

Хмельницький національний університет  
Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем  
Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій

ДИПЛОМНА РОБОТА МАГІСТРА

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСУ

Назва теми

САМОЗРІВНОВАЖЕННЯ ОБЕРТОВОГО ТІЛА З РІДИНОЮ

Галузь знань 11 – Математика та статистика

Спеціальність 113 – Прикладна математика

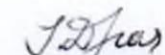
Шифр ДРПМ.2019/119.01.32.00

Виконав:  
студент 2 курсу, група ПМм-19-1

  
Підпис

Б.В. Хомяк  
Ініціали, прізвище

Керівник:  
канд.техн.наук, доцент

  
Підпис, дата

І.В. Драч  
Ініціали, прізвище

До захисту допускаю:

Зав. кафедри ТМІТ д-р.техн.наук, доцент

  
Підпис, дата

С.К. Підченко  
Ініціали, прізвище

02 грудня 2020 р.

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет: ПРОГРАМУВАННЯ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ І ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Кафедра: ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ, МЕДІЙНИХ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Освітній рівень: МАГІСТР

Галузь знань: 11 МАТЕМАТИКА ТА СТАТИСТИКА

Спеціальність: 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Освітня програма: ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедри ТМІТ

Підченко С.К.

« 3 » вересня 2020 р.

**ЗАВДАННЯ  
НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЕКТ (РОБОТУ)**

Хомяку Богдану Вікторовичу

Прізвище, ім'я, по батькові студента

1. Тема проекту (роботи) Математична модель ефективності процесу самозрівноваження обертового тіла з рідиною

Керівник проекту (роботи) Драч Ілона Володимирівна, к.т.н доцент

Прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання

Затверджена наказом ректора університету від 01.09.2020 р. № 118

2. Строк подання студентом проекту (роботи) на кафедру 01.12.2020 р.

3. Вихідні дані до проекту (роботи). Наукові джерела з питань моделювання роботи рідинних автобалансуючих пристроїв, результати експериментальних досліджень роботи балансирів для роторів пральних машин.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити). Виконати аналіз сучасного стану проблем моделювання в галузі пасивного балансування; на основі розроблених моделей поведінки робочої рідини в циліндричній камері автобалансира визначити залежності ефективності роботи рідинного автобалансира від параметрів системи обертове тіло – автобалансир; розробити методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансуючого пристрою; розробити програмне забезпечення для реалізації методики; перевірити адекватність розроблених математичних моделей і методики розрахунку оптимальних параметрів АБП.

5. Перелік графічного матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслень).

6. Консультанти розділів дипломного проекту (роботи)

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Розділ 1			
Розділ 2			
Розділ 3			

7. Дата видачі завдання « 03 » вересня 2020 р.

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

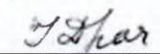
№	Назва етапів (розділів) дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Затвердження теми науковим керівником	01.09.2020 – 02.09.2020	Виконано
2	Аналіз основних етапів і проблем розробки методики розрахунку параметрів автобалансуючих пристроїв	03.09.2020 – 08.09.2020	Виконано
3	Розробка 1 розділу написання ДРМ	09.09.2020 – 20.09.2020	Виконано
4	Аналіз математичних моделей поведінки рідинного автобалансуючого пристрою	21.09.2020 – 27.09.2020	Виконано
5	Розробка 2 розділу написання ДРМ	28.09.2020 – 7.10.2020	Виконано
6	Аналіз методів розв'язання екстремальних задач і розробки програмного забезпечення для реалізації алгоритму вибору оптимальних параметрів автобалансуючого пристрою	08.10.2020 – 13.10.2020	Виконано
7	Розробка 3 розділу написання ДРМ	14.10.2020 – 05.11.2020	Виконано
8	Написання вступу, висновків, формування переліку джерел посилання та додатків	06.11.2020 – 08.11.2020	Виконано
9	Попередній захист дипломної роботи	09.11.2020 – 10.11.2020	Виконано
10	Подача роботи на: кафедру, антиплагіат, рецензування, нормоконтроль	12.11.2020 – 3.12.2020	Виконано
11	Захист дипломної роботи	4.12.2020 – 15.12.2020	Виконано

Студент

  
Підпис

Б. В. Хомяк

Керівник проекту (роботи)

  
Підпис

І. В. Драч

## АНОТАЦІЯ

Тема дипломної роботи: Математична модель ефективності процесу самозрівноваження обертового тіла з рідиною.

Автор роботи: Хомяк Б.В.

Керівник роботи: Драч Ілона Володимирівна.

Загальний обсяг роботи: 90 сторінки, 4 додатки, 24 посилань

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ЕКСТРЕМАЛЬНА ЗАДАЧА, АВТОБАЛАНСУЮЧИЙ ПРИСТРІЙ З РІДИННИМИ РОБОЧИМИ ТІЛАМИ, ЕФЕКТИВНІСТЬ САМОЗРІВНОВАЖЕННЯ

На основі моделювання поведінки рідини в циліндричній камері твердого обертового тіла розроблено методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою, і програмне забезпечення для реалізації методики.

## ANNOTATION

Thesis topic: Mathematical model of the efficiency of the process of self-balancing of a rotating body with a fluid.

Author of the work: Khomyak BV

Supervisor: Drach Ilona Vladimirovna.

Total volume of work: 90 pages, 4 appendices, 24 links

### MATHEMATICAL MODELING, EXTREME PROBLEM, AUTO BALANCING DEVICE WITH LIQUID WORKING BODIES, SELF-LEVEL EFFICIENCY

Based on the modeling of the behavior of the liquid in the cylindrical chamber of a solid rotating body, a method for determining the optimal parameters of the liquid self-balancing device and software for implementing the method have been developed.

02.12 2020р.

Дата/Date



Підпис/Signature

## ЗМІСТ

Вступ	7
1 Огляд сучасного стану проблеми самозрівноваження обертового тіла з рідиною	13
1.1 Аналітичний огляд обробки джерел інформації	13
1.1.1 Опис структури аналітичного огляду публікацій	15
1.1.2 Результати аналітичного огляду публікацій	18
1.2 Постановка задачі та завдань дослідження. Розробка гіпотези дослідження	24
2 Математичне моделювання процесу балансування обертового тіла	26
2.1 Аналіз предметної області. Основні поняття	26
2.1.1 Типи роторів	26
2.1.2 Умови динамічної рівноваги	26
2.1.3 Види незрівноваженості	28
2.1.4 Еквівалентні системи дисбалансів	29
2.1.5 Балансування ротора	30
2.1.6 Гнучкість ротора	31
2.1.7 Допустима залишкова незрівноваженість ротора. Вимоги до якості балансування. Коефіцієнт незрівноваженості	32
2.2 Дослідження поведінки рідини в циліндричній камері. Базові математичні моделі	34
2.2.1 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері без урахування дії сил зовнішнього опору	37
2.2.2 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері з урахуванням дії сил зовнішнього опору	41
2.2.2.1 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega < \omega_{кр}$	41

2.2.2.2	Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega \approx \omega_{кр}$ .	51
2.2.2.3	Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega > \omega_{кр}$	53
2.2.3	Моделювання поведінки в'язкої рідини в циліндричній камері	56
2.3	Параметрична екстремальна задача з похідною в дослідженні ефективності роботи рідинного автобалансувального пристрою	60
2.3.1	Основні поняття, пов'язані з екстремальними задачами	60
2.3.2	Екстремуми функції однієї змінної	62
2.3.3	Дослідження функції ефективності автобалансування на екстремум	64
3	Методика визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою	67
3.1	Дослідження ефективності автоматичного балансування рідинним АБП. Спрощені моделі	67
3.2	Ефективність автоматичного балансування при застосуванні декількох камер	73
3.3	Методика розрахунку параметрів рідинних автобалансувальних пристроїв	76
3.4	Перевірка адекватності математичної моделі поведінки рідини в циліндричній камері	79
	Висновки	85
	Перелік джерел посилання	87
	Додаток А	90
	Додаток Б	95
	Додаток В	99
	Додаток Г	103

## ВСТУП

### *Актуальність теми*

У процесі пізнання та практичної діяльності людство широко застосовує різноманітні моделі. Моделювання – це універсальний метод наукового пізнання, що базується на побудові, дослідженні та використанні моделей об'єктів і явищ. Найбільш важливим різновидом моделювання є математичні моделі. В їх основі лежить припущення про те, що всі параметри, величини, початкові дані можна кількісно виміряти й описати математичними співвідношеннями.

Математичне моделювання – потужний інструмент розв'язування технологічних, інженерних й наукових проблем, що ґрунтується на використанні математичних моделей. Сучасні досягнення науки і техніки були б неможливими без побудови ефективних математичних моделей. Розумно керувати складними процесами в наш час неможливо без використання адекватних математичних моделей.

Застосування методів математичного моделювання, як методології наукової та практичної діяльності, неодноразово доводило достатньо високу ефективність. Наприклад, коли почало розвиватися автоматичне балансування обертових тіл рідиною, то дослідники-експериментатори зіткнулися з серйозною проблемою – явищем автобалансування на докритичних частотах обертання тіла. Хоча теоретичні розробки доводили, що таке пасивне балансування можливе лише в закритичному діапазоні обертання. Це сперечання розв'язується завдяки розробці математичних моделей цього явища.

В останні роки, внаслідок широкого впровадження обчислювальної техніки й відповідного програмного забезпечення, методи математичного моделювання набули нового розвитку і стали широко використовуватися.

Сучасні методи і засоби балансування дозволяють довести початковий дисбаланс виготовленого або відремонтованого ротора до величини

допустимого для заданого класу точності балансування. Однак для машин зі змінним дисбалансом ротора і при зрівноважених роторів машин без зупинки в умовах експлуатації традиційні методи балансування є малоефективними. До таких машин належать пральні машини, сепаратори, центрифуги та ін., що використовуються у різних галузях народного господарства (харчовій, хімічній, цукровій, гірничій промисловості тощо), медицині, побуті [1].

Періодична зупинка машин зі змінним дисбалансом для до балансування економічно недоцільна, а інколи і неможлива через умови експлуатації. Ротори цих машин необхідно балансувати безпосередньо в процесі експлуатації, тому актуальним стає автоматичне балансування за допомогою автобалансуючих пристроїв (АБП).

Автоматичне балансування дозволяє збільшити надійність і ресурс машин, приводить до зниження частки ручних робіт і дає значний економічний ефект.

Тому вивчення цього явища засобами математичного моделювання є актуальними дослідженнями.

Вперше зробив спробу теоретично обґрунтувати принцип дії рідинних, кільцевих, маятникових і кульових АБП у циклах своїх статей Сирл (E.L. Thearle) [2]. Він запропонував плоску модель ротора і АБП. У її рамках у ротора існує єдина критична швидкість, при перевищенні якої ротор починає обертатися легкою стороною назовні і починає проявлятися явище самоцентрування ротора, яке і було покладено Сирлем в основу принципу роботи усіх пасивних АБП. Насправді тут явище самоцентрування видається за явище само балансування [1].

Однак, підходи і результати робіт Сирла склали основу наступних досліджень науковців в галузі балансування роторів машин пасивними АБП. А теоретично необґрунтований і експериментально неперевірений висновок про обмеженість діапазону працездатності таких автобалансуючих пристроїв закритичною (або за резонансною) зоною обертання ротора, отриманий без врахування специфічних властивостей робочих тіл і сил опору, є недослідженим і до тепер.

Сучасні роботи з проблем пасивного автобалансування присвячені динаміці рідинного автобалансувального пристрою у застосуванні для побутових пральних машин. Усі ці роботи засновані на теоретичних підходах Сирла: Конрад (1994) [3] проаналізував АБП з декількома камерами у вигляді послідовних концентричних кільцевих порожнин, що мало забезпечити збільшення властивостей рідини для балансування; Сузукі та ін. (2001) [4] розробили числову модель розподілу мас у пральній машині із рідинним балансиром; Моріо й Ютака (2002) [5] дали оцінку сили, створюваній рідинним балансиром за спостережуваними значеннями навантаження для всієї конструкції, що обертається; Бає (2002) [6] побудував рівняння руху сучасних вертикально-радіальних пральних машин, однак, камера і барабан, які обертаються, були представлені як два жорстко зв'язані жорсткі елементи, що обмежило рухи камери і барабана; Джон (2008) [7] запропонував рідинний АБП з перегородками, для перевірки ефективності було застосовано метод розрахунку динаміки руху рідини; Урбіолою (2011) [8] вперше показані експериментальні та аналітичні дані для розуміння потоку рідини всередині кільцевої камери, що балансує та взаємодії його з перегородками; Ленгтьєм (2013) [9] зазначив демпфіруючий ефект робочої рідини в камері АБП, який продукується зворотною хвилею; у статті Бобо Лі та ін. (2018) [10] розглянуто динамічну стійкість жорсткого ротора з рідинним АБП.

Усі автори робіт стверджують, що необхідною умовою балансування є обертання ротора з кутовою швидкістю, яка перевищує критичну. Існування зменшення вібрацій на докритичних режимах необґрунтовано заперечують. У ході аналізу наукових праць з результатами теоретичних і експериментальних досліджень, інженерних розрахунків роботи автобалансуючих пристроїв з вільним переміщенням коригувальних тіл з'ясовано, що ґрунтовного комплексного дослідження проблеми автоматичного зрівноваження обертових тіл рідиною не існує, а існуючі теоретичні обґрунтування розглядають ідеалізовану роторну систему без демпфування і без урахування сили ваги, фізичних властивостей рідини, коливальних рухів на поверхні і всередині

рідинного робочого тіла. Тому доцільною є розробка математичної моделі роботи рідинних автобалансувальних пристроїв, яка є адекватною реальній системі обертове тіло – рідинний автобалансир. Ця модель дасть можливість розробити методику розрахунку оптимальних параметрів для рідинного автобалансувального пристрою.

Актуальність теми визначається важливим технічним, економічним і соціальним значенням розробки методів зниження вібрацій роторних машин зі змінним дисбалансом через те, що такі зрівноважені машини потребують менших затрат енергії, поліпшують умови праці та екологічний стан навколишнього середовища.

#### *Зв'язок роботи з науковими темами*

Робота проводилась у зв'язку з договором ТС-2-2020 про науково-технічне співробітництво з ДП «Новатор».

#### *Мета і завдання дослідження*

Метою роботи є розробка і аналіз математичних моделей роботи пасивного рідинного автобалансуючого пристрою для обертових тіл зі змінним дисбалансом розташованих під кутом до горизонту, за допомогою яких можна розробити методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою, і програмне забезпечення для реалізації методики.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі основні завдання:

- виконати аналіз сучасного стану проблем моделювання в галузі пасивного балансування;
- на основі розроблених моделей поведінки робочої рідини в циліндричній камері автобалансира визначити залежності ефективності роботи рідинного автобалансира від параметрів системи обертове тіло – автобалансир;
- розробити методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою;
- розробити програмне забезпечення для реалізації методики;

– перевірити адекватність розроблених математичних моделей і методики розрахунку оптимальних параметрів АБП.

*Об'єкт дослідження* – явище пасивного самобалансування обертового тіла рідиною.

*Предметом дослідження* є екстремальні задачі з похідною і математичне моделювання складних систем.

*Методи дослідження.* Теоретичні дослідження виконані за допомогою методів математичного моделювання, теорії екстремальних задач, аналітичної геометрії.

*Основна ідея* методики, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: за заданою величиною радіуса циліндричної камери автобалансира, як максимально можливою за конструкцією машини, розроблено прикладну програму розрахунку оптимального співвідношення геометричних параметрів АБП, при якому досягається максимум ефективності роботи автобалансира з рідиною, за якою можна визначити висоту циліндричної камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери автобалансира рідиною заданої густини визначаємо місткість, запас місткості автобалансира і оптимальний підбір рідини за в'язкістю для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

*Наукову новизну складають наступні положення:*

– дістала подальшого розвитку теорія автоматичного балансування пасивними рідинними автобалансирами, яка описує автобалансування роторів із віссю обертання, нахиленою до лінії горизонту і відрізняється від тверджень, що існують врахуванням гідромеханічних властивостей рідини, сили ваги рідини і сили тертя. Це дозволило:

- дослідити ефективність автобалансира з рідиною;
- розробити методику визначення оптимальних параметрів автобалансувального пристрою з рідинними робочими тілами;
- визначити достатній об'єм рідини, який бере участь в автобалансуванні.

*Вірогідність і обґрунтованість* наукових результатів та висновків підтверджується багаторазовим повторенням експериментів; досить високою збіжністю результатів експериментів з розрахунками.

*Практичне значення одержаних результатів* визначається тим, що розроблено математичний апарат, який дозволяє вивчати процеси, що відбуваються з рідиною в циліндричній камері авто балансуєчого пристрою під час роботи обертового тіла на всьому діапазоні частот обертання; та проведені дослідження ефективності роботи автобалансира.

#### *Публікації*

За темою роботи опубліковано статтю Хомяк Б.В., Драч І.В. Розрахунок параметрів рідинних автобалансирувальних пристроїв // Актуальні проблеми комп'ютерних наук. Збірник наукових праць за матеріалами XII всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні проблеми комп'ютерних наук АПКН-2020» – Хмельницький: ХНУ, 2020, Т.1. – С. 328 - 332.

#### *Структура та обсяг роботи*

Робота складається із вступу, трьох розділів, висновків, списку літератури та додатків. Робота виконана на 86 сторінках машинописного тексту, містить додатки та список використаних джерел із 24 найменувань. Загальний обсяг роботи 105 сторінок.

# 1 ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ САМОЗРІВНОВАЖЕННЯ ОБЕРТОВОГО ТІЛА З РІДИНОЮ

## 1.1 Аналітичний огляд обробки джерел інформації

Для усунення випадкового за часом і місцем розташування дисбалансу тіла, що обертається, використовують рідинні автобалансуючі пристрої (АБП), які мають вигляд порожнистої камери, заповненої рідкими робочими тілами. Вони є стандартною функцією у більшості сучасних побутових пральних машин, але також використовуються у важких промислових обертових машинах. До прикладу, для пральних машин використовуються рідинні стабілізатори, які складаються з порожнистого кільця, подібного до гумового обруча але, зазвичай, з прямокутним перерізом, що містить невелику кількість рідини. Кільце, як правило, кріпиться у верхній частині барабану машини. Рідина в кільці вільно переміщається і прагне поєднати головну центральну вісь інерції обертового тіла з його віссю обертання [1].

Основна ідея рідинного автобалансування з'явилася ще у 1912 році, а в 1916 році був наданий патент США (Леблан, 1916 [11]), де і було викладено робочий принцип рідинного балансира. А саме: коли машина обертається при високій кутовій швидкості  $\Omega$ , на внутрішній поверхні зовнішньої стінки автобалансира (стабілізатора) рідина утворює тонкий шар, який розташовується проти незрівноваженої маси. Рисунок 1.1 [11] ілюструє зазначену ідею.

Леблан розглядав ситуацію, коли в системі присутня незбалансована маса  $m$ , наприклад, через нерівномірність розподілу одягу в пральній машині. Ротор має критичну кутову швидкість  $\Omega_{cr}$ , де відцентрові сили зрівноважуються відновлюваними силами, зумовленими пружинами.

Нижче за цю швидкість ( $\Omega < \Omega_{cr}$ ) центр маси рідини буде розташовуватися «на тій самій стороні», що і незбалансована маса, як показано на рисунку 1.1 а) (тут  $M$  позначає масу порожнього обертового тіла, а  $\mathcal{M}$  - маса рідини, що

міститься в камері автобалансера). При певній надкритичній кутовій швидкості  $\Omega > \Omega_{cr}$  (скажімо, під час процесу сушки) центр маси рідини переміститься на "протилежну сторону" відносно незбалансованої маси, як показано на рисунку 1.1 б), в результаті чого зменшиться "дисбаланс маси" і, таким чином, зменшаються відцентрові сили і зменшаються амплітуди коливань обертового тіла.

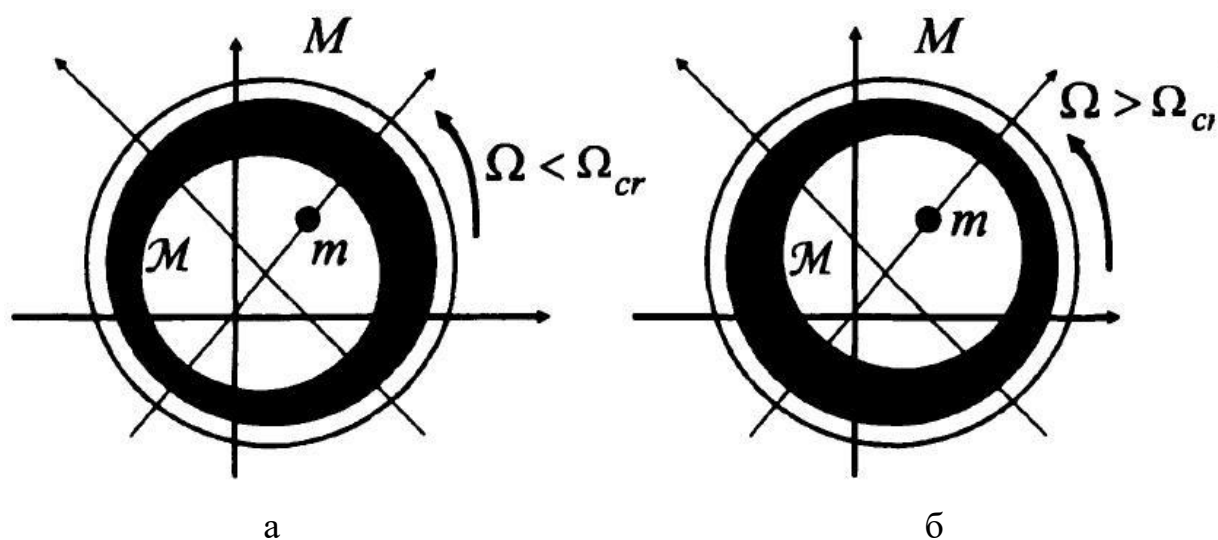


Рисунок 1.1 - Принцип роботи рідинного стабілізатора за Лебланом

Оригінальний макет, наведений у патенті [11] складався з одного або декількох дуже вузьких концентричних каналів (вузьких у радіальному напрямку, але широких в осьовому напрямку, тобто перпендикулярно до площини, зображеної на рис. 1.1, частково заповненого "рідиною або дуже малими сталевими кульками або металевими дробинками" [11].

Сирл (1932) у [22] розглядав і піддав критиці рідинний балансер Леблана; а пізніше і Ден Гартог (1985) підтримав погляди Сирла. Тут йдеться про те, що балансер Леблана не може працювати з рідиною, а лише із сталевими кульками, і, таким чином, винахід не був визнаним. Імовірно, це пов'язано з дуже вузькими каналами, які в основному запобігають утворенню поверхневих хвиль [1].

Проте, автоматична пральна машина, оснащена рідинним балансиrom, була представлена в 1940 році і запатентована в 1945 році (Дайєр, 1945) [12]. Макет рідинного балансира був дуже схожий на сучасні макети, з широкою концентричною камерою, досить широкою, щоб надати можливість утворенню поверхневій хвилі з великими амплітудами [1].

Ідея, таким чином, не нова; але останнім часом спостерігається відроджений інтерес до неї як у промисловості, так і в наукових сферах.

Слід підкреслити, що вперше зробив спробу теоретично обґрунтувати принцип дії автобалансира Леблана, кільцевих, маятникових і кульових автобалансирів у циклах своїх статей Сирл. Він запропонував плоску модель обертового тіла і автобалансира. У її рамках у обертового тіла існує єдина критична швидкість, при перевищенні якої тіло починає обертатися легкою стороною назовні і починає проявлятися явище самоцентрування обертового тіла, яке і було покладено Сирлем в основу принципу роботи усіх пасивних автобалансирів. Насправді тут явище самоцентрування видається за явище автобалансування рідиною. Підходи і результати робіт Сирла склали основу наступних досліджень в галузі балансування роторів машин пасивними АБП. А отриманий без врахування специфічних властивостей рідини, сил опору, відтак, теоретично необґрунтований і експериментально неперевірений висновок про обмеженість діапазону працездатності таких автобалансируючих пристроїв закритичною (або за резонансною) зоною обертання ротора є суперечливим і до тепер. Отже, залишається необхідним більш детальне вивчення цього явища [1].

### 1.1.1 Опис структури аналітичного огляду публікацій

Для цього необхідно проаналізувати наявні публікації з проблем рідинного автоматичного балансування і визначити характер вхідних даних, перелік

завдань, які найбільш часто зустрічаються у наявних дослідженнях; математичні методи, що застосовуються для вирішення поставлених завдань; використовувані програмні продукти, а також основні особливості використання математичного апарату в галузі автоматичного зрівноваження обертових тіл рідиною.

Для розв'язання поставленого завдання було проведено систематизований огляд публікацій, що описують дослідження з використанням математичного апарату.

Метою оглядового дослідження було з'ясування питання про те, наскільки повно використовуються сучасні можливості щодо застосування математичного апарату в технічних дослідженнях, шляхом вивчення даної специфіки (спектр вирішуваних завдань, які використовуються підходи, критерії). Для цього були проаналізовані літературні джерела, що містять перевірені експертами матеріали, з описом застосування математичного апарату в конкретних технічних дослідженнях. Для публікацій такими джерелами стали журнали, що увійшли до науково-метричних баз даних Web of Science та Scopus.

З огляду на періодичний розвиток питань обґрунтування роботи рідинного автобалансира була визначена наступна глибина пошуку від 1914 р. до 2016 р.

Вибір конкретної статті проводився випадковим чином, після чого здійснювалася її перевірка на відповідність наступним критеріям:

- в статті описується математичний апарат;
- присутній опис характеру вхідних даних;
- присутній опис використовуваних математичних методів.

Публікація включалася в матеріалах цього систематизованого огляду, якщо вона відповідала всім критеріям, в іншому випадку вона виключалася з розгляду. Список проаналізованих джерел представлений в Додатку Б.

Подібний підхід до вибору джерел, що поєднує експертну думку і випадковий фактор, з одного боку, дозволив отримати перелік джерел, що відображають різний рівень наукових досліджень, з іншого боку, дозволив

шляхом використання випадкового фактора виключити упередженість у виборі публікацій.

Всього для систематизованого огляду (проведеного за схемою, яка представлена в таблиці 1.1) було відібрано 42 публікації.

Таблиця 1.1 - Опис схеми систематизованого огляду застосування математичного апарату в технічних дослідженнях

Опис джерела
1. Назва
2. Предметна область
3. Розділ предметної області
4. Мета дослідження
5. Об'єкт дослідження
Опис вхідних даних
Загальний опис завдань дослідження
6. Тип моделювання
7. Мета моделювання
8. Програмний продукт
Детальний опис завдань, які вирішуються математичними методами
Завдання 1. - формулювання завдання в термінах предметної області - вид завдання - математичні методи
Завдання 1. ....

