

ФІЛЬТРУВАННЯ ЧЕРЕЗ ПОРИСТІ СЕРЕДОВИЩА ІЗ СПАДНОЮ ШВИДКІСТЮ

Наведено алгоритм математичного опису процесів масопереносу у випадку ступінчастого закону спадання швидкості фільтрування.

The algorithm is given of the mathematical description of processes of mass transfer in case of the step by step law of filtration speed decrease.

Ключові слова: , спадна швидкість, колоїдні частинки, відпрацьовані технологічні розчини.

Вступ. При відновленні водних розчинів які використовуються в процесах виготовлення друкованих плат і створенні замкнутих процесів використання водних ресурсів, необхідно постійне фільтрування розчинів. Фільтрування через пористі середовища є одним з найбільш ефективних способів розв'язання різноманітних проблем, пов'язаних із вилученням з рідин завислих та колоїдних частинок, а також домішок молекулярного та іонного ступеня дисперсності. Поширеність цих процесів забезпечує значний економічний ефект навіть при малому підвищенні к.к.д. фільтрів [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз патентної й науково-технічної літератури показав, що питаннями фільтрування відпрацьованих водних розчинів впритул не займаються. Відомі лише окремі теоретичні роботи в яких аналізуються частинні випадки теорії процесів фільтрування через пористі середовища із змінною швидкістю режиму [2].

Постановка завдання: З огляду на існуюче положення на підприємствах доцільне створення локальних замкнутих систем водного господарства працюючих в автоматичному режимі та з використанням фільтрів. Одним із загальновідомих способів підвищення ефективності роботи фільтрів у реальних технологічних умовах є фільтрування зі спадною швидкістю. Проте, через математичні труднощі, теорія процесів фільтрування через пористі середовища із змінною швидкістю розвивається вкрай повільно [3]. У даній роботі проведена спроба виконати алгоритм математичного опису процесів масопереносу у фільтрах у випадку прямокутної ізотермі сорбції при ступінчастому законі спадання швидкості фільтрування.

Виклад досліджень. Проведемо аналіз в припущенні, що масоперенос у фільтрах відбувається за законами, що відповідають прямокутній ізотермі сорбції

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v(t) \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{cases} \beta(t)C & \text{при } \rho < \rho_0(t), \\ \frac{\partial \rho_0(t)}{\partial t} & \text{при } \rho = \rho_0(t), \end{cases} \quad (2)$$

$$C|_{x=0} = C_0 = \text{const}, \quad \rho|_{t=0} = \rho_n(x), \quad (3)$$

де t – час; x – координата вздовж фільтра ($0 \leq x \leq L$, L – висота завантаження); $C(x, t)$ і $\rho(x, t)$ – концентрації відповідно домішкових частинок, завислих у рідині, що фільтрується, і частинок осадка; C_0 – концентрація завислих домішкових частинок на вході фільтра; $\rho_0(t)$ – гранична густина насичення завантаження осадком; $\rho_n(x)$ – початковий розподіл осадка у завантаженні; v – швидкість фільтрування, $\beta(t)$ – кінетичний коефіцієнт.

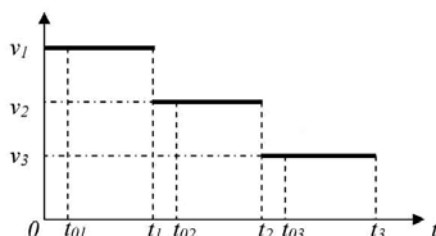


Рис. 1. Ступінчастий закон спадання швидкості фільтрування. t_i – моменти часу, в які швидкість фільтрування зменшується стрибком; t_{oi} – час заповнення вхідного перерізу завантаження осадком до гранично можливого значення ρ_{oi} при швидкості фільтрування $v_i = \text{const}$; i – індекс, що характеризує величину швидкості фільтрування ($i=1,2,\dots$).

