УДК 539.3

Передача навантаження від нескінченного стрингера до однієї і до двох попередньо напружених смуг

Микола Діхтярук, Наталія Ярецька
Хмельницький національний університет, Хмельницький, Україна

Резюме. *У рамках лінеаризованої теорії пружності розглядаються плоскі контактні задачі, що стосуються передачі навантаження від нескінченного стрингера до однієї і до двох однакових смуг з початковими (залишковими) напруженнями без врахування сил тертя. Дослідження проведені в загальному вигляді для теорії великих (скінченних) початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій, для довільної структури пружного потенціалу. У статті робимо припущення, що: 1) нескінченні пружні смуги виготовлені з однакових стисливих або нестисливих матеріалів з потенціалом довільної структури; 2)у смугах діють однакові початкові (залишкові) напруження; 3) під дією вертикальних і горизонтальних сил інтенсивності стрингер в вертикальному напрямку згинається як звичайна балка, а в горизонтальному розтягується (стискається) як одновісно напружений стрижень. Дослідження даної задачі виконано в координатах початкового (залишкового) деформованого стану. За допомогою інтегрального перетворення Фур'є у статті одержано основні інтегро - диференційні рівняння, розв'язок яких представлено у вигляді квазірегулярних нескінченних систем алгебраїчних рівнянь. Визначено закон розподілу нормальних і тангенціальних контактних напружень вздовж лінії з'єднання стрингера з попередньо напруженими смугами. Досліджено вплив наявності початкових (залишкових) напружень у смугах (смузі) на закон розподілу контактних напружень по лінії контакту з нескінченним стрингером. Проілюстровано вплив початкових напружень у пружних смугах на закон розподілу контактних напружень під стрингером від дії тангенціальної сили. У статті запропоновано новий спосіб розв'язування даного типу контактних задач для смуг з початковими (залишковими) напруженнями, які підкріплені нескінченою пружною накладкою (стрингером) з використанням інтегральних перетворень Фур'є.*

Ключові слова: *лінеаризована теорія пружності, початкові (залишкові) напруження, контактна задача, інтегральне перетворення Фур'є, стрингер.*

Отримано __.01.2019

UDC 539.3

Transfer of loading from endless stringer to one and to two prestressed stripes.

Mykola Dikhtyaruk, Nataliia Yaretska

Khmelnytsky National University, Khmelnytsky, Ukraine

Summary. *The article is devoted to the research of problems of contact interaction of infinite elastic stringer with one and two identical clamped along one edge of pre-stressed strips. In general, the research was carried out for the theory of great initial and different variants of the theory of small initial deformations within the framework of linearized theory of elasticity with the elastic potential having arbitrary structure. The integral integer-differential equations are obtained using the integral Fourier transform. Their solution is represented in the form of quasiregular infinite systems of algebraic equations. In the article alsaw was investigated the influence of the initial (residual) stresses in strips on the law of distribution of contact stresses along the line of contact with an infinite stringer.*

Keywords: *linearized elasticity theory, initial (residual) stresses, contact problem, integral Fourier transform, stringer.*

Received __.01.2019

Постановка проблеми. Дослідження питань контактної взаємодії тонкостінних елементів у вигляді накладок (стрингерів) і покриттів різних геометричних форм з масивними деформованими тілами є досить актуальною проблемою як в теоретичному, так і в прикладному аспекті. Під час створення конструкцій і механізмів машин для поліпшення характеристик міцності і властивостей деталей, а також можливості їх використання в умовах підвищених температур, або в присутності агресивних середовищ, широко застосовуються різні покриття і підкріплюючі елементи. Оскільки такі деталі часто є відповідальними елементами конструкцій, руйнування яких може призвести до катастрофічних наслідків, то необхідна їх регулярна діагностика. У теоретичному плані ця проблема може бути зведена до розгляду контактних задач про взаємодію накладок і включень з пружними тілами різних форм. Одним із важливих факторів, що суттєво впливають на надійність і довговічність інженерних конструкцій і деталей машин, є наявність у них початкових (залишкових) напружень.

Аналіз відомих результатів досліджень. Не зважаючи на те, що дослідження впливу початкових напружень стали активно проводитися в нашій країні і за кордоном лише в кінці XX століття, можна перерахувати багато імен, досліджень і публікацій пов'язаних з цією тематикою [1,2]. При строгій постановці контактних задач для пружних тіл з початковими напруженнями [1,2], виникає необхідність залучення апарату нелінійної теорії пружності, що суттєво ускладнює побудову аналітичних розв'язків. Але у випадку великих (скінченних) напружень (деформацій) можна обмежитись розглядом лінеаризованої теорії пружності [1]. Історично дослідження контактних задач в рамках лінеаризованої теорії пружності складалося по двох напрямках. Перший пов'язаний з дослідженнями контактної взаємодії тіл з конкретною формою пружного потенціалу [3]. У другому – задача ставиться в загальному вигляді для стисливих (нестисливих) тіл з потенціалом довільної структури на основі лінеаризованої теорії пружності [1, 2, 4 – 13].

