

**Кузьменко А.Г.**Хмельницкий национальный университет,  
г. Хмельницкий, Украина**НОВЫЕ МЕТОДЫ  
И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ  
АДГЕЗИОННО-ДЕФОРМАЦИОННОЙ  
ТЕОРИИ ТРЕНИЯ (АДД ТТ). ЧАСТЬ 1****Содержание**

## Введение

## 0. Введение и постановка задач

## 0.1. Двучленный закон трения Кулона

0.2. Методы определения параметров модели  $\alpha_0$  и  $\beta$  модели (0.7)

## 0.3. Недостатки методов определения параметров:

## 0.4. Постановка задач исследования

1. Способ большой лунки в методе  $\alpha_0$  и  $\beta$  Михина определения параметров адгезионно-деформационной теории трения

## 1.1. Теория эксперимента

## 1.1.1. Схема контакта и идея метода

## 1.1.2. Расчетные зависимости метода:

## 1.2. Техника эксперимента, установка

## 1.2.1. Описание работы установки

## 1.2.2. Подготовка к испытаниям

## 1.2.3. Порядок проведения испытаний

## 1.3. Реализация эксперимента

1.3.1. Пример проведения и обработки результатов испытаний № 1 при  $Q = 187,5$  кг1.3.2. Пример № 2. Опыт при  $Q = Q_7 = 3000$  кг1.4. Определение параметров функции  $\tau_A = f(\sigma_{cp})$ 

## 1.5. Приближенное определение твердости граничной смазки:

## 1.5.1. Зависимости:

## 1.5.2. Пример расчета твердости ГС для графитной смазки

## 1.5.3. Оценка уровня твердости граничной смазки

## 1.5.4. Зависимость твердости ГС от давлений

## 1.5.5. Уточнение терминологии характеристик граничной смазки

## 1.6. Определение параметров ГС для разных материалов смазки

## 1.6.1. Результаты испытаний разных видов смазок представлены в табл. 1.2

## 1.7. Основные результаты испытаний и выводы по п.1.

## 1.7.1. Развитие метода Михина

## 1.7.2. Метод приближенной оценки твердости тонкого (1 мкм) слоя граничной смазки

## 1.7.3. Анализ изменения величин адгезионной компоненты

## 1.7.4. Некоторые обобщения:

## 2. Способ определения кинематической вязкости тонкого слоя граничной смазки

## 2.1. Теория эксперимента

## 2.1.1. Постановка задачи

## 2.1.2. Динамическая вязкость по Ньютону

## 2.1.3. Размерность динамической вязкости

## 2.1.4. Кинематическая вязкость

## 2.1.5. Определение вязкости граничной смазки

## 2.1.6. Вывод основного соотношения

## 2.2. Техника эксперимента

## 2.3. Реализация эксперимента

## 2.3.1. Определение кинематической вязкости графитной смазки

## 2.3.2. Влияние давления на вязкость ТС

## Основные выводы по п.2

## 3. Метод определения деформационной компоненты напряжения трения (жесткий ржим пластического скольжения)

## 3.1. Теория эксперимента

## 3.1.1. Основные зависимости

## 3.1.2. Жесткий и мягкий режимы пластинного сдвига шарика

## 3.1.3. Задача испытаний

## 3.2. Техника эксперимента

## 3.2.1. Установка для испытаний

## 3.2.2. Последовательность действий

## 3.2.3. Обработка результатов испытаний

## 3.3. Реализация эксперимента

## 3.3.1. Результаты испытаний

3.3.2. Обработка результатов испытаний определение экспериментального значения  $f_A$ 

3.3.3. Теоретическое определение деформационной компоненты коэффициента. Пример 1 по формуле (3.2) при  $Q = 1500$  кг

Основные результаты и выводы по п. 3

Литература

### Введение

#### 0. Введение и постановка задач

##### 0.1. Двучленный закон трения Кулона

1) в 1779 году Ш. Кулон экспериментально установил двучленный закон трения типа:

$$F = F_A + F_D. \quad (0.1)$$

где

$$F_D = fN, \quad (0.2)$$

часть трения, зависящая от нормальной нагрузки;  $F_A$  – часть трения независимая от нагрузки;  $F$  – общая сила трения;

2) в 1934 году Б.В. Дерягин объяснил двухчленный закон действием молекулярных сил между поверхностями;

3) И.В. Крагельский с сотрудниками 1950 - 1970 обобщает основные положения биноминального закона до уровня молекулярно-механической теории трения;

4) разделив (0.1) на площадь контакта  $A$  приходят к выражению закона трения в напряжениях:

$$\tau = \tau_A + \tau_D, \quad (0.3)$$

$$\frac{F}{A} = \frac{F_A}{A} + f \frac{N}{A} = \tau_0 + \beta\sigma + f\sigma; \quad (0.4)$$

5) казалось, что адгезионная часть напряжения трения также зависит от нормальной нагрузки;

6) если разделить (0.4) слева и справа на  $\sigma$  получаем в безразмерном виде:

$$f = \alpha_0 + \beta + f_D, \quad (0.5)$$

где  $f$  – полный коэффициент трения;

$f_D$  – деформационный коэффициент трения;

$\alpha_0, \beta$  – параметры адгезионного коэффициента трения;

7) установлен многими исследованиями, что деформационный коэффициент трения  $f_D$  для контакта шара на плоскости может быть определен по зависимости:

$$f_D = 0,55\sqrt{\frac{u_0}{R}}, \quad (0.6)$$

где  $u_0$  – глубина вдавливания;

$R$  – радиус шара; в итоге из (0.4) и (0.6) имеем:

$$f = \alpha_0 + \beta + 0,55\sqrt{\frac{u_0}{R}}, \quad (0.7)$$

или

$$\tau = (\alpha_0 + \beta)\sigma + 0,55\sqrt{\frac{u_0}{R}}R. \quad (0.8)$$

##### 0.2. Методы определения параметров модели $\alpha_0$ и $\beta$ модели (0.7)

1) основная сложность построения любых моделей процессов состоит в определении их параметров;

2) основной метод (Михина Н.М), которым в настоящее время пользуются для определения параметров состоит в следующем: 1) гладкий полированный шарик из стали ШХ15 закрепляется в специальную обойму; 2) шарик нагружается между двумя пластинами до образования пластических лунок; 3) после образования лунок шарик проворачивается вокруг своей оси; 4) параметры модели  $\alpha_0$  и  $\beta$  вычисляются по моменту с помощью специальных формул.

3) идея метода заключается в том, чтобы за счет гладкости поверхностей исключить деформационную составляющую;

4) вторая часть идеи состоит в том, чтобы, проводя испытания при разных нагрузках построить зависимость  $F_A = f(N)$  и определить  $F_A = F_0(N = 0)$ .