Розглянемо спочатку алгоритм точного розв'язання поставленої задачі на прикладі декількох перших етапів масопереносу в припущенні, що в початковий момент часу завантаження фільтра вільне від осадка ($\rho_n(x) \equiv 0$), а швидкість фільтрування спадає за ступінчастим законом. Для розрахунків на перших етапах будемо використовувати рівняння для часу $T(x)$ відпрацювання перерізу x до ρ_0 при довільному

початковому розподілі осаду $\rho_n(x)$, спрощене до випадку фільтрів з однорідним завантаженням сталого перерізу і постійної вхідної концентрації

$$C_0 \frac{dT(x)}{dx} = -\frac{d\rho_n(x)}{dx} + \frac{1}{v} [\rho_0 - \rho_n(x)]. \quad (4)$$

На цих етапах повинні виконуватися умови:

$$C_0[x, T(x)] = C_0, \quad (5)$$

$$\rho[x, T(x)] = \rho_0. \quad (6)$$

(Надалі індексом i позначаються величини, що відповідають швидкості фільтрування v_i).

Етап 1 ($0 \leq t \leq t_{01}$).

З рівнянь (1), (2) безпосередньо отримуємо

$$C(x, t) = C_0 \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right), \quad \rho(x, t) = C_0 \beta_1 t \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right). \quad (7)$$

Час t_{01} знаходимо з умови $\rho(0, t_{01}) = \rho_{01}$ і виразу (7) для ρ . Очевидно

$$t_{01} = \frac{\rho_{01}}{\beta_1 C_0}. \quad (8)$$

Етап 2 ($t_{01} \leq t \leq t_1$).

З рівняння (4) при $\rho_n(x) \equiv 0$ і умови $T_1(0) \equiv t_{01}$ дістанемо

$$T_1(x) = \frac{\rho_{01} x}{C_0 v_1} + t_{01}. \quad (9)$$

Звідси знаходимо обернену до $T_1(x)$ функцію $X_1(t)$, яка має зміст координати останнього в напрямку фільтрування шару завантаження заповненого осадком до ρ_{01} на момент часу t

$$X_1(t) = \frac{C_0 v_1}{\rho_{01}} (t - t_{01}). \quad (10)$$

Якщо $0 \leq x \leq X_1(t)$, то

$$C(x, t) \equiv C_0, \quad \rho(x, t) \equiv \rho_{01}. \quad (11)$$

Враховуючи умови (5), (6), з рівнянь (1), (2) і виразу (9) впливає

$$C(x, t) = C_0 \exp\left\{-\frac{\beta_1}{v_1} [x - X_1(t)]\right\}, \quad \rho(x, t) = C_0 \beta_1 t_{01} \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right) + C_0 \beta_1 \int_{t_{01}}^t \exp\left\{-\frac{\beta_1}{v_1} [x - X_1(\tau)]\right\} d\tau = A_1 \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right), \quad (12)$$

де $A_1 = \rho_{01} \exp\left[\frac{C_0 \beta_1}{\rho_{01}} (t - t_{01})\right]$.

Етап 3 ($t_1 \leq t \leq t_{02}$).

З точністю до часу встановлення стаціонарного режиму фільтрування, тобто часу порядку x/v , з системи (1)–(3) маємо

$$C(x, t) = C_0 \exp\left(-\frac{\beta_2 x}{v_2}\right), \quad \rho(x, t) = \rho_n(x) + C_0 \beta_2 (t - t_2), \quad (13)$$

де

$$\rho_n(x) = \begin{cases} \rho_{01} & \text{при } 0 \leq x \leq X_1(t_1), \\ A_1 \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right) & \text{при } x \geq X_1(t_1). \end{cases} \quad (14)$$

З виразу (4) для ρ впливає

$$t_{02}=t_1+\frac{\rho_{02}-\rho_{01}}{C_0\beta_2}. \quad (15)$$

Еман 4 ($t_{02} \leq t \leq t_2$).

