

## **Література**

1. Еременко В. Н. Титан и его сплавы. Київ : Изд. АН УССР, 1960. 500 с.
2. Композиційний зносостійкий матеріал на основі дибориду титану : пат. на корисну модель №78156 Україна : МПК C22C 29/14. № и 201210411 ; заявл. 03.09.2012 ; опубл. 11.03.2013, Бюл. № 5.
3. Уманский А. П., Стороженко М. С., Терентьев А. Е., Акопьян В. В. Плазменные покрытия системы TiB<sub>2</sub>–(Fe–Mo). Авиационно-космическая техника и технология. 2014. № 7 (114). С. 6–11.
4. Grechanyuk M., Grechanyuk V., Shapovalov V., Grechanyuk I., Matsenko O., Kozyrev A., Gots V. Massive microporous composites condensed from the vapor phase // Nanosystems, nanomaterials, nanotechnologies. 2022. 20, N 4. P. 883–894.
5. Matsenko O. V. Study of the structure of thick condensates based on silicon carbide obtained by the electron beam evaporation-condensation method // Proceedings of the 19th International Scientific Conference "Science and Education". January 15–22, 2025, Hajdúszoboszló, Hungary. Khmelnytskyi : KhNU. P. 166–169.
6. Гречанюк В. Г., Маценко О. В., Козирев А. В., Гречанюк І. М., Шаповалов В. О. Структура та механічні властивості товстих вакуумних конденсатів TiC, одержаних методом електронно-променевого випаровування // Надтверді матеріали, 2025, 4, С. 43–48.
7. Гречанюк І. М., Гречанюк В. Г., Чорновол В. О., Дишко А. Жароміцні і жаростійкі сплави на основі титану // (Тези конференції: Маркетингові стратегії, підприємництво і торгівля: сучасний стан, напрямки розвитку : матеріали V Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (Київ, 18 квітня 2024 р.). Київ, 2024, С. 510.

## **ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ**

*Іщук А. Ю.<sup>1</sup>, Драч І. В.<sup>2</sup>, Диха М. О.<sup>3</sup>*

*Хмельницький національний університет*

*E-mail: <sup>1</sup>frendly.andriy7@gmail.com, <sup>2</sup>drachil@khmnu.edu.ua*

*<sup>3</sup>maxdixal@gmail.com*

***Анотація.** У статті розглянуто задачу проектування композиційного матеріалу з наперед заданими механічними характеристиками. Увагу приділено динамічному модулю пружності як цільовому параметру*

оптимізації. На прикладі епоксиполіуретанового композиту описано методику підбору концентрацій компонентів із використанням емпіричних даних і аналітичного підходу.

**Ключові слова:** композиційні матеріали, епоксиполіуретан, динамічний модуль пружності, математичне моделювання, оптимізація складу.

Композиційні матеріали відіграють ключову роль у сучасному машинобудуванні, авіації, будівництві та інших галузях завдяки поєднанню високої міцності, малої густини та стійкості до зовнішніх впливів [1]. Однак досягнення оптимального балансу між фізичними та механічними властивостями вимагає ретельного підходу до вибору структури та складу матеріалу [2]. Однопараметрична оптимізація є одним із ефективних методів, що дозволяє змінювати лише один параметр (наприклад, вміст армувального компонента або температуру пресування) з метою максимізації або мінімізації певної характеристики матеріалу. Такий підхід дає змогу глибше зрозуміти вплив окремих факторів на властивості композицій та забезпечити більш керований процес проектування нових матеріалів [3].

У дослідженнях композиційних матеріалів (КМ) використовують математичні моделі з обмеженим ізоморфізмом, які відображають лише ключові властивості об'єкта. Основні задачі моделювання: керування структурою КМ, прогноз їхніх експлуатаційних характеристик і виявлення механізмів структуроутворення. Ефективними є підходи, засновані на нелінійних моделях, що розширюють можливості аналізу та розробки КМ [4].

Розглянемо задачу проектування композиційного матеріалу з заданими механічними властивостями. При цьому передбачається, що складові компоненти композиційної системи відомі, як і їхній вплив на окремі механічні характеристики матеріалу. Задача зводиться до вибору оптимальних концентрацій цих компонентів для досягнення потрібних механічних властивостей.

Для аналізу розглянемо епоксиполіуретановий композит. Епоксиполіуретан – це композитний полімерний матеріал, який поєднує властивості епоксидних смол і поліуретанів. Завдяки цьому він має високу міцність, хімічну стійкість, еластичність і зносостійкість [5].

