.М. Кичак // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2008. – № 1. – С. 196-203.
4. Кухарчук В.В. Оцінка комбінованої невизначеності вимірювань / Кухарчук В.В., С.Ш. Каців // Автоматика – 2006: міжнар. наук. – техн. конф. 25-28 вересня 2006р.: тези доповідей. – Вінниця. 2006. – С.94-98.

Надійшла до редакції
26.11.2012 р.

УДК 621.3

О.І. ПОЛКАРОВСЬКИХ

Хмельницький національний університет

ОЦІНКА СПІВВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ-ШУМ У CORDIC ЦИФРОВИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ СИНТЕЗАТОРАХ

Розглянуто принципи побудови синтезаторів сигналів у на основі CORDIC алгоритму. Виконано математичний аналіз виникнення похибок синтезу у синтезаторах такого типу. Проаналізовано помилки округлення, та співвідношення сигнал-шум даного типу синтезаторів. Підтверджено адекватність запропонованої моделі.

Principles of Synthesis based on CORDIC algorithm were propoused. A mathematical analysis of errors in the synthesis synthesizers of this type. Analysis of rounding errors, and signal to noise ratio of this type synthesizers. Confirmed the adequacy of the proposed model.

Ключові слова: : CORDIC (COordinate Rotation Digital Computer), QAM, АЦП, ЦАП, прямиий синтезатор частоти, фазовий акумулятор, ADC, DAC, direct frequency synthesizer (DDS).

Постановка задачі

У розвинутих країнах світу активно ведуться розробки технології, що отримала загальну назву Software Defined Radio (SDR) – радіозв’язок з програмованими параметрами компонентів (РППК)[1]. Суть технології SDR (РППК) полягає у тому, що базові параметри приймально-передавальних пристроїв визначаються саме програмним забезпеченням, а не апаратною конфігурацією. Вихідним елементом радіопередавача у такій технології є, як правило, цифровий синтезатор частоти з можливістю модуляції усіх базових параметрів сигналу (фази, частоти, амплітуди). Параметри такого синтезатора визначають якість роботи систем побудованих за технологією SDR. Перспективним напрямком розвитку цифрових обчислювальних синтезаторів частоти є синтезатори на основі алгоритму CORDIC [2]. Виявлення методів покращення якості спектрального складу синтезованих сигналів у цьому алгоритму і є задачею запропонованої роботи.

Аналіз досліджень та публікацій

Алгоритм CORDIC (COordinate Rotation Digital Computer – Цифрове обчислювальне обертання координат) застосовує ітеративні методи для обертання на будь-який кут із застосуванням лише операцій зсуву та додавання. Алгоритм заснований на загальних математичних уявленнях про обертальні перетворення. На рис. 1 пара кутових векторів обертається за часовою стрілкою на кут Ang за алгоритмом CORDIC, де координати векторного перетворення (I, Q) в (I', Q') :

$$\begin{aligned} I' &= I \cos(Ang) + Q \sin(Ang) \\ Q' &= Q \cos(Ang) - I \sin(Ang) \end{aligned} \quad (1)$$

Перетворення (1) обертає вектор за часовою стрілкою в Декартовій системі координат на кут Ang , як показано на рис. 1.

Перетворення (1) можуть бути представлені у вигляді:

$$\begin{aligned} I' &= \cos(Ang) [I + Q \tan(Ang)] \\ Q' &= \cos(Ang) [Q - I \tan(Ang)] \end{aligned} \quad (2)$$

Якщо кут обертання обмежити умовою $\tan(Ang_i) = \pm 2^{-i}$, то множення на тангенс спрощується до простої операції зсуву. Довільний кут обертання забезпечується досяганням застосуванням серій елементарних обертань. Якщо ж в конкретній ітерації i -обертання не виконується, тоді доданок $\cos(Ang_i)$ стає константою. Тож ітераційне обертання може бути описано як:

$$\begin{aligned} I_{i+1} &= K_i [I_i + Q_i d_i 2^{-i}] \\ Q_{i+1} &= K_i [Q_i - I_i d_i 2^{-i}], \end{aligned} \quad (3)$$

де $d_i = \pm 1$ і коефіцієнт

$$K_i = \cos(\tan^{-1}(2^{-i})) = 1 / \sqrt{1 + 2^{-2i}}. \quad (4)$$

Видаємо цей коефіцієнт з (3). Ряд функцій K_i збігається і досягає значення 0,6073 коли кількість обчислень прямує до нескінченності. Точна залежність коефіцієнту затухання від кількості кроків ітерацій визначається із співвідношення

$$G_n = \prod_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 + 2^{-2i}}. \quad (5)$$

Загальне затухання у алгоритмі CORDIC наближається до 1.647, коли кількість кроків ітерації наближається до нескінченності.