### 1.1.2 Результати аналітичного огляду публікацій

Аналіз розділів предметної області однозначно говорить про те, що в даний час математичний апарат широко застосовується не тільки в тих напрямках, які спочатку ґрунтувалися на математиці (наприклад, динаміка автобалансира), але і в багатьох інших (наприклад, дослідження ефективності роботи рідинного автобалансира).

Широта застосування математичного апарату в розглядуваному питанні підтверджується і різноманітністю цілей досліджень. Абстрагуючись від специфіки досліджень, серед напрямків, які найбільш часто зустрічаються, можна виділити наступні: 1) вивчення взаємозв'язків різних явищ (чинників) і 2) виявлення певного фактора і його ролі в процесі чи явищі автобалансування.

Об'єкти дослідження можна розділити на три основні групи:

- 1) зниження віброактивності роторної системи,
- 2) динаміка автобалансира і стійкість його роботи,
- 3) ефективність і точність балансування.

Огляд завдань технічних досліджень. Загальну спрямованість дослідження характеризує його вид. Залежно від видів дослідження вирізняють три підгрупи наукових методів: емпіричні, теоретичні й метатеоретичні.

30% публікацій зосереджено на експериментальних дослідженнях з фізичними об'єктами – конструкціями рідинних автобалансувальних пристроїв. Результати таких досліджень свідчать, що автоматичне балансування рідиною є ефективним для пружно-деформівних роторів, або (і) роторів на пружних опорах, де наявна різниця фаз між напрямом відцентрової сили і прогином чи переміщенням ротора і спостерігається на всьому діапазоні обертання роторної системи.

Аналітичним дослідженням присвячено майже 95% публікацій, однак всі вони мають за основу підходи Сирла для теоретичного обґрунтування роботи

рідинного АБП, які не пояснюють відкрите експериментально явище наявності самобалансування роторної системи на докритичних режимах роботи ротора.

Математичне моделювання в якості математичного методу було застосовано в 16% досліджень. У цих роботах в 13% використовувався тільки аналітичний метод, в 13% - поєднання аналітичного і імітаційного, в інших випадках (74%) - тільки чисельне моделювання.

Найбільш часто зустрічається мета моделювання (75%) - виявлення взаємозв'язків між досліджуваними показниками. До них можна додати опис динаміки процесу (як вивчення взаємозв'язків як функції, що залежить від часу) і перевірка теоретичних гіпотез (враховуючи той факт, що гіпотеза припускає певні взаємозв'язки), в цьому випадку відносна частка отриманої групи цілей моделювання складе 88%.

Аналіз використовуваних програмних продуктів був дещо ускладнений тим, що в 68% публікацій вид програмного забезпечення не вказувався. У 12% досліджень використовувався пакет Statistica, в 8% - пакет SPSS. Крім зазначених статистичних пакетів в дослідженнях застосовувалися: MS Excel, MatLab, PTC Mathcad. В умовах недостатності даних про застосовувані програмні продукти (інформацію про їх використання містили лише 13 джерел) неможливо робити будь-які остаточні висновки, можна лише позначити загальні тенденції. Необхідно відзначити, що це програмне забезпечення призначене виключно для реалізації однієї групи математичних методів - методів чисельного моделювання.

Для більш детального опису задач досліджень, які вирішуються математичними методами, вивчення джерел проводилося за трьома позиціями:

- 1) формулювання завдання в термінах предметної області;
- 2) вид завдання в термінах математики (таблиця 1.2);
- 3) математичні методи, використані для вирішення завдання (із зазначенням критеріїв).

Перераховані вище позиції заповнювалися для кожного завдання окремо. Однотипні завдання щодо застосовуваних математичних методів і схожі з точки

зору предметної області об'єднувалися. Кількість отриманих таким чином задач в дослідженні коливалось від однієї до п'яти.

Таблиця 1.2 - Частота видів математичних задач,  
які зустрічаються в дослідженнях

Вид завдання	Частота
створення математичної моделі рідинного АБП на основі динаміки твердого тіла з порожниною, частково заповненою рідиною	12
розробити математичні моделі руху незрівноваженого ротора з рідинним АБП	22
теоретичне обґрунтування режимності роботи АБП, тобто визначення діапазонів частот обертання, на яких відбувається балансування	8
дослідити умови існування балансування та його ефективності, розробка науково-методичного апарату конструювання АБП	4
дослідити вплив різних чинників (ваги, кута відхилення осі ротора від горизонтального положення, фізичних властивостей рідких робочих тіл та ін.) на процес самобалансування і його ефективність	5
шляхом побудови математичної моделі коливань ротора, що має шість ступенів вільності, встановити вплив кількості і розташування масових, інерційних, жорсткіших, демпферних факторів на ефективність автобалансування	7
творити теорію автоматичного балансування рідиною, яка буде адекватною емпіричним даним і пояснить всережимність рідинного АБП	1
створити експериментальні методи і засоби дослідження поведінки робочого тіла в камері АБП	13

Формулювання завдань в термінах предметної області дуже різнопланові як щодо специфіки дослідження, так і щодо звернення до тих чи інших математичних методів. Не менш різноманітна і ступінь деталізації формулювань - від узагальнених (наприклад, «Пасивне балансування для роторних систем») до конкретних (наприклад, «Аналіз перехідної реакції автоматичного динамічного балансира для ексцентричних роторів»).

У дослідженнях, охоплених даним систематичним оглядом, найчастіше в якості завдань виступали: моделювання динамічної ефективності пасивного рідинного балансира (49%) і експериментальні дослідження роботи рідинного АБП (43%).

Огляд математичних методів, застосовуваних для вирішення завдань технічних досліджень. Математичні методи, що застосовуються для вирішення завдань досліджень, незважаючи на удавану різноманітність, мають досить невеликий набір переважно процедур складання і дослідження систем нелінійних диференціальних рівнянь руху механічної системи.

До основних (тих, які найбільш часто зустрічаються) методів можна віднести:

- методи динаміки машин;
- методи теорії коливань;
- методи динаміки тіл, що містять порожнини, заповнені рідиною;
- методи вивчення стійкості режимів обертання роторних систем, які містять рідину;
- методи математичного моделювання із застосуванням аналітичних і чисельних методів.

У публікаціях розглядаються роторні системи, що містять рідину і володіють приводом, що підтримує постійною кутовою швидкістю обертання ротора. Незважаючи на широке поширення таких систем, їх динаміка недостатньо вивчена через труднощі, пов'язані з необхідністю враховувати сумісну дію таких факторів, як швидке обертання, в'язкість рідини, наявність

вільної поверхні або стратифікації рідини, а також зовнішні неконсервативні сили.

У частині публікацій обговорюються механічні ефекти, викликані резонансним збудженням внутрішніх хвиль у рідині, що обертається в разі, коли камера здійснює кругову прецесію.

Сучасний стан теорії і практики балансування ротаційних агрегатів (роторів) машин характеризується відсутністю узагальненого системного підходу до вирішення питань балансування при проектуванні, виробництві, експлуатації та ремонті машин. З цієї причини (як встановив проведений аналіз літератури з цих питань) на багато з них немає вичерпних відповідей; відповіді на інші спираються на використання примітивних моделей, на емпіричні дані і вироблені за ними параметри.

Підсумок огляду літератури з досліджень рідинних автобалансирів представлений в таблиці 1.3 [1] у вигляді літературного картографування. Публікації, які містять більш повні результати теоретичних та експериментальних досліджень, пов'язані з гнучкими роторами, позначені зеленим кольором (+). Жовті області ( $\pm$ ) допомагають визначити поточні потреби в дослідженнях.

Отже, існує доцільність досліджень у розумінні реакції дисбалансу, взаємодії рідини та ротора для підвищення стабільності руху ротора та більш ефективних механізмів балансування гнучких роторів з аналітичним підходом. Однак, існує також потреба у числових експериментах та візуальному моделюванні роботи рідинного АБП.

Проведений аналіз дозволяє визначити найбільш оптимальні і ефективні методи цього дослідження. Так, теоретичні дослідження процесу автобалансування слід виконувати за допомогою методів системного аналізу та математичного моделювання; дослідження поведінки рідини в камері автобалансира та ефективності автоматичного зрівноваження роторів машин рідиною слід здійснювати за допомогою методів аналітичної геометрії, аналітичної гідродинаміки.

Джерелами для дослідження математичної моделі поведінки рідини – робочого тіла у камері автобалансира – будуть положення динаміки твердих тіл, що обертаються, з порожнинами, частково заповненими рідиною, з урахуванням гідравлічних властивостей рідини і зовнішнього демпфірування.

Таблиця 1.3 - Картографування публікацій з проблем самозрівноваження обертового тіла з рідиною

Публікації	Експериментальні дослідження	Чисельне моделювання	Аналітичні дослідження	Стабільність роботи АБП	Взаємодія рідина-ротор	Публікації	Експериментальні дослідження	Чисельне моделювання	Аналітичні дослідження	Стабільність роботи АБП	Взаємодія рідина-ротор
1	+	+	+	-	+	22	+	+	+	-	+
2	+	+	+	-	+	23	-	+	+	-	+
3	+	+	+	-	+	24	-	+	+	-	+
4	+	+	+	-	+	25	-	+	+	-	+
5	+	+	+	-	+	26	-	+	+	-	+
6	+	+	+	-	+	27	-	+	+	-	+
7	+	+	+	-	+	28	-	+	+	-	+
8	+	+	+	-	+	29	-	+	+	-	+
9	+	+	+	-	+	30	-	+	+	-	+
10	-	+	+	-	+	31	-	+	+	-	+
11	+	+	+	-	+	32	+	+	+	+	+
12	+	+	+	-	+	33	-	+	+	+	+
13	-	+	+	+	+	34	-	+	+	+	+
14	-	+	+	+	+	35	+	+	+	+	+
15	-	+	+	+	+	36	-	+	+	+	+
16	-	+	+	+	+	37	-	+	+	+	+
17	-	+	+	+	+	38	-	+	+	+	+
18	-	+	+	+	+	39	-	+	+	+	+
19	-	+	+	+	+	40	-	+	+	+	+
20	-	+	+	+	+	41	-	+	+	+	+
21	-	+	+	+	+	42	+	+	+	+	+

## 1.2 Постановка задачі та завдань дослідження. Розробка гіпотези дослідження

У основу дослідження покладено результати розробки і аналізу математичної моделі переміщення рідини в камері пасивного автобалансувального пристрою (АБП) під впливом зміни сумарного дисбалансу системи і прогину вала, які показали, що врахування властивостей реальних роторних систем і рідинних середовищ при моделюванні процесу автобалансування дозволило розробити теоретичне обґрунтування автоматичного балансування рідиною роторів з вертикальною віссю обертання [1].

Аналіз моделі на основі теорії параметричних екстремальних задач з похідною дозволить встановити залежність ефективності автоматичного балансування від відношення кутової швидкості до критичної, коефіцієнта зовнішнього опору, відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини і відносних розмірів АБП; в'язкість рідини в реальних системах призводить до того, що рідина може зупинитися на деякій відстані від положення рівноваги, тобто в'язка рідина має зони рівноваги.

Побудована залежність дасть можливість створити інженерну методичку розрахунку параметрів рідинного АБП. *Основна ідея* методички, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: за заданою величиною радіуса циліндричної камери автобалансира, як максимально можливо за конструкцією машини, розроблено прикладну програму розрахунку оптимального співвідношення геометричних параметрів АБП, при якому досягається максимум ефективності роботи автобалансира з рідиною, за якою можна визначити висоту циліндричної камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери автобалансира рідиною заданої густини визначаємо місткість, запас місткості автобалансира і оптимальний

підбір рідини за в'язкістю для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

Для реалізації методики розрахунку оптимальних параметрів рідинного автобалансира буде розроблено програмний продукт.

Вивчення і розв'язання проблем теорії і практики зрівноваження роторів пасивних АБП дозволить розширити області застосування простих і невибагливих конструкцій АБП з рідинними робочими тілами, що має важливе технічне, економічне, екологічне і соціальне значення [1].

Метою роботи є розробка і аналіз математичних моделей роботи пасивного рідинного автобалансируючого пристрою для роторів змінним дисбалансом розташованих під кутом до горизонту, за допомогою яких можна розробити методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою, і програмне забезпечення для реалізації методики.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі основні завдання:

- виконати аналіз сучасного стану проблем моделювання в галузі пасивного балансування;
- на основі розроблених моделей поведінки робочої рідини в циліндричній камері автобалансира визначити залежності ефективності роботи рідинного автобалансира від параметрів системи обертове тіло – автобалансир;
- розробити методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою;
- розробити програмне забезпечення для реалізації методики;
- перевірити адекватність розроблених математичних моделей і методики розрахунку оптимальних параметрів АБП.

## 2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ БАЛАНСУВАННЯ ОБЕРТОВОГО ТІЛА

### 2.1. Аналіз предметної області. Основні поняття

#### 2.1.1 Типи роторів

Ротор є тіло, яке утримується при обертанні своїми несучими поверхнями в опорах [13]. Несучими є поверхні цапф або поверхні, які їх замінюють. Пряма, що з'єднує центри ваги контурів поперечних перерізів середин несучих поверхонь, називається віссю ротора. За кількістю опор ротори бувають дво- і багатопорними. Ротор може бути міжопорним, якщо істотна частина його маси ( $M$ ) розташована між опорами, консольним, якщо істотна частина його маси знаходиться за однією з крайніх опор, і двоконсольним при розташуванні значної частини його маси за двома крайніми опорами.

#### 2.1.2 Умови динамічної рівноваги

Не схильне до дії зовнішніх сил тіло, що обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  навколо однієї зі своїх головних центральних осей інерції, знаходиться в стані динамічної рівноваги, що характеризується рівністю нулю головного вектора і момент незрівноважених сил (рис. 2.1):

$$\sum F_i = \omega^2 \sum m_i r_i = \omega^2 \sum D_i = \omega^2 D = \omega^2 m_p e_{cm} = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum M_i = \sum z_i \cdot F_i = \omega^2 \sum m_i r_i \cdot z_i = \omega^2 \sum D_i \cdot z_i = \omega^2 M_D = 0. \quad (2.2)$$

Тут  $m_i$ ,  $r_i$ ,  $D_i$  - відповідно незрівноважена точкова маса, її ексцентриситет і дисбаланс;  $m_p = \sum m_i$ ;  $e_{ст} = \sum m_i r_i / m_p$  - маса і ексцентриситет ротора;  $D$ ,  $M_D$  - головний вектор і головний момент дисбалансів.

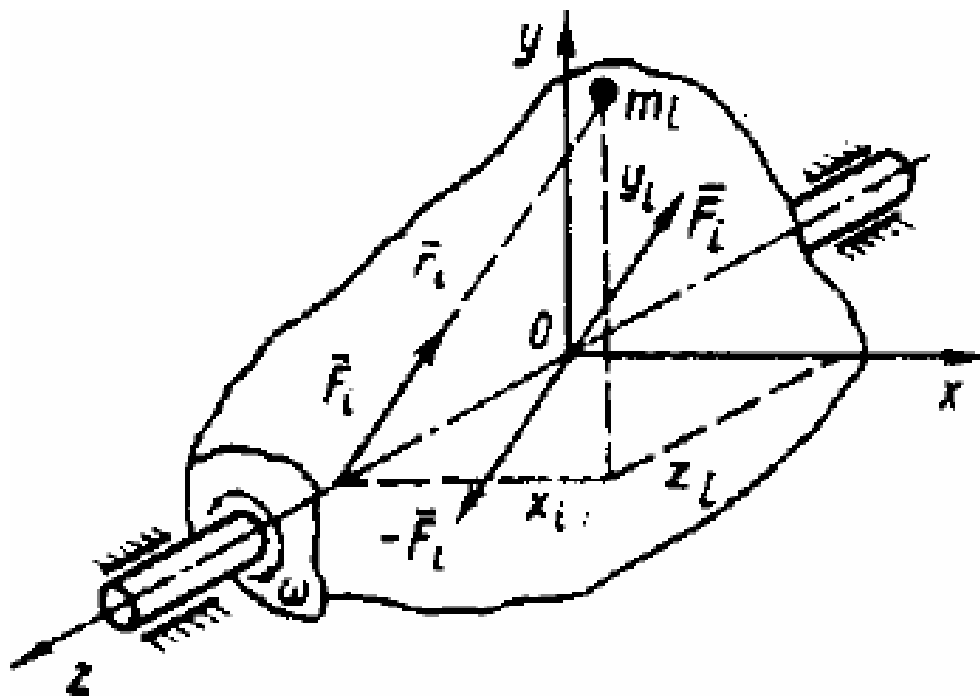


Рисунок 1.2 - Схема сил, що діють на обертове тіло

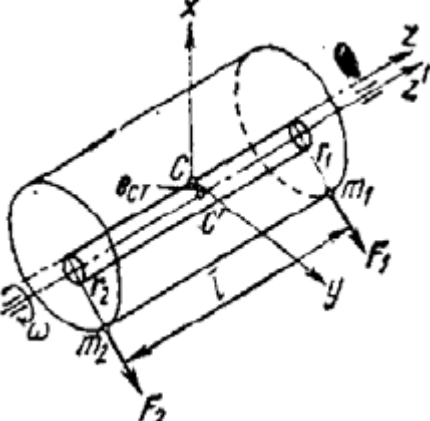
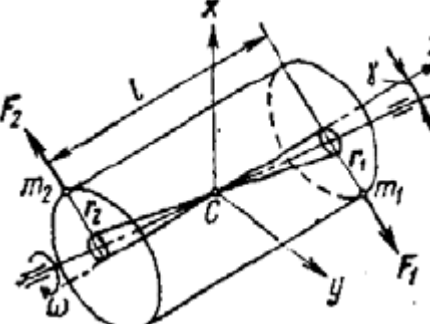
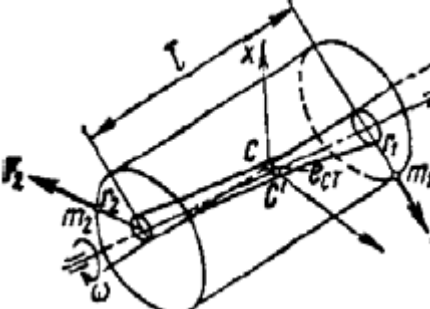
Для виконання умови (2.1) необхідно і достатньо, щоб вісь обертання ротора проходила через його центр мас ( $e_{ст} = 0$ ). Для виконання умови (2.2) необхідно і достатньо, щоб вісь обертання ротора збігалася з однією з його головних осей інерції, тобто щоб були рівні нулю його відцентрові моменти інерції. При обертанні ротора навколо осі, яка не співпадає з головною центральною віссю інерції, він стає незрівноваженим.

Незрівноваженість - це стан ротора, що характеризується таким розподілом мас, який під час обертання викликає змінні навантаження на опорах ротора і його вигин (прогин) [13]. Мірою незрівноваженості вважають дисбаланс  $D$ . Для порівняння роторів різних мас вводять питомий дисбаланс, який чисельно дорівнює ексцентриситету:  $e_{ст} = D / m_p$ .

### 2.1.3 Види незрівноваженості

Залежно від взаємного розташування осі ротора  $z'$  і його головної центральної осі інерції  $z$  розрізняють три види незрівноваженості, показані в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 - Параметри еквівалентних систем сил для незрівноваженості

	$\lambda = F_1/F_2 = 1;$ $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$	$\Sigma F_i = 2m_1 r_1 \omega^2 = m_p e_{ct} \omega^2 \neq 0;$ $\Sigma M_i = 0$
	$\lambda = -1;$ $\varphi_1 = 0$ $\varphi_2 = 0$	$\Sigma F_i = m_p e_{ct} \omega^2 = 0;$ $\Sigma M_i = 2m_1 r_1 \omega^2 = J_{xz} \neq 0$
	$ \lambda  \neq 1; \varphi_1 = \varphi_2 = 0$ <p style="text-align: center;">або</p> $ \lambda  = 1; \varphi_1 = \varphi_2 = 0$ <p style="text-align: center;">або <math>\varphi_2 = \pi</math></p> <p style="text-align: center;">або <math> \lambda  \neq 1;</math></p> $\varphi_1 = 0; \varphi_2 = \alpha; \alpha \neq 0 \neq \pi$	

В таблиці 2.1  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  відповідають величинам кутів між векторами еквівалентних сил незрівноваженості  $F_1$  і  $F_2$  та деякою початковою віссю, яка в даному випадку поєднана з вектором  $F_1$ .

При статичній незрівноваженості осі  $z$  і  $z'$  паралельні. Ця

незрівноваженість повністю визначається головним вектором дисбалансів  $D$  або ексцентриситетом  $e_{ст}$ .

При моментній незрівноваженості вісь ротора і його головна центральна вісь інерції перетинаються в центрі мас. Моментна незрівноваженість повністю визначається головним моментом дисбалансів ротора  $M_D$  або його відцентровими моментами інерції. При динамічній незрівноваженості, що складається зі статичної та моментної, вісь ротора і його головна центральна вісь інерції перетинаються не в центрі мас ротора або перехрещуються. Динамічна незрівноваженість визначається головними вектором і моментом дисбалансів ротора.

#### 2.1.4 Еквівалентні системи дисбалансів

Головні вектор і момент дисбалансів можна замінити еквівалентною системою, що складається з двох дисбалансів:  $D_A$  і  $D_B$ , розташованих в двох довільних, перпендикулярних до осі ротора площинах  $A$  і  $B$  (рис. 2.2).

$$D_A = (D_C L_B + M_D) / L; \quad D_B = (D_C L_A + M_D) / L.$$

Перпендикулярну осі ротора площину, в якій задають значення і кут дисбалансу, називають площиною зведення дисбалансу. Найчастіше необхідно переходити від однієї еквівалентної системи до іншої, розташованої в інших площинах зведення. При такому переході можуть змінюватися не тільки величини дисбалансів, але і кути між ними.

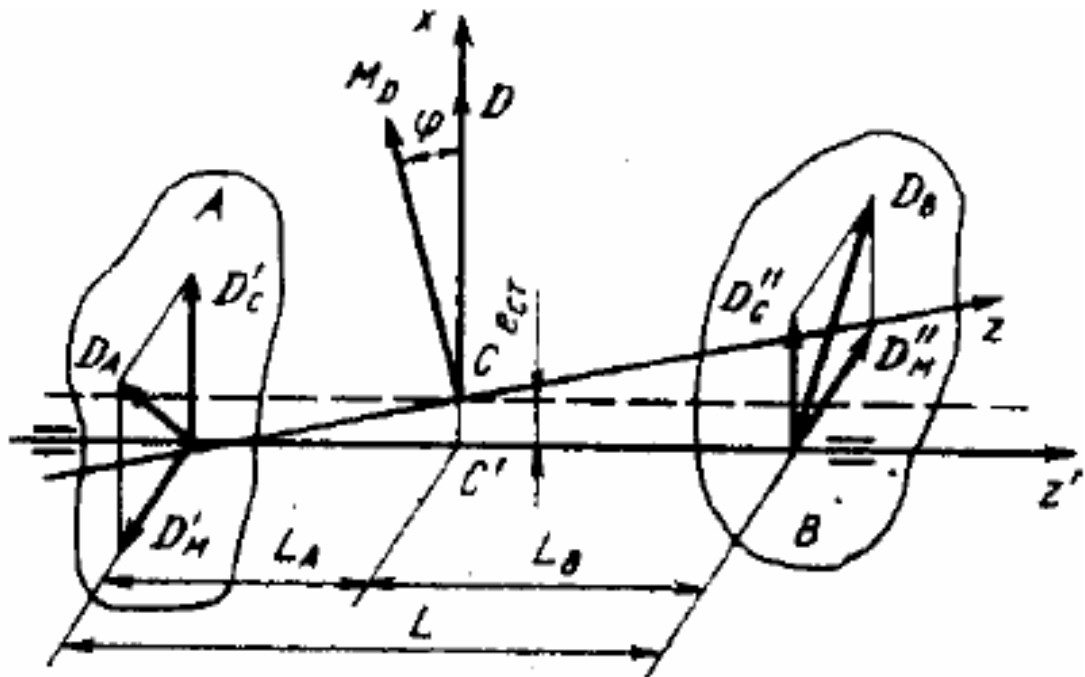


Рисунок 2.2 - Еквівалентна система з двома дисбалансами

Детально це питання викладено в [13].

Розрахунок еквівалентної системи проводиться за правилами статички:

### 2.1.5 Балансування ротора

Так як незрівноваженість твердого тіла може бути замінена еквівалентною системою двох дисбалансів, розташованих в двох поперечних перетинах ротора, то завжди ротор може бути приведений в стан динамічної рівноваги за допомогою двох коригувальних мас, розташованих в двох довільних площинах корекції. Коригувальні маси можна додавати або видаляти з тіла ротора або переміщати по ньому. Процес визначення значень і кутів дисбалансів ротора і зменшення їх коригуванням мас називають балансуванням ротора. Вимірювати дисбаланс і зменшувати його при балансуванні можна послідовно як самостійні операції і одночасно, як при автоматичному балансуванні.

Балансування можна виконувати двома методами:

1) коригувальні маси встановлюють, видаляють або переміщують таким чином, щоб головна центральна вісь інерції наближалася до осі ротора. Коригування мас проводять в одній або декількох точках однієї площини корекції або в декількох площинах корекції одночасно або послідовно. Коригування мас проводять свердлінням, фрезеруванням, наплавленням, наварюванням, загвинчуванням або вивірчуванням гвинтів, випалюванням електричною іскрою, променем лазера, електронним пучком, електролізом і так далі;

2) цапфи переміщують або обробляють так, щоб вісь ротора збіглася з головною центральною віссю інерції. Метод має обмеження в застосуванні, так як він викликає загальне зміщення ротора, неприпустиме, наприклад, через зміну геометрії зубчастих зчеплень і лабіринтових ущільнень, зазорів між ротором і статором, небезпеку здавання в лопатковому апараті турбін і так далі.

Дисбаланси, які мають місце до та після балансування, називають відповідно початковим і залишковим дисбалансами. Найбільший залишковий дисбаланс, прийнятний за нормами балансування, називається допустимим дисбалансом або відповідно допустимим питомим дисбалансом.

### 2.1.6 Гнучкість ротора

Ротори поділяються на жорсткі і гнучкі в залежності від застосовуваних методів балансування. Жорстким вважають ротор, який може бути збалансований на частоті обертання  $n_0$ , яка є меншою за першу критичну  $n_1$  в двох довільних площинах корекції і у якого залишкові дисбаланси не перевищуватимуть допустимих на всіх частотах обертання до найбільшої експлуатаційної  $n_E$ . Іноді жорстким називають ротор, у якого  $n_E \leq k n_1$ . Значення коефіцієнта  $k$  приймається 0,2-0,7 [13].

