

**Кузьменко А.Г.,  
Криворотько В.М.,**  
Хмельницкий национальный университет,  
г. Хмельницкий, Украина

**МЕТОД ИСПЫТАНИЯ И РАСЧЕТОВ ПОД-  
ШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ  
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОБОБЩЕННОЙ  
МОДЕЛИ ИЗНАШИВАНИЯ  
ПЛОСКОСТИ И ЖЕЛОБА ШАРОМ**

**Содержание**

Введение

1. Контакт неизнашиваемого шара и изнашиваемой плоскости (однофакторная модель изнашивания)
  - 1.1. Общая постановка задачи
  - 1.2. Решение обратной задачи при  $\vartheta_0 = 0$
  - 1.3. Решение прямой задачи при  $\vartheta_0 = 0$
  - 1.4. Решение обратной задачи при  $\vartheta_0 = 0$
2. Безразмерная многофакторная модель изнашивание плоскости шаром
  - 2.1. Постановка задачи
  - 2.2. Решение прямой задачи
  - 2.3. Решение обратной задачи при  $\vartheta_0 = 0$
  - 2.4. Решение обратной задачи при  $\vartheta_0 = 0$
3. Метод (приведенного радиуса) для контакта шара изнашиваемой плоскости
  - 3.1. Общая постановка и схема решения задачи
  - 3.2. Метод подобия или метод приведенного радиуса
  - 3.3. Контакт с износом шара  $R_1$  со сферическим желобом радиуса  $R_2$  на плоской поверхности.
4. Примеры практического применения

Выводы

Литература

**Обобщенная модель изнашивания плоскости и желоба шаром**

**Введение**

Механика контактного взаимодействия шара и плоскости с износом как шара, так и плоскости, детально представлена в монографиях [2], [3]. В данной работе дается дальнейшее развитие этой механики в направлениях:

- 1) Упрощение метода решения задачи с износом плоскости;
- 2) Использование безразмерной многофакторной модели изнашивания;
- 3) Обобщение решения задачи для сопряжения шар – плоскость на контакт с износом тел двоякой кривизны.
- 4) Метод исследования на износ по схеме шар – плоскость (осевой подшипник качения с неподвижными шариками)

**1. Размерная однофакторная модель изнашивания**

**1.1. Постановка задачи**

1<sup>0</sup>. Схема испытаний

1. Рассматривается скольжение шара по кольцу (рис. 1) под нагрузкой  $Q$ .

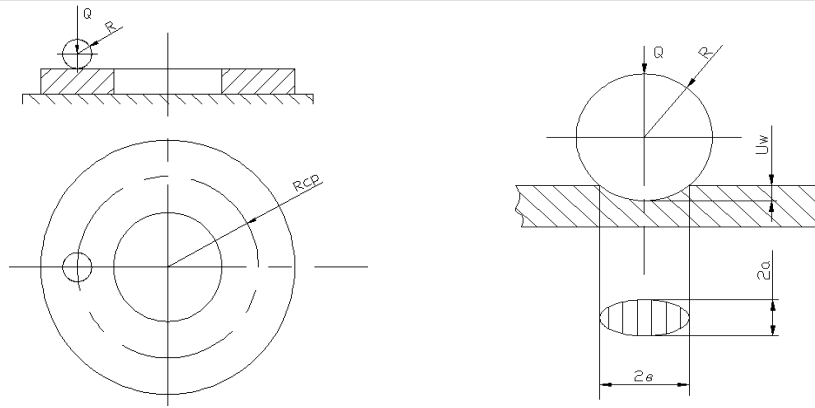


Рис. 1 – Схема испытаний на износ

2. Шар перемещается по кругу радиусом  $R_{cp}$ .
3. Кольцо неподвижное, поверхность кольца изнашивается при этом образуется желоб шириной  $2b$ , который увеличивается по мере износа.
4. Полагаем, что шар не изнашивается.

2<sup>0</sup>. Основные отношение задачи

1. Модель износа кольца в дифференциальной форме:

$$\frac{dU_w}{dS} = K_w \sigma^m, \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  – давление;

$K_w, m$  – параметры модели изнашивания;

$U_w$  – износ;

$S$  – путь трения для кольца.