### 0.3. Недостатки методов определения параметров:

- 1) узкий диапазон изменения давлений при использовании одного шарика, например  $d = 10$  мм;
- 2) в методе не определяется деформационная составляющая напряжений трения в широком диапазоне нагрузок;
- 3) сложность установок для испытаний.

### 0.4. Постановка задач исследования

На основе анализа известных методов были приняты к решению следующие задачи: разработать методику:

1. Определения  $\tau_A$  и  $\tau_D$  в широком диапазоне условий; 2) простое оборудование для испытаний на основе пресса Бринелля; 3) методику определения твердости слоя граничной смазки; 4) изучить влияние материала смазки на параметры и свойства слоя граничной смазки.
2. Определения вязкости граничной смазки (ГС) значениям адгезионной компоненты; 2) связать вязкость ГС с износостойкостью пары трения и смазки; 3) сравнить некоторые смазки по адгезионной компоненте и по вязкости слоя ГС.
3. Определения деформационной компоненты напряжения трения с учетом особенностей механизма пластического сдвига шарика в жестком режиме по отношению к траектории сдвига.
4. Определения кинематической вязкости пластического течения материала поверхности трения в мягком режиме скольжения шарика по поверхности.
5. Определения закономерностей измерения адгезионной компоненты, вязкости, толщины и износостойкости граничной смазки для разных вариантов материала смазки.
6. Оценки влияния нагрузки и смазки на трение в осевом подшипнике качения как элементе системы определения компонентов напряжения трения.
7. Определение адгезионной компоненты трения при пластическом качении шара по плоскости.
8. Обобщить полученные результаты. *Примечание.* Экспериментальная часть работы выполнена совместно со студентом ХНУ дипломником Смолием В.А.

## 1. Способ большой лунки в методе $\alpha_0$ и $\beta$ Михина определения параметров адгезионно-деформационной теории трения

### 1.1. Теория эксперимента

#### 1.1.1. Схема контакта и идея метода

В соответствии с общепринятой в настоящее время молекулярно-механической моделью трения сила трения скольжения состоит из двух составляющих деформационной и адгезионной. Идея метода Михина определения адгезионной составляющей состоит в устранении деформационной составляющей путем трения вращения гладкого шара в гладкой сферической лунке (рис. 1.1).

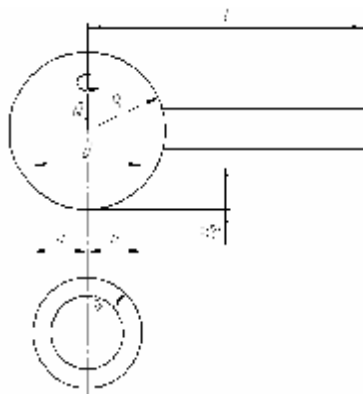


Рис. 1.1 – Схема опыта

#### 1.1.2. Расчетные зависимости метода

1. Касательные напряжения при адгезионном трении определяются по зависимости [9]:

$$\tau_A = \frac{3M}{2\pi a^3}, \quad (1.1)$$

$$a = d/2, \quad (1.2)$$

$$M = Fl. \quad (1.3)$$

где  $M$  – момент трения;  
 $a$  – радиус проекции лунки;  
 $d$  – диаметр лунки;  
 $F$  – сила на рычаге;  
 $l$  – плечо рычага.

2. Среднее контактное давление по площадке контакта можно определить:

по Майеру: 
$$\sigma_{cp}^M = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{Q}{\pi (d/2)^2}; \quad (1.4)$$

по Бринеллю: 
$$\sigma_{cp}^B = \frac{Q}{2\pi R u_0} = \frac{2Q}{2\pi D^2 (1 - \sqrt{1 - (d/D)^2})}. \quad (1.5)$$

3. Адгезионная составляющая коэффициента трения скольжения  $f_A$  находим делением сдвигового напряжения на среднее давление по (1.4):

$$f_A = \frac{3M}{2aQ}, \quad (1.6)$$

$$\frac{3M}{2\pi a^3} \frac{\pi a^2}{Q} = \frac{3M}{2Qa}. \quad (1.7)$$

4. Зависимость адгезионной составляющей трения от нормального давления по молекулярно-механической теории:

$$\tau_A = \tau_0 + \beta \sigma_{cp}. \quad (1.8)$$

где  $\tau_0$  определяется по графику, аппроксимирующему линейную зависимость, а угол наклона

графика зависимости определяется из соотношения:  $\beta = \frac{\Delta \tau_A}{\Delta \sigma_{cp}}$ .

## 1.2. Техника эксперимента, установка

### 1.2.1. Описание работы установки

- 1) рабочий шарик 8 крепится боковыми винтами в корпусе 4;
- 2) силой  $Q$  на прессе шарик прижимается к сферической полости в корпусе 7;
- 3) с помощью рычага 5 через рычажный электронный динамометр шарик проворачивается в сферической полости;
- 4) осевой подшипник в верхней части минимизирует момент поворота.

#### 1. Схема установки

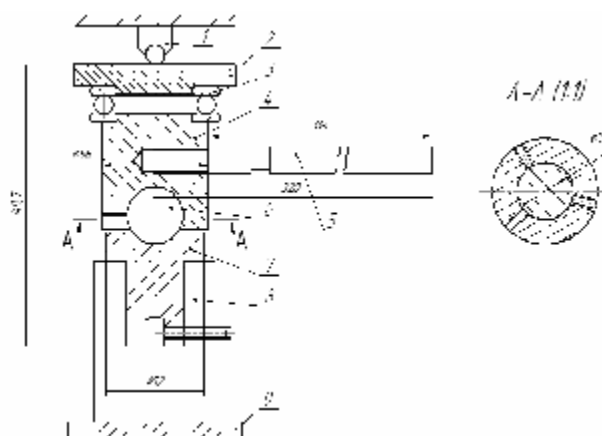


Рис. 1.2 – Схема приспособления установки к прессу Бринелля:

- 1 – индентор пресса Бринелля; 2 – промежуточная пластина; 3 – осевой подшипник В208;  
 4 – приспособление державка для основного шарика 6; 5 – ручка рычаг для поворота державки;  
 6 – образец с лункой под шарик; 7 – винт пресса; 8 – корпус пресса

### 1.2.2. Подготовка к испытаниям

- 1) изготовить образец 7 из малоуглеродистой стали;
- 2) выбрать шарик 6 размером  $D = 20\text{--}30$  мм;

- 3) вдавливая силой 20 - 50 тонн шарик 6 в образец 7 изготовить лунку для испытаний; измерить диаметр лунки  $d = 2a$ ;
- 4) изготовить приспособление как державку 4 для удерживания шарика с рычагом 5 для поворота шарика;
- 5) шарик в державке удерживается от поворота штифтами;
- 6) собрать приспособление, подготовить лунку для испытаний;
- 7) на сферическую поверхность лунки нанести тонкий слой смазки;
- 8) измерить диаметр шарика  $D$  и диаметр лунки  $d = 2a$ ;
- 9) собрать установку;
- 10) подготовить динамометр для измерения силы  $F$ .