Відповідно гнучким вважають ротор, який не може бути збалансований на частоті  $n_E \leq k n_1$  в двох довільних площинах корекції так, щоб значення його залишкових дисбалансів не перевищували допустимих на деяких частотах обертання  $n_E$ .

Методи балансування жорстких і гнучких роторів істотно відрізняються.

Існують ротори зі змінною геометрією або змінною масою, для яких застосовують спеціальні методи балансування, зокрема автоматичне балансування на ходу. Це автоматичне балансування за допомогою допоміжних пристроїв, які мають назву пасивних автобалансирів. Зазвичай автобалансиральні пристрої (АБП) мають форму кільця, наповненого робочими тілами (рідинними, сипкими, кульками, тощо).

#### 2.1.7 Допустима залишкова незрівноваженість ротора.

Вимоги до якості балансування. Коефіцієнт незрівноваженості

У реальних машинах неможливо повністю усунути незрівноваженість, тому виникає питання про призначення допусків на залишкову незрівноваженість. Для зниження динамічних навантажень бажано мати найменші дисбаланси, але підвищення точності балансування збільшує час і витрати на її проведення. Точність балансування повинна відповідати точності виготовлення ротора. Чутливість балансувальних верстатів має певні межі. Таким чином, призначувані допустимі дисбаланси повинні враховувати вимоги експлуатації, технічні можливості виробництва і економічні чинники.

Допустимі дисбаланси повинні забезпечувати зрівноваженість ротора за весь час експлуатації, незважаючи на:

- допустимі зношення в кінематичних парах і вплив температурних і силових полів;
- точність виконання основних функцій приладу або машини;

- допустимий рівень вібрацій установки під час експлуатації на всіх режимах;

- довговічність роботи підшипників ротора;

- допустимі напруги в тілі ротора і тиску на підшипники.

Якість балансування можна визначити двома способами:

1) вказівкою величини допустимого дисбалансу в заданих площинах - для балансування ротора у власних жорстких опорах;

2) вказівкою допустимих амплітуд коливань підшипників - для балансування ротора у власних пружних опорах.

На основі вивчення роботи підшипників із зазорами було введено поняття коефіцієнта незрівноваженості  $k$ , який дорівнює відношенню динамічного навантаження  $F_{\text{ц}}$  на підшипник від незрівноважених відцентрових сил до статичної реакції  $P_{\text{СТ}}$  від ваги ротора:

$$k = F_{\text{ц}} / P_{\text{СТ}}. \quad (2.3)$$

Для забезпечення роботи підшипника в найбільш вигідному режимі необхідно, щоб  $k < 1$ . Однак різні фахівці пропонують граничні значення  $k$  від 0,01 до 0,5, оскільки цей коефіцієнт має певне значення лише для роторів конкретного типу.

До прикладу, фірма Рейтлінгер (ФРН) рекомендує вибирати допустимий питомий дисбаланс з урахуванням призначення машини і частоти обертання  $n$  (об / хв) ротора [13].

Для загального машинобудування, де не висувається особливих вимог до рівня вібрацій, втомна міцність матеріалу забезпечується, якщо віброприскорення не перевищують 0,1 g; за цієї умови і рівність ваг частини, що обертається, і частини, що не обертається:

$$[e_{\text{СТ}}] = 2 \cdot 10^8 n^{-2}.$$

Для машин і приладів, з якими людина стикається під час роботи, в тому числі для побутових приладів:

$$[e_{ст}] = 6000 / n \text{ мкм.}$$

Допустима незрівноваженість ротора може визначатися не тільки допустимим дисбалансом, але і найбільшою амплітудою коливань підшипників, що характерно для балансування великого енергетичного устаткування.

## 2.2 Дослідження поведінки рідини в циліндричній камері.

### Базові математичні моделі

Розглянемо основні результати математичного моделювання поведінки робочої рідини в камері автобалансира, які докладно викладено для вертикально і горизонтально розташованого ротора в [1].

Результати досліджень, викладені у цьому підрозділі, застосовні для таких механічних моделей роторів: моделі, яка є диском зі зміщеним на деякий ексцентриситет центром мас, закріпленим посередині гнучкого безінерційного вала, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ ; жорсткість вала передбачається однаковою у всіх напрямках (пружна ізотропія вала); для механічної моделі, зовнішньо відмінної, але яка принципово не відрізняється від попередньої моделі, з абсолютно жорстким ротором в пружних опорах. Через піддатливість підшипників система має лінійні пружні властивості. Якщо пружні властивості однакові у всіх радіальних напрямках (ізотропні опори), то ці моделі можна вважати якісно ідентичними [14].

Розглянемо гнучкий ротор на двох жорстких опорах з циліндричною порожниною радіуса  $R$  і висотою  $h$ . Порожнина частково заповнена рідиною. Об'єм рідини –  $V$ , менший за об'єм порожнини. Автобалансира встановлений

симетрично щодо опор (рис. 2.3). Вал розташований під кутом  $\Omega$  до горизонту.

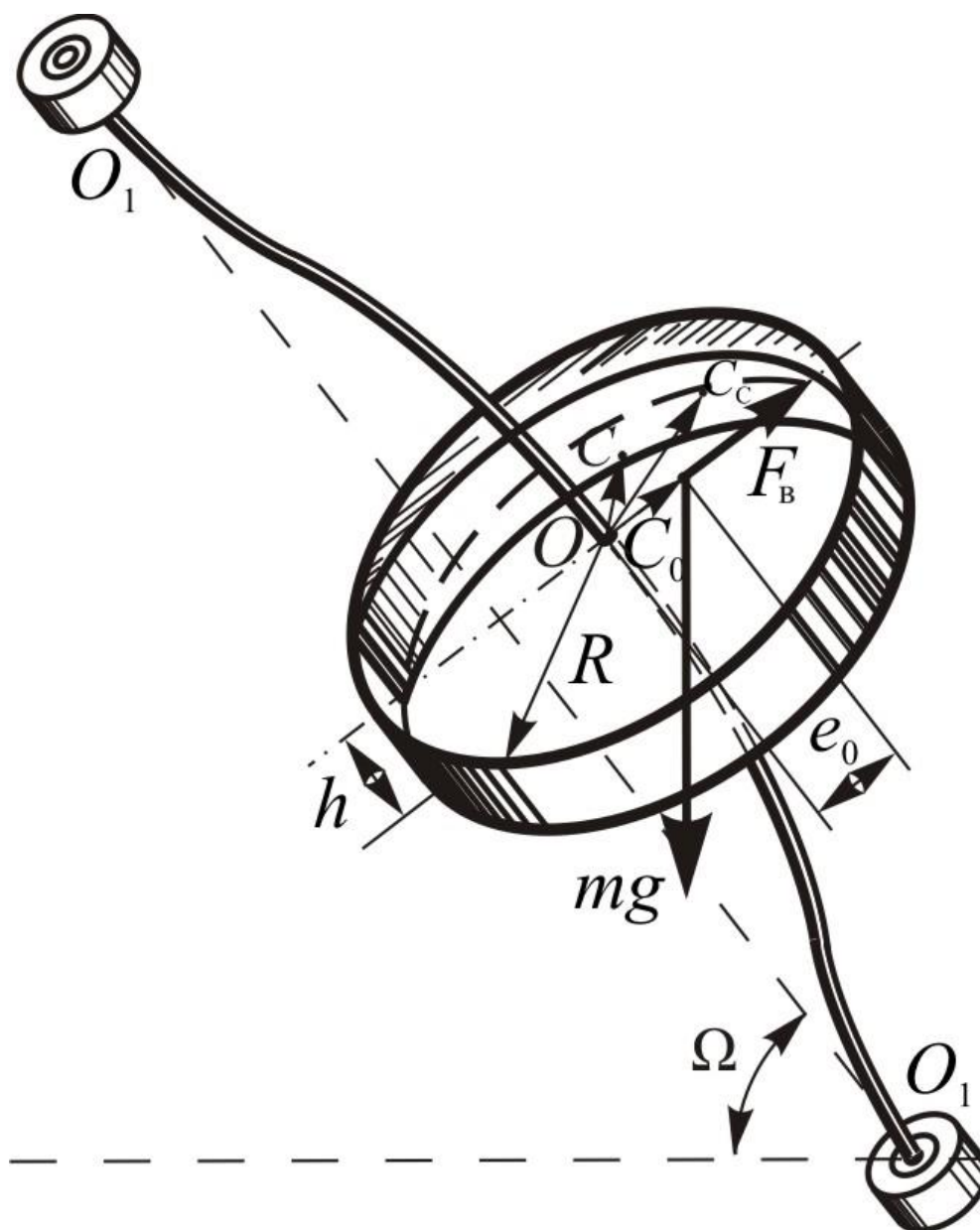


Рисунок 2.3 - Схема вала на двох опорах з АБП, розташованого під кутом  $\Omega$  до горизонту

Вважаємо, що циліндр розміщений посередині вала, тоді при прогині вала циліндр буде переміщатися паралельно самому собі, тому коріолісові сили інерції від повороту циліндра не будуть виникати. Припустимо, що вал з АБП без рідини незрівноважений і позначимо відстань між центром мас камери маси  $M$  (точка  $C_0$ ) і геометричним центром вала (точка  $O$ ) через  $e_0$ . Маса рідини  $m$

менша за масу дисбалансу.

Спроектуємо усі сили, що діють на роторну систему, на площину поверхні АБП ( $CO_1O_0$ ) (рис. 2.4). Проекція сили ваги буде дорівнювати:

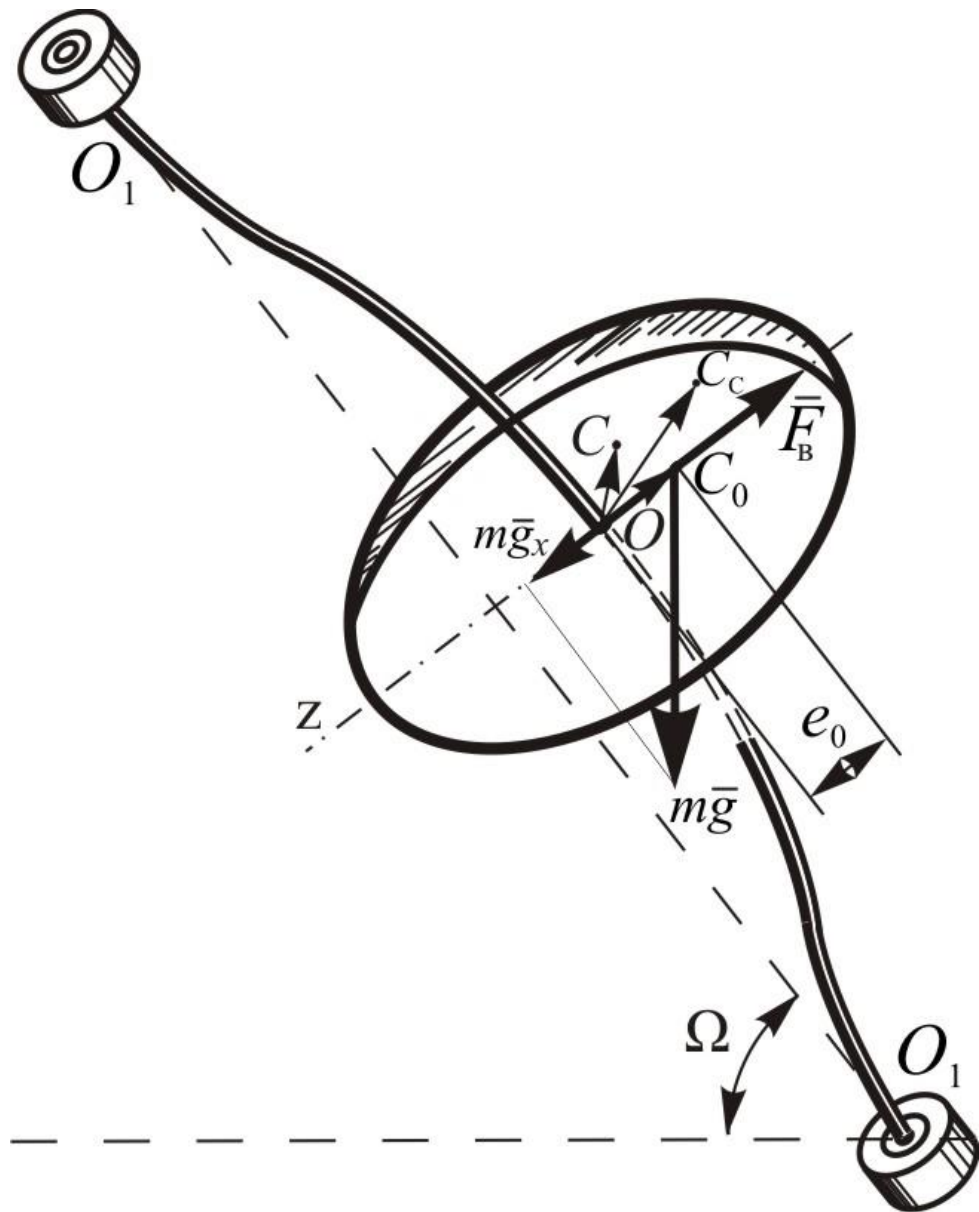


Рисунок 2.4 – Проекція сили ваги на площину ( $CO_1O_0$ )

$$mg_z = mg \cdot \cos\Omega$$

Тоді для вертикально розташованого ротора будемо мати:  $mg_z = 0$ , а для горизонтально розташованого ротора –  $mg_z = mg$ .

Визначимо рівнодійну масових сил, які діють у роторній системі, як

$$F = mg_z + F_B.$$

### 2.2.1 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері без урахування дії сил зовнішнього опору

Розглянемо рух ротора. Для цього спроектуємо на горизонтальну площину  $xOy$ , перпендикулярну вісі  $O_1 - O_1$ , центр мас ротора  $C_0$ , геометричний центр циліндра  $O$  (що збігається з віссю вала) і вісь обертання  $O_1 - O_1$  (рис. 2.4).

Вісь  $Ox$  системи координат  $xOy$  містить вектор дисбалансу ротора. За відсутності обертання (швидкість обертання ротора  $\omega = 0$ ) точка  $O$  збігається з точкою  $O_1$  та центр мас  $C_0$  відстоїть від цих точок на відстані  $e_0$ , а рідина в нерухомому циліндрі, яка знаходиться в рівновазі під дією сили ваги, перебуває в абсолютному спокої відносно Землі в найнижчій точці камери АБП.

Коли вал починає обертатись і кутова швидкість  $\omega \ll \omega_{кр}$  дисбаланс ротора викликає прогин вала  $O_1O$  (рис. 2.3), що має додатне значення і напрямок якого майже співпадає з напрямом дисбалансу  $\overline{D_0} = \overline{OC_0} \cdot M$  [15]. При цьому сили зовнішнього демпфування системи (тертя, що виникає між рухливою частиною – валом і зовнішнім середовищем) вважаємо настільки малими, що їх дією на систему нехтуємо.

Під час обертального руху АБП стінки циліндра приведуть в обертальний рух найближчі до стінок шари рідини, а потім, унаслідок в'язкості рідини – і всю масу. За деякий час усі частинки рідини будуть обертатися приблизно з однією і тією ж самою кутовою швидкістю  $\omega$ . Припустимо, що такий момент часу настав. Очевидно, що розглядувана маса рідини буде нерухомою у координатній системі  $xOy$ , зв'язаній з циліндром, що рухається. Такий рух рідини є відносно її

рівновагою в даний момент часу. При цьому треба мати на увазі, що рідина, яка почала рухатися зі стану абсолютного спокою, приходять у стан відносного спокою не відразу і перехід з одного стану в інший відбувається під впливом сил внутрішнього тертя. У самому стані відносного спокою сили тертя відсутні. Зовнішніми об'ємними силами, що діють на рідину, будуть сили земного тяжіння та інерції. Остання є відцентровою силою  $\bar{F}_B$ , напрямленою перпендикулярно від осі обертання. Проекція сили ваги на вісь  $z$  буде:

$$mg_z = mg \cdot \sin\Omega.$$

Рідина поступово здобуває ту саму кутову швидкість, що і циліндр, а вільна поверхня її видозмінюється і стане деякою поверхнею обертання (рис. 2.5).

Рівнодіюча масова сила  $\bar{j}$  збільшується зі збільшенням радіуса за рахунок складової – сили інерції, а кут нахилу її до горизонту зменшується. Оскільки для збереження рівноваги маси рідини необхідно, щоб зовнішні сили, які діють у точках її граничної поверхні, були напрямлені тільки по внутрішніх нормалях до цієї поверхні (умова дії поверхневих сил при рівновазі рідини) [16], то сила  $\bar{j}$  є нормальною до вільної поверхні рідини, у зв'язку з чим, як видно з рис. 2.5, нахил цієї поверхні до лінії горизонту  $\psi$  зі збільшенням радіуса зростає [1].

Знайдемо рівняння кривої  $AO^*B$  у системі координат  $xOz$  (рис. 2.5). З огляду на те, що сила  $\bar{j}$  є нормаллю до кривої  $AO^*B$ , знайдемо, що

$$tg\psi = \frac{dz}{dx} = \frac{\omega^2(x+f)}{g \cdot \sin\Omega}.$$



Тобто ця крива є параболою, а вільна поверхня рідини – поверхнею параболоїда обертання, вісь якого збігається з віссю обертання  $O_1 - O_1$  (частиною поверхні параболоїда обертання, розміщеною між площинами дна і кришки камери автобалансира). У проєкції на горизонтальну площину, перпендикулярну до осі  $O_1 - O_1$  вільна поверхня є колом. У площині горизонтального перерізу (рис. 2.5) позначимо радіус вільної поверхні рідини через  $r$ , площу, зайняту рідиною – через  $S$ . Тоді ордината центра мас рідини відносно точки  $O$  буде дорівнювати

$$x_p = \frac{\iint_S x dS}{\iint_S dS} = \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot f.$$

З рис. 2.5 видно, що сумарний дисбаланс системи ( $\overline{D}_c$ ) є сумою дисбалансу вала ( $\overline{D}_0$ ) і дисбалансу рідини в системі обертове тіло – рідинний автобалансир ( $\overline{D}$ ) і дорівнює:

$$|\overline{D}_c| = |\overline{D} + \overline{D}_0| = m \cdot e + M \cdot e_0 = (m + M) \cdot e_c,$$

$$\text{де } e = \frac{m \cdot x_p}{(M+m)}.$$

Отже, присутність рідини в АБП викликає збільшення дисбалансу ротора на кутових швидкостях, значно нижчих за критичну, при яких дія сил зовнішнього демпфірування є малою, а також на кутових швидкостях докритичного діапазону, якщо взагалі не враховувати дію сил зовнішнього опору [1].

## 2.2.2 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері з урахуванням дії сил зовнішнього опору

### 2.2.2.1 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega < \omega_{кр}$

Розглянемо, як на характер руху рідини в порожнині впливає зовнішнє демпфірування, властиве реальним системам. Для цього розглянемо роботу найпростішої реальної системи, що містить у собі рідинний автобалансир, для обертового тіла, що обертається під кутом  $\Omega$  до горизонту з кутовою швидкістю  $\omega$ , меншою за критичну ( $\omega < \omega_{кр}$ ). Отже у реальних системах зовнішній опір (сили тертя в підшипниках, сили тертя циліндра об повітря і т.д.) обумовлює відставання площини прогину ( $I - I$ ) від площини дисбалансу ( $\bar{D}_c = (M + m) \cdot \bar{e}_c$ ) на фазовий кут  $\delta$  проти обертання (рис. 2.6).

Розглянемо дію відцентрової сили на елементарні частинки рідини  $O_{p1}$ ,  $O_{p2}$  і  $O_{p3}$ , що містяться в різних частинах об'єму рідини (рис. 2.7).

На кожну частинку  $O_{pi}$  діє рівнодійна  $\bar{F}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) відцентрової сили і сили ваги  $g \cdot \sin\Omega$  (рис. 2.8). Розкладаючи рівнодійну силу, що діє на елементарний об'єм рідини, за напрямом нормалі і дотичної до поверхні частинки рідини знайдемо сили:  $\bar{N}_i$  і  $\bar{T}_i$ . Сила  $\bar{N}_i$  стискає частинку, і, оскільки рідина опирається стискові (прояв властивості нестисливості рідини), у цій точці (де розташована частинка) виникає реакція, що зрівноважить силу  $\bar{N}_i$ . Сила  $\bar{T}_i$  – дотична сила – прагне зрушити частинку. Щоб зрушення не відбулося (рідина набула рівноважного стану), необхідним є виконання умови  $\bar{T}_i = 0$  [16].



сумарного дисбалансу  $\delta$  є сталим, то зі зміною напрямку сумарного дисбалансу змінюється і положення прогину відносно початкового дисбалансу  $\overline{D_0}$  (тобто кут цього відставання відносно початкового дисбалансу збільшується) [1].

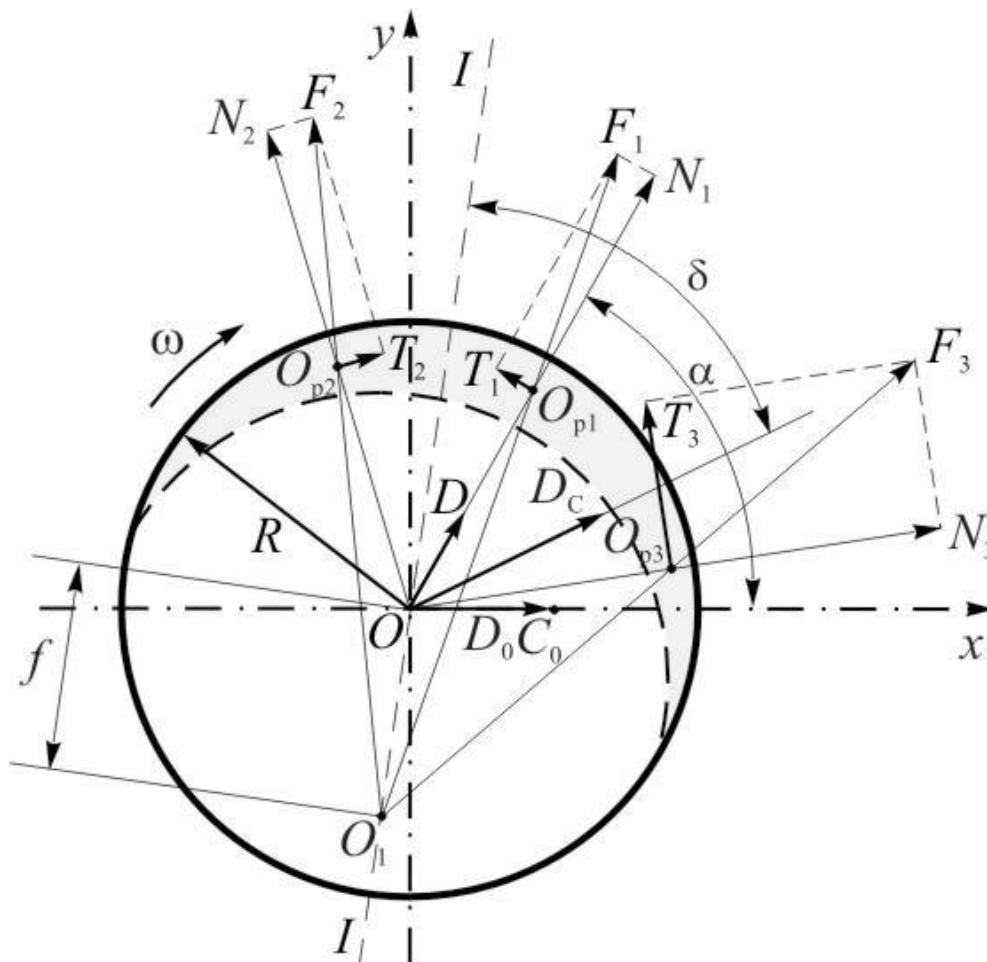


Рисунок 2.7 - Схема роботи рідинного автобалансира

Рідина слідує за прогином, знову змінює сумарний дисбаланс, збільшує кут  $\alpha$  і зменшує величину сумарного дисбалансу. Це зменшує величину прогину і зміну його положення відносно  $\overline{D_0}$  (тобто збільшує кут відставання). Теоретично цей процес триває поки кут відставання  $\alpha$  не набуде значення  $180^\circ$ , а прогин не набуде мінімального значення (або 0 – при повному зрівноваженні). Покажемо це аналітично [1].

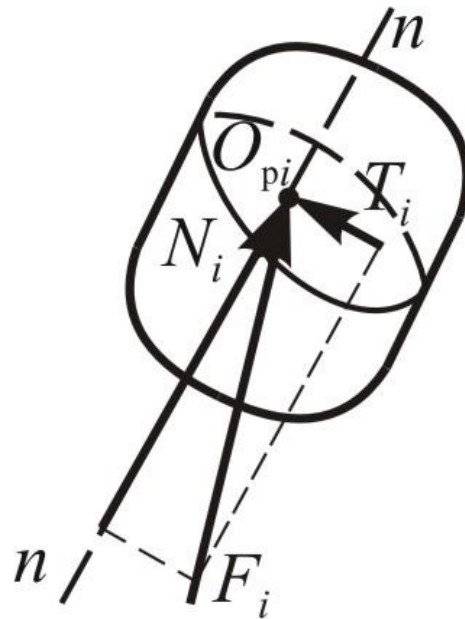


Рисунок 2.8 – Схема дія зовнішніх сил на елементарний об'єм рідини

Для дослідження положення рідини відносно дисбалансу вала і ефективності балансування розглянемо геометричну модель роботи системи (рис. 2.6) при обертанні ротора на докритичній швидкості із врахуванням зовнішнього демпфірування.

Якщо розглянути обертове тіло з циліндричною камерою рідинного автобалансира і врахувати демпфірування, то розташування площини прогину I–I і площини дисбалансу  $\overline{D}_c = (M + m) \cdot \overline{e}_c$  системи обертове тіло – рідина для деякого моменту часу буде таким, як показано на рис. 2.6. Для об'єму рідини (на рис. 2.6) затушована область) в загальному випадку справедливі тільки положення механіки системи точок, не зв'язаних жорстко між собою. Але в даному випадку, будемо розглядати рух рідини, як квазістаціонарний рух, тобто, коли взаємне розташування окремих елементів об'єму, що розглядається, не змінюється у даний момент часу [1]. Тому можемо застосувати до цього об'єму положення динаміки твердого тіла і, зокрема, визначити  $C$  – центр мас рідини в системі з автобалансиром, а положення рідини відносно дисбалансу ротора  $\overline{D}_0 = M \cdot \overline{e}_0$  визначити кутом  $\alpha$ . Нехай маса рідини –  $m$  менша маси дисбалансу. Вектор

$\overline{OC} = \bar{e} = \frac{\bar{D}}{(m+M)}$  – вектор ексцентриситету центра мас рідини в системі АБП – рідина; вектор  $\overline{OC}_0 = \bar{e}_0 = \frac{\bar{D}_0}{(m+M)}$  – ексцентриситету ротора маси  $M$ . Сумарний ексцентриситет ротора з рідиною в положенні  $\alpha$  дорівнює  $\bar{e}_c = \overline{OC}_c = \frac{\bar{D}_c}{(M+m)}$ . Вісь  $Ox$  системи координат  $xOy$ , зв'язаної з циліндром, що обертається, співпадає з вектором дисбалансу ротора. Визначимо положення рідини в автобалансири відносно дисбалансу при обертанні ротора на докритичній швидкості обертання [1].