2. Интегральная форма модели изнашивания:

$$U_m = k_w \sigma^m s. \quad (1.2)$$

3. Считаем, что в процессе износа формируется площадка с размерами:  $2a$  – размер пути трения,  $2b$  – размер площадки поперечного пути трения, площадь проекции площадки контакта:

$$F = \pi ab. \quad (1.3)$$

4. Считаем, что в процессе износа формируется площадка с размерами:  $2a$  – размер по пути трения,  $2b$  – размер площадки поперечного пути трения, полагаем, что давление распределяется по площадке равномерно, так, что:

$$\sigma = \frac{Q}{\pi ab}. \quad (1.4)$$

5. Глубина желоба износа  $U_w$  связана с шириной желоба  $2b$  и радиусом шара  $R$  в соотношении:

$$U_w = \frac{b^2(s)}{2R}. \quad (1.5)$$

6. Путь трения  $S$  для изнашиваемых точек кольца связанная с размером  $a$ , площади контакта в направлении скольжения отношением:

$$s = 2aznt\epsilon, \quad (1.6)$$

где  $Z$  – число шариков проходящих через площадку контакта, за один оборот привода (об / мин);

$n$  – число оборотов привода за минуту;

$t$  – продолжительность испытаний;

7. По результатам исследования и измерения размера  $2b$  площади контакта строится график и находится степенная функция  $a(s)$ :

$$a(s) = cs^\beta. \quad (1.7)$$

8. Ставится задача по результатам исследований определить параметры  $K_w$ ,  $m$  модели изнашивания (1.1).

### 1.2. Решение задачи при $b_0 = 0$

1<sup>0</sup>. Допущения

- 1) будем полагать, что размер  $2a$ , площадки контакта в процессе износа фактически не изменяется;
- 2) размер  $a$  площадки контакта можно определить по формуле Герца для контакта твердого шара и плоскости:

$$a = 109 \left( \frac{Q}{E} R \right)^{\frac{1}{3}}; \quad (1.8)$$

3) давление распределяется по площадке контакта в процессе изнашивания равномерно, то есть справедливо соотношение (1.4).

2<sup>0</sup>. Дифференциальное уравнение задачи и его решение.

1) дифференцируя условия сплошности по пути трения, получаем:

$$\frac{dU_w}{ds} = \frac{b(s)}{R} \frac{ds(s)}{ds}; \quad (1.9)$$

2) приравняв отношения (1.1) и (1.9), получаем:

$$k_w \sigma^m = \frac{b(s)}{R} \frac{ds(s)}{ds}, \quad (1.10)$$

далее находим контактное давление:

$$\sigma = \left( \frac{b(s)}{k_w R} \frac{db(s)}{ds} \right)^{\frac{1}{m}}; \quad (1.11)$$

3) приравняв (1.11) и (1.4), получаем дифференциальное уравнение задачи в виде:

$$\frac{Q}{\pi a b(s)} = \left( \frac{b(s)}{k_w R} \frac{ds(s)}{ds} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (1.12)$$

или преобразовывая, имеем:

$$\left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m k_w R = b(s)^{m+1} \frac{db(s)}{ds}; \quad (1.13)$$

4) это обыкновенное дифференциальное уравнение (1.13) имеет решение:

$$\frac{b(s)^{m+2}}{m+2} = \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m k_w R s + C; \quad (1.14)$$

5) при условии  $b(s=0) = 0$  имеем  $C = 0$ ;

6) при  $b(s=0) = a^0 \neq 0$  имеем

$$c = \frac{b_0^{m+2}}{m+2} \quad (1.15).$$

и решение имеет вид:

$$\frac{b(s)^{m+2} - b_0^{m+2}}{m+2} = \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m k_w R s \quad (1.16)$$

### 1.3. Решение обратной задачи при $b_0 = 0$

1) подставляя функцию (1.7) в решение (1.14) при  $C = 0$ , имеем:

$$\frac{(cs^\beta)^{m+2}}{m+2} = \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m k_w RS \quad (1.17)$$

или

$$\frac{c^{m+2} s^{\beta m+2\beta}}{(m+2)} = \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m k_w RS; \quad (1.18)$$

2) это алгебраическое сравнение с двумя неизвестными  $K_w, m$ ;