Епоксиполіуретан в автомобілебудуванні застосовується для виготовлення та склеювання кузовних і внутрішніх деталей, як захисне антикорозійне та віброізоляційне покриття, а також для заливки електронних компонентів з метою захисту від вологи, пилу та температурних впливів. Завдяки високій міцності, еластичності й хімічній

стійкості, цей матеріал забезпечує довговічність і надійність автомобільних систем в умовах інтенсивної експлуатації.

Композит отримують із таких вихідних складників: епоксидна смола (ЕД-20), отверджувач ПЕПА, модифікуюча добавка – поліізоціанат, наповнювач – подрібнений кварцовий пісок [5].

Процес приготування композиту здійснюється в такій послідовності: спочатку змішують епоксидну смолу з отверджувачем протягом 5 хв. Потім додають модифікуючу добавку та наповнювач і знову перемішують упродовж 5 хв. Завершальне формування епоксиполіуретану відбувається протягом наступних 24 годин у процесі полімеризації. В окремих випадках процес виготовлення доповнюється операцією термообробки [6].

Як цільову механічну характеристику розглядатимемо динамічний модуль пружності епоксиполіуретану –  $E_c$ . Для його визначення використано результати експериментальних вимірювань [5], а також відомі з літератури залежності, які описують вплив концентрації компонентів на модуль пружності [3, 5, 7].

Аналіз експериментальних даних показує, що значення  $E_c$  при різних концентраціях отверджувача можуть бути апроксимовані поліномом 3-го порядку за концентрацією отверджувача, що описується формулою:

$$E_c = -0,653 \cdot M_m^3 + 18,032 \cdot M_m^2 - 78,428 \cdot M_m + 3500,500;$$

де  $M_m$  – кількість отверджувача в масових частках на 100 масових часток смоли (кількість отверджувача змінювалася в межах від 8 до 25 масових часток).

Це рівняння відображає нелінійну залежність модуля пружності від кількості отверджувача, що є цілком очікуваним у полімерних системах. Мала кількість отверджувача призводить до недостатньої зшивки. Надмірна кількість – до перенасичення й дефектів.

Для визначення впливу кількості поліізоціанату на динамічний модуль пружності скористаємося формулою, що зазвичай використовується для попередньої оцінки модуля пружності новорозроблюваних композитів [3]:

$$E_c = E_m \cdot \left(1 + 11 \cdot M_{\text{mod}}^{1,7}\right)$$

де  $E_m$  – модуль пружності матриці;  $M_{\text{mod}}$  – кількість модифікатора в масових частках на 100 масових часток смоли (кількість модифікатора змінювалася в межах від 0 до 20 масових часток).

Це рівняння описує вплив полізоціанату, який модифікує структуру полімеру (збільшуючи зшивку або змінюючи структуру). Нелінійна форма  $M_{\text{mod}}^{1,7}$  свідчить, що вплив не прямо пропорційний – з ростом концентрації ефект спочатку посилюється, а потім може насичуватися.

Дисперсний наповнювач – кварцовий пісок – додають до композиту для його здешевлення та підвищення модуля пружності  $E_c$ . Існують рівняння, які прогнозують властивості композитів із армуючим наповнювачем. Для кварцового піску найбільш застосовне рівняння Гутто–Смолвуда [5]:

$$E_c = E_m \cdot (1 + 2,5 \cdot \varphi + 14,1 \cdot \varphi^2),$$

де  $\varphi$  – об’ємний вміст наповнювача.

Для дисперснонаповнених композитів кількість добавки зазвичай варіюється в межах від 0 до 0,7 об’єму композиту. Припустимо, що в якості наповнювача використовується кварцовий пісок з такими параметрами: густина  $\rho = 1855$  (кг/м<sup>3</sup>), питома поверхня  $s = 250$  (м<sup>2</sup>/кг), коефіцієнт компактності  $\eta = 0,86$  [5]. Наповнювачі з таким показником компактності відносять до високополідисперсних, і для них оптимальне значення об’ємного вмісту визначається нерівностями [5, 7]:

$$\frac{0,637}{(2,3 \cdot 10^{-7} \cdot \rho \cdot s + 1)^3} < \varphi < \frac{0,870}{(2,3 \cdot 10^{-7} \cdot \rho \cdot s + 1)^3}.$$

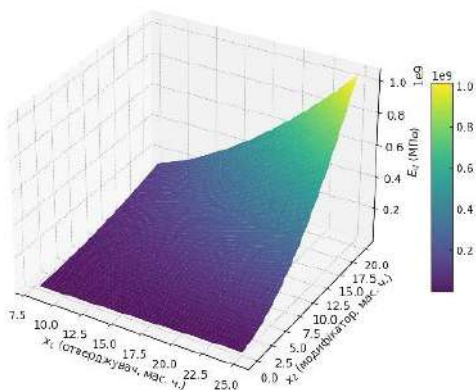
У результаті розрахунків отримано інтервал варіювання об’ємного вмісту наповнювача від 0,41 до 0,57.