У даній роботі з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності [1,2] представлено розв'язки контактних задач про контактну взаємодію нескінченного стрингера з однією і двома попередньо напруженими смугами. Дослідження виконано у загальному вигляді для стисливих і нестисливих тіл для теорії великих (скінченних) початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу.

Мета роботи. Дослідити в рамках лінеаризованої теорії пружності дві плоскі контактні задачі, що стосуються передачі навантаження від нескінченного стрингера до однієї та до двох однакових смуг з початковими (залишковими) напруженнями без врахування сил тертя. Розв'язки задач представити у загальному вигляді для теорії великих (скінченних) початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій, для довільної структури пружного потенціалу. Виявити вплив початкових (залишкових) напружень у смугах на закон розподілу контактних напружень по лінії контакту з нескінченним стрингером.

Постановка задачі. Дотримуючись [2,4,14] всі дослідження проведемо в координатах початкового деформованого стану y_i, що пов'язані з лагранжевими координатами x_i співвідношеннями $y_i = \lambda_i x_i \;\; (i = 1{,}2)$, де λ_i - коефіцієнти видовжень, що визначають переміщення початкового стану в напрямках осей координат.

Вважаємо, що надалі завжди виконуються чотири положення, які є основними в теорії контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями і, отже, визначають область її застосування.

Положення 1. Контактна взаємодія пружних скінчених (нескінчених) накладок і пружної смуги з початковими (залишковими) напруженнями відбувається після виникнення в останній початкового напруженного стану.

Положення 2. Зовнішнє навантаження, що діє на пружну тонку накладку викликає у пружній смузі з початковими напруженнями напруження за величиною значно менші відповідних величин напруженого стану.

Положення 3. Початковий напружений стан одного з тіл, що перебувають у контактній взаємодії, має структуру, що в області їхнього контакту можна (наближено, з достатнім ступенем точності) вважати початковий напружений стан однорідним.

Положення 4. Розв'язок лінеаризованих задач теорії пружності про контактну взаємодію тіл з початковими напруженнями – єдиний.

При виконанні умов 1 – 4 в області контакту $L_k\{a_k, b_k\}$ для пружних накладок і пружної смуги з початковими (залишковими) напруженнями, мають місце умови при $y_2 = 0$

$$u(y_1) = u_1(y_1); \ \ v(y_1) = u_2(y_1); \ \ \forall(y_1) \in L_k. \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y_1} = \frac{\partial u_1}{\partial y_1}; \quad \frac{\partial v}{\partial y_1} = \frac{\partial u_2}{\partial y_1}; \quad \forall(y_1) \in L_k. \tag{2}$$

Граничні умови (1) – (2) разом з положеннями (1–4) та умовами рівноваги

$$p = \int_{a_k}^{y_1} \tau(t)\,dt \tag{3}$$

замикають постановку лінеаризованих задач про контактну взаємодію пружних накладок (скінчених, нескінчених $(a_k = -\infty;\ b_k = +\infty)$), що підсилюють пружну смугу.

Задача 1. Контактна взаємодія нескінченного стрингера з попередньо напруженою смугою. Нехай пружна нескінченна смуга з початковими напруженнями яка має товщину t і защемлена одним краєм, знаходячись в умовах плоскої деформації, вільним краєм підсилена нескінченно довгим стрингером, товщина якого h (Рис. 1).

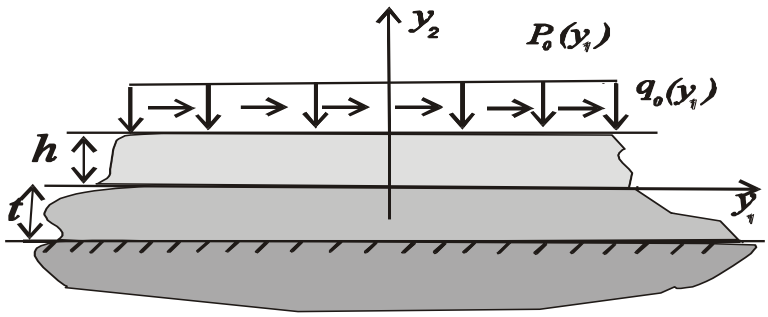

Рисунок 1. Дія сил на підсилену смугу.

Figure 1. Effects of forces on the reinforced strip.

