УДК 621.01

В.О. ХАРЖЕВСЬКИЙ
Хмельницький національний університет

МЕТОД СИНТЕЗУ ВАЖІЛЬНИХ ПРЯМОЛІНІЙНО-НАПРЯМНИХ МЕХАНІЗМІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ТОЧОК РОЗПРЯМЛЕННЯ 5-ГО ПОРЯДКУ

Внаслідок проведених досліджень було встановлено, що в шатунній площині важільних механізмів існує новий, раніше невідомий тип особливих точок, при використанні яких в якості шатунних можна отримати шатунні криві з прямолінійними ділянками деякої тривалості. Нові особливі точки, знайдені з використанням методів кінематичної геометрії, названі автором точками розпрямлення 5-го порядку. Показано, що знайдені точки не збігаються з жодними відомими особливими точками шатунної площини та визначають, таким чином, нове сімейство важільних прямолінійно-напрямних механізмів.

Ключові слова: важільні механізми, прямолінійно-напрямні механізми, синтез, точки розпрямлення 5-го порядку, зупинка вихідної ланки.

V.O. KHARZHEVSKYI
Khmelnytskyi National University

METHOD OF SYNTHESIS OF LINKAGE STRAIGHT-LINE MECHANISMS USING 5TH ORDER STRAIGHTENING POINTS

Abstract – The article is dedicated to the synthesis of straight-line four-bar linkage mechanisms. These mechanisms are used in different branches of machinery where straight line path generating is required. Besides, those mechanisms can be used as basic mechanisms for the designing of dwell linkages. It is known that linkage mechanisms have a number of advantages in comparison with the other types of mechanisms, for example cam mechanisms. As a result of carried researches, it was found that a new type of special points in a coupler plane of four-bar linkage can be used for designing a straight-line linkage mechanisms. Those points were named 5th order straightening points and they can be found in a certain position of a coupler plane as intersection of inflexion circle with the curve that is a locus of points with 5th order of tangency with their tangent circles. It was established that such points can be found in every position of coupler plane like Ball's points. The found 5th order straightening points can be used to design a wide range of linkage straight-line mechanisms with different parameters.

Keywords: linkages, straight-line mechanisms, synthesis, 5th order straightening points, dwell.

При проектуванні сучасних машин, у різних галузях машинобудування часто виникає задача забезпечення прямолінійно-напрямного руху або періодичної зупинки вихідної ланки під час неперервного обертового руху вхідної ланки [4,11]. Для цього можуть бути використані різні типи механізмів, зокрема важільні та кулачкові. Як відомо, важільні механізми, мають ряд переваг, оскільки внаслідок відсутності вищих кінематичних пар у своєму складі, такі механізми є більш надійними та довговічними, можуть працювати зі значно більшими робочими швидкостями та мають більшу навантажувальну здатність [4,11]. Переваги важільних механізмів підтверджуються багатьма прикладами їх впровадження в різноманітних машинах та приладах, проте використання таких механізмів на практиці обмежується їх досить складним синтезом, що являє собою одну з найскладніших задач у теорії механізмів та машин.

Як відомо, існує два основних напрямки у синтезі таких механізмів: одним з напрямків є використання алгебраїчних методів Чебишева з використанням умов найкращого наближення функцій [1,4], що полягають у наявності максимально можливої кількості вузлів інтерполяції між заданою та замінювальною функціями з рівномірним характером зміни відхилень. Синтез таких механізмів розглядається, зокрема, у роботах Кіницького [4], Саркісяна [12], Гассманна [11]. Іншим напрямком у синтезі прямолінійно-напрямних механізмів є використання методів кінематичної геометрії, що полягають у використанні певних особливих точок шатунної площини, які дозволяють отримувати шатунні криві з ділянками наближено сталої кривизни – таким чином можна отримувати шатунні криві з наближенням деякої ділянки до дуги кола або прямої лінії. Зокрема, такими особливими точками є точка Болла [1,8] та Чебишева [9,13], в деякому околі від яких на шатунній кривій можна отримати ділянку, що наближається до прямої лінії. Розвитком методів кінематичної геометрії займались, зокрема, такі вчені як Бурместер, Мюллер, Ліхтенхельдт [6], Бейер [2], Геронімус [3], Черкудінов [1]. Сучасними науковими роботами, в яких розглядається проектування важільних прямолінійно-напрямних механізмів на базі точок Болла є, зокрема, монографія вчених Уанга [15], а також Уіна, Хана [14].