Уведемо координати центра мас рідини ( $C(x_p, y_p)$ ) (рис. 2.6):

$$x_p = e \cos \alpha; \quad y_p = e \sin \alpha,$$

координати центра мас системи циліндр – рідина ( $C_c$ ):

$$x_c = e \cos \alpha + e_0 = e(\cos \alpha + k); \quad y_c = e \sin \alpha, \quad (2.4)$$

$$e = \frac{m}{(M+m)} \cdot \frac{\iint_S x dS}{\iint_S dS} = \frac{m}{(M+m)} \cdot \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot f,$$

де  $r$  – радіус вільної поверхні рідини (вважаємо, що вільна поверхня рідини є колом з центром у точці  $O_1$ ),

$f = O_1O$  – прогин, а у даному випадку відхилення центра вільної поверхні рідини від точки  $O$ ;

$$k = \frac{D_0}{D} – \text{відношення дисбалансів ротора і рідини.}$$

Сумарний дисбаланс ротора з рідиною в положенні  $\alpha$  дорівнює  $\bar{D}_c = (M + m) \cdot \bar{e}_c$ ,

$$e_c = e \sqrt{1 + 2k \cos \alpha + k^2}.$$

Кутовий коефіцієнт вектора  $\bar{D}_c$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_c = y_c/x_c = \sin \alpha / (\cos \alpha + k).$$

Наявність у реальній системі зовнішнього опору, що характеризується коефіцієнтом  $2n$ , сприяє відставанню площини прогину I–I від площини розташування дисбалансу  $\overline{D}_c$  на фазовий кут  $\delta$ . Його величина визначається з виразу [17]:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2n\omega}{\omega_{кр}^2 - \omega^2}, \quad (2.5)$$

де  $2n = \vartheta \cdot \omega_{кр}$  – коефіцієнт демпфірування,

$\vartheta$  – логарифмічний декремент затухання коливань визначається за емпіричною формулою [14]:

$$\vartheta = \frac{1}{q} \cdot \ln \frac{A_i}{A_{i+q}},$$

де  $A_i$  та  $A_{i+q}$  – подвійні амплітуди коливань, які відстоять одна від одної на  $q$  повних періоди.

З урахуванням (2.5) і того, що  $1 + \operatorname{tg}^2 \delta = 1/\cos^2 \delta$ , відхилення центра мас циліндра з рідиною від осі обертання за [18] становить

$$\zeta = O_1 C_c = \frac{e_c}{\sqrt{\left(\frac{\omega_{кр}^2 - \omega^2}{\omega_{кр}^2}\right)^2 + \left(\frac{2n\omega}{\omega_{кр}^2}\right)^2}} = \frac{e_c}{\left(\frac{\omega_{кр}^2 - \omega^2}{\omega_{кр}^2}\right) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}} = \frac{e_c \cos \delta}{\left(\frac{\omega_{кр}^2 - \omega^2}{\omega_{кр}^2}\right)} \quad (2.6)$$

З рис. 2.6 прогин ротора  $f = O_1 O$  у місці прикріплення циліндра виразимо як

$$f = \zeta \cos \phi - e_c \cos \delta = e_c \cos \delta \left[ \frac{\cos \phi \omega_{кр}^2}{\omega_{кр}^2 - \omega^2} - 1 \right]. \quad (2.7)$$

де кут  $\phi$  визначається з трикутника  $O_1 O C_c$  за теоремою синусів з врахуванням (2.6):

$$\sin \varphi = \frac{e_c \sin \delta}{\zeta} = \operatorname{tg} \delta \frac{\omega_{кр}^2 - \omega^2}{\omega_{кр}^2} = \frac{2n\omega}{\omega_{кр}^2}. \quad (2.8)$$

З рис. 2.1, б визначимо координати осі підшипників  $O_1$

$$x_1 = f \cos(\pi + \delta + \varphi_c) = -f \cos(\delta + \varphi_c);$$

$$y_1 = f \sin(\pi + \delta + \varphi_c) = -f \sin(\delta + \varphi_c).$$

Рівняння характерних прямих, які є необхідними для подальших досліджень, одержуємо за допомогою рівняння прямої, яка проходить через дві точки:

для прямої  $OC$

$$\frac{x-0}{x_p-0} = \frac{y-0}{y_p-0} \Leftrightarrow \frac{x}{x_p} = \frac{y}{y_p} \Leftrightarrow y = \frac{y_p}{x_p} x \Leftrightarrow y = k_p x = \operatorname{tg} \alpha x,$$

для прямої  $O_1C$

$$\frac{x - x_1}{x_p - x_1} = \frac{y - y_1}{y_p - y_1} \Leftrightarrow y - y_1 = \frac{(y_p - y_1)}{(x_p - x_1)} \cdot (x - x_1) \Leftrightarrow$$

$$y = k_1(x - x_1) + y_1 = k_1[x + f \cos(\delta + \varphi_c)] - f \sin(\delta + \varphi_c),$$

де

$$k_1 = \frac{y_p - y_1}{x_p - x_1} = \frac{e \sin \alpha + f \sin(\delta + \varphi_c)}{e \cos \alpha + f \cos(\delta + \varphi_c)}.$$

Визначимо кут між відцентровою силою інерції рідини  $F$  і прямою  $OC$ , як кут між прямими, що задані рівняннями з кутовими коефіцієнтами:

$$tg\beta = \frac{k_p - k_1}{1 + k_p k_1} = \frac{f[tg\alpha \cos(\delta + \phi_c) - \sin(\delta + \phi_c)]}{\frac{e}{\cos\alpha} + f[\cos(\delta + \phi_c) + tg\alpha \sin(\delta + \phi_c)]}. \quad (2.9)$$

Умова рівноваги рідини без врахування сил натягу є  $tg\beta = 0$ . З урахуванням виразу (2.9) ця умова набуває вигляду

$$f[tg\alpha \cos(\delta + \phi_c) - \sin(\delta + \phi_c)] = 0.$$

Це рівняння розкладається на два рівняння (нуль в індексі відповідає значенням кутів для положення рівноваги рідини ( $\beta = 0$ )):

$$f = 0; \quad (2.10, a)$$

$$tg\alpha_0 \cos(\delta + \phi_{0c}) - \sin(\delta + \phi_{0c}) = 0. \quad (2.10, б)$$

Рівняння (2.10, a) відповідає випадку відсутності прогину. Це суперечить умові задачі для пружно-деформівного ротора.

З рівняння (2.10, б) випливає умова рівноваги рідини у вигляді

$$tg\alpha_0 = tg(\delta + \phi_{0c}),$$

звідки  $\alpha_0 = \delta + \phi_{0c}$ .

За теоремою синусів з трикутника  $OC_0C_c$  маємо

$$\sin\varphi_c = e \sin\theta/e_0, \quad \sin\alpha = e_c \sin\varphi_c/e. \quad (2.11)$$

Врахуємо значення для  $e$ ,  $e/e_0$ ,  $e_c$  і те, що  $\theta = \alpha - \varphi_c$ , співвідношення (2.11), одержимо [1]

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{k} \sin\delta \sqrt{1 + 2k \cos\alpha_0 + k^2}. \quad (2.12)$$

Рівність (2.12) характеризує положення рівноваги рідини при відсутності зовнішнього опору в системі ( $\delta = 0, k \neq 0$ ) коли це положення співпадає за кутом з положенням дисбалансу ротора ( $\alpha = 0$ ). Отже, в системі без зовнішнього демпфірування рідина збільшує дисбаланс.

Якщо  $\delta \neq 0, k \neq 0$ , то піднесемо до квадрата вираз (2.12) і врахуємо основну тригонометричну тотожність ( $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ), одержимо квадратне рівняння для визначення косинуса кута  $\alpha_0$ , який відповідає положенню рівноваги рідини ( $\beta = 0$ ):

$$k^2 \cos^2 \alpha_0 + 2k \sin^2 \delta \cos \alpha_0 + (1+k^2) \sin^2 \delta - k^2 = 0.$$

Розв'язком цього рівняння є:

$$\cos \alpha_0 = \frac{-\sin^2 \delta \pm \sqrt{\sin^4 \delta - (1+k^2) \sin^2 \delta + k^2}}{k}$$

або

$$\alpha_0 = \pi - \arccos \left( \sin^2 \delta + \sqrt{(\sin^2 \delta - 1) \cdot (\sin^2 \delta - k^2)} \right). \quad (2.13)$$

З (2.13), одержимо, що аргумент арккосинуса додатній вираз, а тому навіть на докритичних частотах обертання ротора при  $\delta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  кут  $\alpha_0 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

Ефективність балансування  $\lambda_0$  характеризується відношенням відхилень центра мас системи з рідиною і без рідини.

Враховуємо вираз (2. 6) і те, що при відсутності рідини в порожнині АБП найбільше відхилення центра мас диска дорівнює [1]:

$$\zeta_0 = \frac{e_0}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{kp}}\right)^2\right) \sqrt{1 + t g^2 \delta}}$$

Знайдемо

$$\lambda_0 = \frac{\zeta_0}{\zeta} = \frac{e_0}{e_c} = \frac{k}{\sqrt{1+2k \cos \alpha_0 + k^2}}. \quad (2.14)$$

Ефект балансування буде при  $\lambda_0 > 1$  або з урахуванням (2.14) при

$$1 + 2k \cos \alpha_0 + k < k^2, \quad \text{звідки} \quad \cos \alpha_0 < -1/2k.$$

Оскільки найменше значення  $\cos \alpha_0 = -1$ , то одержуємо, що для забезпечення ефекту балансування повинно бути  $k > 0,5$  або  $D < 2D_0$  (тільки частина рідини бере участь в балансуванні; рідина, яка не бере участі у балансуванні, розташовується концентричними колами, не впливаючи на сумарний дисбаланс системи).

При  $1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2 = 0$  буде повне зрівноважування ( $\lambda_0 \rightarrow \infty$ ), звідки

$$k = -\cos \alpha_0 + \sqrt{\cos^2 \alpha_0 - 1}.$$

Підкореневий вираз невід'ємний тільки при  $\cos^2 \alpha_0 = 1$  (тоді  $\cos \alpha_0 = \pm 1$ ). У цьому випадку  $k = -\cos \alpha_0$ , але  $k > 0$ , тому єдиним розв'язком буде  $k = 1$  при  $\cos \alpha_0 = -1$ , тобто при  $\alpha_0 = \pi$ . Отже, найбільший ефект зрівноваження досягається, коли величина дисбалансу рідини буде близька до початкової ( $k \approx 1$ ).

Вираз (2.9) для  $\text{tg} \beta$  неявно містить відносну кутову швидкість ( $\gamma = \omega / \omega_{kp}$ ), коефіцієнт зовнішнього опору ( $n$ ), відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини ( $k$ ) та відносні розміри автобалансира ( $M/m$ ). Аналіз показує, що характер впливу цих чинників на ефект зрівноваження складний.

Так, при малому дисбалансі, що створюється рідиною  $D < D_0$ , сумарний дисбаланс системи буде в основному визначатися за величиною і напрямом стаціонарним дисбалансом і не буде істотно змінюватися при збільшенні кута  $\delta$ . Отже не буде істотно зменшуватися величина прогину вала, обумовлена сумарним дисбалансом ротора [1].

Тому кількості рідини, що створює малий дисбаланс у порівнянні зі стаціонарним дисбалансом, буде недостатньою для балансування системи. Збільшити дисбаланс, створюваний рідиною, можна за рахунок збільшення її маси або радіуса камери автобалансира.

При сталих параметрах автобалансира збільшуючи масу рідини можна досягти рівності дисбалансів рідини і вала, при якому будемо мати максимальну зрівноваженість системи. Подальше збільшення маси рідини не буде впливати на створюваний нею дисбаланс, а, отже, і на зрівноваженість системи, оскільки рідина буде розташовуватися концентрично навколо осі обертання, що у даному випадку вже є головною віссю інерції системи [1].

#### 2.2.2.2 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega \approx \omega_{кр}$

Розглянемо роботу системи, що містить у собі циліндр із рідиною, для встановленого під кутом до горизонту гнучкого незбалансованого обертового тіла, що обертається з критичною кутовою швидкістю ( $\omega \approx \omega_{кр}$ ) для випадку, коли є наявності прогин (наприклад, у випадку, коли при цій швидкості змінився дисбаланс вала).

Якщо розглянути обертове тіло з камерою рідинного автобалансира (дисбаланс рідини –  $D$  менший за дисбаланс обертового тіла  $D_0$ ) і врахувати демпфірування, то розташування площини прогину I–I і площини дисбалансу  $\overline{D}_c = (M + m) \cdot \overline{e}_c$  системи обертове тіло – рідина при  $\omega \approx \omega_{кр}$  нехай буде таким, як показано на рис. 2.9.

Оскільки  $\delta$  – кут між прогином і сумарним дисбалансом (при  $\omega \approx \omega_{кр}$   $\delta \approx 90^\circ$ ), а  $\varphi_c$  – кут між стаціонарним і сумарним дисбалансами, то при обертанні ротора з кутовою швидкістю  $\omega \approx \omega_{кр}$  кут між прогином і стаціонарним дисбалансом дорівнює  $90^\circ + \varphi_c$  (рис. 2.9).

Аналіз геометричної моделі (рис. 2.9) показує, що при критичній швидкості обертання обертового тіла рідина разом із прогином вала буде зміщена на кут близький до  $180^\circ$  відносно стаціонарного дисбалансу (рис. 2.9).

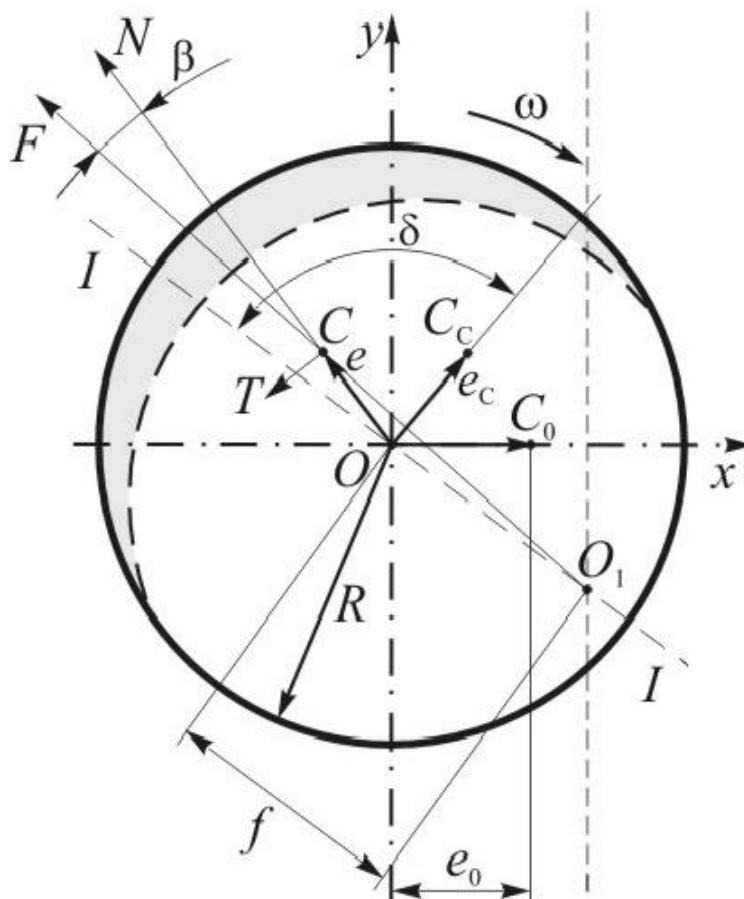


Рисунок 2.9 - Горизонтальний переріз циліндричної камери автобалансира: розташування центра мас  $C_0$  обертового тіла, центра мас системи  $C_C$  відносно осі обертання  $O_1 - O_1$  й осі  $O$  вала при кутовій швидкості  $\omega \cong \omega_{кр}$

Якщо система відбалансована при  $\omega < \omega_{кр}$ , то вона підходить до критичного діапазону вже у зрівноваженому стані, а тому перехід через критичну швидкість проходить легше ніж для незрівноваженого обертового тіла. Перехід через критичну швидкість у зрівноваженому стані системи потребує меншої потужності приводного двигуна. При цьому також суттєво зменшуються динамічні навантаження на підшипники вала, підвищуються надійність і

довговічність машини. А отже, маємо динамічні і енергетичні переваги автоматичного балансування рідиною [1].

### 2.2.2.3 Моделювання поведінки рідини в циліндричній камері при швидкості $\omega > \omega_{кр}$

Розглянемо роботу системи, що містить у собі рідинний автобалансир, для встановленого під кутом до горизонту гнучкого незбалансованого ротора, що обертається із закритичною кутовою швидкістю ( $\omega > \omega_{кр}$ ) для випадку, коли є наявності прогин (наприклад, у випадку, коли при цій швидкості змінився дисбаланс вала).

У закритичній області обертання обертового тіла ( $\omega/\omega_{кр} \geq 1$ ) прогин  $\bar{f}$  є протилежно напрямленим до дисбалансу  $\bar{D}_c = (M + m) \cdot \bar{e}_c$  (рис. 2.10), причому  $f$  при подальшому збільшенні кутової швидкості зменшується за абсолютною величиною. Це можливо лише при зменшенні відцентрової сили, а оскільки  $\omega$  збільшується, точка  $C_0$  розташовується між точками  $O$  і  $O_1$  (рис. 2.10), причому відстань між точками  $O_1$  і  $C_0$  дорівнює за абсолютною величиною різниці  $f - e_0$ . При такому розташуванні центра мас величина прогину вала  $f$  буде зменшуватися з ростом швидкості обертання. З означення кута зсуву фази [1] (2.5) слідує, що  $\delta = \pi$ , значить  $\sin \delta = 0$ . З урахуванням результатів попередніх досліджень з формули (2.13) дістанемо, що  $\cos \alpha_0 = -1$  або  $\alpha_0 = \pi$ . Отже при швидкості, вищій за критичну, рідина, що знаходиться в автобалансири, розташована проти дисбалансу [1].

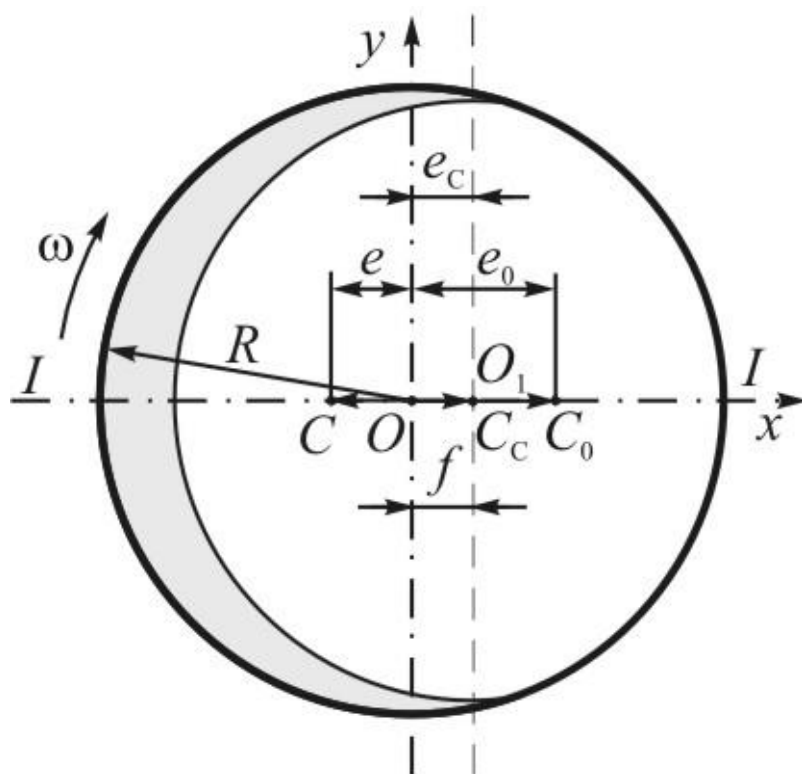


Рисунок 2.10 - Горизонтальний переріз циліндричної камери автбалансира: розташування центра мас  $C_0$  обертового тіла, центра мас системи  $C_C$  відносно осі обертання  $O_1 - O_1$  й осі  $O$  вала, який прогнувся, при кутовій швидкості  $\omega > \omega_{кр}$  з рідиною в циліндричній камері

Також за наявності рідини у камері автбалансира при  $\omega > \omega_{кр}$  сумарний ексцентриситет системи становить  $\bar{e}_c = \bar{e}_0 - \bar{e}$ , тобто є меншим за  $\bar{e}_0$  (рис. 2.10). Отже, присутність балансуєчої робочої рідини в автбалансуючому пристрої викликає зменшення відхилення системи на кутових швидкостях, вищих за критичну, при яких дія сил зовнішнього демпфування є досить великою, що покращує вібростан ротора у порівнянні з випадком без рідини у камері автбалансира (рис. 2.11). А тому можна зробити висновок, що на закритичних швидкостях обертання відбувається самоцентрування обертового тіла, а процес автбалансування обертового тіла рідиною проявляється у зменшенні відхилення системи в порівнянні з випадком обертання обертового тіла без рідини в автбалансирі.

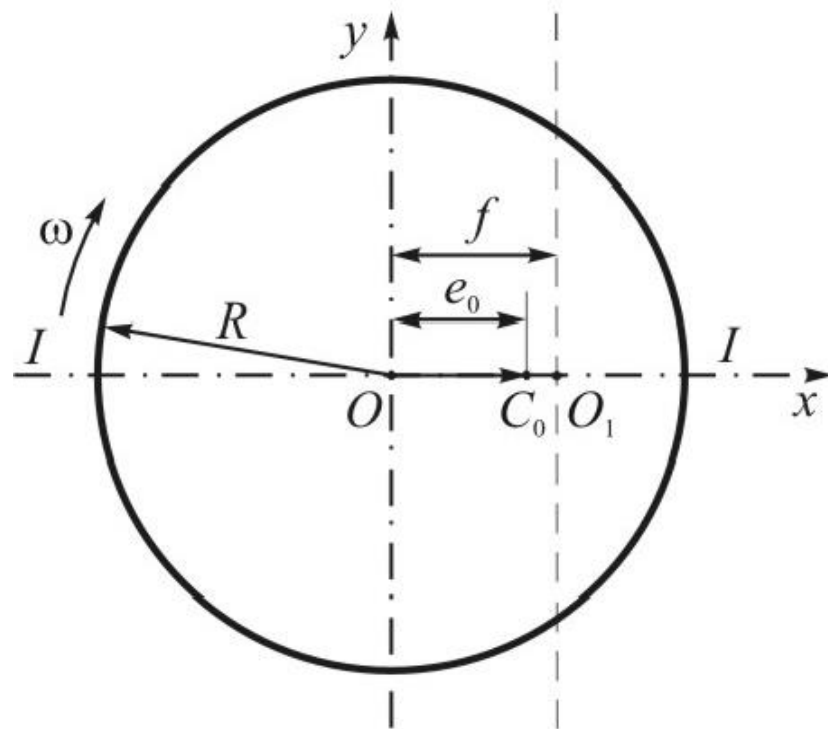


Рисунок 2.11 - Горизонтальний переріз циліндричної камери автобалансир: розташування центра мас  $C_0$  обертового тіла відносно осі обертання  $O_1 - O_1$  й осі  $O$  вала, який прогнувся, при кутовій швидкості  $\omega > \omega_{кр}$  без рідини в циліндричній камері

Тенденція до самоцентрування незрівноваженого обертового тіла, що спостерігається при необмеженому збільшенні кутової швидкості, сприяє зниженню загального рівня вібрацій системи в цілому, але треба відмітити, що при  $\omega \rightarrow \infty$  пружний прогин вала ( $f = -e$ ) і динамічні тиски на підшипники до нуля не прямують [1].

Автоматичне балансування рідиною на відміну від самоцентрування автоматично забезпечує зрівноваження незбалансованого вала при різних, заздалегідь нефіксованих величинах дисбалансу і будь-яких кутових швидкостях.

Завдяки цьому зрівноваженню при будь-яких значеннях кутової швидкості вал залишається не прогнутим (або менш прогнутим), а динамічні тиски на підшипники відсутні (або зменшені). В цьому полягає вигідна відмінність самозрівноваження від самоцентрування [1].

Послідовність балансування гнучкого вала з віссю обертання, розташованою рід кутом до лінії горизонту за допомогою автобалансира з рідиною повинна бути такою:

1) відбалансувати систему при  $\omega < \omega_{кр}$  і працювати при  $\omega_{роб}$ , якщо  $\omega_{роб} < \omega_{кр}$ ;

2) якщо  $\omega_{роб} > \omega_{кр}$ , то у зрівноваженому стані пройти  $\omega_{кр}$  і далі переходити на робочі оберти.

Отже, при застосуванні рідинного автобалансира немає потреби у великих витратах потужності двигуна на перехід через критичні швидкості, а тому це є енергозберігаюча технологія.

### 2.2.3 Моделювання поведінки в'язкої рідини в циліндричній камері

Попередні висновки отримані без врахування значення внутрішнього тертя (в'язкості) рідини.

На відміну від ідеальних рідин у реальних рідинах при русі одних шарів рідини відносно інших діють сили, які дотичні до площин дотикання шарів. Ці сили називають силами в'язкого тертя (силами внутрішнього тертя) або силами в'язкості [19].

Уявно рідину можна поділити на нескінченну кількість шарів. Вздовж стінок камери досить тонкий шар рідини прилипає до поверхні і утворює примежовий шар. Його швидкість дорівнює швидкості системи. У межах цього шару сили в'язкості є настільки ж істотними, як і сили інерції. За межами

примежового шару швидкість шарів рідини зменшується по мірі віддалення від стінок і вплив в'язкості тут зменшується відповідно.