Вважатимемо що під дією вертикальних і горизонтальних сил інтенсивності стрингер в вертикальному напрямку згинається як звичайна балка, а в горизонтальному розтягується (стискається) як одновісно напружений стрижень. Тоді можна записати:

$$\frac{\partial u^{(1)}(y_1)}{\partial y_1} = \frac{1}{E_1 h}\int_{-\infty}^{y_1}\left[q(t) - q_0(t)\right]dt \qquad \forall y_1 \in (-\infty < y_1 < \infty) \tag{1}$$

$$D\frac{d^4 v(y_1)}{dy_1^4} = P(y_1) - P_0(y_1) \qquad \forall y_1 \in (-\infty < y_1 < \infty) \tag{2}$$

За умови повного контакту слід відмітити, що по лінії контакту мають виконуватись умови:

$$\frac{\partial v^{(1)}(y_1)}{\partial y_1} = \frac{\partial u_2^{(2)}(y_1)}{\partial y_1}, \ \frac{\partial u^{(1)}(y_1)}{\partial y_1} = \frac{\partial u_1^{(2)}(y_1)}{\partial y_1}, \ (-\infty < y_1 > \infty) \tag{3}$$

де $u^{(1)}(y_1), v^{(1)}(y_1) -$ компоненти вектора переміщень в пружному стрингері, $u_1^{(2)}(y_1), u_2^{(2)}(y_1) -$ компоненти вектора переміщень в пружній смузі з початковими напруженнями.

Враховуючи контактні умови (3) разом (2), а також виразів для вертикальних і горизонтальних переміщень граничних точок вільних від защемлення, рівняння (1) для стисливих і нестисливих тіл, і дотримуючись [4], отримають вигляд:

$$\begin{aligned} u_1(y_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_{11}(|y_1 - t|)p(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} h_{12}(y_1 - t)q(t)dt. \\ u_2(y_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_{21}(y_1 - t)\,p(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} h_{22}(|y_1 - t|)q(t)dt. \end{aligned} \tag{4}$$

де $h_{ij}(i, j = 1,2)$ – функції впливу для пружної смуги з початковими (залишковими) напруженнями , вирази яких задаються [4].

Врахувавши (1) – (4), отримаємо наступну систему інтегро – диференційних рівнянь:

$$\begin{aligned} D\frac{d^4}{dy_1^4}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h_{11}(|y_1 - \tau|)p(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} h_{12}(y_1 - \tau)q(\tau)d\tau\right] &= p(\tau) - p_0(\tau). \\ E_1 h\frac{d}{dy_1}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h_{21}(y_1 - \tau)p(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} h_{22}(|y_1 - \tau|)q(\tau)d\tau\right] &= \int_{-\infty}^{\infty}[q(\tau) - q_0(\tau)]d\tau. \end{aligned} \tag{5}$$

При умові, що на накладку діють тільки вертикальні сили $p_0(y_1)$, а $q_0(y_1) = 0$, то система (5) зводиться до одного інтегро – диференційного рівняння:

$$D\frac{d^4}{dy_1^4}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h_{11}(|y_1 - \tau|)p(\tau)d\tau\right] = p(y_1) - p_0(y_1). \tag{6}$$

Рівняння (6) описує згин пружної накладки на пружній смузі з початковими (залишковими) напруженнями. У випадку, коли під дією горизонтальних сил $q_0(y_1)$ $(p_0(y_1) = 0)$ пружна накладка лише розтягується, отримаємо таке рівняння:

$$E_1 h \frac{d}{dy_1}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h_{22}(|y_1-\tau|)q(\tau)d\tau\right] = \int_{-\infty}^{y_1}[q(\tau)-q_0(\tau)]d\tau. \qquad (7)$$

Для розв'язування системи інтегро – диференційних рівнянь (5) застосуємо інтегральні перетворення Фур'є по змінній y_1, в результаті отримаємо вирази для знаходження контактних напружень $p(y_1)$ і $q(y_1)$:

$$p(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\left[Q\int_0^{\infty} H_{21}^*(\alpha)\cdot H^{-1}(\alpha)\cdot\alpha^2 \sin\alpha y_1 d\alpha - P\int_0^{\infty} H_{22}^* H^{-1}(\alpha)\cos\alpha y_1 d\alpha\right].$$

$$q(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\left[Q\int_0^{\infty} H_{11}^*(\alpha)\cdot H^{-1}(\alpha)\cos\alpha y_1 d\alpha - P\int_0^{\infty} H_{12}^* H^{-1}(\alpha)\sin\alpha y_1 d\alpha\right] \qquad (8)$$

Тут величини $H_{ij}^* \quad (i,j=1,2)$ виражаються через відомі функції $H_{ij} \quad (i,j=1,2)$, які визначаються для рівних і нерівних коренів визначального рівняння [2] згідно [4, 14]. Аналогічні дії виконаємо і до інтегро – диференційних рівнянь (6) і (7), контактні напруження $p(y_1)$ та $q(y_1)$ отримаємо у вигляді:

$$p(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{H_{11}(\alpha)}{H(\alpha)}p_0(\alpha)e^{-i\alpha y_1}d\alpha; \quad q(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{H_{11}(\alpha)}{H(\alpha)}q_0(\alpha)e^{-i\alpha y_1}d\alpha; \qquad (9)$$

Задача 2. Контактна взаємодія нескінченного стрингера з двома попередньо напруженими смугами. Нехай нескінченні пружні смуги виготовлені з однакових стисливих або нестисливих матеріалів з потенціалом довільної структури. У даних смугах діють однакові початкові (залишкові) напруження, причому товщини смуг – t. По краях при $y=\pm t$, смуги защемлені, і знаходяться в умовах плоскої деформації.