Об’єднавши всі наведені формули, отримуємо узагальнене рівняння, яке описує залежність динамічного модуля пружності епоксиполіуретанового композиту від кількості вихідних компонентів:

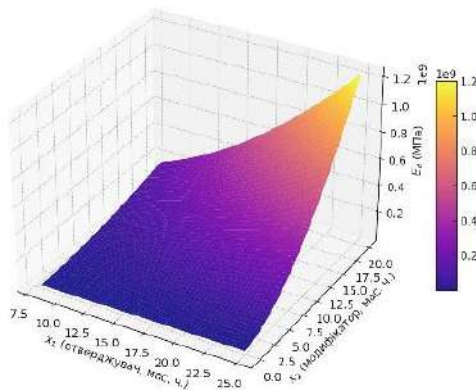
$$E_c = (-0,653 \cdot M_m^3 + 18,032 \cdot M_m^2 - 78,428 \cdot M_m + 3500,500) \times (1 + 11 \cdot M_{\text{mod}}^{1,7}) \cdot (1 + 2,5 \cdot \varphi + 14,1 \cdot \varphi^2). \quad (1)$$

Це дозволяє повністю охарактеризувати проєктований композит через встановлення функціонального зв’язку між величиною  $E_c$  і концентраціями його складових.

На рис. 1 подано поверхні залежності динамічного модуля пружності  $E_c$  епоксиполіуретанового композиту від масових часток отверджувача і модифікатора (1) при фіксованих значеннях об'ємної частки кварцового піску  $\varphi = 0,49$  (рис. 1, а) та  $\varphi = 0,55$  (рис. 1, б).



а



б

**Рис. 1. Поверхня залежності динамічного модуля пружності від концентрацій отверджувача та модифікатора для фіксованого вмісту кварцового піску: а)  $\varphi = 0,49$ ; б)  $\varphi = 0,55$**

З графічного аналізу рис. 1 видно, що збільшення кількості модифікатора та отверджувача суттєво впливає на зростання модуля пружності, особливо при їх поєднаному впливі.

Як видно з рис. 1, б, при збільшенні вмісту наповнювача модуль пружності значно зростає залежно від концентрацій отверджувача та модифікатора – ефект підсилення є помітним.

Постановка та розв’язання задачі оптимізації. Припустимо, що необхідно отримати епоксиполіуретан із динамічним модулем пружності 6000 МПа. У такому випадку цільова функція, яка слугує критерієм для вибору оптимального складу матеріалу, має вигляд:

$$F(M_m; M_{\text{mod}}; \phi) = |6000 - E_c|.$$

**Математичне формулювання задачі.** Позначимо кількість отверджувача  $M_m$  через  $x_1$ , кількість модифікатора  $M_{\text{mod}}$  – через  $x_2$ , а кількість наповнювача  $\phi$  – через  $x_3$ .

Результати попередніх досліджень, а також дані, відомі з наукової літератури, дозволяють задати наступну систему нерівностей, яка визначає область проектування (рис. 2):

$$\begin{aligned} 8 &\leq x_1 \leq 25; \\ 0 &\leq x_2 \leq 20; \\ 0,41 &\leq x_3 \leq 0,57. \end{aligned} \quad (2)$$

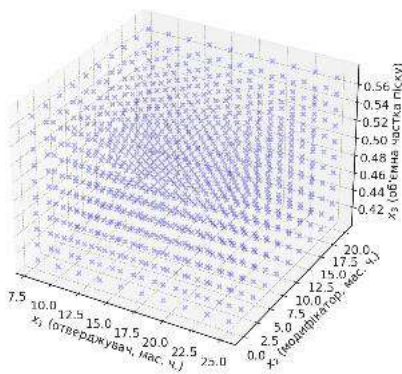
Область допустимих значень параметрів композиту – це паралелепіпед у тривимірному просторі, всередині якого можна варіювати склад композиту для подальшого аналізу його властивостей.