### 1.2.3. Порядок проведения испытаний

- 1) приложить к шарiku на прессе первую (минимальную возможную) нагрузку  $Q = 187,5$  кг.
- 2) к рычагу поворота приложить касательную загрузку  $F$  до сдвига шарика;
- 3) результаты измерений заносятся в таблицу типа (табл. типа 1.1).

### 1.3. Реализация эксперимента

#### 1.3.1. Пример проведения и обработки результатов испытаний № 1 при $Q = 187,5$ кг

1. Исходные данные:

- 1) диаметр шарика  $D = 30$  мм,  $R = 15$  мм;
- 2) лунка  $d = 17$  мм;
- 3) радиус проекции площадки контакта  $a = 8,5$  мм;
- 4) плечо рычага  $l = 320$  мм;
- 5) нормальная нагрузка  $Q = 187,5$  кг от подвески на прессе Бринелля;
- 6) нагрузка на рычаге при сдвиге  $F_1 = 0,47$  кг;
- 7) смазка графитовая.

2. Расчеты сил трения:

- 1) сдвиговое напряжение по сферической площадке  $\tau_A$ , по формуле (1.1):

$$\tau_A = \frac{3M}{2\pi a^3} = \frac{3 \cdot 0,47 \cdot 320}{2\pi(8,5)^3} = \frac{1,5 \cdot 0,47 \cdot 320}{\pi \cdot 614,125}, \tau_A = 0,11693 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} \cong 0,117 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2};$$

- 2) среднее контактное давление по (1.4):

$$\sigma_{cp} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{187,5}{\pi(8,5)^2} = \frac{187,5}{\pi \cdot 72,25}, \sigma_{cp} = 0,826 \text{ кг/мм}^2;$$

- 3) адгезионная составляющая  $f_A$  коэффициента трения может быть определена по зависимости:

$$f_A = \frac{\tau_A}{\sigma_{cp}} = \frac{0,117}{0,826}, f_A = 0,1416.$$

#### 1.3.2. Пример № 2. Опыт при $Q = Q_7 = 3000$ кг

$$1) \tau_A = \frac{3M}{2\pi a^3} = \frac{3 \cdot 4,75 \cdot 320}{2\pi(8,5)^3} = \frac{4560}{3858,66} = 1,182, \tau_A = 1,182 \text{ кг/мм}^2;$$

$$2) \sigma_{cp} = \frac{3000}{\pi(8,5)^2} = 13,22 \text{ кг/мм}^2;$$

$$3) f_A = \frac{1,182}{13,22} = 0,0895.$$

- 4) Результаты расчетов и испытаний для других нагрузок представлены в табл. 1.1.

### 1.4. Определение параметров функции $\tau_A = f(\sigma_{cp})$ . Строим график зависимости

$$\tau_A = f(\sigma_{cp}):$$

- 1) и находим точку пересечения графика с координатами  $(\sigma_{cp} = 0, \tau_A = \tau_0)$ , находим:  $\tau_0 = 0,05 \text{ кг/мм}^2$  по рис. 1.2;

2) находим  $\Delta\tau_A = \tau_{A\max} - \tau_0$ ;  $\Delta\sigma_{cp} = \sigma_{cp\max} - 0 = \sigma_{cp\max}$ ;

3)  $\sigma_{cp\max} = 13 \text{ кг/мм}^2$ ;  $\tau_{A\max} = 1,2 \text{ кг/мм}^2$ ;

4) далее находим тангенс угла наклона или параметр  $\beta = \frac{\Delta\tau}{\Delta\sigma_{cp}} = \frac{1,2}{12} = 0,1$ ;

5) таким образом, имеем  $\tau_{A0} = 0,05 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\beta = 0,1$ ;

6) уравнение зависимости получаем в виде:

$$\tau_a = 0,05 + 0,1\sigma_{cp}. \quad (1.10)$$

Таблица 1.1

#### Обработка результатов графитная смазка

| № | Q, кг | F <sub>l</sub> , кг  | σ <sub>cp</sub> , кг/мм <sup>2</sup> | τ <sub>A</sub> , кг/мм <sup>2</sup> | f <sub>A</sub> | v, мм <sup>2</sup> /с |
|---|-------|----------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|----------------|-----------------------|
| 1 | 187,5 | 0,47                 | 0,826                                | 0,117                               | 0,1416         | 1,17                  |
| 2 | 500   | 0,82                 | 2,203                                | 0,204                               | 0,0926         | 2,04                  |
| 3 | 1000  | $\frac{1,77}{1,59}$  | 4,405                                | 0,4406                              | 0,100          | 4,41                  |
| 4 | 1500  | $\frac{2,30}{2,085}$ | 6,608                                | 0,5725                              | 0,947          | 5,72                  |
| 5 | 2000  | $\frac{3,15}{2,39}$  | 8,810                                | 0,784                               | 0,0889         | 7,84                  |
| 6 | 2500  | $\frac{3,3}{2,8}$    | 11,01                                | 0,8215                              | 0,746          | 8,25                  |
| 7 | 3000  | $\frac{4,75}{3,85}$  | 13,22                                | 1,182                               | 0,00894        | 44,82                 |

Для получения точных результатов необходимо из силы  $F$  на рычаге вычесть силу, расходуемую на вращение подшипников качения в приспособлении. Процедура определения этой силы приведена в п.6.

#### 1.5. Приближенное определение твердости граничной смазки:

##### 1.5.1. Зависимости:

1) по условиям опыта величина адгезионной компоненты напряжений:

$$\tau_A = \tau_{пред} = \tau_T; \quad (1.11)$$

2) по третьей теории прочности:

$$\tau_T = 1/2(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (1.12)$$

или при  $\sigma_2 = 0$

$$\tau_T = 1/2\sigma_T, \quad \sigma_T = 2\tau_T, \quad (1.13)$$

$$\sigma_T = 2\tau_A; \quad (1.14)$$

3) по формуле (1.14) может быть определен предел текучести тонкого слоя граничной смазки;

4) известно приближенное соотношение  $\sigma_T(HB)$ :

$$HB \approx 3\sigma_T, \quad (1.15)$$

5) с учетом (1.14):

$$HB = 6\tau_A. \quad (1.16)$$

##### 1.5.2. Пример расчета твердости ГС для графитной смазки

1) при давлении  $\sigma = 0,826 \text{ кг/мм}^2$  (табл. 1.1):  $\tau_A = 0,117 \text{ кг/мм}^2$ ; по (1.16) имеем:

$$HB = 6\tau_A = 6 \cdot 0,117 = 0,702 \text{ кг/мм}^2;$$

2) при давлении  $\sigma = 13,22 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\tau_A = 1,182 \text{ кг/мм}^2$ ;  $HB = 6 \cdot 1,182 = 7,092 \text{ кг/мм}^2$ ;

3) таким образом для графитной смазки твердость граничной смазки для давлений  $\sigma(0,826 - 13,22) \text{ кг/мм}^2$  находятся в диапазоне:  $HB = (0,702 - 7,092) \text{ кг/мм}^2$ .