Сукупний кут обертання однозначно залежить від послідовності напрямків елементарних обертань. А всі можливі положення вектора в полярній системі координат можна обрахувати за допомогою функції двійковий арктангенс. Перетворення між полярною системою та декартовою системами може бути виконано за допомогою додаткового суматора та акумуляторів елементарних обертальних кутів кожної з ітерацій. Отже додамо третє рівняння до алгоритму CORDIC

$$z_{i+1} = z_i - d_i \tan^{-1}(2^{-i}). \quad (6)$$

Алгоритм CORDIC може працювати в двох режимах. Перший виконує обертання вхідного вектора на певний кут, що дається як аргумент функції. Другий режим працює наступним чином: здійснюється обертання вхідного вектора до тих пір поки проєкції на вісі I та Q не співпадуть з необхідними значеннями шуканого вектора. Алгоритм працює наступним чином: обчислювальний блок ініціюється вхідним словом бажаного кута обертання. Рішення про обертання здійснюється з метою зменшення різниці між поточним положенням вектору та бажаним положенням вектору. Рішення про кожну ітерацію таким чином приймається на основі знаку залишкового кута після кожного кроку. Рівняння алгоритму CORDIC в режимі обертання вектору визначаються

$$\begin{aligned} I_{i+1} &= I_i + Q_i d_i 2^{-i} \\ Q_{i+1} &= Q_i - I_i d_i 2^{-i} \\ z_{i+1} &= z_i - d_i \tan^{-1}(2^{-i}), \end{aligned} \quad (7)$$

де $d_i = -1$, якщо $z_i < 0$ і $+1$ в іншому випадку, так щоб z прямувало до нуля. Ці операції призводять до наступного результату, після n ітерацій

$$\begin{aligned} I_n &= G_n [I_0 \cos(A) + Q_0 \sin(A)] \\ Q_n &= G_n [Q_0 \cos(A) - I_0 \sin(A)] \\ G_n &= \prod_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 + 2^{-2i}} \\ A &= Ang - z_n, \end{aligned} \quad (8)$$

де A кут обертання

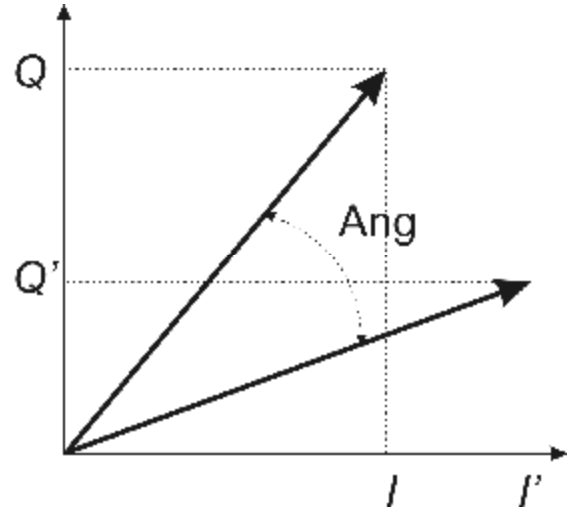


Рис. 1. Перетворення координат

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} d_i \tan^{-1}(2^{-i}). \quad (9)$$

Алгоритм CORDIC є обмеженим кутами обертання $[-p/2, p/2]$, тому що використовується 2^0 у першій ітерації. Для формування кута більшого за $p/2$, необхідно виконати попереднє обертання вектора.