Будемо вважати, що нескінченні пружні смуги з'єднані між собою нескінченним пружним стрингером з модулем пружності матеріалу E_1 та коефіцієнтом Пуассона ν_1. Нехай, також, попередньо напружені смуги завантажені горизонтальною силою $Q_0\delta(y_1)$, яка діє в середній точці стрингера. Будемо використовувати позначення: $\delta(y_1)$ – відому одиничну дельта-функцію Дірака.

Дослідження даної задачі проведемо в координатах початкового (залишкового) деформованого стану Oy_1y_2 (Рис.2)

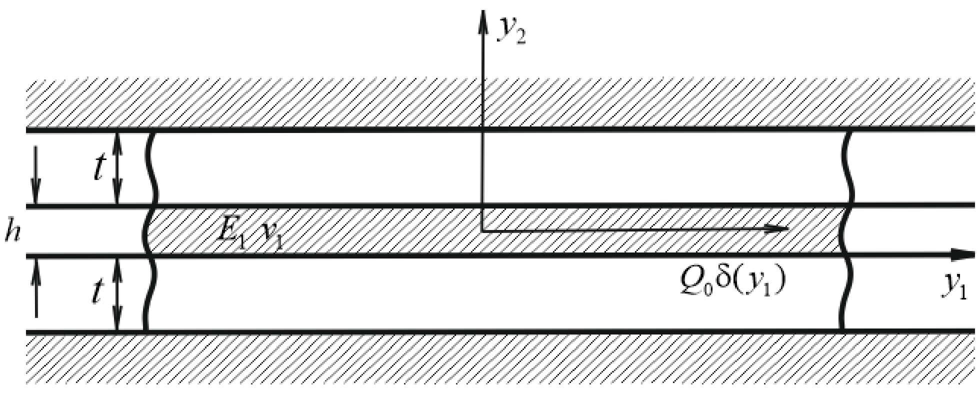

Рисунок 2. Дія сили на смуги

Figure 2. Effect of force on strips

Визначимо закон розподілу нормальних і тангенціальних контактних напружень вздовж лінії з'єднання стрингера з попередньо напруженими смугами. При розгляді даної задачі, вважаємо, що взаємодія відбувається при виконані відомих чотирьох положень, які є основними в теорії контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями [2]. Позначимо інтенсивності нормальних і тангенціальних контактних напружень через $p(y_1)$ і $q(y_1)$, а вертикальні і горизонтальні переміщення стрингера відповідно $v^{(1)}(y_1)$ і $u^{(1)}(y_1)$. Отже, випишемо:

$$\frac{\partial u^{(1)}(y_1)}{\partial y_1}=\frac{1}{E_1 h}\int_{-\infty}^{y_1}\left[2q(t)-Q_0\delta(t)\right]dt\,, \qquad (-\infty<y_1<\infty) \tag{10}$$

$$\frac{\partial v^{(1)}(y_1)}{\partial y_1}=0 \qquad \forall y_1\in(-\infty<y_1<\infty) \tag{11}$$

За умови повного контакту слід відмітити, що по лінії контакту мають виконуватись умови:

$$\frac{\partial v^{(1)}(y_1)}{\partial y_1}=\frac{\partial u_2^{(2)}(y_1)}{\partial y_1}\,, \qquad \frac{\partial u^{(1)}(y_1)}{\partial y_1}=\frac{\partial u_1^{(2)}(y_1)}{\partial y_1},\ (-\infty<y_1<\infty) \tag{12}$$

де $u^{(1)}(y_1), v^{(1)}(y_1)-$ компоненти вектора переміщень в пружному стрингері, $u_1^{(2)}(y_1), u_2^{(2)}(y_1)-$ компоненти вектора переміщень в пружних смугах з початковими напруженнями.