Досягнутий за час t_1 розподіл осадка в завантаженні є початковим розподілом при фільтруванні протягом часу $(t_2 - t_1)$, (вираз 14). Тому при $X_2(t) \leq x \leq X_1(t_1)$ на підставі рівняння (4) будемо мати

$$C_0 \frac{dT_2(x)}{dx} = \frac{I}{v_2} (\rho_{02} - \rho_{01}), \quad (16)$$

де $T_2(x)$ – час заповнення осадком перерізу x до ρ_{02} ; $X_2(x)$ – координати останнього в напрямку фільтрування шару завантаження, заповненого осадком до гранично можливого значення при швидкості фільтрування v_2 .

З рівняння (16) і умови $T_2(0) = t_{02}$ визначимо

$$T_2(x) = t_{02} + \frac{(\rho_{02} - \rho_{01})x}{C_0 v_2}. \quad (17)$$

Звідси знаходимо обернену до $T_2(x)$ функцію

$$X_2(t) = \frac{C_0 v_2 (t - t_{02})}{\rho_{02} - \rho_{01}}. \quad (18)$$

При $x \geq X_1(t_1)$ після підстановки відповідного виразу для $\rho_n(x)$, (вираз 14), в рівняння (4) матимемо

$$C_0 \frac{dT_2(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \left[\frac{\rho_{02} - A_1 \exp(-\frac{\beta_1 x}{v_1})}{\beta_2} \right] + \frac{1}{v_2} \left[\rho_{02} - A_1 \exp(-\frac{\beta_1 x}{v_1}) \right] \quad (19)$$

Звідси

$$T_2(x) = \frac{A_1}{C_0} \left(\frac{1}{\beta_2} - \frac{v_1}{\beta_1 v_2} \right) \exp(-\frac{\beta_1 x}{v_1}) + \frac{\rho_{02} x}{C_0 v_2} + t_{02}. \quad (20)$$

Проте, для знаходження оберненої до $T_2(x)$ функції $X_2(t)$ тут необхідно вже використовувати чисельні розрахунки.

Таким чином, при $0 \leq x \leq X_2(t) \leq X_1(t_1)$

$$C(x, t) \equiv C_0, \quad \rho(x, t) \equiv \rho_{02}. \quad (21)$$

При $x \geq X_2(t)$

$$\begin{aligned} C(x, t) = C_0 \exp\left\{-\frac{\beta_2}{v_2} [x - X_2(t)]\right\}, \quad \rho(x, t) = C_0 \beta_1 t_{01} \exp\left(-\frac{\beta_1 x}{v_1}\right) + \\ + C_0 \beta_1 \int_{t_{01}}^{t_{02}} \exp\left\{-\frac{\beta_1}{v_1} [x - X_1(\tau)]\right\} d\tau + \\ + C_0 \beta_2 \int_{t_{02}}^t \exp\left\{-\frac{\beta_2}{v_2} [x - X_2(\tau)]\right\} d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

Причому, якщо $X_2(t)$ визначається виразом (18), то при $X_2(t) \leq x \leq X_1(t_1)$, вирази (22), відповідно набувають вигляду

$$\begin{aligned} C(x, t) = C_0 \exp\left\{-\frac{\beta_2}{v_2} \left[x - \frac{C_0 v_2 (t - t_{02})}{(\rho_{02} - \rho_{01})} \right]\right\}, \\ \rho(x, t) = \rho_{01} \exp\left[-\frac{\beta_1 x}{v_1} + \frac{C_0 \beta_1}{\rho_{01}} (t - t_{01}) \right] + \\ + (\rho_{02} - \rho_{01}) \left\{ \exp\left[\frac{C_0 \beta_1 (t - t_{02})}{(\rho_{02} - \rho_{01})} \right] - 1 \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Якщо ж для знайденої з виразу (20) функції $X_2(t)$ виконується нерівність $X_2(t) \geq X_1(t_1)$, то при $x \geq X_2(t)$ слід користуватися виразами (22).