В процесі роботи алгоритму CORDIC виникають похибки квантування, властивості яких можуть бути описані наступним чином:

1. Сигнал помилки є стаціонарним випадковим процесом
2. Сигнал помилки є некорельованим із сигналом що квантується
3. Помилка квантування має характеристики білого шуму
4. Розподіл ймовірностей помилок відліків має таку саму форму як і помилка квантування

Вирішення завдання

У алгоритмі CORDIC велике значення набуває похибка апроксимації. Представимо рівняння (7) наступним чином

$$\mathbf{n}_{i+1} = p_i \cdot \mathbf{n}_i, \quad (10)$$

де $\mathbf{n}_i = [I_i, Q_i]^T$ вектор обертання на i – ітерації, та

$$p_i = \begin{bmatrix} 1 & d_i 2^{-i} \\ -d_i 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} = \sqrt{1+2^{-2i}} \begin{bmatrix} \cos a_i & d_i \sin a_i \\ -d_i \sin a_i & \cos a_i \end{bmatrix}, \quad (11)$$

ненормалізована матриця обертання. Амплітуда елементарного кута обертання на i – ітерації

$$a_i = \tan^{-1}(2^{-i}).$$

Кожен кут обертання A формується з обмеженої лінійної комбінації n елементарних кутів a_i (де n кількість ітерацій), наступним чином:

$$\text{Ang} = \sum_{i=0}^{n-1} d_i a_i + z_n = A + z_n, \quad (12)$$

де z_n – помилка квантування кута Помилка обчислення \mathbf{n}_n , що виникає внаслідок існування z_n , називається помилкою апроксимації. Для її визначення мають бути виконані наступні умови

$$|A| \leq \sum_{i=0}^{n-1} a_i \equiv A_{\max}. \quad (13)$$

Другою умовою є те що помилка апроксимації кута обертання A обмежена найменшим елементарним кутом обертання a_{n-1} , так що

$$|z_n| \leq a_{n-1}. \quad (14)$$

Щоб задовольнити умови (13,14) елементарна кутова послідовність має бути вибрана наступним чином:

$$a_i - \sum_{j=i+1}^{n-1} a_j \leq a_{n-1}. \quad (15)$$

Опираючись на результат (15) цілком очевидно, щоб мінімізувати помилку апроксимації, найменший елементарний кут обертання a_{n-1} має бути якнайменшим. Проте це призводить до зростання кількості CORDIC ітерацій. Дисперсія помилки апроксимації може бути визначена як

$$d_{\text{анп}}^2 = \frac{a_{n-1}^2}{3} = \frac{(\tan^{-1}(2^{-(n-1)}))^2}{3} \approx \frac{2^{-2(n-1)}}{3}. \quad (16)$$

Дисперсія помилки апроксимації представлення вектора в алгоритмі CORDIC

$$d_{\text{анпв}}^2 = G_n^2 \frac{a_{n-1}^2}{3} \|\mathbf{n}_0\|^2 = G_n^2 \frac{a_{n-1}^2}{3} 2d^2, \quad (17)$$

де d^2 дисперсія I_0 та Q_0 та з формули (5) визначаємо – G_n . Формули (16,17) дають можливість вибрати оптимальну кількість операцій.

В процесі роботи алгоритму CORDIC виникає ще один тип помилки – що має назву помилки округлення функції арктангенс. Розглянемо її докладно. Похибка апроксимації є некорельованою і безсистемною з розподілом у кожному кроці квантування

$$-a_{n-1} \leq z_n \leq a_{n-1}. \quad (18)$$

Процес квантування може бути описаний наступним виразом

$$e_i = a_i - Q[a_i], \quad (19)$$

де $Q[\cdot]$ – оператор квантування і заокруглення

$$-\frac{2p}{2^{ba+1}} \leq e_i \leq \frac{2p}{2^{ba+1}}, \quad (20)$$

Для фіксованого кута з ba – біт, кількість яких значно більша ніж кількість кроків ітерації – n . Дисперсія округлення функції арктангенс може бути визначена як

$$d_z^2 = \frac{p^2 2^{-2ba}}{3}. \quad (21)$$

Дисперсія накопиченої помилки заокруглення обрахунку кута можна визначити як

$$d_{ze}^2 = \sum_{i=0}^{n-1} d_z^2(i) = (n-2)d_z^2. \quad (22)$$

Отже загальна дисперсія апроксимації та заокруглення визначається так

$$d_{zae1}^2 = G_n^2(d_{anp}^2 + (n-2)d_z^2)2d^2. \quad (23)$$

Наступним джерелом похибок є помилка округлення проєкцій I_n та Q_n . Похибка квантування $n_i = [I_i Q_i]^T$ визначається як

$$e_i = \begin{bmatrix} I_i \\ Q_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q[I_i] \\ Q[Q_i] \end{bmatrix}, \quad (24)$$