Враховуючи контактні умови (12) разом з (10) і (11), а також виразів для вертикальних і горизонтальних переміщень граничних точок вільних від защемлення, які було отримано на основі принципу суперпозицій у випадку рівних та нерівних коренів визначального рівняння [1, 2] для стисливих і нестисливих тіл, й враховуючи [14] мають вигляд:

$$\begin{gathered} u_1(y_1)=\int_{-\infty}^{\infty}h_{11}(|y_1-t|)p(t)dt+\int_{-\infty}^{\infty}h_{12}(y_1-t)q(t)dt. \\ u_2(y_1)=\int_{-\infty}^{\infty}h_{21}(y_1-t)\,p(t)dt+\int_{-\infty}^{\infty}h_{22}(|y_1-t|)q(t)dt. \end{gathered} \tag{13}$$

Із (10) – (13) відносно невідомих контактних напружень, отримаємо наступну систему інтегро – диференційних рівнянь:

$$\begin{gathered} \frac{d}{dy_1}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h_{11}(|y_1-t|)p(t)dt+\int_{-\infty}^{\infty}h_{12}(y_1-t)q(t)dt\right]=0 \\ \frac{d}{dy_1}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h_{21}(y_1-t)p(t)dt+\int_{-\infty}^{\infty}h_{22}(|y_1-t|)q(t)dt\right]=\int_{-\infty}^{y_1}\left[2q(t)-Q_0\delta(t)\right]dt. \end{gathered} \tag{14}$$

де h_{ij} $(i, j = 1,2)$– функції впливу для пружної смуги з початковими (залишковими) напруженнями [14]. Застосувавши формули Крамера та зворотнє перетворення Фур'є, отримаємо розв'язок системи інтегро - диференційних рівнянь (14). Цей розв'язок дає вирази для шуканих контактних напружень у вигляді

$$q(y_1) = \frac{Q_0}{\pi}\mu\int_0^\infty \frac{H_{11}^*(\alpha)}{H^*(\alpha)}\cos\alpha y_1 d\alpha \quad p(y_1) = \frac{Q_0}{\pi}\mu\int_0^\infty \frac{H_{11}^*(\alpha)}{H^*(\alpha)}\sin\alpha y_1 d\alpha \tag{15}$$

Дослідивши на збіжність невласні інтеграли які входять в (15), врахувавши значення $H^*_{ij}(\alpha)$ і значення $H_{ij}(\alpha)$ [14], а також асимптотичні формули для $H_{ij}(\alpha)$, упускаючи громіздкі елементарні перетворення для контактних дотичних напружень (15) від дії горизонтальної зовнішньої сили $Q_0\delta(y_1)$, отримаємо при $(-\infty < y_1 < \infty)$:

$$q(y_1) = -\frac{Q_0}{2\pi}\cdot\left[c_2(\cos c_2 y_1 ci(c_2 y_1) + \sin c_2 y_1 si(c_2 y_1)) - \int_0^\infty \frac{2\mu(c_2+\alpha)H_{11}^*(\alpha) - c_2 H^*(\alpha)}{(c_2+\alpha)H^*(\alpha)}\cos\alpha y_1 d\alpha\right] \tag{16}$$

де $si(c_2 y_1) = -\int_{c_2 y_1}^\infty \frac{\sin\alpha}{\alpha}d\alpha;\quad ci(c_2 y_1) = -\int_{c_2 y_1}^\infty \frac{\cos\alpha}{\alpha}d\alpha$ – це, відповідно, інтегральний синус і косинус.

Припустимо, що пружна тонка накладка завантажена вертикальними зовнішніми силами $p_0(y_1) = P\cdot\delta(y_1)$ і горизонтальними силами $q_0(y_1) = Q\delta(y_1)$. Позначимо $p_0(\alpha) = P;\ q_0(\alpha) = Q$ із формул (9) одержимо вирази для знаходження нормальних контактних напружень $p(y_1)$ і тангенціальних напружень $q(y_1)$

$$q(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\left[Q\int_0^\infty H_{11}^*(\alpha)\cdot H^{-1}(\alpha)\cos\alpha y_1 d\alpha - P\int_0^\infty H_{12}^* H^{-1}(\alpha)\sin\alpha y_1 d\alpha\right]. \tag{17}$$

$$p(y_1) = \frac{\mu}{\pi}\left[Q\int_0^\infty H_{21}^*(\alpha)\cdot H^{-1}(\alpha)\cdot\alpha^2\sin\alpha y_1 d\alpha - P\int_0^\infty H_{22}^* H^{-1}(\alpha)\cos\alpha y_1 d\alpha\right]. \tag{18}$$

Аналіз числових результатів та результати дослідження. На основі формули (16) виконано числовий аналіз [8], результати якого представлені на графіках (рис.3,4). Всі результати отримані, для випадку рівних (гармонічний потенціал, потенціал Бартенєва–Хазановича) та нерівних (потенціал Трелоара) коренів визначального рівняння [2].