Отже, вирази і рівняння (7)– (23) достатньо адекватно, без суттєвих додаткових припущень, описують процес масопереносу у фільтрах, що функціонують за законами (1)– (3) в режимі кусково постійної швидкості фільтрування, яка в момент часу t_1 стрибком переходить від свого початкового постійного значення v_1 до меншого за величиною постійного значення v_2 . Якщо ж протягом фільтроциклу відбувається декілька стрибків швидкості фільтрування, то алгоритм розрахунку залишається таким самим. Дійсно, на кожному наступному проміжку фільтрування із постійною швидкістю за початковий розподіл осадку слід брати розподіл досягнутий на попередньому проміжку. Після чисельного знаходження з рівняння (4) в кожному конкретному технологічному випадку функцій $T(x)$ і $X(t)$ залишається знайти концентрації C і c на різних етапах фільтрування за вищенаведеним алгоритмом. Незважаючи на значні незручності пов'язані, зокрема, з громіздкістю розрахунків, розглянутий точний метод опису процесів масопереносу у фільтрах при ступінчастому законі зміни швидкості фільтрування є єдино можливим. Доцільність же застосування ступінчастого закону з відносно великою кількістю сходинок для апроксимації з задовільною точністю неперервних законів зміни швидкості фільтрування, принаймні у випадку прямокутної ізотерми сорбції проблематична з вищезазначених причин. Проте, виключенням, фактично незалежним від виду ізотерми сорбції, є режими близькі до хвильового з достатньо крутим фронтом концентрацій C і c , коли площею під спадною по x ділянкою цих концентрацій можна знехтувати по зрівнянню з площею під горизонтальною ділянкою, де вони досягають граничних значень C_0 і c_0 . Процес заповнення завантаження осадком в таких режимах, аналіз яких наведено нижче, показано на рис. 2.

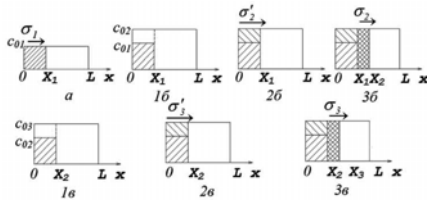


Рис. 2. Схематичне зображення різних фаз заповнення завантаження фільтра осадком при ступінчастому законі спадання швидкості фільтрування $v(t)$: а – за час t_1 ($v=v_1=const$), (1б – 3б) – протягом часу (t_2-t_1) ($v=v_2=const$), (1в – 3в) – протягом часу (t_3-t_2) ($v=v_3=const$).

На етапі до першого відпрацювання вхідного перерізу завантаження за час t_{01} швидкість фільтрування можна вважати довільною. Величина t_{01} , як це впливає з системи (1), (2), встановлюється з рівності

$$C_0 \int_0^{t_{01}} \beta(\tau) d\tau = \rho_0(t_{01}).$$

При $t \geq t_{01}$ спадну швидкість фільтрування будемо апроксимувати ступінчастою функцією.

Після формування фронту концентрацій, плоска хвиля за час $\Delta t_1 = t_1 - t_{01}$, розповсюджується із сталою швидкістю σ_1 на відстань

$$X_1 = \sigma_1 \Delta t_1, \tag{24}$$

де $\sigma_1 = \frac{v_1 C_0}{\rho_{01}}$, $v_1 = const$ – швидкість фільтрування протягом часу Δt_1 .

Далі швидкість фільтрування зменшується стрибком і приймає значення $v_2 = const$, яке не змінюється протягом часу $\Delta t_2 = t_2 - t_1$. Оскільки при зменшенні швидкості фільтрування, гранична густина насичення завантаження осадком збільшується до значення ρ_{02} , то за час Δt_2 фронт концентрацій C і ρ повинен сформуватися, просунути на відстань X_1 із швидкістю σ_2' , а потім зі швидкістю σ_2 розповсюдитися на відстань $(X_2 - X_1)$. Отже,

$$\Delta t_2 = (t_{02} - t_{01}) + \frac{X_1}{\sigma_2'} + \frac{X_2 - X_1}{\sigma_2}.$$

Тут t_{02} – час відпрацювання вхідного перерізу фільтра до ρ_{02} .