##### 1.5.3. Оценка уровня твердости граничной смазки

1) по справочнику [8] для свинца  $HB = 4 \text{ кг/мм}^2$ , для олова  $HB = 5 \text{ кг/мм}^2$ .

2) оценка твердости графитной смазки получена в пределах  $HB = (0,702 - 7,092) \text{ кг/мм}^2$ .

3) таким образом, получено, что при толщине 1 мкм твердость граничной смазки в рабочем диапазоне давлений соизмерима с твердостью мягких металлов свинца и олова;

4) эта информация может быть полезной при рассмотрении контактной механики, трения и износа тонких слоев граничной смазки.

#### 1.5.4. Зависимость твердости ГС от давлений

1) представим эту зависимость линейной вида:

$$HB = HB_0 + k\sigma; \quad (1.17)$$

2) определение параметра  $k$  по двум точкам:

$$k = \frac{HB_2 - HB_1}{\sigma_2 - \sigma_1}; \quad (1.18)$$

3) определение параметра  $HB_0$  по точке  $(\sigma_2, HB_2)$  из (1.17):

$$HB_0 = HB_2 + k\sigma_2, \quad HB_0 = HB_2 - k\sigma_2 = HB_2 - \frac{HB_2 - HB_1}{\sigma_2 - \sigma_1}\sigma_2, \\ HB_0 = HB_2 - \frac{HB_2 - HB_1}{\sigma_2 - \sigma_1}\sigma_2; \quad (1.19)$$

4) пример:  $HB_1 = 0,7$  кг/мм<sup>2</sup>;  $HB_2 = 7,092$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_1 = 0,826$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_2 = 13,22$  кг/мм<sup>2</sup>;

$$k = \frac{7,092 - 0,7}{13,22 - 0,7} = 0,51, \quad HB_0 = 7,09 - 13,22 \cdot 0,51 = 0,35 \text{ кг/мм}^2.$$

#### 1.5.5. Уточнение терминологии характеристик граничной смазки

В дополнение к существующим характеристикам граничной смазки на основании изложенного выше могут быть введены следующие новые понятия:

1. Адгезионный предел текучести  $\tau_T^A$  граничной смазки при сдвиге. Эта величина полностью соответствует понятию адгезионной компоненты напряжения трения, то есть:  $\tau_T^A \equiv \tau_A$ .

2. Деформационный предел текучести  $\tau_T^D$  граничной смазки при сдвиге. Эта величина полностью соответствует понятию деформационного напряжения трения, то есть:  $\tau_T^D \equiv \tau_D$ .

3. Предел текучести граничного слоя смазки при сжатии  $\sigma_T^{GC}$ .

4. Оценочная твердость граничного слоя смазки как твердость приближенно, определяемая через предел текучести при сдвиге и сжатии.

5. Вязкость тонкого слоя граничной смазки параметр, подробно рассматриваемый в следующем втором подразделе этой работы.

#### 1.6. Определение параметров ГС для разных материалов смазки

1.6.1. Результаты испытаний разных видов смазок представлены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Результаты испытаний

| № | Вид смазки                            | $Q$ ,<br>кг | $\sigma$ ,<br>кг/мм <sup>2</sup> | $F_e$ ,<br>кг | $\tau_A$ ,<br>кг/мм <sup>2</sup> | $v$ ,<br>мм <sup>2</sup> /с | $HB_2$ ,<br>кг/мм <sup>2</sup> |
|---|---------------------------------------|-------------|----------------------------------|---------------|----------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 1 | Графитная                             | 187,5       | 0,826                            | 0,17          | 0,117                            | 1,17                        | 0,702                          |
|   |                                       | 2000        | 8,810                            | 1,54          | 0,784                            | 44,82                       | 4,704                          |
| 2 | Литол-24                              | 187,5       | 0,826                            | 0,08          | -                                | -                           | -                              |
|   |                                       | 2000        | 8,810                            | 1,21          | -                                | -                           | -                              |
| 3 | Литол-24 + бронзовый порошок          | 187,5       | 0,826                            | 0,27          | -                                | -                           | -                              |
|   |                                       | 2000        | 8,810                            | 1,33          | -                                | -                           | -                              |
| 4 | Литол-24+бронзовый порошок + глицерин | 187,5       | 0,826                            | 0,18          | -                                | -                           | -                              |
|   |                                       | 2000        | 8,810                            | 1,09          | -                                | -                           | -                              |
| 5 | Солидол                               | 187,5       | 0,826                            | 0,2           | -                                | -                           | -                              |
|   |                                       | 2000        | 8,810                            | 1,5           | -                                | -                           | -                              |

#### 1.7. Основные результаты испытаний и выводы по п. 1

1.7.1. В развитие метода Михина предложено испытания на сдвиг производить при верчении шара в заранее изготовленной большой по глубине лунке:

- 1) использование заранее (до опытов) изготовленной сферической лунки позволяет проводить испытания на сдвиг при верчении шара в широком диапазоне давлений;
- 2) испытания при давлениях, измеряющихся в широком диапазоне давлений строить в этом диапазоне зависимость  $\tau_A(\sigma_{cp})$  и при этом более точно определять величину  $\tau_A(\sigma_{cp} = 0)$ .

*1.7.2. Предложен метод приближенной оценки твердости тонкого (1 мкм) слоя граничной смазки:*

- 1) на первом этапе адгезионная компонента напряжения трения рассматривается как предел текучести  $\tau_T^{(GC)}$  материала граничной смазки при сдвиге;
- 2) на втором этапе устанавливается связь предела текучести материала граничной смазки при сжатии  $\sigma_T^{TC}(\tau_T^{GC})$ ;
- 3) на третьем этапе устанавливается связь твердости  $HB$  материала ГС с пределом текучести ГС при сжатии  $HB^{GC}(\sigma_T^{GC})$  от предела текучести при сдвиге;
- 4) сравнением полученных значений твердости граничной смазки с твердостью цветных металлов установлено, что твердость граничной смазки (пластических масел) находится в диапазоне твердости по Бринеллю свинца и олова;
- 5) полученный результат является основой для построения механизмов и моделей деформирования и изнашивания слоя граничной смазки;
- 6) твердость материала ГС изменяется пропорционально величине давлений на слой.