3) решение (1.18) можно выполнить, имея условия выполнения уравнения при любых значениях переменной  $S$ :

$$\beta m + 2\beta = 1; \quad (1.19)$$

отсюда имеем:

$$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}; \quad (1.20)$$

4) второй параметр модели  $K_w$  определяем из (1.18) с учетом (1.19):

$$k_w = \frac{c^{m+2}}{m+2} \left(\frac{\pi a}{Q}\right)^m R. \quad (1.21)$$

### 1.4. Решением выполненной задачи при $b \neq 0$

1) запишем решение прямой задачи (1.16) для двух точек зависимости  $b(s)$ ;  $(b_1 s_1)$  и  $(b_2 s_2)$ :

$$\frac{b_1(s_1)^{m+2} - b_0^{m+2}}{m+2} = \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m k_w R S s_1, \quad (1.22)$$

$$\frac{b_2(s_2)^{m+2} - b_0^{m+2}}{m+2} = \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m k_w R s_2;$$

2) разделив первое сравнение на второе получим:

$$\frac{\left(\frac{b_1}{b_0}\right)^{m+2} - 1}{\left(\frac{b_2}{b_0}\right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}; \quad (1.23)$$

3) первый параметр  $m$  модели определяется из численного решения нелинейного уравнения (1.23);

4) Второй параметр  $K_w$  модели можно найти из первого уравнения (1.22):

$$k_w = \frac{b_1^{m+2} - b_0^{m+2}}{R(m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m s_1}. \quad (1.24)$$

## 2. Безразмерная многофакторная модель изнашивания для износа плоскости шаром

### 2.1. Постановка задачи

1<sup>0</sup>. Построим безразмерную модель пользуясь основными этапами метода теории подобия и размерности (ТПР):

1) в качестве определяемой величины возьмем безразмерную интенсивность изнашивания:

$$\Pi_i = d \cdot U_w / ds; \quad (2.1)$$

2) в качестве определяющих величин применяем основные факторы:  $\sigma$ , кг/мм<sup>2</sup> – давление; НВ, кг/мм<sup>2</sup> – твердость, например по Бринеллю;  $V$ , мм/с – скорость скольжения поверхностей;  $R$ , мм – характерный размер в сопряжении например, радиус шара;  $\nu_0$ , мм/с – кинематическая вязкость;

3) из определяемых величин можно составить безразмерные комплексы:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \frac{\sigma}{HB}, \\ \Pi_3 &= \frac{VR}{v_0} \end{aligned} \quad (2.2)$$

или один объединяющий комплекс: 
$$\Pi_{23} = \frac{\sigma}{HB} \frac{vR}{v_0}; \quad (2.3)$$

4) критериальное уравнение или модель изнашивания будем строить в форме степенной функции:

$$\frac{du_w}{ds} = \bar{k}_w \left( \frac{\sigma}{HB} \right) \quad (2.4)$$

или 
$$\frac{du_w}{ds} = \bar{k}_w \left( \frac{\sigma}{HB} \right)^m \left( \frac{vR}{v_0} \right); \quad (2.5)$$

5) в случае испытания на износ без смазки величину кинематической вязкости  $v_0$  в (2.4) и (2.5) можно заменить на удельную теплопроводность  $a$ , мм/с с той же размерностью.

2°. Параметры  $K_w$  и  $m$  в критериальном уравнении (2.3):

1) определим из размеров однофакторной модели

$$\frac{du_w}{ds} = k_w \sigma^m \quad (2.6)$$

в которой  $K_w$  и  $m$  определены из опытов;

2) получаемые при некоторых фиксированных значениях величин  $HB_\delta, V_\delta, R_\delta^0, v_{0\delta}$  (2.7);

3) из совместного рассмотрения форм модели (2.5) и (2.6) с учетом (2.7) имеем:

$$\frac{du_w}{ds} = \bar{k}_w \left( \frac{\sigma}{HB_\delta} \right)^m \left( \frac{v_\delta R_\delta}{Y_{0\delta}} \right). \quad (2.8)$$

4) из (2.8) и (2.6) следует 
$$\bar{m} = m; \quad (2.9)$$

далее:

$$\bar{k}_w = k_w (HB_\delta)^m \frac{v_{0\delta}}{v_\delta R_\delta}. \quad (2.10)$$

5) подставляя (2.9), (2.10) в (2.5), получаем:

$$\frac{du_w}{ds} = k_w \sigma^m \left( \frac{HB_\delta}{HB} \right)^m \left( \frac{v}{v_\delta} \right) \left( \frac{R}{R_\delta} \right) \left( \frac{v_{0\delta}}{v_0} \right) \quad (2.11)$$

или 
$$\frac{du_w}{ds} = k_w \sigma^m \Pi, \quad (2.12)$$

где комплекс  $\Pi$  равен: 
$$\Pi = \left( \frac{HB_\delta}{HB} \right)^m \left( \frac{v}{v_\delta} \right) \left( \frac{R}{R_\delta} \right) \left( \frac{v_{0\delta}}{v_0} \right) \quad (2.13)$$

при базовых значениях определяющих величин  $\Pi = 1$ .