Звідси

$$X_2 = \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_2'}\right) X_1 + \sigma_2 [\Delta t_2 - (t_{02} - t_{01})]. \tag{25}$$

Аналогічно знаходимо

$$X_3 = \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3'}\right) X_2 + \sigma_3 [\Delta t_3 - (t_{03} - t_{02})], \quad (\Delta t_3 = t_3 - t_2). \tag{26}$$

Враховуючи, що

$$\sigma'_i = \frac{C_0 v_i}{\rho_{0i} - \rho_{0(i-1)}}, \quad \sigma_i = \frac{C_0 v_i}{\rho_{0i}}, \quad (i = \overline{1, n}),$$

на підставі виразів (24)– (26) отримуємо

$$X_n = \left(I - \frac{\sigma_n}{\sigma'_n} \right) X_{n-1} + \sigma_n \left[\Delta t_n - (t_{0n} - t_{0(n-1)}) \right], \quad (\Delta t_n = t_n - t_{n-1}). \quad (27)$$

Виконуючи граничний перехід у виразі (27), будемо мати

$$\frac{C_0}{\rho_0(t_3)} \int_{t_0}^{t_3} \left[I - \frac{dt_0(t)}{dt} \right] v(t) dt = L, \quad (28)$$

де $t_0(t) = \frac{\rho_0(t)}{C_0 \beta(t)}$, t_3 - час захисної дії фільтра. (В (28) враховано, що $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta t_i = t_3 - t_{01}$).

Отримане рівняння для визначення часу захисної дії фільтра t_3 при спадній швидкості фільтрування має наочний фізичний зміст, що зводиться до наступного. Час захисної дії фільтра t_3 дорівнює частці від ділення місткості фільтра $\rho_0(t_3)L$ в момент часу t_3 на масу осадка $C_0 v_{cp}$, яка вноситься потоком у завантаження за одиницю часу із середньою швидкістю

$$v_{cp} = \frac{1}{t_3} \int_0^{t_3} \left[I - \frac{dt_0(t)}{dt} \right] v(t) dt.$$

Висновки:

1. Математичний опис процесів масопереносу у фільтрах, що функціонують за законами (1)– (3), при ступінчастому спаданні швидкості фільтрування може виконуватися єдино можливим шляхом у відповідності з вищенаведеним алгоритмом.

2. Спрощений метод розрахунку фільтрів у випадку неперервно спадної швидкості фільтрування і довільних ізотерм сорбції з достатньо крутим фронтом концентрацій в режимі близькому до хвильового дозволяє обчислювати час їх захисної дії при будь-яких неперервних $v(t)$, $\beta(t)$, $\rho_0(t)$ і $t_0(t)$.

3. Залежність об'єму фільтрату, отриманого за час t_3 , у випадку лінійного закону спадання $v(t)$ і типових умов екстремуму не має.

Перспективи подальших досліджень: Подальші дослідження повинні бути направлені на аналіз за допомогою рівнянь можливості розв'язання в режимі, що розглядається, наступної важливої технологічної задачі: за яким законом повинна змінюватися швидкість фільтрування, щоб об'єм фільтрату задовільної якості, що отримується за час захисної дії фільтра t_3 , був максимальним.

Література

1. Запольский А.К. Комплексная переработка сточных вод гальванического производства / Запольский А.К, Образцов В.В. – К.: Техника, 1989. – 199с.
2. Аюкаев Р.И., Грабовский П.А., Ларкина Г.М. Пути интенсификации работы фильтровальных сооружений // Химия и технол. воды. – 1991. – Т.13, N11. – С.1042– 1047.
3. Грабовский П.А., Ларкина Г.М. Работа скорых фильтров в переменных режимах // Химия и технол. воды. – 1984. – Т.6, N6. – С.545– 551.

Надійшла до редакції
2.5.2012 р.