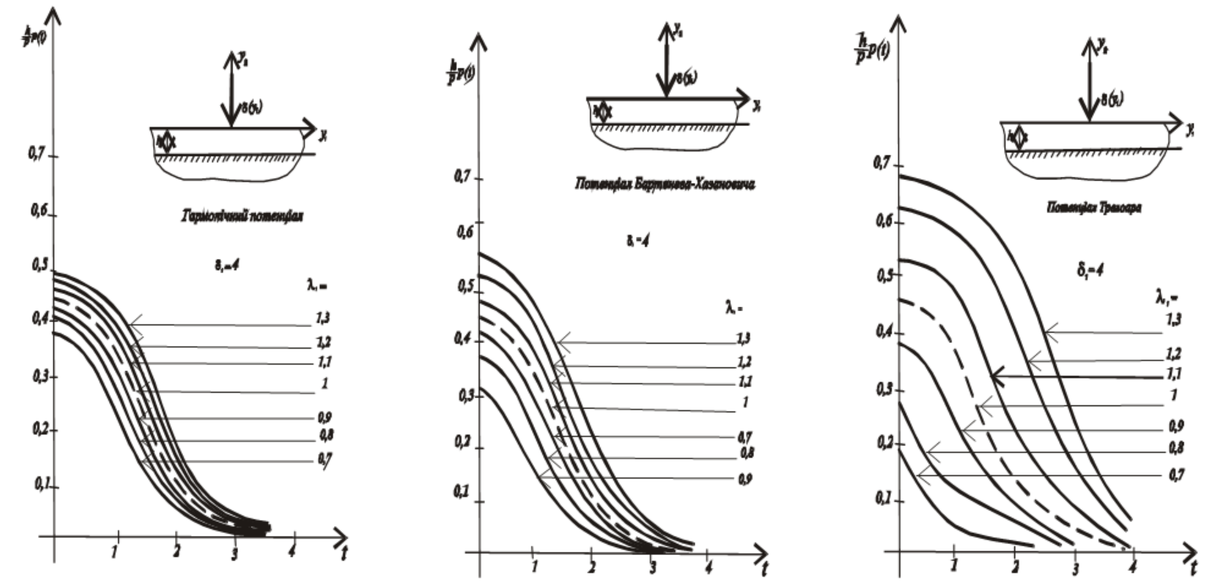

Рисунок 3. Інтенсивності нормальних контактних напружень під сринґером.

Figure 3. Intensity of normal contact stresses under the stringer.

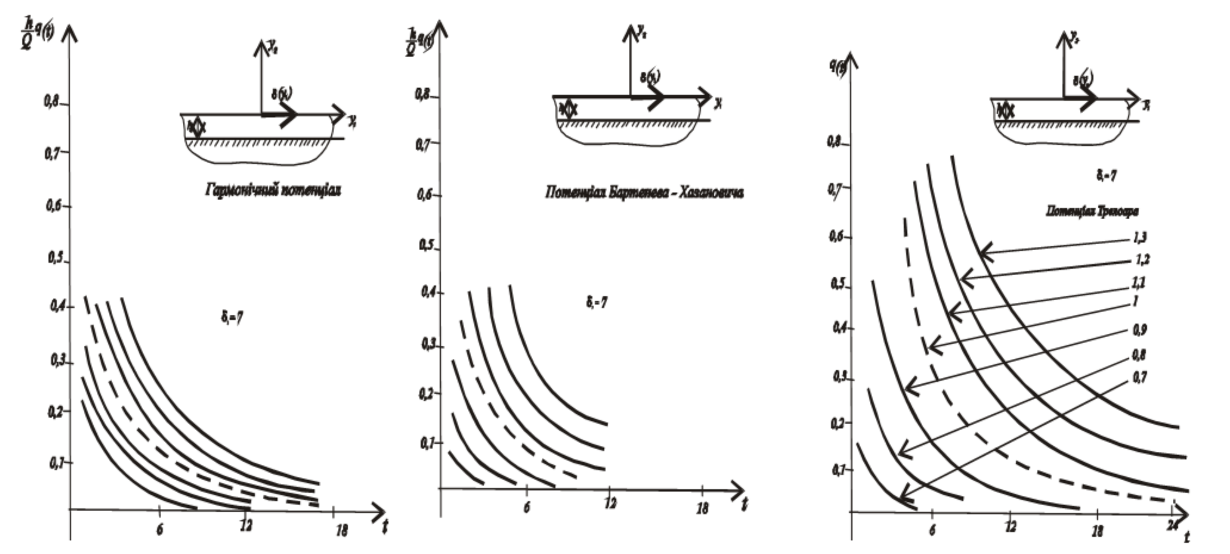

Рисунок 4. Інтенсивності тангенціальних контактних напружень під сринґером.

Figure 4. Intensity of tangential contact stresses under the stringer.