де $e_i = [e_i^I e_i^Q]^T$ вектор помилки в процесі обертання. Якщо застосовується арифметика із фіксованою точкою, то ця помилка округлення обмежена наступними умовами

$$|e_i^I| \leq \frac{2^{-bb}}{2}, \quad |e_i^Q| \leq \frac{2^{-bb}}{2}, \quad (25)$$

де bb кількість біт після коми. Дисперсія цієї помилки може бути обчислена як

$$d_I^2 = d_Q^2 = \frac{2^{-2bb}}{12}. \quad (26)$$

Дисперсія помилки округлення складових I_0 та Q_0 визначається

$$d_{IQ}^2 = d_I^2 + d_Q^2 = \frac{2^{-2bb}}{6}. \quad (27)$$

В кожному кроці CORDIC ітерації, похибка округлення складається з двох компонентів: помилки округлення яка надходить із попереднього кроку і похибка округлення яка виникає в поточному кроці. Таким чином дисперсія похибок округлення складових I_0 та Q_0 вихідного вектора алгоритму CORDIC визначається

$$d_{zae1}^2 = d_{IQ}^2 \left\{ 1 + \sum_{j=0}^{n-1} \left\| \prod_{i=j}^{n-1} K_i^2 \right\| \right\}, \quad (27)$$

де K_i^2 це є $(1 + 2^{-2i})$ з рівняння (11).

Отже загальна дисперсія перетворення у алгоритмі CORDIC може бути визначена з наступного виразу

$$d_{zae}^2 = d_{zae2}^2 + d_{zae1}^2 = \left\{ 1 + \sum_{j=0}^{n-1} \left\| \prod_{i=j}^{n-1} K_i^2 \right\| \right\} \frac{2^{-2bb}}{6} + G_n^2 \left(\frac{a_{n-1}^2}{3} + (n-2) \frac{p^2 2^{-2ba}}{3} \right) 2d^2. \quad (28)$$

В цьому виразі множник

$$\left\{ 1 + \sum_{j=0}^{n-1} \left\| \prod_{i=j}^{n-1} K_i^2 \right\| \right\}. \quad (29)$$

дуже близький до 1.1792 для всіх практично значущих n . Таким чином вираз (28) спрощується до

$$d_{zae}^2 \approx 1.1792n \frac{2^{-2bb}}{6} + G_n^2 \left(\frac{2^{-2(n-1)}}{3} + (n-2) \frac{p^2 2^{-2ba}}{3} \right) 2d^2. \quad (30)$$

В таблиці 1 наведені дані загальної дисперсії вихідного сигналу алгоритму CORDIC залежно від вхідних величин n , ba та bb . Кількість вхідних відліків 8192. Вхідні дані в моделі розподілені на інтервалі $[-1,1]$.

Із величини дисперсії ми можемо визначити співвідношення сигнал-шум блоку CORDIC:

$$\frac{C}{\text{Ш}} = \frac{2d^2}{\left\{ 1 + \sum_{j=0}^{n-1} \left\| \prod_{i=j}^{n-1} K_i^2 \right\| \right\} \frac{2^{-2bb}}{6} + G_n^2 \left(\frac{a_{n-1}^2}{3} + (n-2) \frac{p^2 2^{-2ba}}{3} \right) 2d^2}, \quad (31)$$

де d^2 дисперсія складових I_0 та Q_0 А співвідношення сигнал-границя шумів

$$\frac{C}{\Gamma\text{Ш}} = \frac{Px2d^2}{\left\{1 + \sum_{j=0}^{n-1} \left\| \prod_{i=j}^{n-1} K_i^2 \right\| \left\{ \frac{2^{-2bb}}{6} + G_n^2 \left(\frac{a_{n-1}}{3} \right)^2 + (n-2) \frac{p^2 2^{-2ba}}{3} \right\} 2d^2 \right\}} \frac{1}{\Delta F}, \quad (32)$$

де ΔF - смуга вихідного сигналу синтезатора CORDIC відносно частоти Найквіста.