*1.7.3. Анализ изменения величин адгезионной компоненты  $\tau_A^{GC}$  и твердости  $HB^{GC}$  для разных материалов пластической смазки показывают, что эти изменения находятся в достаточно широком диапазоне (1,5 раза) а эти величины могут быть определенными характеристиками смазок.*

*1.7.4. Некоторые обобщения:*

- 1) модифицирован метод Михина Н.М. или метод верчения шарика в сферической лунке определения адгезионной (молекулярной) составляющей сил трения;
- 2) модифицированный метод отличается от традиционного метода тем, что заранее изготавливается сферическая лунка настолько можно большей глубины;
- 3) Заранее заготовленная лунка позволяет проводить опыты в более широком диапазоне давлений;
- 4) Возможно, испытание в двух противоположно расположенных лунках: это увеличивает точность и исключает влияние опорного подшипника качения;
- 5) Способ заготовленной лунки позволяет построить зависимость  $\tau_A(\sigma)$  и определить ее параметры  $\tau_0$  и  $\beta$ .

## **2. Способ определения кинематической вязкости тонкого слоя граничной смазки**

### **2.1. Теория эксперимента**

#### *2.1.1. Постановка задачи*

- 1) известно, что механические свойства смазки зависят от разных факторов: давления, температуры, объема смазки и т.д. Известно достаточное количество методов определения динамической и кинематической вязкости смазки;
- 2) полученные таким образом значения вязкости используются, как правило, для некоторой качественной оценочной процедуры при выборе смазки;
- 3) нам не известны методы определения вязкости граничной смазки в условиях тонкого слоя при высоких давлениях. В то же время именно вязкость в этих условиях могла быть полезной для исследования методов повышения износостойкости смазок;
- 4) в связи со сказанным, в данной работе ставится задача разработать метод определения вязкости граничного слоя смазки, при решении этой задачи предполагается в первую очередь использовать понятия и закономерности адгезионной составляющей трения при наличии слоя смазки.

#### *2.1.2. Динамическая вязкость по Ньютону*

1. Вязкостью или внутренним трением смазки называется сопротивляемость относительному сдвигу под действием внешней силы.

Касательная сила  $T$ , возникающая при относительном скольжении смежных слоев смазки, называется силой вязкого сдвига или силой жидкостного трения.

По закону Ньютона для жидкостей эта сила определяется из соотношения:

$$T = \mu \frac{dv_x}{dy} s, \quad (2.1)$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость;

$\frac{dv_x}{dy}$  – градиент скорости сдвига по нормали к направлению потока  $x$  (рис 2.1),

$S$  – площадь сдвига.

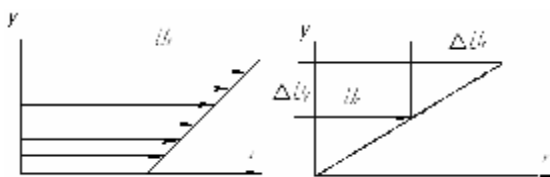


Рис. 2.1 – Схема изменения скоростей в потоке смазки

2. Если  $\frac{dv_x}{dy} = \text{const}$ , в конечных приращениях (2.1) можно приближенно записать в виде

$$\tau = \mu \frac{v_1 - v_2}{h}, \quad (2.2)$$

при малой толщине слоя смазки и адгезии смазки к поверхности металла можно принять  $v_2 = 0$ , тогда имеем:

$$\tau = \mu \frac{v}{h}, \quad (2.3)$$

где  $v$  – скорость верхней поверхности контакта.

### 2.1.3. Размерность динамической вязкости

Следует обращать внимание на размерность динамической вязкости

1) в международной системе единиц (система SI):  $\mu \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} \right]$ ;

2) в физической системе единиц (система CGS):  $\mu \left[ \frac{\text{дина} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} \right]$ ;

3) в технической системе единиц (система MKS):  $\mu \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} \right]$ ;

4) на практике динамическую вязкость выражают в пуазах, или чаще всего в санти пуазах (спз):

$$1 \text{ спз} = 10^{-3} \frac{\text{Н} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} \approx 10^{-4} \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2};$$

2) динамическая вязкость воды при 20° равна 1,002 спз.

### 2.1.4. Кинематическая вязкость

1. Кинематическая вязкость  $\nu$  представляет собой отношение динамической вязкости к ее плотности  $\rho$  при тех же условиях:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.4)$$

2. Физическая единица кинематической вязкости:  $\nu \left[ \frac{\text{см}^2}{\text{сек}} \right]$  – Ст.

3. Обычно употребляется более мелкая величина – сантистокс (сст) равный 0.01 стокса.

4. Сантистокс представляет собой кинематическую вязкость жидкости, динамическая вязкость которой равна 10 спз, а плотность равна 1 г/см<sup>3</sup>.

### 2.1.5. Определение вязкости граничной смазки

1. Пусть из эксперимента известна величина предельных сдвиговых напряжений  $\tau_T$  индентора на граничной смазке. Заметим, что эти напряжения равны величине адгезионной составляющей напряжений трения:

$$\tau_A = \tau_T, \quad (2.5)$$

2. Толщина граничной смазки находится в пределах от долей до целых значений мкм: 0,01 - 1 мкм;

3. Плотность масел отклонения от плотности воды на несколько процентов:  
 $\rho = 0,82 - 1,0 [\text{г/см}^3]$ ;

4. Скорость скольжения при определении  $\tau_A$  можно принять из опыта равной 1 мм/с.

2.1.6. Вывод основного соотношения:

1) в соотношении (2.3) при  $\tau = \tau_A$ :

$$\tau_A = \mu \frac{v}{h}, \quad (2.6)$$

принимая размерности

$$\tau_A \left[ \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \right], \quad v = \left[ \frac{\text{мм}}{\text{сек}} \right], \quad h = [\text{мм}], \quad \mu = [\text{сантипуаз}],$$

и примем размеры  $v = 1 \frac{\text{мм}}{\text{сек}}$ ,  $h = 10^{-3} \text{ мм}$ ,  $\tau_A$  из опытов;

2) с учетом принятых размерностей и размеров из (2.3) имеем:

$$\tau_A \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} = \mu \frac{1 \cdot \text{мм/с}}{10^{-3} \text{ мм}}; \quad (2.7)$$

3) введем кинематическую вязкость, разделив справа числитель и знаменатель на плотность  $\rho$ :

$$\tau_A \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\text{рмм}}{10^{-3} \text{ мм}}; \quad (2.8)$$

4) для принятых размерностей:

$$\frac{\mu}{\rho} = v [\text{сантстокс}], \text{ ссТ}, \quad (2.9)$$

$$\rho = \frac{\text{кг}}{\text{мм}^3} = \frac{\text{кгс} \cdot \text{сек}^2}{9810 \text{ м}8 \cdot \text{мм}^3}; \quad (2.10)$$