Числові розрахунки проведемо на ПК по ліцензованому програмному забезпеченню Maple-8 [15], згідно безрозмірних величин $hP^{-1}p(t)$ – нормальні контактні напруження; $hQ^{-1}q(t)$ – тангенціальні контактні напруження

На рис. 3, 4 проілюстровано вплив початкових напружень у пружних смугах на закон розподілу контактних напружень під стрингером для безрозмірних величин $hQ^{-1}q(t)$ та $hP^{-1}p(t)$, де $hQ^{-1}q(t)$, $hP^{-1}p(t)$ – безрозмірні контактні тангенціальні та нормальні напруження, відповідно. Значенню $\lambda_1 = 1$ (пунктирна лінія на рис.3,4) – відповідає класичній теорії пружності та співпадає з результатами роботи [9]; $\lambda_1 = 0{,}7;0{,}8;0{,}9$ – відповідають початковим напруженням стиску, а $\lambda_1 = 1{,}1;1{,}2;1{,}3$ – напруженням розтягу; t – безрозмірна координата початкового напруженого стану в пружних смугах.

Висновки. Одержані результати проведеного дослідження є цінними для розрахунку конструкцій та деталей машин з початковими (залишковими) напруженнями, які перебувають в контактній взаємодії на міцність, надійність та довговічність. Це пояснюється тим, що вони дозволяють більш точно прогнозувати механічну поведінку конструкцій, в яких використовуються підкріплюючі елементи. Отримані результати можуть бути використані для оцінки меж застосування лінеаризованої теорії пружності. В рамках лінеаризованої теорії пружності дано постановку і отримано розв'язки задач контактної взаємодії однієї та двох однакових пружних смуг з початковими (залишковими) напруженнями підкріплених пружним нескінченним стрингером, в загальному вигляді для теорії великих (скінченних) і двох варіантів малих початкових деформацій у випадку довільної структури пружного потенціалу. Запропоновано новий спосіб розв'язування даного типу контактних задач для смуг з початковими (залишковими) напруженнями, підкріплених нескінченою пружною накладкою з використанням інтегральних перетворень Фур'є. Одержано основні сингулярні інтегро-диференційні рівняння для класу задач, що розглядаються. Розв'язок отриманих рівнянь представлений у вигляді квазірегулярних нескінчених систем алгебраїчних рівнянь.

Виявлено механічний ефект аналогічний раніше проведеним дослідженням [2, 5 – 12], який полягає в тому, що у випадку коли коефіцієнт видовження, наближається до значень поверхневої нестійкості матеріалу, то виникають явища резонансного характеру як у смугах, так і у стрингері. Це явище виникає тому, що напруження та переміщення у тілах, які взаємодіють, різко змінюють свої значення.

Аналіз числових результатів показує, що у випадку стиску $(\lambda_1 < 1)$ наявність початкових напружень в пружній смузі приводить до значного зменшення контактних напружень, у випадку розтягу $(\lambda_1 > 1)$ – до їх збільшення. А з проілюстрованих графіків (Рис. 3, 4) слідує, що більш істотний вплив початкових напружень спостерігається у високо еластичних матеріалах.

References

1. Guz', A.N., Babich S.Ju., Rudnickij V.B. Kontaktnoe vzaimodejstvie uprugih tel s nachal'nymi (ostatochnymi) naprjazhenijami. Razvitie idej L.A. Galina v mehanike. Moskva, Izhevsk, Institut komp'juternyh issledovanij, 2013. – 480 pp. [in Russian].
2. Guz', A.N., Rudnickij V.B. Osnovy teorii kontaktnogo vzaimodejstvija uprugih tel s nachal'nymi (ostatochnymi) naprjazhenijami. Hmel'nic'kij, vyd. PP Mel'nik, 2006. 710 pp. [in Russian].
3. Aleksandrov V. M., Arutyunyan N. Kh. Contact problems for prestressed deformable bodies. Prikl. Mekh., Vol. 20, No. 3, 1984, pp. 9–16 . [in Russian].
4. Dihtjaruk, N.N. O ravnovesii polosy s nachal'nymi naprjazhenijami, usilennoj uprugimi nakladkami. Prikl. mehanika. Vol. 40, No. 3, 2004, pp. 63 – 70. [in Russian].
5. Dikhtyaruk M. M. Peredacha navantazhennya vid neskinchennoho strynhera do dvokh zatysnenykh po odnomu krayu odnakovykh smuh z pochatkovymy (zalyshkovymy) napruzhennyamy. Visnyk TNTU. Vol. 83, No. 3, 2016, pp. 51-60. [in Ukrainian].
6. Rudnickij V. B., Dihtjaruk N.N. Uprugaja polosa s nachal'nymi naprjazhenijami, usilennaja uprugimi nakladkami. Prikl. mehanika., Vol. 38, No. 11, 2002 pp. 81 – 88. [in Russian].
7. Rudnickij V. B., Dihtjaruk N.N. Kontaktnaja zadacha o vzaimodejstvii bezkonechnogo stringera i dvuh odinakovyh polos s nachal'nymi naprjazhenijami. Prikl. mehanika., Vol. 53, No. 2, 2017, pp. 41 – 48. [in Russian].
8. Dikhtyaruk, N.N. Equilibrium of a prestressed strip reinforced with elastic plates. International Applied Mechanics. Vol. 40, No 3, 2004, pp 290–296.
9. Rudnitskii V.B. , Dikhtyaruk N.N. A prestressed elastic strip with elastic reinforcements. International Applied Mechanics. Vol. 38, No. 11, 2002, pp 1354–1360.
10. Rudnitskii V.B., Dikhtyaruk N.N. Interaction Between an Infinite Stringer and Two Identical Prestressed Strips: Contact Problem. International Applied Mechanics. Vol. 53, No 2, 2017, pp 149–155.
11. Yaretskaya N. A. Three-Dimensional Contact Problem for an Elastic Layer and a Cylindrical Punch with Prestresses. International Applied Mechanics. Vol. 50, No. 4, 2014, pp. 378–388.