3°. Постановка задачи состоит из:

1) соотношения безразмерной модели (2.12);

2) условия равновесия типа (1.4):

$$\sigma = \frac{Q}{\pi ab}; \quad (2.14)$$

3) условия сплошности типа (1.5):

$$u_w = \frac{b^2}{2R}; \quad (2.15)$$

4) путь трения для плоскости определяется по зависимости типа (1.6):

$$s = 2aznt\epsilon ; \quad (2.16)$$

5) при решении обратной задачи зависимость размера площадки  $b(s)$  по данным эксперимента представляется в форме типа (1.7):

$$b(s) = cs^\beta . \quad (2.17)$$

## 2.2 Решение прямой задачи

1<sup>0</sup>. Решение прямой и обратной задач выполняется аналогично п. 1.1 с учетом модели (2.12):

1) в начальный момент имеет место герцевский контакт шара с плоскостью, с радиусом площадки контакта [1]:

$$a = 1,09 \left( \frac{QR}{E} \right)^{1/3} ; \quad (2.18)$$

2) максимальное контактное давление при этом:

$$\sigma_0 = 0,388 \left( \frac{QE}{R^2} \right)^{1/2} . \quad (2.19)$$

2<sup>0</sup>. 1) по мере изнашивания плоскости шаром образуется желоб шириной  $2b$  в направлении перпендикулярном направлению движения шара.

2) основное допущение состоит в том, что размер площадки контакта в направлении движения шара принимается равным первоначальному размеру  $a$  по (2,18);

3) в действительности этот размер по мере изнашивания плоскости уменьшается.

3<sup>0</sup>. Дифференциальное уравнения задачи получаем:

1) дифференциация условия сплошности (2.15);

2) приравнявая результат к соотношению (2.12);

3) выражая из полученного выражения давление;

4) и приравнявая условию равновесия (2.14):

$$\frac{Q}{\pi ab(s)} = \left( \frac{b(s)}{\pi k_w R} \frac{db(s)}{d\rho} \right) \frac{1}{m} ; \quad (2.20)$$

5) это уравнение отличается от уравнения (1.12) наличием комплекса безразмерного  $\Pi$  по (2.13):

$$\Pi = \left( \frac{HB_\delta}{HB} \right)^m \left( \frac{v}{v_\delta} \right) \left( \frac{R}{R_\delta} \right) \left( \frac{v_{0\delta}}{\delta} \right) . \quad (2.20, a)$$

Напомним индекс  $\delta$  относит величину к условиям, при которых определились параметры  $K_w$  и  $m$  при испытаниях на износ.

4<sup>0</sup>. Решение дифференциального уравнения (2.20) при нулевой начальной площадке  $b_0 = 0$ .

1) дает выражение для определения размера площадки контакта  $b(s)$  по мере изнашивания плоскости;

2) с учетом множества факторов твердость  $HB$ , скорость скольжения. Радиус шара  $R$ , коэффициент кинематической вязкости  $v_0$ .

$$(b(s))^{m+2} = (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R S . \quad (2.21)$$

5<sup>0</sup>. Решение дифференциального уравнения (2.20) при нулевой начальной площадке:

1)  $b_0 \neq 0$  дает выражение для определения размера площадки контакта при пути трения  $S$  в форме:

$$(b(s))^{m+2} = (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R S - b_0^{m+2} ; \quad (2.22)$$

2) по этой зависимости могут быть определен размер площадки контакта с учетом всех факторов входящих в комплекс  $\Pi$  при начальной площадке  $b_0 \neq 0$ .