В якості особливих точок шатунної площини можуть бути використані також точки розпрямлення 4-го порядку, що розглядались автором при проектуванні механізмів із зупинкою вихідної ланки на базі шарнірного чотириланкового механізму в роботах [8]. Крім цього, зазначені особливі точки використовувались в роботах Марченко [7] при проведенні синтезу механізмів на базі кривошипно-кулісного механізму.

Метою даної роботи є розробка теоретичних основ для розширення областей існування важільних прямолінійно-напрямних механізмів, які можна синтезувати методами кінематичної геометрії, для отримання механізмів з кращими характеристиками (тривалість, точність наближення тощо).

Розглянемо шарнірно-важільний механізм (рис. 1), точка D якого описує деяку шатунну криву. Очевидно, що форма шатунної кривої буде залежати від параметрів базового шарнірного чотириланкового механізму, а саме: довжин ланок кривошипа $r = l_{OA}$, шатуна $b = l_{AB}$, коромисла $c = l_{BC}$, а також від положення шатунної точки D, що визначається величиною $k = l_{BD}$ та відповідним кутом злому шатуна Ω. При проведенні досліджень, відповідно до рекомендацій [1], тут і далі будемо приймати відстань між осями нерухомих шарнірів $d = l_{OC}$ постійною і рівною одиниці, оскільки отримати механізми з іншими величинами d завжди можна за допомогою масштабування всіх інших параметрів кінематичної схеми.