Таблиця 1

Наведені дані загальної дисперсії вихідного сигналу алгоритму CORDIC залежно від вхідних величин n , ba та bb .

n	ba	bb	$d_{заг}^2$ з виразу 28	$d_{заг}^2$	$d_{заг}^2$ промодельоване
10	16	15	2.3601e-006	2.3601e-006	2.3828e-006
11	16	15	5.9910e-007	5.9907e-007	5.9833e-007
12	17	16	1.4676e-007	1.4675e-007	1.4700e-007
13	17	16	4.0861e-008	4.0867e-008	4.0566e-008
14	18	17	1.0429e-008	1.0432e-008	1.0308e-008

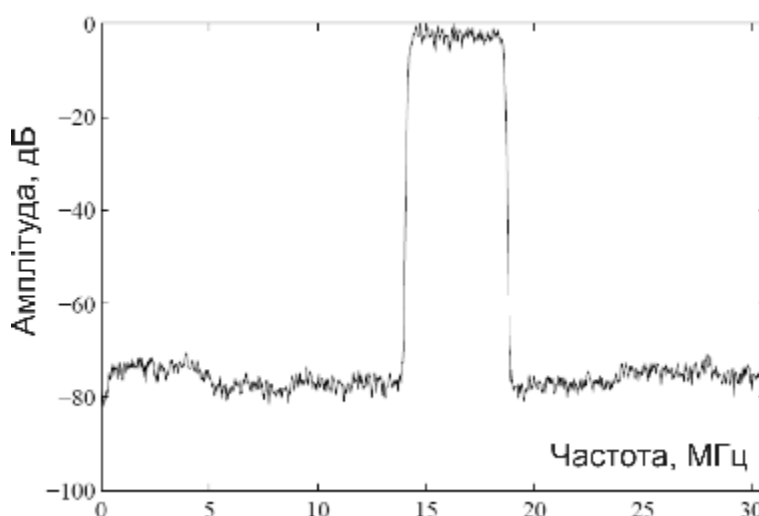


Рис. 2. Промодельований спектр потужності вихідного сигналу CORDIC синтезатора в режимі обертання вектора

Потужність вихідного сигналу виявилась передбачувано рівномірно розподілена в смузі сигналу. На рис. 2 представлено спектр вихідної потужності вихідного сигналу CORDIC синтезатора, коли ba складає 16 біт, bb – 16 біт після коми в I та Q , та використано 11 ітераційних кроків – n . Промодельоване співвідношення сигнал-шум склало 64,85 дБ. Очікуване співвідношення, що визначається з (31) складає 64,90 дБ. Співвідношення сигнал-границя шумів складає -73,35 дБ. Тоді як теоретичне, що визначається з (32) складає 73,94. Ці результати показують, що запропонована модель оцінки співвідношення сигнал-шум у цифрових обчислювальних синтезаторах за методом CORDIC є адекватною і може бути використана у інженерній практиці.

Висновки

Розглянуто принципи організації фазових цифрових обчислювальних синтезаторів на основі методу CORDIC. Розглянуто математичну модель синтезаторів такого типу. Розглянуто основні джерела виникнення похибок апроксимації, похибок округлення функції арктангенс, похибки представлень проєкцій I та Q . Запропоновано математичну модель визначення дисперсії положення вектору вихідного сигналу, та на її основі математичну модель для визначення співвідношення сигнал-шум сформованого сигналу.

Запропонована модель оцінки співвідношення сигнал-шум у цифрових обчислювальних синтезаторах за методом CORDIC є адекватною і може бути використана у інженерній практиці.

Література

1. Полікарівських О.І. Технологія Software Defined Radio та перспективи її використання / О.І. Полікарівських, В.Є. Гавронський // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – т.1-2012. С.
2. Yuanwang Yang, Jingye Cai A Novel DDS Structure with Low Phase Noise and spurs / Yuanwang Yang // UESTC, Chengdu. – 2011
3. Byung-Do Yang, Jang-Hong Choi, Seon-Ho Han An 800-MHz Low-Power Direct digital Frequency

Надійшла до редакції
9.11.2012 р.