## 2.3 Решение обратной задачи при $b_0 \neq 0$

Обратная задача состоит в определении параметров  $K_w$  и  $m$  из решения прямой задачи (2.22) при известной из эксперимента функции  $b(s)$ :

1) определить две неизвестные величины  $K_w$  и  $m$  можно только имея два уравнения. Эти два уравнения можно получить выбрав на зависимости  $b(s)$  две точки  $b_1(s_1)$ ,  $b_2(s_2)$  и подставив их в решение (2.22). это первый путь решения задачи;

2) другой путь состоит в следующем, если функцию  $b(s)$  представить в виде степенной функции:

$$b(s) = cs^\beta. \quad (2.23)$$

то уравнение (2.21) можно представить в виде:

$$\frac{c^{m+2} S^{Bm+2\beta}}{(m+2)} = \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R S. \quad (2.24)$$

3) из условия выполнимости этого уравнения при любых значениях переменной  $S$  сразу следует из одного уравнения решение для двух неизвестных;

$$\beta m + 2\beta = 1 \quad (2.25)$$

отсюда искомая величина

$$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}; \quad (2.26)$$

5) с учетом (2.25) из (2.26) следует:

$$k_w = \frac{c^{m+2}}{(m+2)} \left( \frac{\pi a}{Q} \right)^m \Pi R, \quad (2.27)$$

где величина  $\Pi$  определяется по (2.20).

#### 2.4 Решение обратной задачи при $a_0 \neq 0$

1) в этом случае для получения двух уравнений с двумя неизвестными выберем на функции  $b(s)$  две точки  $b_1(s_1)$ ,  $b_2(s_2)$ ;

2) подставив эти точки в решении (2.22); получаем систему:

$$\left. \begin{aligned} b_1(s_1)^{m+2} - b_0^{m+2} &= (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R s_1; \\ b_2(s_2)^{m+2} - b_0^{m+2} &= (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R s_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

3) разделив первое уравнение на второе, получаем одно уравнение с одной неизвестной величиной  $m$ :

$$\frac{\left( \frac{b_1}{b_0} \right)^{m+2} - 1}{\left( \frac{b_2}{b_0} \right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}, \quad (2.29)$$

решение этого нелинейного уравнения относительно  $m$  возможно только численно с использованием, например, итерационной процедуры;

4) второй искомый параметр  $K_w$  после определения первого можно найти из первого уравнения (2.28):

$$k_w = \frac{b_1^{m+2} - b_0^{m+2}}{\Pi R (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m s_1}. \quad (2.30)$$

Этим соотношением завершается решение задач, поставленных в п. 2.

**3. Износ кольцевого желоба с начальным радиусом  $R_2$  изнашиваемым шаром  $R_1$  (решение задачи методом приведенного радиуса)**

##### 3.1. Общая постановка и схема решения задачи

1<sup>0</sup>. Рассматривается движение шарика радиуса  $R_1$  под нагрузку  $Q$  по сферическому желобу:

- 1) поверхность шарика скользит по поверхности желоба и при этом шар не изнашивается, а поверхность желоба изнашивается по сферической поверхности первоначального радиуса  $R_2$ ;
- 2) процесс изнашивания может проходить при качении шарика с проскальзыванием;
- 3) ставится задача найти закономерности процесса изнашивания в этом контакте, использовать эти закономерности для метода испытания на износ и для расчета подшипников качения на износ.

2<sup>0</sup>. 1) по постановке эта задача отличается от предыдущей только начальной формой контртела: в п. 1.1 это была плоскость, а здесь это сфера радиуса  $R_2$ ;

2) однако в задаче п. 1 через некоторое время изнашивание идет контакт шара радиусом  $R_1$  со сферическим желобом радиуса  $R = R_1$  то есть без зазора.

### 3.2. Метод подобия или метод приведенного радиуса

1<sup>0</sup>. 1) Метод подобия или метод приведенного радиуса предложен в работе [4] и обобщен в монографии [3].

2<sup>0</sup>. Сущность метода приведенного радиуса заключается в следующем:

1) на первом этапе метода выполняется или берется известное решение контактной задачи для шара радиусом  $R$  на плоскости с износом или без износа. В нашем случае такое решение для однофакторной модели изнашивания выполнено в разделах п. 1 и п. 2;

2) на втором этапе рассматривается схема контакта с обозначением радиусов контактирующих тел (рис 3.1)

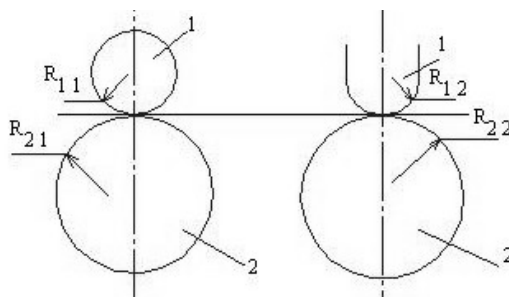


Рис. 3.1 – Схема контакта шара и желоба

3) приведенный радиус  $R^*$  определяется по зависимости:

$$R^* = (R_1^* R_2^*)^{\frac{1}{2}}; \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{R_1^*} = \left( \frac{1}{R_{11}} \frac{1}{R_{22}} \right); \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{R_2^*} = \left( \frac{1}{R_{22}} + \frac{1}{R_{22}} \right); \quad (3.3)$$