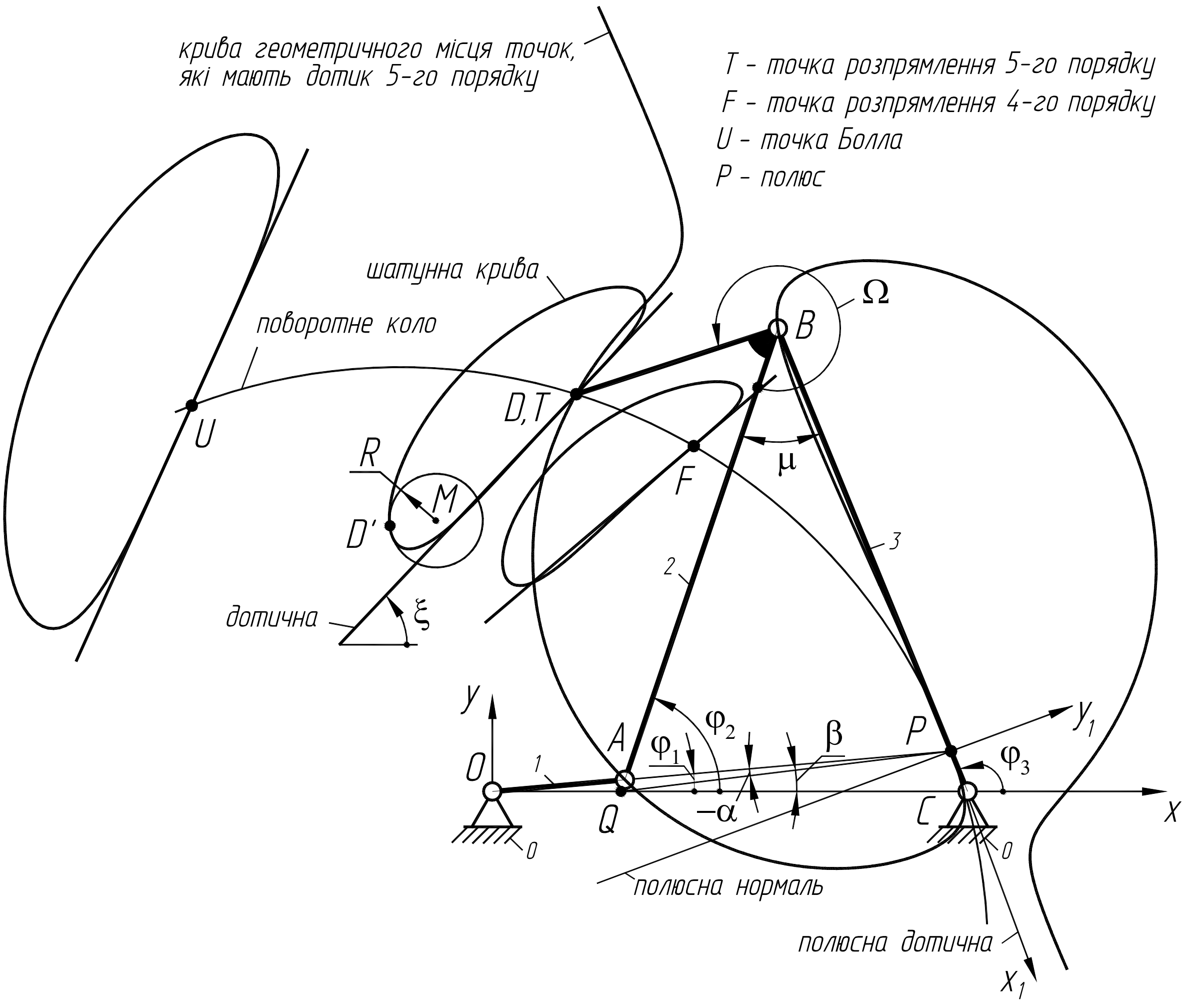

Рис. 1. Прямолінійно-напрямний шарнірний чотириланковий механізм

Задача формулюється наступним чином: необхідно визначити параметри кінематичної схеми несиметричного шарнірного чотириланкового механізму (рис. 1) таким чином, щоби шатунна точка D описувала пряму лінію (з певною точністю) на деякій ділянці шатунної кривої. В даній роботі розглянемо новий метод синтезу таких механізмів з використанням теоретичних основ кінематичної геометрії.

Як відомо, при дослідженні механізмів рух точки у нерухомій системі координат xOy зручно представляти у параметричній формі:

$$x = x(\varphi_1);\ \ y = y(\varphi_1), \tag{1}$$

де φ_1 – параметр (узагальнена координата), що в даному випадку є кутом повороту кривошипа, який змінюється в межах від 0 до 2π. Кінематичне дослідження механізму проводимо відповідно до [5]. Оскільки нас цікавить форма шатунної кривої, яку описує точка D механізму, необхідно записати аналітичні залежності для визначення координат цієї точки. Для цього спочатку визначимо координати точки A кривошипа:

$$x_A = r\cos\varphi_1;\ \ y_A = r\sin\varphi_1; \tag{2}$$

Величина кутів φ_2 та φ_3, що визначають положення шатуна та коромисла механізму:

$$\varphi_2 = \psi + \delta;\ \varphi_3 = \psi - \kappa + \pi,$$

де $\kappa = \pi - \delta - \mu$;

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(1 - x_A / y_A\right). \tag{3}$$

Для розрахунку шуканих кутів за формулами (3), додатково визначаємо наступні величини:

$$\Delta = \sqrt{\left(1 - x_A^2\right) + y_A^2};\ \mu = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - \Delta^2}{2bc}\right);\ \delta = \arccos\left(\frac{b^2 + \Delta^2 - c^2}{2b \cdot \Delta}\right); \tag{4}$$

Координати точки B механізму визначаємо наступним чином:

$$x_B = x_A + b\cos\varphi_2;\ y_B = y_B + b\sin\varphi_2. \tag{5}$$

Параметри шатунної точки D визначаємо за аналогічними формулами (як додаткову точку шатуна):

$$x_D = x_B + k\cos\left(\varphi_2 + \Omega - \pi\right);\ y_D = y_B + k\sin\left(\varphi_2 + \Omega - \pi\right). \tag{6}$$