При відносному переміщенні на кожний з шарів діють сили. З боку шару, швидкість якого більша, діє сила на шар, швидкість якого менша. Напрямок цієї сили збігається з напрямком руху рідини. З боку шару, швидкість руху якого менша, на шар, що рухається з більшою швидкістю, діє сила, яка напрямлена у протилежний бік від руху рідини, тобто вона цей шар гальмує [1].

В'язкість – це властивість рідин, що характеризує опір їх течії під дією зовнішніх сил. За Ньютоном сила внутрішнього тертя в рідині пропорційна зміні швидкості в шарах рідини, а коефіцієнт пропорційності, який називають динамічним коефіцієнтом внутрішнього тертя або коефіцієнтом в'язкості чи просто в'язкістю, залежить від природи і стану рідини [16]. Коли рідина знаходиться у відносному спокої, то ця сила обертається на нуль.

На рідину, що почала рухатися зі стану абсолютного спокою, діє сила внутрішнього тертя. Цей вид тертя обумовлений тертям у рідині, а тому він має місце в камерах з як завгодно малою шорсткістю стінок [1].

Величина втрат енергії, що витрачається на роботу сил опору в одиницях сил тиску дорівнює [16]:

$$\Delta P = \frac{4F_T}{\pi d^2},$$

де  $d$  – діаметр перерізу камери.

Тому

$$F_T = \frac{\pi}{4} \Delta P \cdot d^2.$$

Маємо за формулою Дарсі [16]:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \rho \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2},$$

де  $l$  – довжина камери;

$v$  – середня швидкість за течією.

При невеликих швидкостях (при  $Re < Re_{кр}$ ) сила тертя обумовлена в основному в'язкістю рідини і коефіцієнт опору тертя  $\epsilon - \lambda = 64/Re$ , що впливає з закону Пуазейля – Гагена [16].

Оскільки  $Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{v\rho d}{\mu}$  (де  $\nu$  – кінематична в'язкість рідини,  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини), то  $\lambda = \frac{64 \cdot \mu}{v\rho \cdot d}$ .

І, тому,

$$F_T = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \rho \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2} = \frac{\pi d^2 \rho \cdot 64 \mu \cdot l \cdot v^2}{8 d^2 \cdot v \rho} = 8 \pi \mu \cdot l \cdot v = 8 \pi \mu \cdot \frac{\pi R \xi}{180} \cdot \omega \cdot |O_1 C| =$$

$$= \frac{8 \pi^2 \mu \cdot R \xi \cdot \omega}{180} \sqrt{(e \cos \alpha + f \cos(\delta + \phi_c))^2 + (e \sin \alpha + f \sin(\delta + \phi_c))^2},$$

де  $\xi$  – центральний кут, що визначає довжину дуги руху рідини.

У цьому випадку сила тертя пропорційна швидкості обертання камери, в'язкості рідини.

Це тертя в реальних системах призводить до того, що рідина може зупинитися на деякій відстані від обумовленого рівнянням (2.13) положення рівноваги, а тому рідина має зони рівноваги. Межі зон рівноваги визначаються з умови рівноваги тертя рідини ( $F_T$ ) і тангенціальної складової ( $T$ ) відцентрових сил інерції рідини [1]:

$$F_T = T \text{ або, враховуючи, що } T = F \cdot \sin \beta, \text{ одержимо } \sin \beta = \frac{F_T}{F}$$

або

$$\sin \beta = \frac{8 \pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi \cdot \omega |O_1 C|}{180 \cdot m \cdot \omega^2 |O_1 C|} = \frac{8 \pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}.$$

Скористаємось тригонометричною залежністю

$$tg\beta = \frac{\sin \beta}{\pm\sqrt{1-\sin^2 \beta}}$$

Тоді зони рівноваги визначаються нерівностями [1]

$$-\frac{\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}}{\sqrt{1-\left(\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}\right)^2}} \leq tg\beta \leq \frac{\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}}{\sqrt{1-\left(\frac{8\pi^2 \mu \cdot R \cdot \xi}{180 \cdot m \cdot \omega}\right)^2}} \quad (2.15)$$

Ці нерівності містять кутову швидкість ротора, тобто межі областей положення рівноваги в'язкої рідини залежать від кутової швидкості. Її збільшення веде до звуження меж зон рівноваги, тобто в'язка рідина намагається зупинитись точно проти дисбалансу. Із зменшенням дисбалансу ротора зменшується роль сил інерції, що діє на рідину, і збільшується роль сил тертя [1].

Нерівності (2.15) містять коефіцієнт  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, тобто межі областей положення рівноваги в'язкої рідини залежать від її внутрішнього тертя. При збільшенні в'язкості межі зон рівноваги розширюються.

Внутрішнє тертя між шарами реальної рідини заважає її руху. Із зменшенням кута  $\beta$  тангенціальна складова  $T$  відцентрової сили зменшується і в якийсь момент не зможе подолати силу тертя. Тому при наявності в'язкості зрівноважування дисбалансу буде неповним [1].

Враховуючи віброреологічні ефекти, описані в [20], основні положення розроблених математичних моделей можна перенести на сипкі середовища. Тобто в камері АБП сипкі середовища якісно будуть поводити себе аналогічно до поведінки рідини.

## 2.3 Параметрична екстремальна задача з похідною в дослідженні ефективності роботи рідинного АБП

### 2.3.1 Основні поняття, пов'язані з екстремальними задачами

Слово максимум (від латинського *maximum*) означає найбільше, а слово мінімум (від латинського *minimum*) — найменше. Ці два поняття об'єднуються терміном екстремум (від латинського *extremum*), що означає крайнє. Користуються ще терміном оптимальний (від латинського *optimus*), що означає найкращий. Задачі визначення найбільших та найменших величин називають задачами на екстремум або екстремальними задачами [21].

Такі задачі виникають у різних областях діяльності людини і тому для їх опису вживаються різні терміни. Щоб користуватися теорією екстремальних задач, необхідно описати задачу мовою математики. Цей процес називається формалізацією задачі.

Формалізована задача складається з таких елементів:

- 1) функціонала якості  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ ;
- 2) області  $X$  визначення функціонала  $f$ ;
- 3) обмеження:  $C \subset X$ .

Тут  $\mathbb{R}$  — розширена числова пряма, тобто множина всіх дійсних чисел, доповнена значеннями  $+\infty$  та  $-\infty$ ;  $C$  - підмножина області визначення функціонала  $f$ .

Таким чином формалізувати екстремальну задачу - це чітко визначити та описати елементи  $f$ ,  $C$ ,  $X$ . Формалізовану задачу записують у вигляду

$$f(x) \rightarrow \inf (\sup), x \in C. \quad (2.16)$$

Точки множини  $C$  називаються допустимими точками задачі (2.16).

Якщо  $C = X$ , то допустимими будуть усі точки області визначення функціонала. Задача (2.16) у такому разі називається задачею без обмежень.

Задачу на максимум завжди можна звести до задачі на мінімум, замінивши функціонал  $f$  на функціонал  $g(x) = -f(x)$ . І навпаки задачу на мінімум таким самим чином можна звести до задачі на максимум.

Якщо необхідні умови екстремуму в задачах на мінімум та максимум різні, то виписуємо їх тільки для задачі на мінімум.

Якщо необхідно дослідити обидві задачі, то записують  $f(x) \rightarrow \text{extr}, x \in C$ .

Допустима точка  $\hat{x}$  є точкою абсолютного або глобального мінімуму (максимуму) екстремальної задачі, якщо для будь-якого  $x \in C$  виконується нерівність

$$f(x) \geq f(\hat{x}) \quad (f(x) \leq f(\hat{x})) .$$

Тоді пишемо  $\hat{x} \in \text{absmin} \quad (\text{absmax})$ . Точка абсолютного мінімуму (максимуму) називається розв'язком задачі.

Величина  $f(\hat{x})$ , де  $\hat{x}$  - розв'язок задачі, називається числовим значенням задачі. Цю величину позначають  $S_{\text{min}} \quad (S_{\text{max}})$ .

Крім глобальних, вивчають і локальні екстремуми. Нехай  $X$  - нормований простір. У точці  $\hat{x}$  досягається локальний мінімум (максимум) задачі,  $\hat{x} \in \text{locmin}$  ( $\hat{x} \in \text{locmax}$ ), якщо  $\hat{x} \in C$  та існує таке число  $\delta > 0$ , що для будь-якої допустимої точки  $x \in C$ , яка задовольняє умову  $\|x - \hat{x}\| < \delta$ , виконується нерівність

$$f(x) \geq f(\hat{x}) \quad (f(x) \leq f(\hat{x})) .$$

Інакше кажучи, якщо  $\hat{x} \in \text{locmin} \quad (\text{locmax})$ , то існує окіл  $O_{\hat{x}}$  точки  $\hat{x}$  такий, що  $\hat{x} \in \text{absmin} \quad (\text{absmax})$  у задачі  $f(x) \rightarrow \inf \quad (\sup)$ ,  $x \in C \cap O_{\hat{x}}$ .

Теорія екстремальних задач дає загальні правила розв'язання екстремальних задач.

Теорія необхідних умов екстремуму більше розвинута ніж теорія достатніх умов екстремуму.

Необхідні умови екстремуму дозволяють виділити множину точок, серед яких міститься розв'язок задачі. Така множина називається критичною, а самі точки — критичними. Як правило, критична множина містить не дуже багато точок і розв'язок задачі можна знайти, користуючись тим чи іншим методом.

### 2.3.2 Екстремуми функції однієї змінної

Нехай  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  — функція однієї змінної.

Означення 2.1. [21] Функція  $f$  називається напівноперервною знизу (напівноперервною зверху) у точці  $\hat{x}$ , якщо для всіх  $\varepsilon > 0$  існує таке  $\delta > 0$ , що для всіх  $x \in (\hat{x} - \delta, \hat{x} + \delta)$  справджується нерівність

$$f(x) > f(\hat{x}) - \varepsilon \quad (f(x) < f(\hat{x}) + \varepsilon).$$

Означення 2.2 [21] (еквівалентне). Функція  $f$  називається напівноперервною знизу (зверху) у точці  $\hat{x}$ , якщо для всіх  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a < f(\hat{x})$  ( $a > f(\hat{x})$ ) існує таке  $\delta > 0$ , що для всіх  $x \in (\hat{x} - \delta, \hat{x} + \delta)$  справджується нерівність

$$f(x) > a \quad (f(x) < a).$$

Якщо функція набуває значень у  $\mathbb{R} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$ , то означення 2.2 має сенс тоді, коли  $f(\hat{x}) = +\infty$  ( $f(\hat{x}) = -\infty$ ). Якщо ж  $f(\hat{x}) = -\infty$  ( $f(\hat{x}) = +\infty$ ), то функція вважається напівноперервною знизу (зверху) за домовленістю.

Наведемо такі приклади:

1) функція  $y = [x]$  (ціла частина від  $x$ ) напівноперервна зверху в точках розриву;

2) функція  $y = \{x\}$  (дробова частина від  $x$ ) напівноперервна знизу в точках розриву;

3) функція Діріхле, що дорівнює 0 в раціональних точках та 1 в ірраціональних точках, напівнеперервна знизу в кожній раціональній точці і напівнеперервна зверху в кожній ірраціональній точці;

4) якщо функція  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  має локальний мінімум (максимум) у точці  $x^{\wedge}$ , то вона напівнеперервна знизу (зверху) у точці  $x$ ;

5) функція  $f(x) = 1/|x|$  при  $x \neq 0$ ,  $f(0) = +\infty$ , напівнеперервна знизу в точці 0. Якщо визначити функцію в точці 0 як  $f(0) = b$  або  $f(0) = -\infty$ , то вона залишиться напівнеперервною знизу.

Теорема 2.1. [21] Нехай  $f, g$  — напівнеперервні знизу функції. Тоді маємо таке:

- 1) функція  $f + g$  напівнеперервна знизу;
- 2) функція  $\alpha f$  напівнеперервна знизу при  $\alpha \geq 0$  і напівнеперервна зверху при  $\alpha \leq 0$ ;
- 3) функція  $f \cdot g$  напівнеперервна знизу, якщо  $f \geq 0, g \geq 0$ ;
- 4) функція  $1/f$  напівнеперервна зверху, якщо  $f > 0$ ;
- 5) функції  $\max(f, g), \min(f, g)$  напівнеперервні знизу;
- 6) функції  $\sup\{f_i\}$  (  $\inf\{f_i\}$  ) напівнеперервні знизу (зверху), якщо  $f_i$  напівнеперервні знизу (зверху).

Теорема 2.2 [21] (теорема Вейерштрасса). Напівнеперервна знизу (зверху) на відрізку  $[a, b]$  функція  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  обмежена знизу (зверху) на  $[a, b]$  і досягає найменшого (найбільшого) значення.

Теорема 2.3 [21] (теорема Ферма). Якщо  $x^{\wedge}$  — точка локального екстремуму диференційованої в точці  $x^{\wedge}$  функції  $f(x)$ , то похідна  $f' (x^{\wedge}) = 0$ .

Теорема Ферма дає необхідну умову першого порядку існування локального екстремуму функції  $f(x)$  у точці  $x^{\wedge}$ .

Наступні теореми дають необхідні та достатні умови екстремуму другого порядку.

Теорема 2.4 [21] (необхідні умови другого порядку). Якщо  $x^{\wedge}$  — точка локального мінімуму (максимуму) функції  $f(x)$ , що має в точці  $x^{\wedge}$  другу похідну, то  $f' (x^{\wedge}) = 0, f''(x^{\wedge}) \geq 0$  (  $f''(x^{\wedge}) \leq 0$  ).

Теорема 2.5 [21] (достатні умови другого порядку). Якщо функція  $f(x)$  має в точці  $\hat{x}$  другу похідну і  $f'(\hat{x}) = 0$ ,  $f''(\hat{x}) > 0$  ( $f''(\hat{x}) < 0$ ), то  $\hat{x}$  — точка локального мінімуму (максимуму) функції  $f(x)$ .

Необхідні та достатні умови вищого порядку існування екстремуму функції  $f(x)$  наведені в наступних теоремах.

Теорема 2.6 [21] (необхідні умови вищого порядку). Якщо  $\hat{x}$  — точка локального мінімуму (максимуму) функції  $f(x)$ , яка має в цій точці  $\hat{x}$  похідну порядку  $n$ , то

$$\text{або } f'(\hat{x}) = \dots = f^{(n)}(\hat{x}) = 0,$$

$$\text{або } f'(\hat{x}) = \dots = f^{(2m-1)}(\hat{x}) = 0, f^{(2m)}(\hat{x}) > 0 \text{ ( } f^{(2m)}(\hat{x}) < 0 \text{ ) при деякому}$$

$$m \geq 1, 2m \leq n.$$

Теорема 1.7 (достатні умови вищого порядку). Якщо функція  $f(x)$  має в точці  $\hat{x}$  похідну порядку  $n$  і  $f'(\hat{x}) = \dots = f^{(2m-1)}(\hat{x}) = 0$ ,  $f^{(2m)}(\hat{x}) > 0$  ( $f^{(2m)}(\hat{x}) < 0$ ) при деякому  $m \geq 1, 2m \leq n$ , то функція  $f(x)$  досягає в точці  $\hat{x}$  локального мінімуму (максимуму).

### 2.3.3 Дослідження функції ефективності автобалансування на екстремум

В залежності від параметра  $\alpha_0$  знайдемо екстремуми функції (локальні)  $\lambda_0(k)$  (2.14). При умові  $\cos \alpha_0 \neq \pm 1$  область визначень функції є  $k \in (-\infty; +\infty)$ . Знайдемо похідну функції  $\lambda_0(k)$ :

$$\lambda_0'(k) = \frac{1 + k \cos \alpha_0}{(1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Похідна функції  $\lambda_0'(k)$  дорівнює нулю при умові  $k = -\frac{1}{\cos \alpha_0}$ . Звідси

дістаємо стаціонарну (критичну) точку  $k = -\frac{1}{\cos \alpha_0}$ . Точки, в якій похідна

функції  $\lambda_0'(k)$  не існує, відсутні. Отже, стаціонарна точка є єдиною критичною точкою даної функції  $\lambda_0(k)$ , тому знайдемо екстремуми за другою достатньою умовою:

Оскільки

$$\lambda_0''(k) = \frac{-k \cdot \sin^2 \alpha_0}{(1 + 2k \cos \alpha_0 + k^2)^{\frac{5}{2}}} \quad \text{і} \quad \lambda_0''(k) < 0,$$

то  $k = -\frac{1}{\cos \alpha_0}$  - точка локального максимуму,  $\lambda_0 \max = -\frac{1}{\cos \alpha_0 \cdot |\operatorname{tg} \alpha_0|}$ .

За умовою задачі маємо  $k \geq 0$ . Тому для точки локального максимуму повинна виконуватись умова  $\cos \alpha_0 < 0$  на проміжку  $[0; 2\pi]$ , тобто  $\alpha_0 \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}) / \{\pi\}$ .

А отже,

$$\lambda_0 \max = \left| \frac{1}{\sin \alpha_0} \right|.$$

Крім того, якщо  $\alpha_0$  прямує до  $\pi/2$  або до  $3\pi/2$ , то значення  $k$  є нескінченно великим. Що за фізичним змістом величини  $k$  не може мати місця.

Якщо  $\alpha_0$  прямує до  $\pi$ , то значення  $k$  прямує до 1, а  $\lambda_0 \max \rightarrow \infty$ . Такий результат можна трактувати як повне зрівноваження системи.

Розглянемо випадки  $\cos \alpha_0 = \pm 1$ . При  $k \geq 0$  розглядувані умови зводяться до  $\cos \alpha_0 = -1$ .

$$\lambda_0(k) = \frac{k}{(1-2k+k^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{k}{|1-k|}.$$

При умові  $0 \leq k < 1$  маємо  $\lambda_0(k) = \frac{k}{|1-k|} = \frac{k}{1-k}$ .

Її похідна  $\lambda_0'(k) = \frac{1}{(1-k)^2}$  додатна і не дорівнює нулю для всіх  $k \in [0; 1)$ .

При умові  $k > 1$  маємо  $\lambda_0(k) = \frac{k}{|1-k|} = \frac{k}{k-1}$ .

Її похідна  $\lambda_0'(k) = \frac{-1}{(k-1)^2}$  від'ємна і не дорівнює нулю для всіх  $k \in (1; +\infty)$ .

В точці  $k=1$  функція й її похідна не існують.

Якщо критичних точок функція не має, то вона не має і екстремумів, а функція  $\lambda_0(k) = \frac{k}{(1-2k+k^2)^{\frac{1}{2}}}$  зростає на проміжку  $k \in [0; 1)$  і спадає на проміжку  $k \in (1; +\infty)$ . В точці  $k=1$  функція  $\lambda_0(k)$  необмежено прямує в  $+\infty$ .

Це дослідження вказує на те, що єдиним фізично виправданим розв'язком задачі є значення  $k=1$  при  $\cos\alpha_0 = -1$ , тобто при  $\alpha_0 = \pi$ . При  $k=1$   $1+2k\cos\alpha_0+k^2 = 0$ , що буде відповідати повному зрівноваженню.

Отже, найбільший ефект балансування досягається, коли величина дисбалансу рідини, яка бере участь у балансуванні, буде близька до початкової величини дисбалансу ротора ( $k \approx 1$ ). Що збігається із результатами досліджень, викладеними в [1].

### 3. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ РІДИННОГО АВТОБАЛАНСУВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

#### 3.1 Дослідження ефективності автоматичного балансування рідинним АБП. Спрощені моделі

У більшості робіт [22, 23], присвячених дослідженню балансування ротора рідинними АБП, використовується модель, яка містить камеру, що жорстко закріплюється на гнучкому валу. Порожнину в камері частково заповнюють рідиною, тобто камера є резервуаром. У деяких реальних машинах ротор жорсткий, а корпус пружно пов'язаний з основою. Динаміку такої машини точніше описує модель ротора, що містить резервуар-камеру, що закріплюється на жорсткому валу, який має можливість обертання в підшипниках. Підшипники ідеальні (без люфту) встановлені в корпусі, який пружно пов'язаний з основою.

Покажемо вплив різних чинників на точність балансування - це необхідно для пояснення подальших досліджень: розробки методики визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою.

За першим варіантом моделі, при обертанні ротора зі сталою частотою  $\omega = \text{const}$ , зрушення фаз  $\delta = 0$  в закритичній області рис. 2.10 перетвориться до рис. 3.1. Вал ротора прогинається таким чином, що вся система: резервуар, рідина - здійснює обертання навколо нерухомої осі  $z$  (в проєкції точки  $O_2$ ), що проходить через центри поперечних перерізів цапф вала ротора.

При цьому вільна поверхня рідини в обоймі набуває форми параболоїда обертання, який зазвичай [22, 23] апроксимується циліндром.

Сили, що діють на резервуар, задовольняють рівняння, складене за методом кінетостатики:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{np} + \bar{F}_p^u + \bar{F}_{rot}^u = 0$$

або в проєкціях на вісь  $x$ :

$$-F_{np} + F_p^u - F_{rot}^u = 0, \quad (3.1)$$

де:  $F_{np} = cs$  - сила пружності гнучкого невагомго вала в радіальному напрямку;

$F_{rot}^u = m \cdot \omega^2 (s + e_0)$  - сила інерції ротора, прикладена до його центра мас (точка P);

$F_p^u = m \cdot \omega^2 s_p$  - сила інерції рідини, прикладена до її центра мас;

$c$  - радіальна жорсткість вала в площині камери;

$s$  - прогин вала в площині резервуара;

$m$  - маса ротора з резервуаром;

$e_0$  - початковий дисбаланс ротора;

$m_p = \rho \pi h (R^2 - r^2)$  - маса рідини;

$s_p = s \frac{R^2}{(R^2 - r^2)}$  - відстань від осі обертання ротора до центра мас рідини;

$\omega$  - частота обертання ротора;

$\rho, r$  - густина рідини і радіус її вільної поверхні;

$h, R$  - висота і радіус внутрішньої поверхні резервуара.

З рівняння (3.1) маємо відомий вираз для прогину вала ротора в площині корекції [23]:

$$s = \frac{e_0 m \omega^2}{c - (m + \rho \pi R^2) \omega^2} \quad (3.2)$$

Аналіз цього виразу показує, що прогин вала, а разом з ним і динамічні навантаження в опорах ротора тим більший, чим більший початковий дисбаланс ротора; і чим ближча частота обертання ротора до критичної частоти, яка визначається виразом:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m + \rho \pi h R^2}} \quad (3.3)$$

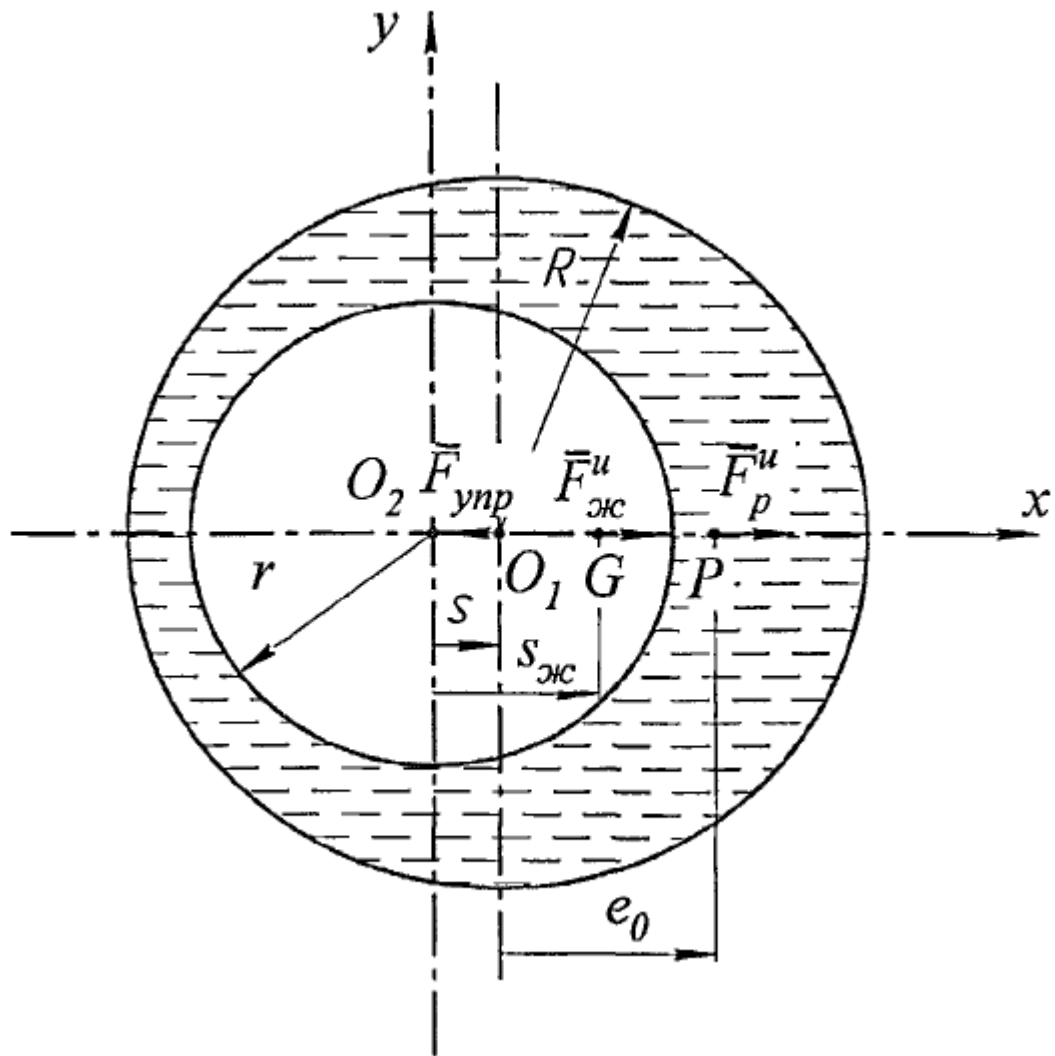


Рисунок 3.1 - Схема сил в рідинному АБУ

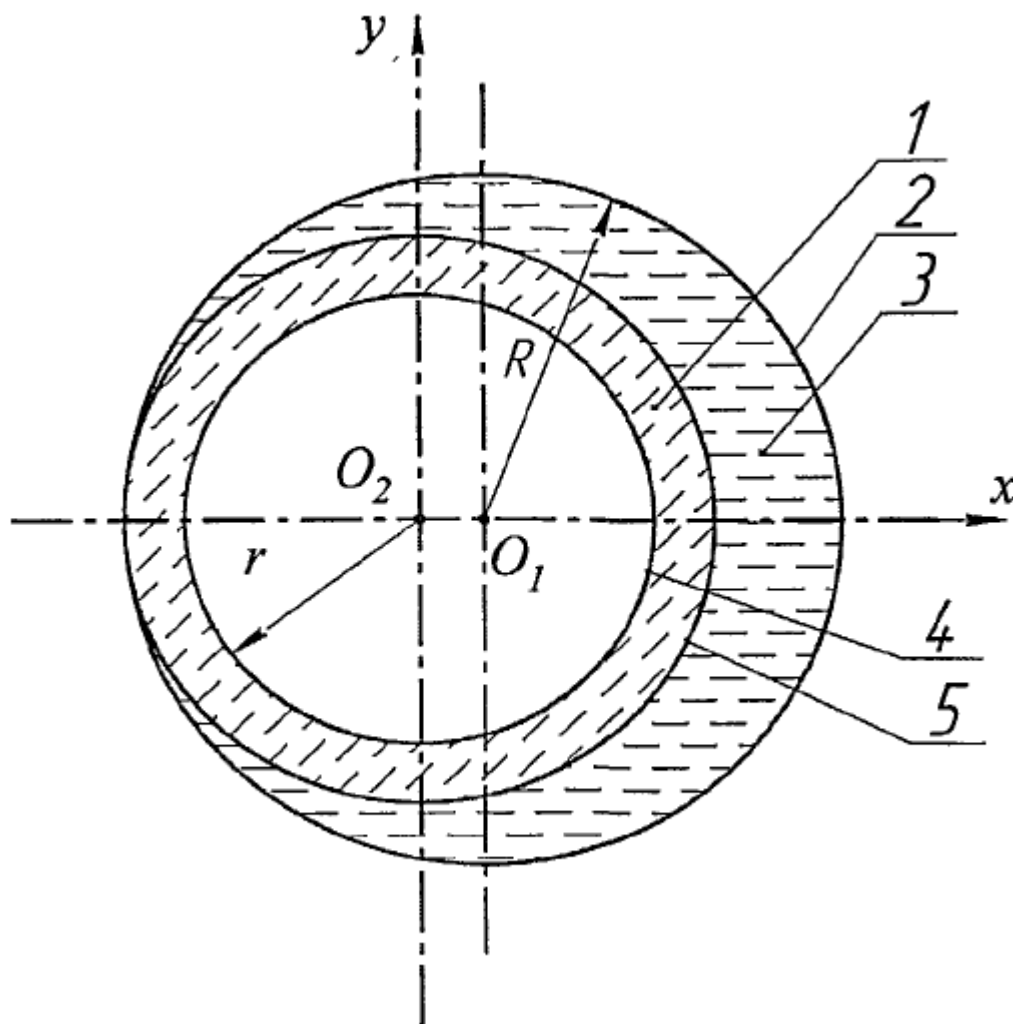
Звідси випливає, що резонансна частота залежить від радіальної жорсткості вала, маси ротора і параметрів рідинного автобалансувального пристрою  $\rho$ ,  $h$ ,  $R$  [23].