4) на третьем этапе в формулы решения задачи для шара и плоскости вместо радиуса шара  $R$  подставляется приведенный радиус  $R^*$ . Получение в результате подстановки зависимости соответствуют решению рассматриваемой задачи для тел двойкой кривизны с радиусом  $R_{11}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{22}$ .

3<sup>0</sup>. Практическое применение метода приведенного радиуса приведены далее в п. 3.3 и 3.4

### 3.3. Контакт с износом шара $R_1$ со сферическим желобом радиуса $R_2$ на плоской поверхности

1<sup>0</sup>. Определение приведенного радиуса:

- 1) расчетная схема

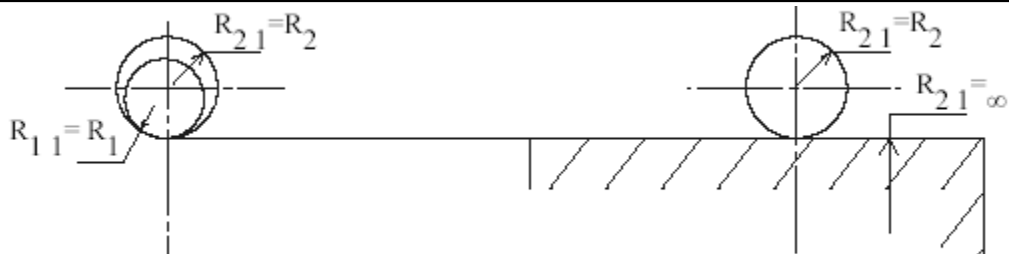


Рис. 3.2 – Схема контакта шара и желоба на плоскости

2) приведенный радиус определяем по формулам (3.1), (3.2), (3.3);

3) по формуле (3.3) имеем:

$$\frac{1}{R_2^*} = \left( \frac{1}{-R_2} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{-R_2}, \quad (3.4)$$

$$R_2^* = -R_2; \quad (3.5)$$

4) по формуле (3.2) имеем:

$$\frac{1}{R_1^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{-R_2} = \frac{R_1 - R_2}{-R_1 R_2}, \quad (3.6)$$

$$R_1^* = \frac{-R_1 R_2}{(R_1 - R_2)}; \quad (3.7)$$

5) по формуле (3.1):

$$R_* = \left( \frac{-R_1 R_2}{R_1 - R_2} - R_2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{R_1 R_2^2}{R_1 - R_2} \right)^{\frac{1}{2}} = R_2 \left( \frac{R_2}{R_1 - R_2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.8)$$

$$R_* = R_2 \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right); \quad (3.9)$$

6) заметим, что приведенный радиус (3.9) при  $R_1 = R_2$   $R_* \rightarrow \infty$  стремится к бесконечности, то есть теряет смысл;

7) Решение задачи для этого предельного случая выполнено в п. 1 данной работы.

2<sup>0</sup>. В соответствии со вторым этапом метода приведенного радиуса необходимо приведенный радиус (3.9) подставить в зависимости, полученные для сопряжения шар – плоскость.

1) решение прямой задачи при  $a_0 = 0$  имеет вид (1.14), подставляя в (1.14):

$R = R_*$  по (2.9) имеем:

$$(b(s))^{m+2} = \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m (m+2) k_w R_* S, \quad (3.10)$$

где

$$R_* = R_2 \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right)^{\frac{1}{3}}; \quad (3.11)$$

2) решение прямой задачи при  $a_0 \neq 0$  при:

$$b_0(s)^{m+2} = (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m \Pi k_w R_* S - b_0^{m+2}; \quad (3.12)$$

3) решение обратной задачи при  $a_0 = 0$  в (1.2) получаем в виде:

$$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}, \quad (3.13)$$

$$k_w = \frac{c^{m+2}\beta}{PR_* \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m (m+2)}; \quad (3.14)$$

4) решение обратной задачи при  $a_0 \neq 0$ ;

5) первый параметр модели  $m$  определяется и нелинейного уравнения типа (2.29):

$$\frac{\left( \frac{b_1}{b_0} \right)^{m+2} - 1}{\left( \frac{b_2}{b_0} \right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}; \quad (3.15)$$

6) второй параметр модели  $K_w$  определяем из выражения подобного (2.30):

$$k_w = \frac{b_1^{m+2} - b_0^{m+2}}{PR_* (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m s_1} \quad (3.16)$$

где  $R_*$  по (3.4).