Для проведення синтезу, запишемо рівняння кривої, виведене автором у [10], що представляє собою геометричне місце точок, які забезпечують дотик 5-го порядку зі своїми дотичними колами:

$$\begin{gathered}\omega^3\left(x^2 + y^2\right)\left[x_0^V x + y_0^V y - 5\left(\omega\dddot{\omega} + 2\dot{\omega}\ddot{\omega} - 2\dot{\omega}\omega^3\right)\left(x^2 + y^2\right)\right] + \\ + \left[5\omega\left[\left(\ddot{\omega} - 6\omega^2\dot{\omega}\right)\left(x^2 + y^2\right) + \left(y_0^{IV} x - x_0^{IV} y\right)\right] + 10\left[n_3\left(x^2 + y^2\right) + n_1 x - n_2 y + n_4\right]\right] \times \\ \times\left[\omega^3\left(x^2 + y^2\right) - \omega\left(x_0'' x + y_0'' y\right)\right] = 0,\end{gathered} \tag{7}$$

де коефіцієнти n_1, n_2, n_3 та n_4, що входять у (7) визначаються наступним чином [10]:

$$\begin{gathered}n_1 = \left(\ddot{\omega} - \omega^3\right) y_0'' - 3\omega\dot{\omega} x_0'' + \dot{\omega} y_0''' - \omega^2 x_0''';\ n_3 = 3\omega^3\ddot{\omega}^2\left(\ddot{\omega} - \omega^3\right); \\ n_2 = \left(\ddot{\omega} - \omega^3\right) x_0'' + 3\omega\dot{\omega} y_0'' + \dot{\omega} x_0''' + \omega^2 y_0''';\ n_4 = x_0'' x_0''' + y_0'' y_0'''.\end{gathered} \tag{8}$$

Запишемо також рівняння поворотного кола у неявному вигляді, що представляє собою геометричне місце точок перегинів (або розпрямлення) своїх рулет [1]:

$$\omega^2\left(x^2 + y^2\right) - \left(x_0'' x + y_0'' y\right) = 0; \tag{9}$$

Як показали проведені дослідження (спочатку чисельні, потім аналітичні), крива (7), що є геометричним місцем точок з дотиком 5-го порядку має дві спільні точки з поворотним колом (9), причому одна з цих точок – полюс P миттєвого обертання шатунної площини механізму. Друга точка перетину цих кривих, що в загальному випадку не збігається з жодною іншою відомою особливою точкою шатунної площини, була названа автором *точкою розпрямлення 5-го порядку*. Координати цієї точки можна визначити, розв'язавши сумісно рівняння (7) та (9). Таким чином, упускаючи проміжні перетворення, запишемо вирази для визначення положення точки розпрямлення 5-го порядку у системі координат $x_1 P y_1$, що пов'язана з полюсом P миттєвого обертання шатунної площини:

$$x_T = \frac{\omega^2\left(x_0''\left(y_0^V\right)^2 - x_0^V y_0^V y_0''\right) + n_5\left(x_0^V y_0''^2 - x_0'' y_0'' y_0^V\right)}{\omega^4\left[\left(x_0^V\right)^2 + \left(y_0^V\right)^2\right] + n_5^2\left(x_0''^2 + y_0''^2\right) + 2\omega^2 n_5\left(x_0'' x_0^V - y_0'' y_0^V\right)}, \tag{10}$$

$$y_T = \frac{\omega^2\left(y_0''\left(x_0^V\right)^2 - x_0^V y_0^V x_0''\right) + n_5\left(y_0^V x_0''^2 - x_0'' y_0'' x_0^V\right)}{\omega^4\left[\left(x_0^V\right)^2 + \left(y_0^V\right)^2\right] + n_5^2\left(x_0''^2 + y_0''^2\right) + 2\omega^2 n_5\left(x_0'' x_0^V - y_0'' y_0^V\right)}, \tag{11}$$

де $\quad n_5 = 5\omega\dddot{\omega} - 2\dot{\omega}\left(\ddot{\omega} - \omega^3\right).$

Таким чином, точка розпрямлення 5-го порядку характеризується такими ж властивостями як точка Болла [1,8] та точка розпрямлення 4-го порядку [8] – існує в кожному положенні шатунної площини механізму, причому для кожного положення можна знайти тільки одну таку точку. Використання цієї точки в якості шатунної дозволяє отримати шатунну криву з наближено прямолінійною ділянкою деякої тривалості в її околі (що є предметом для подальших досліджень). Оскільки ця точка належить поворотному колу (9), вона характеризується перегином (розпрямленням) траєкторії шатунної кривої в цій точці та збігом трьох нескінченно близьких положень шатунної площини. Крім цього, приналежність точки розпрямлення 5-го порядку до кривої (7), забезпечує даній точці особливі властивості стосовно можливостей проектування на її основі прямолінійно-напрямних механізмів, що буде детально розглянуто в подальших дослідженнях.