УДК 621.317

І.В. ГУЛА, І.В. ТРОЦИШИН, О.П. ВОЙТЮК

Хмельницький національний університет

СУЧАСНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ФАЗОВИХ ЗСУВІВ ТА МОЖЛИВІ ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ЗА РАХУНОК НАДЛИШКОВОСТІ

Проаналізовані методи вимірювання фазових зсувів сигналів. На основі аналізу розглянутих методів запропоновано підвищення точності вимірювання фазових зсувів сигналів на частотах понад 300кГц за допомогою використання методу коінциденції.

Ключові слова: метод коінциденції, фаза сигналу, період сигналу.

The methods of measuring the phase shift signals. Based on the analysis of these methods are proposed to improve the accuracy of measurement of phase shifts of signals at frequencies exceeding 300kHz by using the method kointsedentsiyi.

Мета роботи. Дослідити методи вимірювання фази на даний момент часу, показати їхні переваги та недоліки, запропонувати можливі шляхи підвищення точності вимірювання фази на високих частотах.

Проблеми дослідження.

Досить багато вчених працювало і працює тепер в області фазовимірювальної техніки як в СНД, так і в Україні. Найбільш вагомий вклад в її розвиток внесли колективи під керівництвом: С.М. Маєвського (КПІ) - в галузі компенсаційних вимірювачів та калібраторів фази; Ю.О.Скрипника - в галузі дослідження фазометрів періодичного порівняння; Е.Д. Колтика, С.А.Кравченко - в галузі метрологічного забезпечення; М.К. Чмиха - в галузі створення цифрових фазометрів прямого перетворення. Суттєвий вплив на розвиток фазових методів і їх застосування в радіотехнічних системах справили роботи Ю.М. Казарінова, Є.І. Кінкулькіна, В.Б. Пестрякова, В.В. Цветнова, а також роботи по загальній теорії фазових та частотних вимірювань В.Б.Дудикевича, Ш.Ю. Ісмаїлова, С.В. Кулікова, П.П. Орнатського, Е.К. Шахнова, Б.І. Швецького, В.М. Шляндіна, Г.П. Шликова та інших.

Значний вклад в розвиток окремих питань фазових вимірювань внесли: О.А-Б. Ахмадов, І.Я. Білінський, І.К. Бондаренко, І.М. Вішенчук, Ю.Б. Гімплівіч, А.С. Глінченко, М.С. Жилін, С.С. Кузнецкий, Е.В. Нечаєв, С.П. Панько, О.П. Похилюк, С.І. Пятін, П.Т. Смірнов, В.Я. Суп'ян, А.М. Фіштейн, А.І. Фендріков, С.В. Чепурних та інші [2].

Усі відомі методи та засоби вимірювання фазових зсувів сигналів не можуть у повній мірі задовольнити сучасний рівень вимог, що висувуються перед спеціалізованими вимірювачами фазових зсувів сигналів, у першу чергу.

Основними вимогами до таких вимірювачів є:

- мала похибка вимірювання (менше 1%);
- висока швидкість вимірювання;
- широкий динамічний діапазон вимірювальної величини ;
- простота апаратурної реалізації;
- підвищена завадостійкість;
- можливість досягнення високого ступеню інтеграції складових вимірювача.

Основний розділ.

Аналіз класичних методів вимірювання фазових зсувів сигналів

По схемі побудови розрізняють аналогові та цифрові вимірювачі фазового зсуву сигналів. Для вимірювання в області низьких частот використовують фазометри без перетворення частоти. При вимірюванні в діапазоні високих частот застосовують гетеродинні чи стробоскопічні перетворювачі частоти, які дозволяють розширити частотний діапазон вимірювальних сигналів.

Для негармонічних сигналів замість ФС використовують затримку по часу між сигналами ΔT і її вимірювання.

Аналогові фазометри

Серед аналогових фазометрів розрізняють: осцилографічні методи вимірювання ФС; компенсаційні фазометри; стрілочні фазометри, які, в свою чергу, ділять на кореляційні фазометри і тригерні фазометри. Крім того, розроблені оптимальні алгоритми оцінки ФС в умовах дії на вимірювальний сигнал шумових завад.

Осцилографічні методи вимірювання

В залежності від виду розгортки осцилографа розрізняють три метода вимірювання ФС: метод