### Выводы

Предложено обобщенное решение контактной задачи о взаимодействии шара и плоскости при износе плоскости

1. В качестве базового дано приближенное решение задачи об износе плоскости шаром при допущении о незначительном изменении размера площадки контакта в направлении движения шара.

2. Путем введения многофакторной безразмерной модели получено обобщение решения базовой задачи с учетом влияния основных факторов  $\delta$ ,  $V$ ,  $HB$ ,  $v_0$ ,  $R$ .

3. При использовании метода приведенного радиуса базовое решение обобщено на контакт шара с износом желобов разных радиусов и разных траекторий движений центра шара.

4. Получение решения являются основой для разработки методов испытания и расчетов подшипников качения.

### Приложение 1

#### Итоговая таблица зависимостей по разделу 1

Износ плоскости шаром (однофакторная модель)		
$a_0$	Искомая величина	Формула
Прямая задача		
$a_0 = 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b(s)^{m+2} = (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m k_w RS.$ (1.14)
$a_0 \neq 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b(s)^{m+2} - b^{m+2} = (m+2) \left( \frac{Q}{\pi a} \right)^m k_w RS.$ (1.16)
Обратная задача		

$a_0 = 0$	$m$ – первый параметр модели	$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}. \quad (1.20)$
	$K_w$ – второй параметр модели	$k_w = \frac{c^{m+2}\beta}{(m+2)^R \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m}. \quad (1.21)$
	$a$ = малая ширина площадки контакта	$a = 109 \left(\frac{Q}{E} R\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.8)$
$a_0 \neq 0$	$m$ – первый параметр модели	$\frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{m+2} - 1}{\left(\frac{b_2}{b_0}\right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}. \quad (1.23)$
	$K_w$ – второй параметр модели	$\frac{(b_1^{m+2} - b_0^{m+2})}{R(m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m s_1}. \quad (1.24)$

## Приложение 2

Износ плоскости шаром (многофакторная безразмерная модель)		
$a_0$	Искомая величина	Формула
1	2	3
Прямая задача		
$a_0 = 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b(s)^{m+2} = (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m k_w R S. \quad (2.21)$
	$\Pi$ – безразмерный комплекс	$\Pi = \left(\frac{H B_\delta}{H B}\right)^m \left(\frac{v}{v_\delta}\right) \left(\frac{R}{R_\delta}\right) \left(\frac{v_{0\delta}}{v_0}\right). \quad (2.20)$
$a_0 \neq 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b_0(s)^{m+2} = (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m \Pi k_w R_s S - b_0^{m+2}. \quad (2.22)$
Обратная задача		
$a_0 = 0$	$m$ – первый параметр модели	$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}. \quad (2.26)$
	$K_w$ – второй параметр модели	$k_w = \frac{c^{m+2}\beta}{\Pi R_s \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m (m+2)}. \quad (2.27)$

## Продолжение приложения 2

1	2	3
$a_0 \neq 0$	$m$ – первый параметр модели	$\frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{m+2} - 1}{\left(\frac{b_2}{b_0}\right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}. \quad (2.29)$

	$K_w$ – второй параметр модели	$k_w = \frac{(b_1^{m+2} - b_0^{m+2})}{\Pi R (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m s_1}. \quad (2.30)$
--	--------------------------------	--