2) с учетом (2.10), (2.9), (2.8):

$$\tau_A \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} = v [\text{ссм}] \frac{\text{кгс} \cdot \text{сек}^2}{9810 \text{ м}8 \cdot \text{мм}^3} \frac{1}{10^3 \text{ мм}};$$

6) окончательно имеем зависимость:

$$\tau_A \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} = v \left[ \frac{\text{мм}^2}{\text{сек}} \right] \frac{\text{кгс} \cdot \text{сек}}{\text{мм}^4 9,81}; \quad (2.11)$$

7) таким образом, имеем:

$$\tau_A = \frac{v}{9,81}, \quad (2.12)$$

или

$$v = \tau_A 9,81, \quad (2.13)$$

то есть в заданных условиях кинематическая вязкость  $v$  слоя граничной смазки равна адгезионной составляющей напряжения трения, умноженная на 9,81 или приближенно:

$$v \approx 10 \tau_A. \quad (2.14)$$

## 2.2. Техника эксперимента

1) оборудование, принцип работы и порядок эксперимента соответствует методике эксперимента.

## 2.3. Реализация эксперимента

### 2.3.1. Определение кинематической вязкости графитной смазки

1) возьмем результаты определения  $\tau_A$ , полученные в п. 1 и представленные в табл. 1.1;

2) в соответствии с приближенной формулой (2.14):

$$v = 10 \tau_A \text{ мм}^2/\text{сек}. \quad (2.15)$$

Умножая столбец  $\tau_A$  на 10 получаем столбец кинематической вязкости  $v$  мм<sup>2</sup>/сек.

Зависимость кинематической вязкости графитной смазки от давления.

Оценки  $v$  п.1 получены при  $t = 20^\circ \text{ С}$ . По данным [6, рис. 2] в среднем температура от  $100^\circ \text{ С}$  до  $20^\circ \text{ С}$  увеличиваем вязкость в 20 раз. С учетом этого оценена вязкость графитной смазки при  $100^\circ \text{ С}$  табл. 3.1.

Таблица 3.1

| Результаты определения |                               |                                                      |                                                       |
|------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| №                      | $\sigma$ , кг/мм <sup>2</sup> | $v$ , мм <sup>2</sup> /с;<br>$t = 20^\circ \text{C}$ | $v$ , мм <sup>2</sup> /с;<br>$t = 100^\circ \text{C}$ |
| 1                      | 0,826                         | 1,17                                                 | 0,05                                                  |
| 2                      | 2,203                         | 2,04                                                 | 0,1                                                   |
| 3                      | 4,405                         | 4,41                                                 | 0,22                                                  |
| 4                      | 6,608                         | 5,72                                                 | 0,3                                                   |
| 5                      | 8,810                         | 7,84                                                 | 0,39                                                  |
| 6                      | 11,01                         | 8,25                                                 | 0,4                                                   |
| 7                      | 13,22                         | 44,82                                                | 2,25                                                  |

### 2.3.2. Влияние давления на вязкость ТС

1. Известно значительное влияние давления на вязкость смазки, оценка этого влияния важна для тонкого слоя граничной смазки.

2. Из табл. 3.1 следует, что с увеличением давления в  $13,22 / 0,826 = 16$  раз вязкость  $v$  тонкого (1 мкм) слоя граничной смазки возрастает в  $44,82 / 1,17 = 38,3$  раз.

3. Известны разные формы зависимостей вязкости от давления: 1) линейная по Гурвицу, экспоненциальная по [6] и степенная по Воляровичу:  $v = v_0 a^\sigma$  (где  $\sigma$  – давление).

4. По данным, полученным в табл. 3.1 для (2.15) имеем:

$$\lg a = \frac{\lg v_2 / v_1}{\sigma_2 - \sigma_1} = \frac{\lg 38,3}{12,4} = 0,01. \quad (2.16)$$

$$a = 10^{0,01} = 1,023.$$

5. Эти данные могут быть использованы для оценки увеличения вязкости при высоких давлениях; так при увеличении давления от  $\sigma_1 = 40$  кг/мм<sup>2</sup> до 60 кг/мм<sup>2</sup>:

$$\frac{v_{100}}{v_1} = a^{\sigma_2 - \sigma_1} = 1,32^{20} = 1,023, \quad 1,023^{20} = 1,58 \text{ раз.}$$

6. Таким образом, имеем зависимость

$$v = v_0 (1,023)^\sigma. \quad (2.17)$$

### Основные выводы по п. 2

Разработан метод определения вязкости смазочного вещества в тонком контактном слое граничной смазки. Реализация метода состоит из следующих этапов по методике ЛР № 1:

1) определяется адгезионная компонента  $\tau_A$  напряжений трения в условиях малой скорости сдвига тонкого слоя;

2) при допущении о малой  $10^{-3}$  мм толщине слоя и малой скорости сдвига  $v = 1$  мм/с получена приближенная зависимость кинематической вязкости смазки  $v$  от адгезионной компонента  $\tau_A$  в виде  $v \approx 10\tau_A$ ;

3) полученный результат позволяет сравнивать граничные смазки в реальных условиях по кинематической вязкости;

4) отмечено, что адгезионная компонента  $\tau_A$  по смыслу соответствует пределу текучести масляного слоя граничной смазки на сдвиг  $\tau_T$ , иначе:  $\tau_A = \tau_T$ ;

5) разработана методика оценки влияния давления на твердость граничной смазки и установлено, что для графитной смазки эта зависимость имеет вид:  $v = v_0 (1,023)^\sigma$ ;

6) результаты определения кинематической вязкости граничной смазки для разных видов пластической смазки приведены в табл. 1.2.

### 3. Метод определения деформационной компоненты напряжения трения (жесткий режим пластического скольжения)

#### 3.1. Теория эксперимента

##### 3.1.1. Основные зависимости:

1) многочисленными исследованиями Крагельского И.В., Михина Н.М., Бодена и Тейбора, Снурра, и др. установлена удивительно простая зависимость деформационной составляющей  $f_A$  коэффициента трения для шарика в форме:

$$f_D = 0,55 \sqrt{\frac{u_0}{R}}; \quad (3.1)$$

где  $u_0$  — глубина вдавливания;

$R$  — радиус сдвигаемого шарика;

2) удивительно в (3.1) то, что деформационный коэффициент трения при сферическом инденторе не зависит от материала;

3) сила трения  $F_D$  при этом определяется из соотношения:

$$F_D = f_D N = 0,55 \sqrt{\frac{u_0}{R}} N; \quad (3.2)$$

4) деформационная компоненты напряжения трения  $\tau_A$  определяется как отношение силы  $\tau_A$  к площади контакта с радиусом  $a$ :

$$\tau_D = \frac{F_D}{\pi a^2}; \quad (3.3)$$

5) глубину вдавливания шарика удобно выражать через диаметр отпечатка шарика  $d = 2a$  приближенно для малой глубины лунки:

$$u_0 = \frac{a^2}{2R} = \frac{(d/2)^2}{2R}; \quad (3.4)$$

6) если диаметр лунки соизмерим с радиусом шара, то глубина вдавливания определяется из соотношения:

$$u_0 = \frac{1}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2}), \quad (3.5)$$

где  $D = 2R$ .