Рівняння (3.2) і (3.3), критична частота  $\omega_k$  і прогин вала  $s$  не залежить від радіуса  $r$  вільної поверхні рідини, від якого залежить значення об'єму рідини в камері, а відповідно й її маси. Отже, рідини в камері має бути стільки, щоб її вільна поверхня не перетиналася з внутрішньою циліндричною частиною поверхні камери, запишемо цю умову:

$$R - r \geq s \quad (3.4)$$

Ця нерівність є умовою достатності рідини.

Виходить парадоксальний результат маса рідини в резервуарі, залежить від радіуса вільної поверхні рідини, а прогин вала  $s$ , як видно з виразу (3.2), від радіуса вільної поверхні рідини не залежить при виконанні умови (3.4) достатності рідини. Отже, прогин вала від маси рідини не залежить при виконанні умови її достатності.



- 1 - рідина, яка не бере участі в балансуванні; 2 - поверхня резервуара;  
 3 - рідина, що бере участь в балансуванні; 4 - вільна поверхня рідини;  
 5 - поверхня, що визначає умову достатності рідини

Рисунок 3.2 - Схема, яка пояснює достатність рідини в камері

Це може бути пояснено таким чином. При виконанні умови (3.4) є частина 1 рідини (рис. 3.2), яка міститься між вільною поверхнею 5 рідини і циліндричною поверхнею 6, що дотикається поверхні 2 резервуара і має вісь, яка

збігається з віссю обертання ротора. Ця частина рідини не бере участі в процесі балансування, оскільки її центр мас збігається з віссю обертання ротора, і ця частина рідини зрівноважує саму себе.

При невиконанні умови. (3.4) вільна поверхня рідини переривається поверхнею резервуара. В цьому випадку прогин  $s_1$  вала визначається рівнянням:

$$s_1 = \frac{e_0 m \omega^2}{c - (m + k \rho \pi h R^2) \omega^2} \quad (3.5)$$

Цей вираз відрізняється від виразу (3.2) наявністю перевідного коефіцієнта  $k$ , який при невиконанні умови достатності рідини знаходиться у функціональній залежності від маси рідини. Вираз для цієї залежності досить громіздкий за формою, тому на рис. 3.3 наведена діаграма залежності перевідного коефіцієнта  $k$  від відношення  $m_p / m_0$ , де  $m_0$  - граничне значення маси рідини, що задовольняє умові достатності рідини. Це значення визначається за формулою:  $m_0 = 2s_p \rho \pi h R$ .

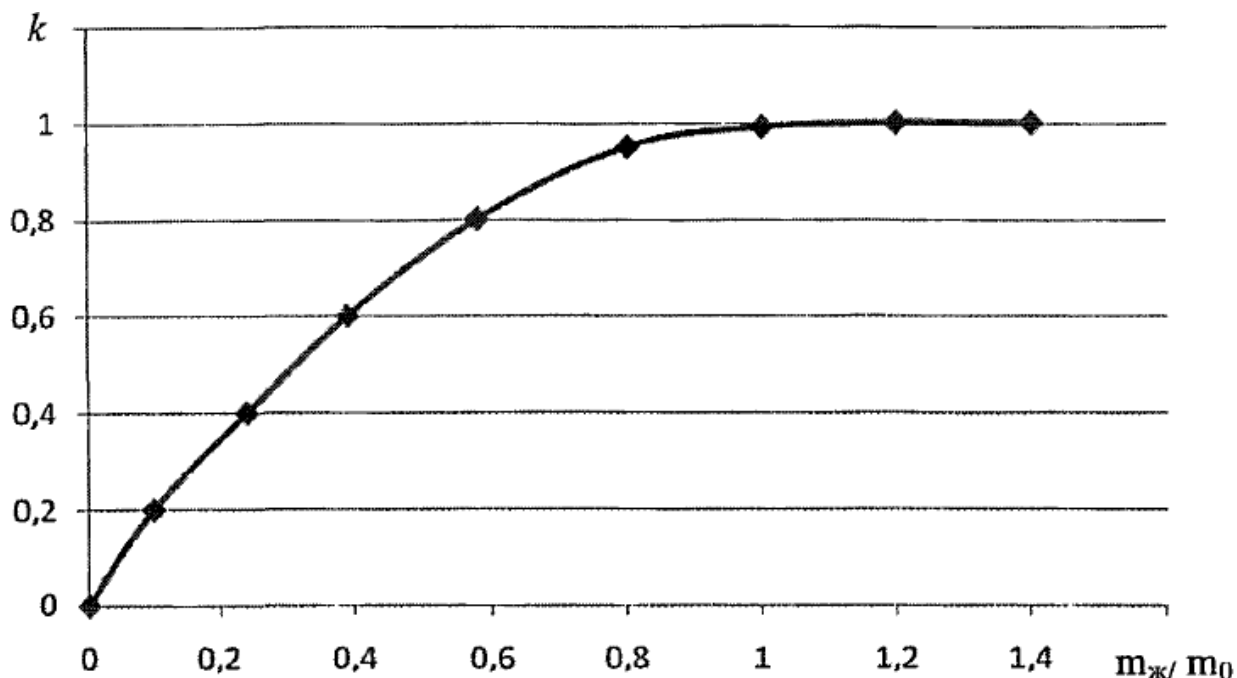


Рисунок 3.3 - Діаграма залежності коефіцієнта

Таким чином, амплітуда коливань ротора виявляється пов'язаною з масою рідини в камері, але тільки при виконанні умови достатності рідини.

Аналогічно і критична частота обертання ротора при невиконанні умови (3.4) потрапляє у залежність від маси рідини в камері. Ця частота визначається виразом:

$$\omega_{к1} = \sqrt{\frac{c}{m+k\rho\pi hR^2}} \quad (3.6)$$

При наближенні частоти обертання ротора до критичної частоти, яка визначається співвідношенням (3.8), має спостерігатися зростання амплітуди коливань ротора  $s$ .

Крім знайденого значення прогину ротора, яке може служити критерієм оцінки якості балансування, оскільки воно визначає рівень шкідливого впливу вібрації на людину, в ряді випадків [22] якість балансування оцінюють за точністю балансування, вираженою через залишковий питомий дисбаланс, який дорівнює ексцентриситету маси ротора.

Тому визначимо ексцентриситет маси системи ротор-рідина щодо осі обойми (точка  $O_1$  на рис. 3.1) за виразом:

$$e = \frac{e_0 m + m_p (s_p - s)}{m + m_p}, \quad (3.7)$$

звідки при частоті обертання ротора, набагато більшій за критичну, виходить питомий дисбаланс ротора:

$$e = \frac{e_0 m}{m + \rho\pi h R^2} \quad (3.8)$$

Використовуючи вирази (3.2) і (3.8), визначимо ефективність зниження прогину вала і дисбалансу ротора:

$$E_e = E_s = \frac{e_0}{e} = \frac{m + k\rho\pi h R^2}{m} \quad (3.9)$$

де:  $E_e$  - ефективність зниження прогину вала ротора (амплітуди коливань ротора) при частоті обертання ротора, набагато більшій за критичну;

$E_s$  - ефективність зниження дисбалансу ротора при тій самій частоті обертання ротора, тобто ефективність автоматичного балансування.

За отриманими результатами можна зробити наступні висновки:

1) амплітуда коливань на закритичних частотах буде тим меншою, чим більші параметри рідинного автобалансирувального пристрою: висота і радіус внутрішньої поверхні резервуара, а також густина рідини;

2) ефективність автоматичного балансування тим вища, чим більші параметри рідинного АБП;

3) при виконанні умови достатності рідини в камері, амплітуда коливань ротора виявляється незалежною від маси рідини в резервуарі;

4) критична частота обертання ротора не залежить від об'єму рідини в камері при виконанні умови її достатності.

### 3.2. Ефективність автоматичного балансування при застосуванні декількох камер

Як було показано вище (рис. 3.2), в рідинному автобалансиру беруть участь в процесі балансування тільки частина рідини між внутрішньою поверхнею резервуара і циліндричною поверхнею, що дотикається поверхні резервуара і має вісь, що збігається з віссю ротора.

Маса цієї рідини задовольняє граничному значенню в умові її достатності (3.4), тобто при заданому значенні прогину вала вільна поверхня рідини дотикається внутрішньої поверхні резервуара.

Інша частина рідини в процесі балансування не бере. На основі цього у [22] було запропоновано автоматичне балансування пристроєм з декількома концентричними резервуарами, осі внутрішніх циліндричних поверхонь яких збігаються з віссю ротора. Це пристрій назвали багатоканерним пристроєм.

Працює багатокамерний автобалансир подібно до рідинного АБП з одним резервуаром.

Проаналізуємо його роботу.

Нехай ротор має статичний дисбаланс (рис. 3.4), тобто центр мас ротора (точка Р) зміщений відносно осі ротора (в проєкції точки  $O_1$ ) на величину  $e_0$ . При обертанні ротора зі сталою частотою  $\omega$ , що перевищує критичну, відбувається прогин осі вала ротора таким чином, що виконується рівність сил, які діють на систему:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}np + \bar{F}_1^u + \dots + \bar{F}_i^u + \dots + \bar{F}_n^u + \bar{F}_{rot}^u = 0$$

або в проєкціях на вісь х:

$$-Fnp + F_1^u + \dots + F_i^u + \dots + F_n^u - F_{rot}^u = 0, \quad (3.10)$$

де:  $F_i^u = m_i \cdot \omega^2 \cdot s_i$  - сила інерції рідини в і-тому резервуарі, прикладена до її центру мас;

$m_i = \rho l h (R_i^2 - r_i^2)$  - маса рідини в і-тому резервуарі відповідно до умови її достатності;

$s_i = s \frac{R_i^2}{(R_i^2 - r_i^2)}$  - відстань від осі обертання ротора до центру мас рідини для і-того резервуара;

$R_i, r_i$  - радіус внутрішньої поверхні резервуара і радіус вільної поверхні рідини для і-того резервуара;

$n$  - кількість резервуарів.

Умова достатності рідини в багато резервуарному пристрої відрізняється від аналогічної умови для рідинного АБП з одним резервуаром.

У багато резервуарному пристрої умова достатності рідини виконується, якщо вільна поверхня рідини в і-тому резервуарі не перетинається з внутрішніми циліндричними поверхнями цього резервуара, які утворені циліндричними

перегородками. Тому умова достатності рідини в багато резервуарному пристрої має вигляд:

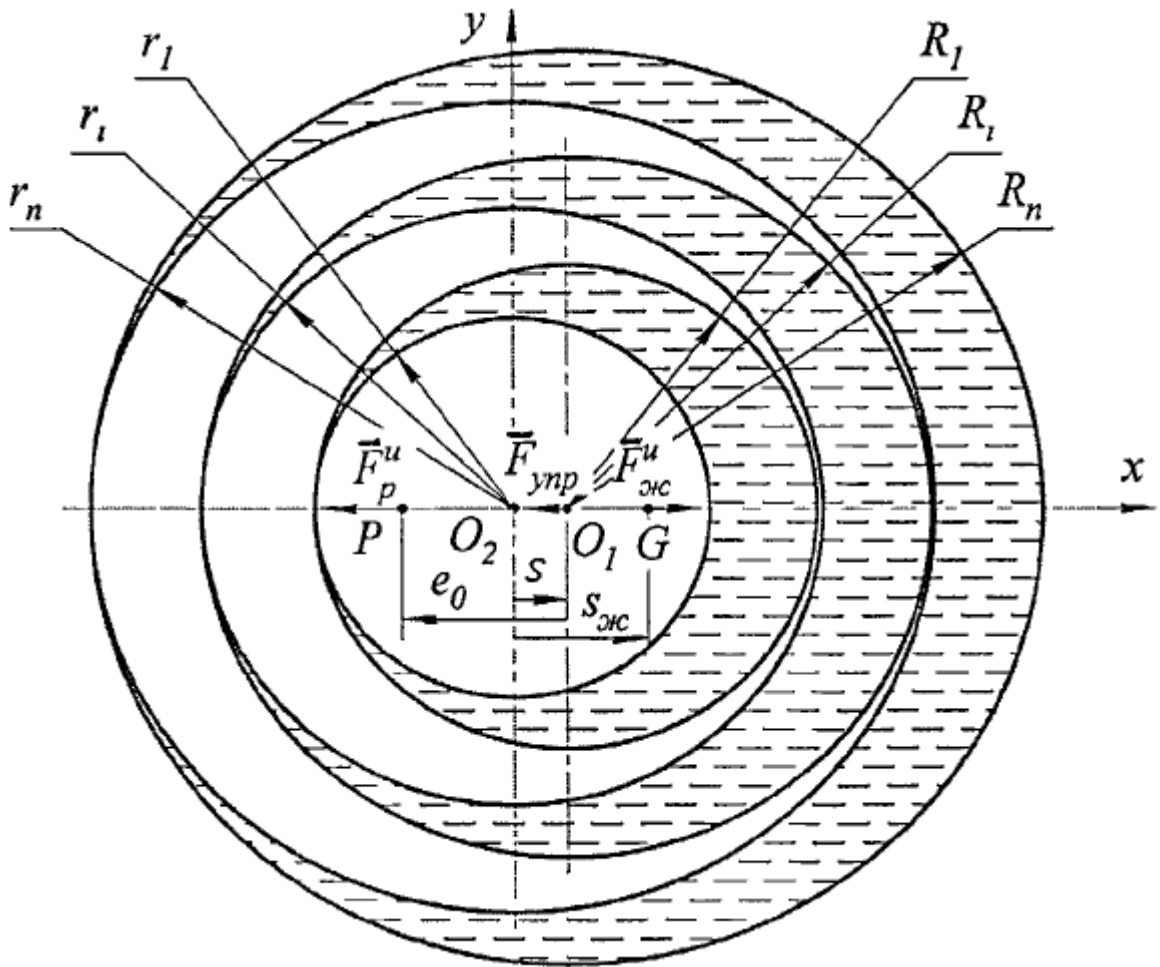


Рисунок 3.4 - Схема сил в багатокамерному пристрої

$$R_i - r_i \geq s; r_i - (R_{i+1} + \delta) \geq s \quad (3.11)$$

де  $\delta$  - товщина стінки циліндричної перегородки.

З огляду на умову достатності рідини (3.11), визначаємо вираз для амплітуди коливань ротора при балансуванні його за допомогою багатокамерного пристрою:

$$s = \frac{e_0 m \omega^2}{(m + \rho \pi h \sum_{i=1}^n R_i^2) \omega^2 - c} \quad (3.12)$$

Звідси видно, що на відміну від рідинного АБП з одним резервуаром, в багато резервуарному пристрої амплітуда коливань ротора тим менша, чим більша кількість резервуарів і чим більші радіуси їх внутрішніх поверхонь. Ця амплітуда коливань не залежить від маси рідини в камері при виконанні умови її достатності (3.11).

Використовуючи вираз (3.12) для багато резервуарного автобалансувального пристрою, можна отримати вирази для визначення критичної частоти обертання ротора і ефективності автоматичного балансування:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m+k\rho\pi h \sum_{i=1}^n R_i^2}} \quad (3.13)$$

$$E_e = \frac{m+\rho\pi h \sum_{i=1}^n R_i^2}{m} = 1 + \frac{\rho\pi h \sum_{i=1}^n R_i^2}{m} \quad (3.14)$$

Аналіз рівнянь (3.12), (3.13) і (3.14) показує:

- ефективність автоматичного балансування збільшується зі зростанням кількості резервуарів;
- критична частота обертання ротора зменшується зі збільшенням кількості резервуарів.

### 3.3 Методика розрахунку параметрів рідинних автобалансувальних пристроїв

Одним із чинників, які визначають можливість і якість зрівноваження, є правильність вибору параметрів авто балансувального пристрою: його енергомісткості (величини зрівноважуючої сили), параметрів і кількості робочої рідини, геометричних параметрів циліндричної камери автобалансира.

Вихідними для розрахунку параметрів елементів автобалансира є:

- 1)  $D_0$  – максимально можливий при експлуатації дисбаланс, г·см,
- 2)  $k_{\text{запасу}} = 1,1 \div 1,25$  – коефіцієнт запасу енергомісткості автобалансира [13],

3) дані для розрахунку критичної кутової швидкості  $\omega_{\text{кр}}$  без камери автобалансира і з циліндричною камерою автобалансира, рад/с,

- $2n = \vartheta \cdot \omega_{\text{кр}}$  – коефіцієнт демпфування ротора,
- $\vartheta$  – логарифмічний декремент затухання коливань,
- $\gamma = \omega / \omega_{\text{кр}}$  – відносна робоча кутова швидкість ротора,
- $\rho$  – густина рідини, що заповнює камеру, г/см<sup>3</sup>,
- $\nu$  – кінематична в'язкість рідини см<sup>2</sup>/с,
- $R$  – радіус циліндричної камери, см або  $h$  – висота циліндричної камери,

см.

Визначимо оптимальні параметри рідинного автобалансира для заданої обертової системи: геометричні розміри циліндричної камери автобалансира, місткість автобалансира, підберемо робочу рідину за в'язкістю.

За побудованою математичною моделлю поведінки рідинного автобалансира, викладеною в розділі 2, запропоновано розв'язувати прикладні задачі підбору оптимальних параметрів рідинного автобалансира для заданої обертової системи, визначати вплив зміни параметрів системи обертове тіло – автобалансира – рідина на ефективність процесу зрівноваження. Для побудови і розв'язання задач оптимізації з різними цільовими функціями використано посібник [24].

У додатках В і Г наведено програми для обчислення параметрів рідинного автобалансира.

За величиною радіуса циліндричної камери рідинного автобалансира, як максимально можливою за конструкцією машини, визначаємо висоту камери. Для цього користуємось програмою обчислення оптимального співвідношення між радіусом і висотою камери автобалансира, при яких досягається максимум ефективності роботи рідинного автобалансира (алгоритм розрахунку

коефіцієнта ефективності балансування, прикладну програму розрахунку оптимального співвідношення  $h/R$  і контрольний приклад подано в додатку В).

Енергомісткість автобалансира дорівнює дисбалансу робочої рідини. Для визначення енергомісткості і запасу енергомісткості автобалансира користуємось алгоритмом визначення оптимального заповнення камери автобалансируючого пристрою рідиною заданої густини, при якому досягається максимум ефективності роботи рідинного автобалансира (прикладну програму розрахунку оптимального об'єму і контрольний приклад подано в додатку Г).

Завищувати запас енергомісткості АБП не варто, оскільки це призведе до збільшення розмірів і ваги пристрою, у той час як пристрій велику частину часу зазвичай працює при менших значеннях дисбалансу [1].

Програма додатку Г містить підпрограму підбору рідини за в'язкістю. Skorиставшись залежностями розділу 2, визначаємо оптимальний підбір в'язкої рідини для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

Суть методики розрахунку параметрів рідинного автобалансируючого пристрою. За побудованою математичною моделлю поведінки рідинного автобалансира для обертового тіла, розташованого під кутом до горизонту, викладеною вище, запропоновано розв'язувати прикладні задачі підбору оптимальних параметрів рідинного автобалансира для заданої обертової системи, визначати вплив зміни параметрів системи обертове тіло – автобалансира – рідина на ефективність процесу зрівноваження. Таким чином отримали ряд оптимізаційних задач з різними цільовими функціями.

На основі викладених вище теоретичних розробок створено програмний продукт, що дає можливість підбирати параметри рідинного АБП для підвищення його ефективної роботи. Програмування здійснювалось за допомогою C# у середовищі Microsoft visual studio.

Інтерфейс робочого вікна для прикладних програм представлений на рис. 3.5.

Приклад роботи програмного продукту у вигляді звітів подано на рисунку 3.6.

The screenshot shows a software window titled "Програма" with the following sections:

- Input Parameters:**
  - Маса ротора, кг: 0,00000
  - Маса камери АБП, кг: 0,00000
  - Маса дисбалансу, кг: 0,00000
  - Резонансна кутова швидкість ротора, рад/с: 0,00000
  - Зовнішній радіус камери АБП, м: 0,00000
  - Ексцентриситет дисбалансу, м: 0,00000
  - Густина рідини, кг/м<sup>3</sup>: 0,00000
  - Об'єм рідини, м<sup>3</sup>: 0,00000
  - Кутова швидкість ротора, рад/с: 0,00000
  - Логарифмічний декремент затухання: 0,00000
  - Висота камери, м: 0,00000
- Обчислені параметри (Calculated Parameters):**

Маса рідини	Дисбаланс рідини	Ексцентриситет рідини	Радіус вільної поверхні рідини	Ефективність балансування
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Маса системи	Дисбаланс ротора	Прогин ротора	Положення рівноваги рідини	Фазовий кут
0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
- Optimization Settings:**
  - Оптимальна кутова швидкість: [ ]
  - Оптимальний об'єм рідини: [ ]
  - Оптимальний радіус камери: [ ]
  - Оптимальна висота камери: [ ]
  - Оптимальна густина рідини: [ ]
- Range and Step Settings:**
  - Діапазон кутової швидкості ротора, рад/с: 0,00000 - 0,00000
  - Крок: 0,0001
  - Оптимальна кутова швидкість: [ ]
- Buttons:** Обчислити, Графік

Рисунок 3.5 - Вид робочого вікна програми із зазначенням панелі даних, проміжних даних і результатів моделювання

### 3.4 Перевірка адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП

Для перевірки адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікації програмного забезпечення здійснено співставленням результатів теоретичних розрахунків і натурних експериментів на спеціально сконструйованому стенді.

Результати натурних експериментальних досліджень підтверджують адекватність побудованої моделі і інженерної методики розрахунку параметрів рідинного автобалансира.

Параметри сист...