Для проведення синтезу прямолінійно-напрямних механізмів на базі точок розпрямлення 5-го порядку, доцільно провести деякі спрощення базових формул. Відповідно до рекомендацій [1], система координат x_1Py_1 вибрана таким чином, що прискорення полюса миттєвого обертання шатунної площини буде змінюватись лише по осі y, тому $x_0''=0$, оскільки прискорення точки, що збігається з полюсом P, направлено по нормалі до полюсної дотичної, тобто по осі y_1. Крім того, в подальших дослідженнях доцільно приймати кутову швидкість ω шатунної площини сталою та рівною одиниці $(\omega=1)$ [1].

Враховуючи вищезазначене, рівняння (7) можна записати наступним чином [10]:

$$\left(x^2+y^2\right)\left(x_0^V x+y_0^V y\right)+5\left[\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y_0''\right)x-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y+2y_0''y_0'''\right]\left(x^2+y^2-y_0''y\right)=0. \tag{12}$$

Аналогічно можна спростити рівняння поворотного кола (9) [1]:

$$x^2+y^2-y_0''y=0; \tag{13}$$

В даному випадку, коли виконуються умови $x_0''=0;\ \omega=1$, похідні від кутової швидкості ω шатунної площини за часом $\dot\omega=\ddot\omega=\dddot\omega=\ddddot\omega=0$, тоді вирази (10) та (11) для визначення положення точки T розпрямлення 5-го порядку можна також спростити:

$$x_T=\frac{-y_0''x_0^V y_0^V}{\left(x_0^V\right)^2+\left(y_0^V\right)^2};\ y_T=\frac{y_0''\left(x_0^V\right)^2}{\left(x_0^V\right)^2+\left(y_0^V\right)^2} \tag{14}$$

Аналітичні вирази для визначення похідних від переміщення полюса P миттєвого обертання шатунної площини до четвертого порядку включно $\left(y_0'', x_0''', y_0''', x_0^{IV}, y_0^{IV}\right)$, що входять у рівняння (7)-(14) відомі і розглядались, зокрема, у роботі [1]. Як видно з наведених рівнянь, для розв'язання поставлених задач необхідно визначити також похідні 5-го порядку Визначимо ці величини за умови, що крива (7), яка визначає геометричне місце точок, що мають дотик 5-го порядку зі своїм колом кривизни, має проходити через рухомі шарніри механізму A та B, оскільки в даних точках шатунної площини спостерігається дотик не тільки 5-го, а якого завгодно більш високого порядку, з огляду на те, що ці точки рухаються по колу (траєкторією точки A кривошипа є коло, точки B коромисла – дуга кола).

Для визначення шуканих величин можна скористатись наступним методом – підставимо в рівняння (12) почергово координати точок A та B, визначені за формулами (2)-(5) та перетворені з базової системи координат xOy у систему координат x_1Py_1, в результаті чого отримуємо лінійну систему двох рівнянь з двома невідомими, що має однозначний аналітичний розв'язок:

$$\left.\begin{aligned}&\left(x_A^2+y_A^2\right)\left(x_0^V x_A+y_0^V y_A\right)+5\left[\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y_0''\right)x_A-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y_A+2y_0''y_0'''\right]\left(x_A^2+y_A^2-y_0''y_A\right)\\&\left(x_B^2+y_B^2\right)\left(x_0^V x_B+y_0^V y_B\right)+5\left[\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y''\right)x_B-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y_B+2y_0''y_0'''\right]\left(x_B^2+y_B^2-y_0''y_B\right)\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Розв'язавши систему рівнянь (15), та провівши деякі спрощення, отримуємо:

$$\begin{aligned}x_0^V(\varphi_1)=&\frac{5y_B\left(x_B^2+y_B^2\right)\left(x_A^2+y_A^2-y_0''\right)\left[2y_0''y_0'''+\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y_0''\right)x_A-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y_A\right]}{y_A\left(x_A^2+y_A^2\right)\left(x_B^2+y_B^2\right)\left(x_B-x_Ay_B/y_A\right)}-\\&-\frac{5\left(x_B^2+y_B^2-y_0''y_B\right)\left[2y_0''y_0'''+\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y_0''\right)x_B-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y_B\right]}{\left(x_B-x_Ay_B/y_A\right)\left(x_B^2+y_B^2\right)};\end{aligned} \tag{16}$$

$$y_0^V(\varphi_1)=\frac{5\left(y_0''y_A-x_A^2-y_A^2\right)}{\left(x_A^2+y_A^2\right)y_B}\left[2y_0''y_0'''+\left(y_0^{IV}-2x_0'''-2y_0''\right)x_A-\left(x_0^{IV}+2y_0'''\right)y_A\right]-x_Bx_0^{IV}\big/y_B. \tag{17}$$

Використовуючи формули (2)-(17), можна визначити положення точок розпрямлення 5-го порядку в шатунній площині шарнірного чотириланкового механізму. Як було зазначено, ці точки можна визначити в будь-якому положенні шатунної площини механізму. Геометричним місцем таких точок, визначених для різних положень механізму буде крива точок розпрямлення 5-го порядку (рис. 2), яка за своєю геометричною суттю є подібною до кривої Болла [8], але не збігається з нею, оскільки точки розпрямлення 5-го порядку визначають нове сімейство важільних прямолінійно-напрямних механізмів.

Кожна точка розпрямлення 5-го порядку, визначена для різних положень шатунної площини, що визначається кутом повороту кривошипа φ_1, визначає шарнірний чотириланковий механізм, шатунна крива якого має прямолінійну ділянку деякої тривалості. Приклади відповідних шатунних кривих показані на рисунку 3.