### 3.1.2. Жесткий и мягкий режимы пластичного сдвига шарика

1) нормальное нагружение шарика может производиться грузом или пружиной. В данной работе нагружение производится на прессе Бринелля грузами через рычаги;

2) после вдавливания шара в плоскость рис. (3.1, а) прикладывается касательная сила  $F_A$ ;

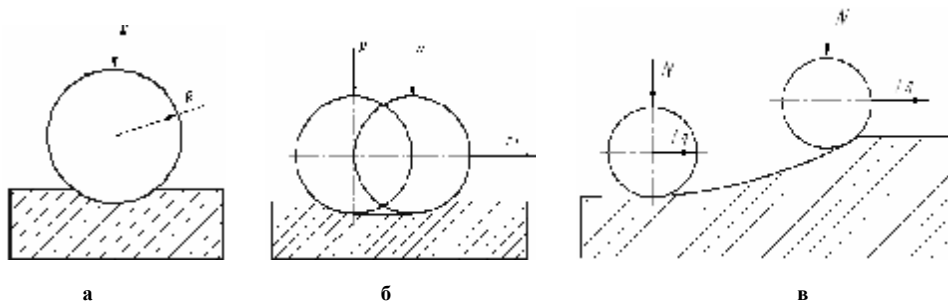


Рис. 3.1 – Схема пластических деформаций плоскости шаром

3) ход дальнейшего процесса зависит от кинематических условий, опыта;

4) если движение центра шарика по вертикали ограничено специальными направляющими, то при достаточно большой силе  $F_A$  происходит деформирование плоскостей с образованием желоба; будем называть это деформирование **в жестком режиме**;

5) в процессе деформирования поверхности шариком возникает радиальная сила  $F_R$ , которую можно разложить на две силы:  $F_x$  по оси  $x$  и  $F_y$  по оси  $y$ ;

6) если сила  $F_y$  больше сил сопротивления подъему шарика, то шарик поднимается вверх и дальнейшее его движение происходит по некоторой траектории ОА, образуя желоб переменной глубины;

7) это деформирование будем называть движением в **мягком режиме**.

### 3.1.3. Задача испытаний

В этой работе ставится задача определить теоретически и экспериментально силу сопротивления шарика при пластическом деформировании плоскости в жестком режиме.

Теоретически сила деформирования определяется по формуле (3.2).

### 3.2. Техника эксперимента

#### 3.2.1. Установка для испытаний

- 1) испытания проводятся на прессе Бринелля как на базовой установке, обеспечивающей общее нагружение от 187,5 до 3000 кг через 500 кг;
- 2) на прессе монтируется специальное приспособление рис. 3.2;

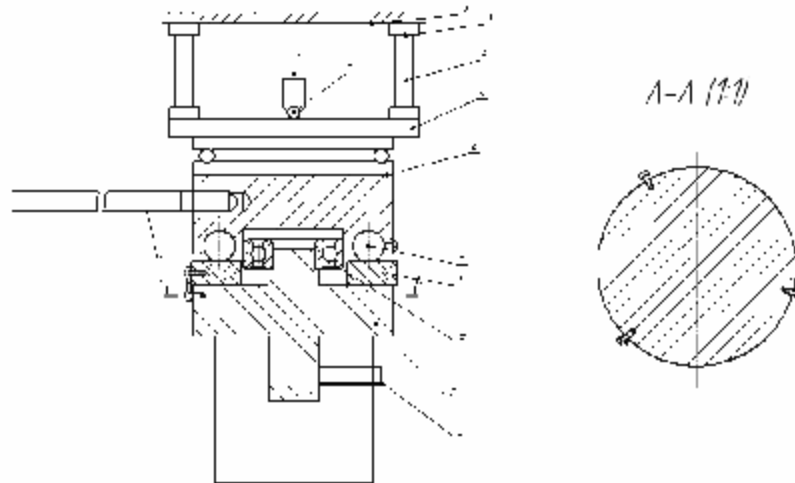


Рис. 3.2 – Схема приспособления к прессу Бринелля

- 3) образец 1 устанавливается на опоре 11 и закрепляется с помощью планки 14 и винта 15;
- 4) опора 11 устанавливается в винте 13 прессы и закрепляется от поворота винтом 12;
- 5) три рабочих шариках 3 для деформирования образца закрепляются в корпусе 3 винтами 16;
- 6) в средней части корпуса 3 выполнена полость, в которую устанавливается шарикоподшипник, который воспринимает радиальную нагрузку и передает ее на опору 14;
- 7) нагрузка от прессы через шарик 9 передается на плиту 5;
- 8) от плиты вертикальная нагрузка передается на осевой шарикоподшипник 4 типа 8208 и далее на корпус 3, и далее на винт прессы.

#### 3.2.2. Последовательность действий

- 1) задается вертикальная нагрузка, которая воспринимается шариками 2 и передается на образец;
- 2) на образце образуется лунка;
- 3) с целью ограничить вертикальное движение (всплывание) шариков при действии касательной нагрузки на шарик от корпуса через рычаг 3 устанавливаются распорные винты 6;
- 4) длина винтов регулируется гайками 7;
- 5) после установки винтов через рычаги 3 с заданным плечом  $l$  прикладывается окружная сила  $F_{окр}$  и создается момент:

$$M_{окр} = F_{окр} l; \quad (3.6)$$

- 6) во время приложения окружного усилия сила  $F_{окр}$  замеряется динамометром;
- 7) рычаг проворачивается на некоторый угол, приблизительно 1/6 оборота;
- 8) после завершения нагрузки приспособление разбирается после разборки замеряется ширина  $2a$  и глубина  $u_0$  образовавшегося желоба.

#### 3.2.3. Обработка результатов испытаний

- 1) определяется нагрузка на один шарик:

$$N_1 = \frac{N}{3}; \quad (3.7)$$

- 2) при известном значении глубины желоба  $u_0$  и силе  $N_1$  на шарик определяется теоретическое значение усилия сдвига по (6.3):

$$F_{д}^T = 0,55 \left( \frac{u_0}{R} \right)^{1/2} N; \quad (3.8)$$

- 3) определяется экспериментальное значение касательной силы на один шарик:

$$F_{окр} l = 3F_{окр1} \frac{D_{cp}}{2}, \quad (3.9)$$

$$F_D = F_{окр1} = F_{окр} \frac{2}{3D_{cp}}. \quad (3.10)$$

### 3.3. Реализация эксперимента

#### 3.3.1. Результаты испытаний

1) на установке с ограничителями всплывтия шариков от касательной нагрузке выполнены испытания с двумя нагрузками 1500 кг и 500 кг.