Маса ротору:  
6,5

Маса дисбалансу:  
0,15

Ексцентриситет дисбалансу:  
0,2

Резонансна кутова швидкість ротора:  
59,7

Логарифмічний декремент затухання:  
0,826

Коефіцієнт демпфування:  
7,85

Кутова швидкість ротора:  
23,88

Маса камери АБП:  
0,5

Зовнішній радіус камери АБП:  
0,2

Висота камери АБП:  
0,05

Об'єм рідини:  
0,00015

Густина рідини:  
1000

OK Cancel

а)

Результат

6,5,0,15,0,2,59,7,0,826,7,85,23,88,0,5,0,2,0,05,0,00015,1000

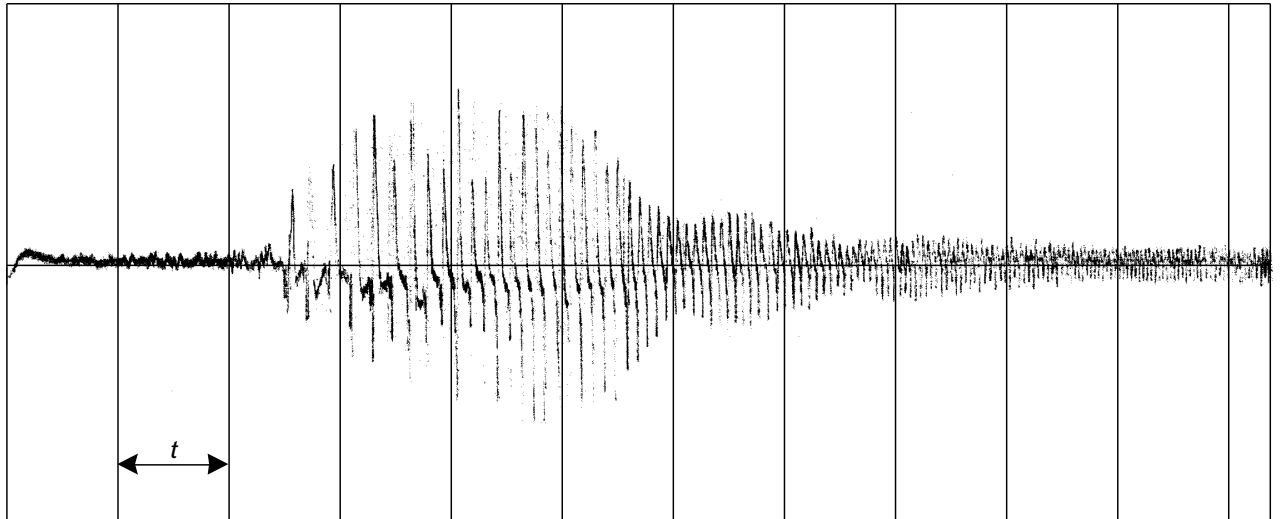
Коефіцієнт ефективності балансування  
1,30

OK

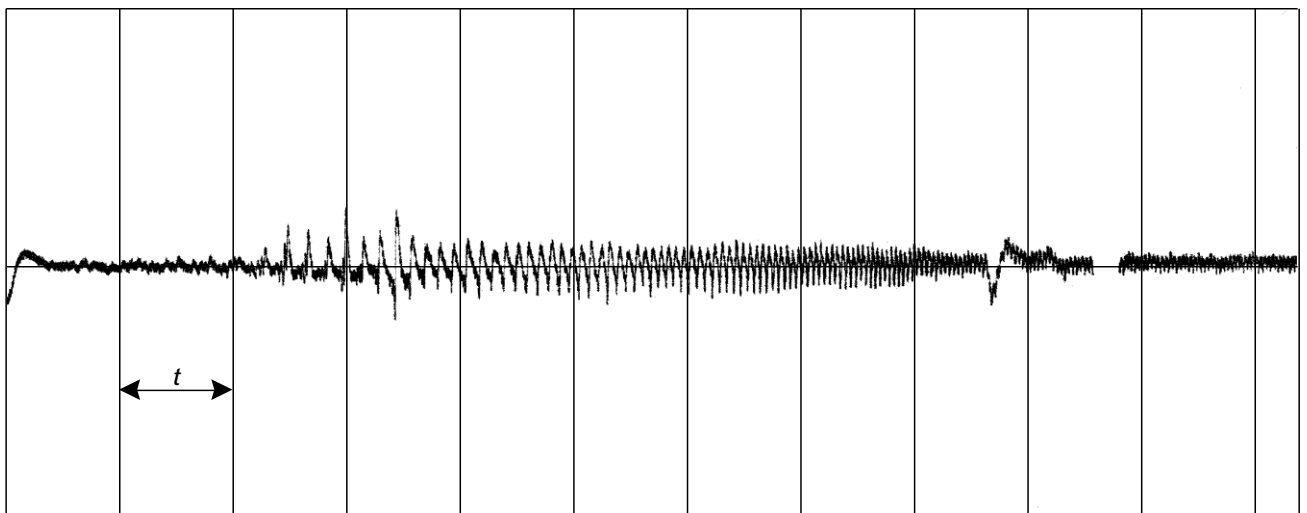
б)

а) вхідні дані; б) результати

Рисунок 3.5 - Приклад роботи програмного продукту



а)



б)

а) – запис коливань розбалансованого обертового тіла при дисбалансі 2000 г·см;

б) – запис коливань при встановленні автобалансера з водою

(об'єм рідини 100 мл)

Рисунок 3.6 - Приклади осцилограм записів коливань обертового тіла при виході на робочі частоти

Так, на рис. 3.6 подано фрагменти осцилограм записів коливань верхнього краю барабана з автобалансиром на прохід від 0 рад/с до робочих швидкостей обертання обертового тіла (87,9 рад/с) з заповненням камери водою (масою 100 г).

Ефективність зрівноваження початкового дисбалансу 2000 г·см на резонансній швидкості 59,7 рад/с становить 1,7.

### 3.4.1 Перевірка адекватності математичної моделі поведінки рідини в циліндричній камері

Оцінку ефективності роботи рідинного автобалансира здійснювали за допомогою математичної моделі з використанням підпрограми розрахунків на ЕОМ (Додаток В). У таблиці 3.1 наведені вихідні дані системи.

Таблиця 3.1 - Вихідні дані реальної системи  
обертове тіло – автобалансир – рідина

Параметри системи		Значення
Параметри обертового тіла	Маса ротора, $M_p$ , кг	6,5
	Маса дисбалансу, $m_d$ , кг	0,15
	Ексцентриситет дисбалансу, $e_0$ , м	0,2
	Резонансна кутова швидкість обертання ротора, $\omega_p$ , рад/с	59,7
	Логарифмічний декремент затухання, $\vartheta$	0,826
	Коефіцієнт демпфування, $n$	7,85
	Досліджуваний діапазон кутової швидкості обертання ротора, $\omega$ , рад/с	24–91
Параметри автобалансира	Маса камери автобалансира, $M_k$ , кг	0,5
	Зовнішній радіус камери автобалансира, $R$ , м	0,2
	Висота камери автобалансира, $h$ , м	0,05
Параметри, що характеризують рідину	Об'єм рідини, $V$ , м <sup>3</sup>	0,00015
	Густина рідини, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1000

У результаті розрахунку за алгоритмом, поданим у додатку В, одержано теоретичні значення коефіцієнта ефективності  $\lambda_0$  процесу зрівноваження для заданого діапазону кутових швидкостей (таблиця 3.2).

Експериментальні значення коефіцієнта ефективності балансування, які визначені як відношення амплітуд коливань обертового тіла експериментальної установки без рідини в автобалансири і з рідиною на основі обробки осцилографічних стрічок, подано в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 - Значення коефіцієнта ефективності зрівноваження

Спосіб визначення	Відносні частоти обертання, $\gamma = \omega / \omega_p$					
	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
Теоретичний	1,30	1,52	2,13	3,13	2,27	1,72
Експериментальний	1,14	1,43	1,79	3,30	2,20	1,64

Як видно з таблиці 3.2 значення коефіцієнта ефективності зрівноваження обертового тіла рідинним автобалансиром, знайдені теоретично і експериментально, відрізняються одне від одного не більше ніж на 16 %.

Для перевірки розрахунку енергомісткості рідинного автобалансира проведено розрахунок об'єму води, необхідної для зрівноваження різних наперед заданих мас дисбалансу (50 г; 100 г; 150 г, 200 г) при ексцентриситеті дисбалансу 0,2 м. Результати обчислень за програмою додатка Б подано у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 - Результати розрахунку енергомісткості автобалансира

Дисбаланс, г·см	1000	2000	3000	4000
Оптимальний об'єм рідини, мл	48,5	93,7	123,5	176,7
Енергомісткість АБП, г·см	960,3	1945,9	2873,8	3914

Шляхом порівняння амплітуд коливань розбалансованого обертового тіла і при заповненні камери автобалансира водою, що здійснювалось покроково з кроком 10 мл за записами на осцилографічних стрічках, у кожному з

розглядуваних випадків експериментально було визначено оптимальний об'єм рідини, який становить відповідно: 50 мл, 90 мл, 120 мл, 180 мл.

Одержані значення оптимального об'єму для балансування системи при різних масах дисбалансу свідчать про задовільне узгодження результатів розрахунку і експерименту.

## ВИСНОВКИ

Отже, врахування властивостей реальних роторних систем і рідинних середовищ при моделюванні процесу зрівноваження обертових тіл дозволило розробити теоретичне обґрунтування автоматичного зрівноваження рідиною обертових тіл з віссю обертання, розташованою під кутом до лінії горизонту, що відрізняється від існуючих положень врахуванням гідравлічних властивостей рідини і демпфірування системи. Аналіз моделі дозволяє встановити, що:

1) у рідинному автобалансирі рідина прагне встановитися проти дисбалансу не тільки в закритичній, але й у докритичній зоні обертання обертового тіла і на критичному діапазоні;

2) автоматичне зрівноваження рідиною є ефективним для пружно-деформівних обертових тіл, де наявна різниця фаз між напрямом сили від дисбалансу і прогином обертового тіла;

3) форма вільної поверхні рідини в камері автобалансира має форму параболоїда обертання, параметри якого залежать від заповненості камери, величини дисбалансу і швидкості обертання обертового тіла;

4) в'язкість рідини в реальних системах призводить до того, що рідина може зупинитися на деякій відстані від положення рівноваги, тобто рідина має зони рівноваги. Аналітично визначено межі зон рівноваги, що дало можливість розробити програмне забезпечення для оптимально підбору рідини за в'язкістю;

5) показано, що ефективність автоматичного зрівноваження залежить від відношення початкового дисбалансу до дисбалансу рідини, коефіцієнта зовнішнього опору і відносних розмірів автобалансируючого пристрою.

Одержана аналітична залежність між цими величинами дозволяє розробити методика розрахунку параметрів рідинних автобалансируючих пристроїв. Основна ідея методики, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: за заданою величиною радіуса циліндричної камери автобалансира, як максимально можливо за конструкцією машини, розроблено прикладну

програму розрахунку оптимального співвідношення геометричних параметрів АБП, при якому досягається максимум ефективності роботи автобалансира з рідиною, за якою можна визначити висоту циліндричної камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери автобалансира рідиною заданої густини визначаємо місткість, запас місткості автобалансира і оптимальний підбір рідини за в'язкістю для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

Розроблена методика є добре алгоритмованою. Для її реалізації розроблено програмне забезпечення. Програмування здійснювалось за допомогою C# у середовищі Microsoft visual studio.

Перевірку адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікацію програмного забезпечення здійснено шляхом зіставлення теоретичних результатів із одержаними експериментально.

У результаті розрахунку за алгоритмом одержано значення коефіцієнта ефективності  $\lambda_0$  процесу зрівноваження для заданого діапазону кутових швидкостей. Значення коефіцієнта ефективності зрівноваження, визначені експериментально як відношення амплітуд коливань обертового тіла експериментальної установки без рідини в автобалансирі і з рідиною на основі обробки осцилографічних стрічок. Значення коефіцієнта ефективності зрівноваження обертового тіла рідинним автобалансируючим пристроєм, які знайдені теоретично і експериментально, відрізняються не більше ніж на 16 %.

## ПЕРЕЛІК ДжЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Автоматичне балансування обертових тіл рідиною : монографія / І.В. Драч, В. П. Ройзман. – Хмельницький : ХНУ, 2018. – 189 с.
2. Thearle E.L. Automatic dynamic balancers (Part 1. Leblanc balancer). *Machine Design*, 22, 1950. – pp. 119–124.
3. Conrad D.C. On The Fundamentals of Automatic Washing Machine Design Based Upon Dynamic Constraints, Ph.D. Thesis, Purdue University, 1994.
4. A study on the dynamic behaviour of an automatic washing machine / [Hoon H. S., L. J. Young, S. Suzuki, H. W. Gu.] *Nippon Kikai Gakkai Kankyo Kogaku Sogo Shinpojiumu Koen Ronbunshu*. Vol. 11, 2001. – pp. 131–134.
5. Morio M., Yutaka N. Washing Machine Dehydration Dynamics Analysis. // *Nihon Kikai Gakkai Nenji Taikai Koen Ronbunshu*, 5, 2002. – pp. 209-216.
6. Dynamic analysis of an automatic washing machine with a hydraulic balancer / [Bae, S., Lee, J. M., Kang, Y. J., Kang, J. S., Yun, J. R.] *J. Sound Vib.*, 257, 2002. – pp. 3-18. DOI:10.1006/jsvi.2001.4162,
7. Jung Ch. A dynamic model and numerical study on the liquid balancer used in an automatic washing machine / [ Jung Ch., Kim, Cs., Choi, Yh. J.] *Journal of Mechanical Science and Technology*. Vol. 22, 2008. – pp. 1843–1852.
8. Urbiola-Soto L., Lopez-Parra M. Dynamic performance of the Leblanc balancer for automatic washing machines. // *J. Vibr. Acoust.* Vol. 133. DOI: 10.1115/1.4003597, 2011.
9. Langthjem, M. A., Nakamura, T. Dynamics of the fluid balancer: Perturbation solution of a forced Korteweg-de Vries-Burgers equation. *RIMS, Kyoto University*, V. 1847, 2013. – pp. 73-85.
10. Bobo Li, Huiqun Yuan, Guangding Wang. An analytical investigation on the dynamic stability of a rotor filled with liquid. // *Journal of Vibroengineering*, Vol. 0(6), pp. 2253-2267. DOI: 10.21595/jve.2018.19886, 2018.

11. Pat. No. 1,209,730 U. S. Automatic balancer for rotating bodies / Leblanc M. Application Filed July 23, 1912- Patented Dec. 26, 1916. [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://www.google.com/patents/US1209730>

12. Pat. No. 2,375,635 U. S. Domestic appliance / Dyer J.B. - Original Assignee Motors Liquidation Co - Priority date 1940-06-29; Grant 1945-05-08; Pub Number US2375635A [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://www.google.com/patents/US2375635>

13. Основы балансировки роторов // Технологии надежности – Baltech [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://metal.donntu.org/dl/baltech/balans\\_baltech.pdf](http://metal.donntu.org/dl/baltech/balans_baltech.pdf)

14. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Москва: Машиностроение, 1976. - 320 с.

15. Скубачевский Г. С. Авиационные газотурбинные двигатели. Расчет и конструкция деталей. Москва: Машиностроение, 1965. С. 266–269.

16. Альтшуль А. Д., Кисельов П. Г. Гидравлика и аэродинамика (Основы механики жидкости). Москва: Стройиздат, 1975. С. 24–25.

17. Гольдин А. С. Вибрация роторных машин. Москва: Машиностроение, 2000. С. 20.

18. Гусаров А. А. Балансировка роторов машин: в 2 кн. Москва: Наука, 2004. – Кн. 2. – 2005. – 383 с.

19. Дущенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика : Фізичні основи механіки : Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ: Вища шк., 1993. 431 с.

20. Блехман И. И. Что может вибрация? Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 208 с.

21. Моклячук М.П. М74 Збірник задач із варіаційного числення та методів оптимізації: навч. посіб. / М. П. Моклячук. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2014. – 256с.

22. Автореферат диссертации Нестеренко В. П. Теория и практика устройств автоматической балансировки роторов : автореф. дисс. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 1990. -34 с.

23. Пашков Е. Н., Мартюшев Н. В., Кузнецов И. В. Исследование эффективности балансировки жидкостным автобалансирующими устройствами. // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 1.

24. Маценко В.Г. Математичне моделювання: навчальний посібник / В.Г. Маценко. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014.–519 с.

## ДОДАТОК А

### Матеріали публікації

*Актуальні проблеми комп'ютерних наук*

УДК 004.4

Хомяк Б. В., Драч І. В.

*Хмельницький національний університет*

#### **РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ РІДИННИХ АВТОБАЛАНСУВАЛЬНИХ ПРИБОРІВ**

*На основі моделювання поведінки рідини в циліндричній камері твердого обертового тіла розроблено методику визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансувального пристрою, і програмне забезпечення для реалізації методики.*

*Based on the modeling of the behavior of the liquid in the cylindrical chamber of a rigid rotating body, a method for determining the optimal parameters of the liquid self-balancing device and software for implementing the method have been developed.*

Тенденція розвитку сучасного машинобудування полягає в переході до виготовлення машин підвищеної одиничної потужності за рахунок підвищення швидкохідності їх роторів. У свою чергу збільшення швидкості обертання ротора викликає зростання динамічних навантажень на вузли і деталі таких машин. Ззовні це проявляється посиленням шуму і вібрацій в окремих вузлах або у всій конструкції в цілому. Вібрації зменшують ресурс і продуктивність машини, знижують її надійність. Вони чинять шкідливий вплив на обслуговуючий персонал і в деяких випадках можуть стати причиною серйозного професійного захворювання – віброхвороби. Запобігання виникненню вібрацій або зниження їх інтенсивності є одним із резервів підвищення надійності, довговічності і продуктивності машин, а боротьба зі шкідливими вібраціями є актуальною проблемою сучасного машино- та приладобудування [1].

Сучасні методи і засоби балансування дозволяють довести початковий дисбаланс виготовленого або відремонтованого ротора до величини допустимого для заданого класу точності балансування. Однак для машин зі змінним дисбалансом ротора і при зрівноваженні роторів машин без зупинки в умовах експлуатації традиційні методи балансування є малоефективними. До таких машин належать пральні машини, сепаратори, центрифуги та ін., що використовуються у різних галузях народного господарства (харчовій, хімічній, цукровій, гірничій промисловості тощо), медицині, побуті. Більшість перерахованих роторних машин мають горизонтальну вісь обертання.

Періодична зупинка машин зі змінним дисбалансом для добалансування економічно недоцільна, а інколи і неможлива через умови експлуатації. Ротори цих машин необхідно балансувати безпосередньо в процесі експлуатації, тому

актуальним стає автоматичне балансування за допомогою автобалансируючих пристроїв (АБП).

Одним із чинників, які визначають можливість і якість балансування, є правильність вибору параметрів автобалансирувального пристрою (АБП): його енергоємності (величини балансувальної сили), параметрів і кількості коригувальної рідини, геометричних параметрів камери АБП.

Вхідними даними для розрахунку параметрів елементів АБП є:

$D_0$  – максимально можливий при експлуатації дисбаланс, г·см;

$k_{\text{запасу}} = 1,1 \div 1,25$  – коефіцієнт запасу енергоємності АБП;

$\rho$  – густина рідини, що заповнює камеру, г/см<sup>3</sup>;

$R$  – радіус камери, см або  $h$  – висота камери, см;

дані, які дозволяють розрахувати критичну кутову швидкість  $\omega_{\text{кр}}$  без камери АБП і з камерою АБП, рад/с:  $2\eta = \vartheta \cdot \omega_{\text{кр}}$  – коефіцієнт демпфування ротора,  $\vartheta$  – логарифмічний декремент затухання коливань,  $\gamma = \omega / \omega_{\text{кр}}$  – відносна робоча кутова швидкість ротора;

Вихідними даними є: оптимальні параметри рідинного АБП для заданої роторної системи, а саме: геометричні розміри камери АБП, ємність АБП, в'язкість коригувальної рідини ( $\nu$  – кінематична в'язкість рідини см<sup>2</sup>/с).

За побудованою математичною моделлю поведінки рідинного АБП, викладеною в [2], запропоновано розв'язувати прикладні задачі підбору оптимальних параметрів рідинного АБП для заданої роторної системи, визначити вплив зміни параметрів системи ротор – АБП – рідина на ефективність процесу балансування. Для побудови і розв'язання оптимізаційних задач з різними цільовими функціями використано посібник [3].

Задаючи величину радіуса камери АБП, як максимально можливий за конструкцією машини, визначаємо висоту камери. Для цього користуємось програмою обчислення оптимального співвідношення між радіусом і висотою камери АБП, при яких досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП.

Енергоємність АБП дорівнює дисбалансу коригувальної рідини. Для визначення енергоємності і запасу енергоємності АБП користуємось алгоритмом визначення оптимального заповнення камери АБП рідиною заданої густини, при якому досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП.

Завищувати запас енергоємності АБП не варто, оскільки це призведе до збільшення розмірів і ваги пристрою, у той час як пристрій велику частину часу звичай працює при менших значеннях дисбалансу.

Скориставшись ввідомими залежностями [2], визначимо оптимальний підбір в'язкої рідини для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

Суть методики розрахунку параметрів рідинного АБП. За побудованою математичною моделлю поведінки рідинного АБП для вертикального ротора, викладеною вище, запропоновано розв'язувати прикладні задачі підбору

оптимальних параметрів рідинного АБП для заданої роторної системи, визначати вплив зміни параметрів системи ротор – АБП – рідина на ефективність процесу балансування. Таким чином отримали ряд оптимізаційних задач з різними цільовими функціями.

На основі викладених вище теоретичних розробок створено програмний продукт, що дає можливість підбирати параметри рідинного АБП для підвищення його ефективної роботи. Програмування здійснювалось за допомогою С# у середовищі Microsoft visual studio.

Інтерфейс робочого вікна для прикладних програм представлений на рис. 1. Для перевірки адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікації програмного забезпечення здійснено співставлення результатів теоретичних розрахунків і натурних експериментів на спеціально сконструйованому стенді.

Обчислені параметри				
Маса рідни	Дисбаланс рідни	Ексцентриситет рідни	Радіус вільної поверхні рідни	Ефективність балансування
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Маса системи	Дисбаланс ротора	Прогин ротора	Положення рівноваги рідни	Фазовий кут
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Оптимальна кутова швидкість: 0.00000 - 0.00000 рад/с

Крок: 0.0001

Оптимальна кутова швидкість

Обчислити | Графік

Рисунок 1 – Вид робочого вікна програми із зазначенням панелі даних, проміжних даних і результатів моделювання

Результати натурних експериментальних досліджень підтверджують адекватність побудованої моделі і інженерної методики розрахунку параметрів рідинного АБП.

Так, на рис. 2 подано фрагменти осцилограм записів коливань верхнього краю барабана з АБП на прохід від 0 рад/с до робочих швидкостей обертання ротора (87,9 рад/с) з заповненням камери водою прісною (масою 100 г). Ефективність зрівноваження початкового дисбалансу 2000 г·см на резонансній швидкості 59,7 рад/с становить 1,7.

Для перевірки адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікації програмного забезпечення здійснено співставлення результатів теоретичних розрахунків і натурних експериментів на спеціально

сконструйованому стенді. У результаті розрахунку за алгоритмом одержано значення коефіцієнта ефективності  $\lambda_e$  процесу балансування для заданого діапазону кутових швидкостей. Значення коефіцієнта ефективності балансування, визначені експериментально як відношення амплітуд коливань верхнього краю барабана експериментальної установки без рідини в АБП і з рідиною на основі обробки осцилографічних стрічок. Значення коефіцієнта ефективності балансування ротора рідинним АБП, знайдені теоретичним і експериментальним шляхами, відрізняються одне від одного не більше ніж на 16 %.

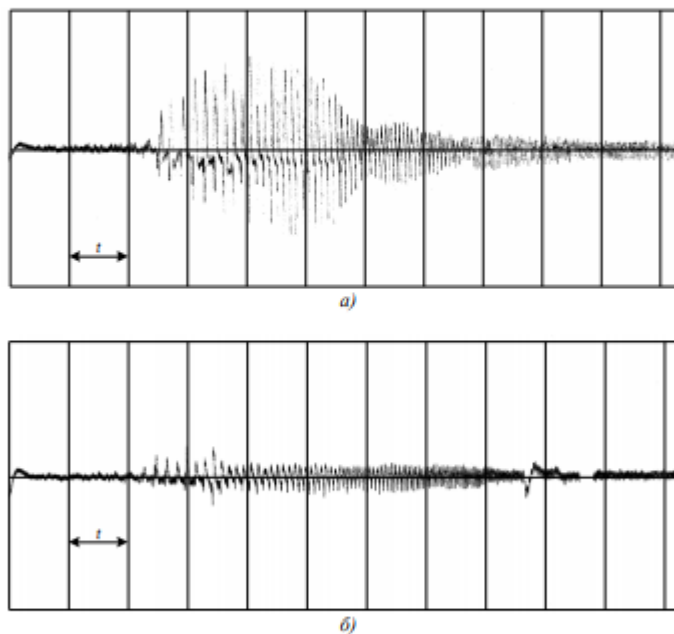


Рисунок 2 - Фрагменти осцилограм записів коливань верхнього краю барабана при виході на робочі частоти:

*a) – запис коливань розбалансованого ротора при дисбалансі 2000 г·см; б) – запис коливань при встановленні АБП з прісною водою (об'єм рідини 100 мл)*

**Висновки**

Одержані результати цього дослідження дають можливість пояснити поведінку рідини в камері АБП, і зв'язати аналітично геометричні і фізичні параметри рідинного АБП і системи ротор - рідинний АБП - рідина з ефективністю зрівноваження, що в свою чергу дає можливість розробити методику розрахунку оптимальних параметрів рідинного АБП.

Основна ідея якої, полягає у розв'язанні ряду оптимізаційних задач: задаючи величину радіуса камери АБП, як максимально можливо за конструкцією машини, за розробленою прикладною програмою розраховуємо оптимальне співвідношення  $h/R$ , при якому досягається максимум ефективності роботи рідинного АБП, і визначасмо висоту камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери АБП рідиною заданої густини визначасмо ємність, запас ємності АБП і оптимальний підбір в'язкої рідини для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги. Для реалізації методики розрахунку оптимальних параметрів рідинного АБП розроблено програмний продукт.

Перевірку адекватності математичної моделі поведінки рідини в камері АБП і верифікацію програмного забезпечення здійснено шляхом зіставлення теоретичних результатів із одержаними експериментально.

**Перелік посилань**

1. Гусаров А. А. Балансировка роторов машин: в 2 кн. Москва: Наука, 2004. – Кн. 2. – 2005. – 383
2. Автоматичне балансування обертових тіл рідиною : монографія / І.В. Драч, В. П. Ройтман. – Хмельницький : ХНУ, 2018. – 189 с.
3. Маценко В.Г. Математичне моделювання: навчальний посібник / В.Г. Маценко. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014.–519 с.

## ДОДАТОК Б

## Список проанализованных джерел

1. LeBlanc, M., 1914, "Automatic Balancer for Rotating Bodies," US Patent 1,159,052.
2. Dyer, J., 1945, "Domestic Appliance," US Patent 2,375,635.
3. De Remer, J. G., 1950, "Blancing of Rotatable Bodies," US Patent 2,525,781.
4. Van Kirk, J. y Burmeister, L., "An automatic balancer design for a vertical-axis clothes washing machine," ASME Paper No. 76-DE-24, 1976.
5. Hayashi, G., Yamamoto, K., Yamamoto, Y., 1977, "Balancing Ring of Centrifugal Extractor ," US Patent 4,044,626.
6. Conrad, D.C., 1994, "On The Fundamentals of Automatic Washing Machine Design Based Upon Dynamic Constraints", Ph.D. Thesis, Purdue University.
7. Hoon, H. S., Young. L. J., Suzuki, S., and Gu, H. W., 2001, "A Study on the Dynamic Behaviour of an Automatic Washing Machine", Korea ADAMS User Conference, 11 (8-9), 1-6.
8. Morio, M., and Yutaka, N., 2002, "Washing Machine Dehydration Dynamics Analysis," Nihon Kikai Gakkai Nenji Taikai Koen Ronbunshu, 5, 209-216.
9. Bae, S. Lee, J. M., Kang, J. S. and Yun, J.R., 2002, "Dynamic Analysis of an Automatic Washing Machine with a Hydraulic Balancer," Journal of Sound and Vibration, 257, 3-18.
10. Urbiola, L., 2005, "Cálculo de los Efectos Inerciales (Radiales y Tangenciales) del Fluido del Aro de Balance," Internal Research Report, mabe TyP.
11. Jung. C.-H., Kim, C.-S., and Choi, Y.-H., 2008, "A Dynamic Model and Numerical Study on The Liquid Balancer Used in an Automatic Washing Machine," Journal of Mechanical Science and Technology, 22, 1843-1852.
12. Urbiola, L., et. al., 2009, "Hydrodynamic Balance Ring for Centrifugal Rotation Machines," US Patent and Trademark Office Application 20090158783 A1.
13. Newkirk, B. L., 1924, "Shaft Whipping," General Electric Review, 27(3), 169-178.