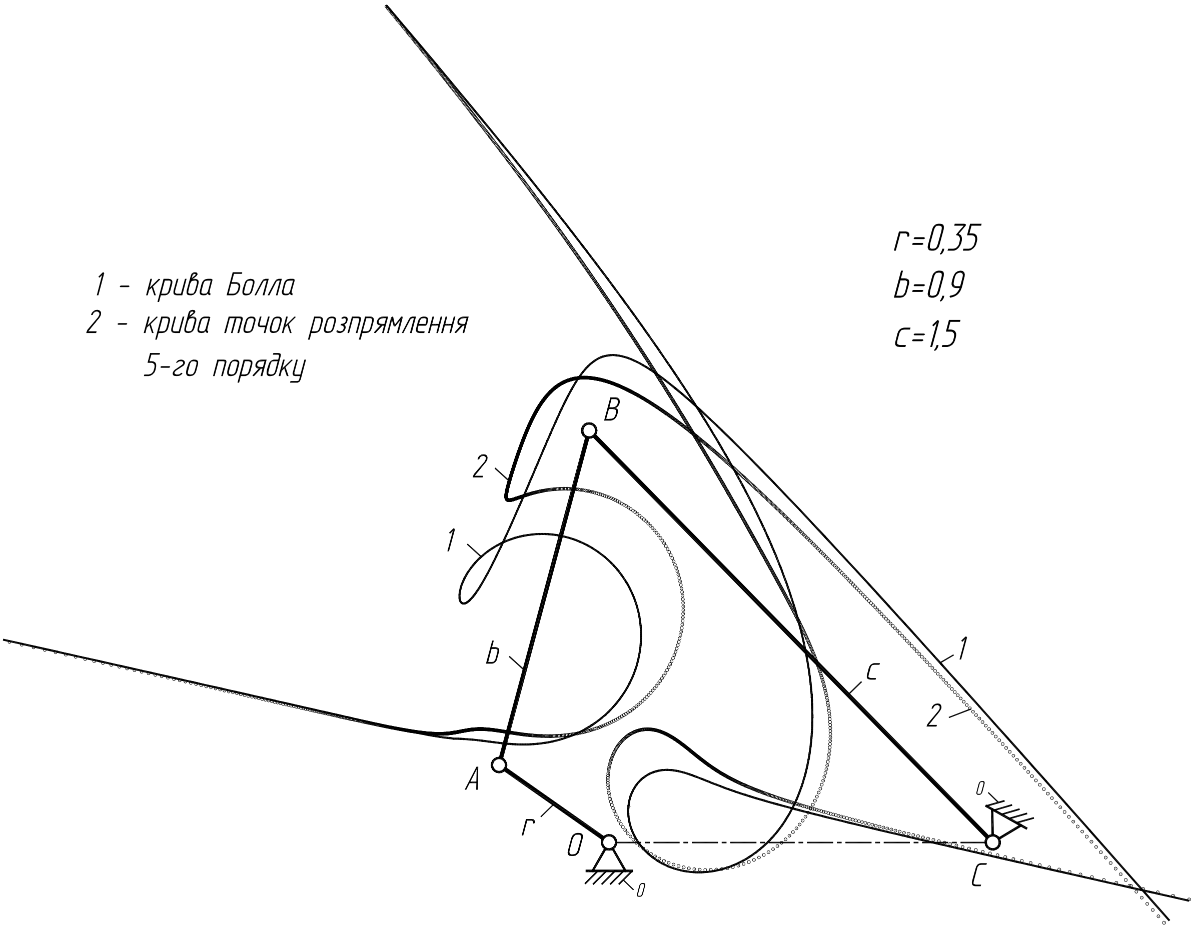

Рис. 2. Крива точок розпрямлення 5-го порядку та крива Болла шарнірного чотириланкового механізму

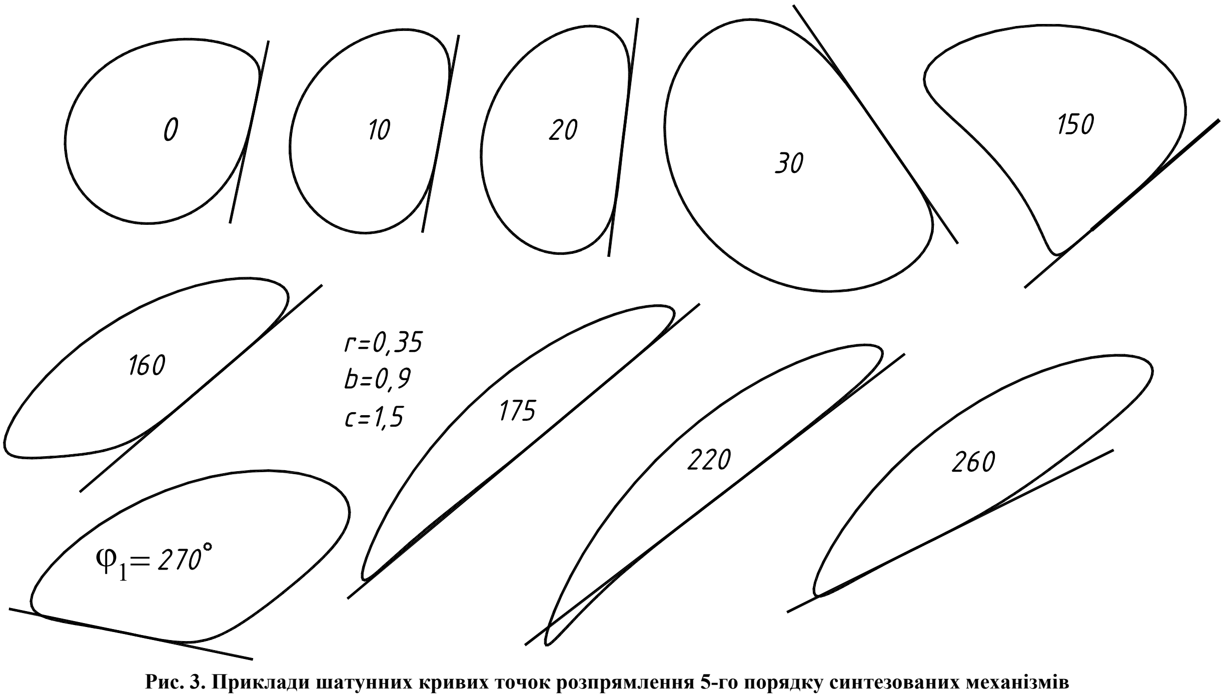

Рис. 3. Приклади шатунних кривих точок розпрямлення 5-го порядку синтезованих механізмів