Измерялись: 1) диаметр  $d = 2a$  лунки при вдавливании одного шарика; 2) сила  $F_l$  кг на рычаге с плечом  $l = 320$  мм;

2) результаты испытаний представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

| Результаты испытаний |            |               |            |            |                 |         |          |
|----------------------|------------|---------------|------------|------------|-----------------|---------|----------|
| $Q$ , кг             | $F_l$ , кг | $d = 2a$ , мм | $F_l$ , кг | $u_0$ , мм | $f_D^{\exists}$ | $f_D^T$ | $\tau_D$ |
| 1500                 | 19,3       | 3,2           | 68,6       | 0,205      | 0,134           | 0,1     | 24,19    |
| 500                  | 6,3        | 1,6           | 22,4       | 0,071      | -               | 0,058   | 24,19    |

#### 3.3.2. Обработка результатов испытаний определение экспериментального значения $f_D$

1) нормальная нагрузка на один шарик при  $Q = 1500$  кг;  $N_1 = \frac{1500}{3} = 500$  кг;

2) касательная нагрузка действующая на 1 шар при  $F_l = 19,3$  кг:

$$3F_{1ш} \cdot R_{cp} = F_l \cdot l, \quad F_{1ш} = \frac{F_l \cdot l}{3R_{cp}} = \frac{19,3 \cdot 320}{3 \cdot 30} = 68,6 \text{ кг}; \quad \tau_D = \frac{F_{1ш}}{\pi a^2} = \frac{68,6}{\pi \cdot 0,95^2} = 24,19 \text{ кг/мм}^2;$$

3) деформационная составляющая коэффициента трения скольжения:

$$f_D^{\exists} = \frac{F_{1ш}}{N_1} = \frac{68,6}{500,0} = 0,1372;$$

4) аналогичные расчеты для нагрузки  $Q = 500$  кг дают:  $N_1 = Q / 3 = 500 / 3 = 166,7$ ,

$$F_{1ш} = \frac{F_l l}{3R_{cp}} = \frac{6,3 \cdot 320}{3 \cdot 30} = 22,4 \text{ кг}; \quad f_D^{\exists} = \frac{22,4}{166,7} = 0,134.$$

3.3.3. Теоретическое определение деформационной компоненты коэффициента. Пример 1 по формуле (3.2) при  $Q = 1500$  кг:

$$f_D^T = 0,55 \left( \frac{u_0}{R} \right)^{1/2};$$

1) при заданном диаметре лунки вдавливания шара  $d$  глубина вдавливания может быть определена по формуле:  $u_0 = \frac{D}{2} - (1 - \sqrt{1 - (d/D)^2})$ ;

2) при  $d = 3,2$  мм;  $D = 12,7$  мм;  $u_0 = \frac{12,7}{2} - (1 - \sqrt{1 - (3,2/12,7)^2}) = 0,205$  мм;

3)  $f_D^T = 0,55 \left( \frac{0,205}{6,35} \right)^{1/2} = 0,0988 = 0,1$ ;

4) расхождение между  $f_D^{\exists}$  и  $f_D^T$  равно:  $\varepsilon = \frac{f_D^{\exists} - f_D^T}{f_D^{\exists}} = \frac{0,134 - 0,1}{0,134} = 0,25 = 25\%$ ,

т.е. соответствие между значениями теоретического экспериментального коэффициентов деформационного трения число качественное, расхождение в 25 % достаточно велико.

Пример 2 определение  $\tau_D$  при  $Q = 1500$  кг

1) определение  $u_0$  ( $d = 1,9$  мм):

$$u_0 = \frac{D}{2}(1 - \sqrt{1 - (d/D)^2}) = \frac{12,7}{2}(1 - \sqrt{1 - (1,9/12,7)^2}) = 0,071;$$

2) определяем  $f_D^T$ :

$$f_D^T = 0,55\sqrt{\frac{u_0}{R}} = 0,55\sqrt{\frac{0,071}{6,35}} = 0,058, \quad f_D^T < f_D^{\exists};$$

3) экспериментальное значение  $f_D^{\exists}$ :

$$f_D^{\exists} = \frac{F_{1ш}}{N_1} = \frac{22,4}{167} = 0,134;$$

$$4) \varepsilon = \frac{0,134 - 0,058}{0,134} = 0,56.$$

Для повышения точности необходимо учесть адгезионную составляющую в деформационной компоненте.

### Основные результаты и выводы по п. 3

4.1. Установлено, что при сдвиге шарика по пластической плоскости возможны две принципиально разных схемы движения:

1) если нет ограничения вертикальному перемещению шарика, то шарик может всплывать – это мягкий режим деформирования;

2) для определения деформационной компоненты напряжения трения необходимы испытания в жестком режиме деформирования, то есть при движении центра шарика строго параллельно плоскости.

4.2. Для испытаний в жестком режиме:

1) разработано приспособление к прессу Бринелля с ограничителями вертикального движения шариков при нормальной и касательной нагрузках;

2) ограничители выполнены в виде трех стержней регулируемой высоты;

3) разработана и реализована методика испытаний с определением деформационной компоненты напряжения трения.

4.3. Сравнение результатов экспериментального определения деформационной компоненты трения с теоретическим:

1) указывает на значительное расхождение;

2) из этого следует необходимость проведения более точного проведения опытов.

### Литература

1. Кузьменко А.Г. Прикладная теория твердости поверхностей // Проблемы трибологии. – 2006. – № 2. – С. 3-62.
2. Кузьменко А.Г. Твердость и трение: определение механических свойств поверхности по внедрению к сдвигу шара // Проблемы трибологии. – 2008. – № 3. – С. 15-43.
3. Кузьменко А.Г. Исследование метода идентификации поверхности шаром с определением новых механических характеристик металлов // Проблемы трибологии. – 2011. – № 1. – С. 100-113.
4. Михин Н.М. Внешнее трение твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 221 с.
5. Кузьменко А.Г. Пластический контакт тел двоякой кривизны. – Композиции 1) метода подобию (МП), 2) метода приведенного радиуса (МПР), 3) метода экспериментального теоретического равновесия (МЭТР) // Проблемы трибологии. – 2009. – № 1. – С. 46-64.
6. Дерягин Б.В. Что такое трение. – М.: АН ССР, 1963. – 232 с.
7. Марковец М.П. Определение механических свойств металла по твердости. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.
8. Заранин Ю.Л. и др. Стали и сплавы в металлургическом машиностроении. – М.: Металлургия, 1980. – 144 с.
9. Михин Н.М. Внешнее трение твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 221 с.

Надійшла 27.01.2012