Після введених позначень цільова функція набуває вигляду:

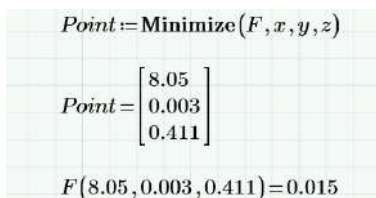
$$F(x_1, x_2, x_3) = \left| 6000 - \left( -0,653 \cdot x_1^3 + 18,032 \cdot x_1^2 - 78,428 \cdot x_1 + 3500,500 \right) \times \right. \\ \left. \times \left( 1 + 11 \cdot x_2^{1,7} \right) \cdot \left( 1 + 2,5 \cdot x_3 + 14,1 \cdot x_3^2 \right) \right|. \quad (3)$$

Задача полягає у знаходженні таких значень параметрів  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , які задовольняють системі обмежень (2) і водночас мінімізують значення цільової функції  $F(x_1, x_2, x_3)$ .

Ця задача є задачею умовної багатовимірної оптимізації. Для її розв’язання є застосовним будь-який метод багатовимірного пошуку, в якому задачі одновимірної оптимізації розв’язуються відповідними методами одновимірного пошуку. Оптимізація може бути проведена з використанням програмного забезпечення (зокрема MATLAB, MathCAD, Excel, інших спеціалізованих програм).



**Рис. 2.** Область допустимих значень параметрів (концентрацій компонентів) композиту



**Рис. 3.** Скрін вікна MathCAD з розв'язком задачі

На рис. 3 подано розв'язок задачі (2)–(3), одержаний в системі комп'ютерної алгебри MathCAD.

**Висновки.** Побудоване рівняння, яке є узагальненою емпірично-теоретичною моделлю, що описує залежність динамічного модуля пружності  $E_c$  епоксиполіуретанового композиту від трьох основних компонентів:  $M_m$  – кількості отверджувача (ПЕПА),  $M_{mod}$  – кількості модифікатора (поліізоціанату),  $\varphi$  – об'ємної частки кварцового піску.

Модель комбінує емпіричні і теоретичні підходи: частина з  $M_m$  отримана з експериментальних даних (апроксимація); частини з  $M_{mod}$  і  $\varphi$  – це апроксимовані або теоретично виведені множники.

Модель відображає фізичні механізми зміцнення композиту: хімічне зшивання (отверджувач і модифікатор), наповнення твердими частками (кварцовий пісок), взаємодію компонентів між собою.

Модель є узагальненням для інженерного застосування: рівняння зручно використовувати для прогнозу властивостей композиту при проєктуванні – варіюючи концентрації складових, можна передбачити, як зміниться модуль пружності.

Результати оптимізації: оптимальна кількість отверджувача: 8,05 мас. ч.; оптимальна кількість модифікатора: 0,003 мас. ч. (мінімально допустима межа); оптимальна об'ємна частка піску: 0,411 (мінімально допустима межа). За таких параметрів композиту одержимо максимальний динамічний модуль пружності  $E_c \approx 6000$  МПа.

### **Література**

1. Gay, D. (2022). Composite materials: design and applications. CRC press.
2. Jones, R. M. (2018). Mechanics of composite materials. CRC press.
3. Vieira, A. F. C., Filho, M. R. T., Eguea, J. P., Ribeiro, M. L. (2024). Optimization of Structures and Composite Materials: A Brief Review. *Eng*, 5(4), 3192–3211.
4. Behrens B.-A., Bouguecha A., Lüken I., Mielke J., Bistron M. 5.11 – Tribology in Hot Forging, Editor(s): Saleem Hashmi, Gilmar Ferreira Batalha, Chester J. Van Tyne, Bekir Yilbas, *Comprehensive Materials Processing*, Elsevier, 2014. P. 211–234.
5. Maldzinski L., Tacikowski J., 12 – ZeroFlow gas nitriding of steels, Editor(s): Eric J. Mittemeijer, Marcel A.J. Somers, *Thermochemical Surface Engineering of Steels*, Woodhead Publishing, 2015. P. 459–483.
6. Sharma G. K., Pant P., Jain P. K., Kankar P. K., Tandon P. (2022). Numerical and experimental analysis of heat transfer in inductive conduction based wire metal deposition process. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 236, no. 5, pp. 2395–2407.
7. Bao L., Wang B., You X., Li H., Gu Y., Liu W. (2020). Numerical and experimental research on localized induction heating process for hot stamping steel sheets. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 151, art. no. 119422.