Таким чином, в роботі показано, що в шатунній площині чотириланкових механізмів існує новий вид особливих точок, які нарівні з точками Болла, Чебишева та точками розпрямлення 4-го порядку можуть бути використані для проведення синтезу важільних прямолінійно-напрямних механізмів, а на їх основі – механізмів із зупинкою вихідної ланки. Зазначені точки були названі точками розпрямлення 5-го порядку, для проектування механізмів на їх основі автором було розроблено відповідний метод синтезу. В подальших роботах планується провести дослідження таких механізмів з метою проведення оптимізаційного багатокритеріального синтезу.

Література

1. Артоболевский И. И. Синтез плоских механизмов /И. И. Артоболевский, Н. И Левитский., С. А. Черкудинов – М.: Физматгиз, 1959. – 1084 с.

2. Бейер Р. Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза механизмов / Р. Бейер. – М.: Машгиз, 1959. – 318 с.

3. Геронимус Я. Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов /Я. Л. Геронимус.– М.: Гос. издательство физ.-мат. литературы, 1962. – 400 с.

4. Киницкий Я.Т. Шарнирные механизмы Чебышева с выстоем выходного звена / Я. Т. Киницкий. – К. : Вища школа, 1990. – 232 с.

5. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин в системі Mathcad: навч. посібник / Я.Т. Кіницький, В.О. Харжевський, М.В. Марченко. – Хмельницький: ХНУ, 2014. – 295 с.

6. Лихтенхельдт В. Синтез механизмов / В. Лихтенхельдт. – М. : Наука, 1964. – 228 с.

7. Марченко М.В. Кінематичний синтез кривошипно-кулісних механізмів з вистоєм вихідної ланки: дис... канд. техн. наук: 05.02.02 / М.В.Марченко; Хмельницький національний ун-т. – Хмельницький, 2009. – 226 с.

8. Харжевський В.О. Синтез важільних прямолінійно-напрямних механізмів та механізмів із зупинкою вихідної ланки на базі шарнірного чотириланкового механізму: дис...канд. техн. наук: 05.02.02 / В.О. Харжевський; Хмельницький держ. ун-т. - Хмельницький, 2004. – 262 с.

9. Харжевський В.О. Методика визначення особливих точок Чебишева для синтезу важільних прямолінійно-напрямних механізмів / В.О. Харжевський // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 3 (225). – С. 34–41.

10. Харжевський В.О. Розробка та вдосконалення методів кінематичної геометрії для синтезу важільних напрямних механізмів / В.О. Харжевський // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 4 (227). – С. 10–16.

11. Gassmann V. Synthese von Geradführungen mit ebenen Viergelenkgetrieben, Hamburg, Universität der Bundeswehr Diss., 2000. – 102 p.

12. Sarkissyan Y.L. Approximations in Synthesis of Mechanisms /State Engineering University of Armenia Proceedings, series “Mechanics, Machine Science, Machine-building”, Issue 15, #2, 2012, pp. 9-21.

13. Vidosic J., Tesar D. Selection of four-bar mechanisms having required approximate straight-line outputs. Part I. The general case of the Ball-Burmester point /Journal of mechanisms, 2(1), 1967, pp. 23-44.

14. Yin L. "A General Method for Synthesizing Straight-Line Linkage with Ball and Burmester Points" /L. Yin, J. Han, J. Huang, T. Yang //Applied Mechanics and Materials, Vols 215-216, 2012, pp. 138-141.

15. Wang D. Kinematic Differential Geometry and Saddle Synthesis of Linkages /Wang D.,Wang W. – John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2015. – 450 p.

Рецензія/Peer review : 2.7.2015 р. Надрукована/Printed :1.11.2015 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Кіницький Я.Т.