14. Kimball, A. L. Jr., 1924, "Internal Friction Theory of Shaft Whirling," *General Electric Review*, 27(4), 244-251.
15. Gunter, E. J., 1966, "Dynamic Stability of Rotor-Bearing Systems," NASA Technical Report, SP-113.
16. Black, H.F., 1976, "The Stabilizing Capacity of Bearings for Flexible Rotors with Hysteresis," *ASME Journal of Engineering for Industry*, 2, 87-91.
17. Lund, J. W., 1986, "Destabilization of Rotors from Friction in Internal Joints with Micro-slip," *International Conference in Rotordynamics, JSME*, 487-491.
18. Srinivasan, A., 2003, "The Influence of Internal Friction on Rotordynamic Instability," M.S. Thesis, Texas A&M University, May.
19. Kollmann, F. G., 1962, "Experimentelle und Theoretische Untersuchungen Uber die Kritischen Drehzahlen Flussigkeitsgefullter Hohlkorper," *Forsch. Geb. Ingenieurwes*, 28, pp. 115–123; 1962, *Forsch. Geb. Ingenieurwes*, 28, pp. 147– 153.
20. Ehrich, E. F., 1967, "The Influence of Trapped Fluids on High Speed Rotor Vibration," *ASME J. Eng. Ind.*, 89, pp. 806–812.
21. Kirk, R. G., Mondy, M. E., and Murphy, R. C., 1984, "Theory and Guidelines to Proper Coupling Design for Rotor Dynamic Considerations," *ASME J. Vib. Acoust., Stress, Reliab. Des.*, 106, pp. 129–138.
22. Thearle E., 1932, "A New Type of Dynamic-Balancing Machine," *Trans. ASME* 54, APM-54-12, pp. 131-141.
23. Sperling, L., Ryzhik, B. y Duckstein, H., 2001, "Two-Plane Automatic Balancing," *Machine Dynamics Problems, Proceedings of 7th Polish German Workshop on Dynamical Problems in Mechanical Systems*, pp. 139-152.
24. Sperling, L., Ryzhik, B., Linz, C., and Duckstein, H., 2002, "Simulation of Two-Plane Automatic Balancing of a Rigid Rotor", *Mathematics and Computers in Simulation*, 58, pp. 351-365.
25. Green, K., Champneys, A. R., y Lieven N. J., 2006, "Bifurcation Analysis of an Automatic Dynamic Balancing Mechanism for Eccentric Rotors," *Journal of Sound and Vibration*, 291, pp. 861-881.
26. Green, K., Champneys, A. R., y Friswell M. I., 2006, "Analysis of the Transient

Response of an Automatic Dynamic Balancer for Eccentric Rotors,” *International Journal of Mechanical Sciences*, 48, pp. 274-293.

27. Horvath, R., Flowers, G., Fausz, J., 2006, “Passive Balancing for Rotor Systems,” Ph.D. thesis, Auburn University, Alabama.

28. Tatsumi, H., and Ito, M., 1984, “Balancer For Use in Centrifugal Rotary Machine,” US Patent 4,433,592.

29. Lee, J. Y., 1998, “Equilibrador de Esfera para Máquina de Lavar,” República Federativa de Brasil, PI9703376-6A.

30. Southworth, D.W., 2003, “Dynamic Balancer for An Automatic Washer,” US Patent 6,658,902 B2.

31. Kim, J.-S., 1998, “Balancing Device for Drum Washing Machine,” US Patent 5,802,885.

32. Urbiola-Soto, L., Lopez-Parra, M., 2010, “Experimental and Analytical Investigation on a Liquid Balance Ring for Automatic Washing Machines”, *Proceedings of the ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA 2010)*, Istanbul, Turkey, July 12-14.

33. Urbiola-Soto, L., and Lopez-Parra, M., 2011, “Dynamic Performance Of The LeBlanc Balancer For Automatic Washing Machines,” *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 133-4 (2011).

34. Urbiola-Soto, L., and Lopez-Parra, M., 2011, “Stability of Flexible Rotors with a LeBlanc Balancer,” ASME paper GT2011-46848, *Proceedings of AME Turbo Expo 2011*, Vancouver, Canada, June 6-10.

35. Urbiola-Soto, L. and Lopez-Parra, M., 2013, “Liquid Self-Balancing Device Effects on Flexible Rotor Stability”, *Shock and Vibration*, Volume 20, Issue 1, Pages 109-121.

36. Pashkov, E.N., Martyushev, N. V., Masson I. A., 2014, “Evaluation of Gravitational Force Effect on Balancing Processes in Liquid-Type Autobalancing Devices”, *Advanced Materials Research : Scientific Journal*. - 2014. - Vol. 1040 : High Technology: Research and Applications 2014 (HTRA 2014). - P. 642-649.

37. Majewski, T., 2010, “Fluid balancer for a washing machine“, In *Proceedings of*

the XVI International Congress 2010. Pages 1-10. SOMIM (Society of Mechanical Engineers of Mexico).

38. Hendricks, S.L., Morton, J.B., 1979, "Stability of a rotor partially filled with a viscous incompressible fluid", *J. Appl. Mech.* – 1979. Vol. – 46. P. - 913-918.

39. Holm-Christensen, O., Traäger, K.A., 1991, "Note on rotor instability caused by liquid motions", *J. Appl. Mech.*, 1991. Vol. – 58. P. - 804-811.

40. Cunico, M.W.M., 2015, "Characterization and Modelling of LeBlanc Hydrodynamic Stabilizer: A Novel Approach for Steady and Transient State Models", *Modelling and Simulation in Engineering. Volume 2015* (2015).

41. Langthjema, M. A., Nakamura, T., 2013, "Dynamics of the fluid balancer: Perturbation solution of a forced Korteweg-de Vries-Burgers equation", *RIMS, Kyoto University*, V. 1847, 73-85.

42. Nakamura, T., 2009, "Study on the improvement of the fluid balancer of washing machines", In *Proceedings of the 13th Asia-Pacific Vibrations Conference*, 22-25 November 2009, pages 1-8. University of Canterbury, New Zealand.

## ДОДАТОК В

Таблиця 1 - Дані для розрахунку параметрів рідинного автобалансира

№ з/п	Вихідні дані	
1	Параметри обертового тіла	Маса обертового тіла, $M_p$ , кг
2		Маса дисбалансу, $m_d$ , кг
		Ексцентриситет дисбалансу, $e_0$ , м
3		Резонансна кутова швидкість обертового тіла, $\omega_p$ , рад/с
5		Логарифмічний декремент затухання, $n$
6		Досліджуваний діапазон кутової швидкості ротора, $\omega$ , рад/с
7	Параметри атобалансира	Маса камери автобалансира, $M_k$ , кг
8		Зовнішній радіус камери автобалансира, $R$ , м
10		Густина рідини, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
11		Кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини, $\nu$ , м <sup>2</sup> /с
	Шукані величини	
1	Положення рівноваги рідини $\alpha$ , град	
2	Коефіцієнт ефективності зрівноваження, $\lambda_0$	
3	Оптимальне відношення $R/h$	
4	Оптимальний об'єм рідини	
5	Енергоємність автобалансира	

Алгоритм розрахунку коефіцієнта ефективності зрівноваження обертового тіла, розташованого під кутом до лінії горизонту, рідинним автобалансиром

1) уведення вхідних даних, які описують систему обертове тіло – автобалансир – рідина (таблиця 1);

2) формування проміжних параметрів:

2.1 обчислення маси рідини ( $m_p$ ):  $m_p = V \cdot \rho$ ;

2.2 обчислення маси системи ( $M$ ):  $M = M_p + M_k + m_d + m_p$ ;

2.3 обчислення радіуса вільної поверхні рідини ( $r$ ):

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{V}{\pi \cdot h}}$$

2.4 обчислення фазового кута  $\delta$  з виразу:

$$\delta = \arctg \left( \frac{2n\omega}{\omega_p^2 - \omega^2} \right).$$

2.5 визначення прогину обертового тіла  $f$ :

$$f = e_c \cos \delta \left[ \frac{\cos \varphi \omega_p^2}{\omega^2 - \omega^2} - 1 \right],$$

$$\text{де } \sin \varphi = \frac{2n\omega}{\omega_p^2};$$

2.6 визначення ексцентриситету центра мас рідини в системі автобалансир – рідина:

$$e = \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot f;$$

2.7 обчислення дисбалансу обертового тіла ( $D_0$ ):  $D_0 = R \cdot m_d$ ;

2.8 обчислення дисбалансу рідини ( $D$ ):  $D = e \cdot m_p$ ;

2.9 обчислення відношення дисбалансів обертового тіла та рідини:  $k = \frac{D_0}{D}$ ;

3) визначення положення рівноваги рідини ( $\alpha$ ):

$$\alpha_0 = \pi - \arccos \left( \sin^2 \delta + \sqrt{(\sin^2 \delta - 1) \cdot (\sin^2 \delta - k^2)} \right)$$

4) обчислення коефіцієнта зрівноваження  $\lambda_0$ :

$$\lambda_0 = \frac{k}{\sqrt{1 + 2k \cos \alpha + k^2}}$$

5) виведення:  $\lambda_0$ .

Програма розрахунку оптимального співвідношення  $h/R$ 

```

Program OPTIMUM_KAMERA;
Uses Crt;
Var Md, n, w, wkr, D0 : Real; { Параметри ротора }
    R, h, hopt, Vk : Real; { Параметри АБП }
    Ro, V ,LambdaMax : Real; { Параметри рідини }
    hp, hk, dh : Real; { Початкові, кінцеві та динамічні параметри АБП }
    a, b, c, L : Real; { Допоміжні змінні }
    Cosd, Sin2d, e0, SinFi, CosFi, f : Real;

{Функція повертає головне значення arcCos x (в рад)}
FUNCTION ArcCos( x : Real ): Real;
BEGIN
    if x=0
    then ArcCos:= Pi/2
    else ArcCos:= ArcTan(Sqrt(1-Sqr(x))/x)+Pi*Byte(x<0)
END;

{Функція повертає значення Lambda}
FUNCTION LAMBDA( x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7 : Real ): Real;
Var rv, e, mr, D, k, alfa, y : Real;
BEGIN
    rv:= Sqrt(Sqr(x3)- x1/(Pi*x4));
    e:= Sqr(rv)*x5/(Sqr(x3)-Sqr(rv));
    mr:= x1*x2;
    D:= e*mr;
    k:= x7/D;
    y:= Sqr(x6)+Sqrt((x6-1)*(x6-Sqr(k)));
    alfa:= Pi- ArcCos (y);
    LAMBDA:= k/Sqrt(1+2*k*Cos(alfa) + Sqr(k))
END;

```

## Продовження Додатку В

```

      {Основна програма}
BEGIN
  ClrScr;
      { Введення даних }
  WriteLn('Введіть параметри ротора: ');
  WriteLn('-----');
  Write('Маса дисбалансу      Md= '); ReadLn ( Md );
  Write('      n= '); ReadLn ( n );
  Write('Кутова швидкість      w= '); ReadLn ( w );
  Write('Критична кутова швидкість wkr= '); ReadLn ( wkr );
  Write('      D0= '); ReadLn ( D0 );
  WriteLn;
  WriteLn('Введіть параметри АБП: ');
  WriteLn('----- ');
  Write('Радіус камери      R= '); ReadLn ( R );
  Write('Мінімальна висота камери(hp>0)hp= '); ReadLn ( hp );
  Write('Максимальна висота камери  hk= '); ReadLn ( hk );
  Write('Параметр зміни висоти камери dh= '); ReadLn ( dh );
  WriteLn;
  WriteLn('Введіть параметри рідини: ');
  WriteLn('----- ');
  WriteLn('Густина рідини  Ro= '); ReadLn ( Ro );
  WriteLn('Об`єм рідини  V= '); ReadLn ( V );
  WriteLn;

      { Обчислення даних }
  a:= 2*n*w;
  b:= Sqr(wkr)-Sqr(w);
  c:= Sqrt(Sqr(b)+Sqr(a));
  Cosd:= b/c;
  Sin2d:= Sqr(a/c);
  e0:= D0/md;
  SinFi:= a/Sqr(wkr);
  CosFi:= Sqrt(1 - Sqr(SinFi));
  f:= e0*Cosd*(CosFi*Sqr(wkr)/b-1);
  WriteLn;
  WriteLn;
  WriteLn ('Виведення оптимальних параметрів для АБП: ');
  WriteLn ('===== ');
  LambdaMax:= LAMBDA(V, Ro, R, hp, f, Sin2d, D0);
  REPEAT
    h:= hp + dh;
    L:= LAMBDA(V, Ro, R, h, f, Sin2d, D0);
    If L >= LambdaMax Then
      Begin
        LambdaMax:= L;
        hopt:= h
      End
  UNTIL hk<=h;

  WriteLn('Для даної рідини і камери радіуса R= ', R:10:6);
  WriteLn('оптимальна висота камери  hopt= ',hopt:10:6);
  repeat
  until KeyPressed;
END.

```

## ДОДАТОК Г

## Програма розрахунку оптимального об'єму рідини

```

Program OPTIMUM_LIQUID;
Uses Crt;
Type Massiw = Array [1..20] Of Real;
Var  RoI, Nyul, LambdaMax, Vopt, SinBopt : Massiw;
      Md, n, w, wkr, D0 : Real; { Параметри ротора }
      R, h : Real; { Параметри АБП }
      Nr : Integer; { Число рідин }
      V0, dV : Real; { Початкові та динамічні параметри рідини }
      a, b, c, V, Ro, Nyu, L, U : Real; { Допоміжні змінні }
      Vk, Cosd, Sin2d, e0, SinFi, CosFi, f : Real;
      l : Integer; { Параметр циклу }
      SinMinB : Real;
      q : Integer; { Порядковий номер }
{Функція повертає головне значення arcCos x (в рад)}
FUNCTION ArcCos( x : Real ): Real;
BEGIN
  if x=0
  then ArcCos:= Pi/2
  else ArcCos:= ArcTan(Sqrt(1-Sqr(x))/x)+Pi*Byte(x<0)
END;
{Функція повертає значення Lambda}
FUNCTION LAMBDA( x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7 : Real ): Real;
Var rv, e, mr, D, k, alfa, y : Real;
BEGIN
  rv:= Sqrt(Sqr(x3)- x1/(Pi*x4));
  e:= Sqr(rv)*x5/(Sqr(x3)-Sqr(rv));
  mr:= x1*x2;
  D:= e*mr;
  k:= x7/D;
  y:= Sqr(x6)+Sqrt((x6-1)*(x6-Sqr(k)));
  alfa:= Pi- ArcCos (y);
  LAMBDA:= k/Sqrt(1+2*k*Cos(alfa) + Sqr(k))
END;
{Функція повертає значення SinB}
FUNCTION SINUS( y1, y2, y3, y4, y5, y6 : Real ): Real;
Var ksi, z, rvo : Real;
BEGIN
  rvo:= Sqrt(Sqr(y2)- y3/(Pi*y4));
  z:= (Sqr(rvo)- Sqr(y3)- Sqr(y6))/(2*y2*y6);
  ksi:= 2*Pi- ArcCos(z);
  SINUS:= 8*Pi*Sqr(y1)*ksi/(y3*y5)
END;

```

```

        {Основна програма}
BEGIN
  ClrScr;
    { Введення даних }
  WriteLn('Введіть параметри ротора: ');
  WriteLn('-----');
  Write('Маса дисбалансу      Md= '); ReadLn ( Md );
  Write('          n= '); ReadLn ( n );
  Write('Кутова швидкість      w= '); ReadLn ( w );
  Write('Критична кутова швидкість wkr= '); ReadLn ( wkr );
  Write('          D0= '); ReadLn ( D0 );
  WriteLn;
  WriteLn('Введіть параметри АБП: ');
  WriteLn('----- ');
  Write('Радіус камери      R= '); ReadLn ( R );
  Write('Висота камери      h= '); ReadLn ( h );
  WriteLn;
  Write('Введіть число досліджуваних рідин Nr= '); ReadLn ( Nr );
  WriteLn('----- ');
  WriteLn('Введіть початковий об`єм та динамічний параметр рідин: ');
  WriteLn('----- ');
  Write('Початковий об`єм рідин (V0>0) V0= '); ReadLn ( V0 );
  Write('Динамічний параметр рідин  dV= '); ReadLn ( dV );
    { Введення даних густин і кінематичних в`язкостей рідин }
  WriteLn;
  WriteLn('Введіть дані густин і кінематичних в`язкостей рідин: ');
  WriteLn('----- ');
  For I:= 1 To Nr Do
    Begin
      Write('для ', I, '-і рідини густина = '); Read ( Rol[I]);
      Write('кінематична в`язкість = '); ReadLn (Nyul[I])
    End.

    { Обчислення даних }

  Vk:= Pi*Sqr(R)*h; { Об`єм камери }
  a:= 2*n*w;
  b:= Sqr(wkr)-Sqr(w);
  c:= Sqrt(Sqr(b)+Sqr(a));
  Cosd:= b/c;
  Sin2d:= Sqr(a/c);
  e0:= D0/md;
  SinFi:= a/Sqr(wkr);
  CosFi:= Sqrt(1 - Sqr(SinFi));
  f:= e0*Cosd*(CosFi*Sqr(wkr)/b-1);
  WriteLn;
  WriteLn;
  WriteLn ('Виведення оптимальних параметрів для рідин : ');
  WriteLn ('===== ');
  WriteLn;

```

## Продовження Додатку Г

```

For I:=1 To Nr Do
Begin
  V:= V0;
  Vopt[I]:=V0;

  Ro:= Rol[I];
  Nyu:= Nyul[I];

  LambdaMax[I]:= LAMBDA(V, Ro, R, h, f, Sin2d, D0);

  REPEAT
    V:= V + dV; WriteLn ('V= ',V:10:6);
    L:= LAMBDA(V, Ro, R, h, f, Sin2d, D0);
    If L >= LambdaMax[I] Then
      Begin
        LambdaMax[I]:= L;
        Vopt[I]:= V
      End
    UNTIL V<=V;

    V:= Vopt[I];
    SinBopt[I]:=SINUS(Nyu, R, V, h, w, f);

    WriteLn('для ',I, ' рідини: ', 'Vopt= ',Vopt[I]:10:6);
    WriteLn('    LambdaMax= ',LambdaMax[I]:10:6);
    WriteLn('    SinBopt= ',SinBopt[I]:10:6 );
    WriteLn;

  End;

  SinMinB:= SinBopt[1];
  q:=1;

  For I:=2 To Nr Do
  Begin
    If SinMinB >= SinBopt[I] Then
      Begin
        SinMinB:= SinBopt[I];
        q:= I;
        Nyu:= Nyul[I]
      End
    End;

    WriteLn('Найменший SinB= ',SinMinB:10:6,' для ',q, ' рідини, що має кінематичну в'язкість Nyu= ', Nyu:10:6 );

  repeat
  until KeyPressed;
END.

```

Имя пользователя:  
Kafedra TMIT KhNU

ID проверки:  
1005325601

Дата проверки:  
02.12.2020 10:35:21 EET

Тип проверки:  
Doc vs Internet + Library

Дата отчета:  
02.12.2020 10:45:15 EET

ID пользователя:  
100005657

Название файла: Хомяк\_ПМм-19-1

Количество страниц: 81 Количество слов: 13238 Количество символов: 97587 Размер файла: 1.42 MB ID файла: 1005448509

## 21.4% Совпадения

Наибольшее совпадение: 5.78% с Интернет-источником (<https://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/pdfbase/2018/2...>)

20.8% Источники из Интернета 240 ..... Страница 83

0.74% Источники из Библиотеки 31 ..... Страница 84

## 0% Цитат

Исключение цитат выключено

Исключение списка библиографических ссылок выключено

## 0% Исключений

Нет исключенных источников

## Модификации

Обнаружены модификации текста. Подробная информация доступна в онлайн-отчете.

Замененные символы 97

# Anti-Plagiarism v-15.257

**Максимальное совпадение с одним документом 10.0%**

Словари проверки: en\_US, ru\_RU, ua\_UA. **Ошибок в документах: 7%**

ID: 80929 Название: Математична модель ефективності процесу самозрівноваження оборотного тіла з рідиною Добавлено в БД: 2020-11-23 Авторы: Хомяк Богдан Вікторович Руководители: Драч Ілона Володимирівна Консультанты: Опоненты:	Документ		Суммарное совпадение по Базе Данных	
	Символы	Лексемы	Символы	Лексемы
	87693	696	12723 (15%)	115 (17%)

Источник плагиата

ID	Описание	Наличие плагиата в документе	
		Символы	Лексемы
44417	Название: Експериментальні дослідження поведінки рідини в камері автобалажуючого пристрою Добавлено в БД: 2018-01-15 Авторы: С. А. Федіна Руководители: І. В. Драч Консультанты: Опоненты:	8593 (10.0%)	82 (12.0%)

РЕЦЕНЗІЯ НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ

Дипломник: Хомяк Богдан Вікторович

Тема: Математична модель ефективності процесу самозрівноваження обертового тіла з рідиною

Спеціальність: 113 – Прикладна математика

**Обсяг дипломної роботи:**

Кількість сторінок записки: 90.

1. Короткий зміст ДР та прийнятих рішень.

Магістерська кваліфікаційна робота присвячена розробці і аналізу математичних моделей пасивного рідинного автобалансиючого пристрою для обертових тіл зі змінним дисбалансом розташованих під кутом до горизонту. Робота складається з вступу, трьох розділів, висновків, переліку джерел посилання та додатків. Дипломна робота має практичну цінність, оскільки вона проводилась у зв'язку з договором про науково-технічне співробітництво з ДП «Новатор».

2. Висновок про відповідність ДР поставленому завданню.

Робота має достатньо чітко побудовану структуру, її зміст відповідає назві, поставленій меті, завданню і розкриває тему магістерської роботи.

3. Характеристика виконання кожного розділу роботи, ступінь використання останніх досягнень науки і техніки і передових методів роботи.

Структура роботи обумовлена темою дослідження.

В першому розділі представлено огляд сучасного стану проблеми самозрівноваження обертового тіла з рідиною, а також постановку задачі та завдання та гіпотези дослідження.

У другому розділі розглянуто математичне моделювання процесу балансування обертового тіла.

У третьому розділі запропоновано методуку визначення оптимальних параметрів рідинного автобалансиючого пристрою.

4. Позитивні сторони роботи

Проведені дослідження представляють практичну цінність. Розроблено прикладну програму розрахунку оптимального співвідношення геометричних параметрів автобалансиючого пристрою, при якому досягається максимум ефективності роботи автобалансира з рідиною, за якою можна визначити висоту циліндричної камери; користуючись алгоритмом визначення оптимального заповнення камери автобалансира рідиною заданої густини визначено місткість, запас місткості автобалансира і оптимальний підбір рідини за в'язкістю для системи із заданими параметрами, при якому досягається мінімум розширення зони рівноваги.

5. Негативні сторони роботи.

У структурі магістерської роботи відсутні висновки до розділів, а також список скорочень та умовних позначень. У вступі магістерської кваліфікаційної роботи бажано було б більш детально розкрити характеристику виконання кожного розділу роботи. Однак ці недоліки суттєво не впливають на кінцевий результат і не хнижують загального враження від кваліфікаційної роботи.

6. Оцінка графічного оформлення та пояснювальної записки роботи.

Пояснювальна записка оформлена у відповідності з чинними нормами.

7. Відгук про роботу в цілому.

Робота виконана в повному обсязі. За своєю структурою, практичними цінностями, поставленій меті та вирішеними завданнями робота відповідає вимогам вищої школи і вимогам, що пред'являються до освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр», а її автор Хомяк Б. В. заслуговує присвоєння кваліфікації магістра з прикладної математики.

8. Інші зауваження. Відсутні.

9. Оцінка дипломної роботи. Дипломна робота заслуговує на оцінку добре

Рецензент: Ярецька Наталія Олександрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та комп'ютерних застосувань

"01" грудня

2020 р.

  
(підпис)

Завідувачу кафедри ПМІП

Пігоченку С.К.

Хоминю Б.В.

здобувача вищої освіти (студента

ПІБ, факультет, «курс», «група»)

ФПКТС, 2 курс, групи ПМ-19

### ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про дотримання академічної доброчесності в Хмельницькому національному університеті» від 26.09.2020 (зі змінами від 26.11.2020), згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на плагіатоповіщений (а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї роботи для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (Unicheck та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

30.11.2020

дата

  
\_\_\_\_\_

підпис

## РІШЕННЯ ЕКСПЕРНОЇ КОМІСІЇ

### КАФЕДРИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ, МЕДІЙНИХ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: Математична модель ефективності процесу самозрівноваження обертового тіла з рідиною

Автор: Хомяк Богдан Вікторович

Спеціальність: 113 – прикладна математика

Освітня програма: освітньо-професійна

Науковий керівник: Драч Ілона Володимирівна, к.т.н доцент

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом. Робота приймається до захисту.	+
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої та електронної версії роботи	
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	

Підтвердження:

Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом, оскільки:

1) співпадіння з джерелами:

1 [https://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/pdfbase/2018/2018\\_2/jrn/pdf/7.pdf](https://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/pdfbase/2018/2018_2/jrn/pdf/7.pdf) 5.78%

2 [https://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/pdfbase/2018/2018\\_3/jrn/pdf/9.pdf](https://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/pdfbase/2018/2018_3/jrn/pdf/9.pdf) 4.91%

3 <http://elar.khnu.km.ua/jspui/bitstream/123456789/8539/1/stattya2.doc> 4.8%

7 <http://elar.khnu.km.ua/jspui/bitstream/123456789/6504/3/4039.pdf> 3.48%

10 <http://elar.khnu.km.ua/jspui/bitstream/123456789/6497/1/stattya1.pdf> 1.13%

розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження і не стосуються результатів роботи;

2) усі ці запозичення фрагментарні, або мають належним чином оформленні посилання;

3) більшість джерел запозичення дублюють одне одного:

4 <http://referatu.net.ua/referats/7569/175314> 3.97%

5 [https://revolution.allbest.ru/manufacture/00591545\\_0.html](https://revolution.allbest.ru/manufacture/00591545_0.html) 3.57%;

6 <https://nadoest.com/konspekt-lekcij-sumi-vid-vo-sumdu-2009-ministerstvo-osviti-i-n> 3.52%

8 [http://bookwu.net/book\\_vibroizolyaciya\\_1066/8\\_5-balansuvannya-rotorv-mashin](http://bookwu.net/book_vibroizolyaciya_1066/8_5-balansuvannya-rotorv-mashin) 3.32%

9 <http://samzan.ru/32263> 3.3%.

\_\_\_\_\_   
Дата

\_\_\_\_\_   
Підченко С.К.

Підпис

*І. Драч*

\_\_\_\_\_   
Драч І. В.

Підпис