## Приложение 3

## Итоговая таблица зависимостей по разделу 3

Износ кольцевого сферического желоба шаром (метод приведенного радиуса)		
$a_0$	Искомая величина	Формула
Прямая задача		
$a_0 = 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b(s)^{m+2} = (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m \Pi k_w R_* S. \quad (3.10)$
	$R_*$ – приведенный радиус	$R_* = R_2 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)^{1/2}. \quad (3.9)$
$a_0 \neq 0$	$b(s)$ – ширина дорожки износа	$b_0(s)^{m+2} = (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m \Pi k_w R_* S - b_0^{m+2}. \quad (3.12)$
Обратная задача		
$a_0 = 0$	$m$ – первый параметр модели	$m = \frac{1 - 2\beta}{\beta}. \quad (3.13)$
	$K_w$ – второй параметр модели	$k_w = \frac{c^{m+2}\beta}{\Pi R \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m (m+2)}. \quad (3.14)$
$a_0 \neq 0$	$m$ – первый параметр модели	$\frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{m+2} - 1}{\left(\frac{b_2}{b_0}\right)^{m+2} - 1} = \frac{s_1}{s_2}. \quad (3.15)$
	$K_w$ – второй параметр модели	$\frac{(b_1^{m+2} - b_0^{m+2})}{\Pi R_* (m+2) \left(\frac{Q}{\pi a}\right)^m s_1}. \quad (3.16)$

**Выводы**

Разработан обобщенный метод испытаний и расчетов на износ (ОМИР) на износ осевых шарико-подшипников качения (ОПК)

Метод базируется на следующих научных разработках, полученных в работе:

1. Выполнено приближенное но достаточное и удобное для практического использования решение контактной задачи для сопряжения шар – плоскость при износе шара

1.1. Решена как прямая так и обратная задачи

1.2. Из решения обратной задачи следуют формулы для определения параметров модели изнашивания  $K_w$  и  $m$ , как при  $b_0 = 0$ .

2. С помощью общего метода теории подобия и размерностей (НПР)

2.1. Получена безразмерная форма многофакторной модели изнашивания, в которой учитывается давление, скорость скольжения, вязкость смазки.

2.2. Модель изнашивания рассматривается как критериальное уравнение подобия процесса изнашивания.

2.3. Параметры критериального уравнения однозначно выражаются через параметры  $K_w$  и  $m$  однофакторной модели.

3. С помощью метода приведенного радиуса полученные зависимости для решения прямых и обратных задач обобщены на случай контакта с износом тел двойной кривизны, в частности на качении со скольжением шара по изнашиваемому желобу.

4. Выполнение испытания по схеме.

4.1. Шар – плоскость при износе плоскости при использовании осевого шарико-подшипника.

4.2. Получим параметры изнашивания шара и плоскости без смазки, и со смазкой Литол-24.

4.3. Получено, что при работе без смазки подшипник изнашивается в 74 раза больше, чем при смазке литолом-24.

5. Разработанный метод был использован для оценки эффективности противоизносных присадок со смазочным маслом .

Установлено, что добавки порошка бронзы к смазке литол-24 уменьшают износ осевого подшипника 8204 более чем в 9 раз.

### Литература

1. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М. Распределение нагрузки между шариками в радиальном подшипнике качения // Проблемы трибологии. – 2010. – № 1. – С. 29-41.

2. Кузьменко А.Г. Проскальзывание в подшипниках качения. Часть I. Общее положение // Проблемы трибологии. – 2010. – №2. – С. 61-72.

3. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М., Савчук А.Е. Проскальзывание в подшипниках качения. Часть II. Экспериментальное определение коэффициентов проскальзывания // Проблемы трибологии. – 2010. – №2. – С. 73-82.

4. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М. Метод испытания и расчетов шарикоподшипников на износ. Часть I. Методы расчетов и испытаний. // Проблемы трибологии. – 2010. – №3. – С. 108-117.

5. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М., Савчук А.Е., Серпунько Л.В. Расчеты и испытания радиальных шарикоподшипников на знос. Часть II. Реализация экспериментов и расчетов.

6. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М., Серпунько Л.В. Проскальзывание в подшипниках качения часть 3. Проскальзывание в радиальных шарикоподшипниках качения и его использование // Проблемы трибологии. – 2010. – №4. – С. 137-140.

7. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М. Контактная механика плоской комбинированной опоры при одновременном качении шариков и скольжении плоскости // Проблемы трибологии. – 2010. – №1. – С. 86-97.

8. Кузьменко А.Г., Криворотько В.М. обобщенный метод испытания на износ подшипников качения // Проблемы трибологии. – 2010. – №2. – С..

9. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.

10. Кузьменко А.Г. Прикладная теория методов испытания на износ. – Хмельницкий: ХНУ, 2007. – 579 с.

11. Кузьменко А.Г. Развитие методов контактной трибомеханики. – Хмельницкий: ХНУ, 2010. – 270с.

12. Кузьменко А.Г. Метод когезии в решении контактных задач для тел двойной кривизны. Проблемы трибологии. – 2008. – т. 2 – С. 25-666.

Надійшла 16.04.2011