12. Yaretskaya N. F. Contact Problem for the Rigid Ring Stamp and the Half-Space with Initial (Residual) Stresses. International Applied Mechanics. Vol. 54, No. 5, 2018, pp. 539 –543.

13. Shelestovskyi B. H. Habrusieva I. Yu. Kontaktna vzaiemodiia kiltsevoho shtampa iz poperedno napruzhenym izotropnym sharom. Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polia. Vol. 54, No. 3, 2011, pp. 138 – 146. [in Ukrainian].

14. Melan E. Ein Beitrag zur Theorie geschweiss der Verbindungen. Ingenieur Archiv, Vol. 3, No. 2, 1932, pp. 126 – 128.

15. Rudnytskyi V.B., Iaretska N.O., Venher V.O. Zastosuvannia IT tekhnolohii v mekhanitsi deformovanoho tverdoho tila. Problemy trybolohii, Khmelnytskyi: KhNU. Tom 84, No. 2. 2017, pp. 32-40. [in Ukrainian].

Список використаної літератури:

1. Гузь, А.Н. Контактное взаимодействие упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями / А.Н. Гузь, С.Ю. Бабич, В.Б. Рудницкий // Развитие идей Л.А. Галина в механике. – М. – Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2013. – 480 с.

2. Гузь, А.Н. Основы теории контактного взаимодействия упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями [Текст] / А.Н. Гузь, В.Б. Рудницкий. – Хмельницький, выд. ПП Мельник. – 2006. – 710 с.

3. Александров, В.М. Контактные задачи для преднапряженных деформируемых тел / В.М. Александров, Н.Х. Арутюнян // Прикл. механика. –1984. – № 3 (20). – с. 9 – 16.

4. Дихтярук, Н.Н. О равновесии полосы с начальными напряжениями, усиленной упругими накладками./ Н.Н. Дихтярук // Прикл. механика. - 2004, – 40, № 3, с. 63 – 70.

5. Діхтярук, М. М. Передача навантаження від нескінченного стрингера до двох затиснених по одному краю однакових смуг з початковими (залишковими) напруженнями / М. М. Діхтярук // Вісник ТНТУ. — 2016, — 83, № 3, — с. 51-60.

6. Рудницкий, В. Б., Дихтярук Н.Н. Упругая полоса с начальными напряжениями, усиленная упругими накладками./ В. Б. Рудницкий, Н.Н. Дихтярук Н.Н. // Прикл. механика., 2002, – 38, № 11, – с. 81 – 88.

7. Рудницкий, В. Б., Дихтярук Н.Н. Контактная задача о взаимодействии безконечного стрингера и двух одинаковых полос с начальными напряжениями. / В. Б. Рудницкий, Н.Н. Дихтярук Н.Н. // Прикл. механика., 2017, – 53, № 2, – с. 41 – 48.

8. Dikhtyaruk, N.N. Equilibrium of a prestressed strip reinforced with elastic plates. / N.N. Dikhtyaruk // International Applied Mechanics. – March 2004, – 40, №3, – P 290–296.

9. Rudnitskij, V.B. A prestressed elastic strip with elastic reinforcements / V.B. Rudnitskii, N.N. Dikhtyaruk// International Applied Mechanics. - November 2002, – 38, №11, – P 1354–1360.

10. Rudnitskij, V. B. Interaction Between an Infinite Stringer and Two Identical Prestressed Strips: Contact Problem. / V.B. Rudnitskii, N.N. Dikhtyaruk// International Applied Mechanics. – 2017. – 53, №2. – P 149–155.

11. Yaretskaya, N. A. Three-Dimensional Contact Problem for an Elastic Layer and a Cylindrical Punch with Prestresses / N. A. Yaretskaya // International Applied Mechanics. – July 2014. –50, №4. – P. 378–388.

12. Yaretskaya, N. F. Contact Problem for the Rigid Ring Stamp and the Half-Space with Initial (Residual) Stresses /N.F. Yaretskaya// International Applied Mechanics. – October, 2018. –54, №5. – P. 539 –543.

13. Шелестовський Б. Г. Контактна взаємодія кільцевого штампа із попередньо напруженим ізотропним шаром / Б. Г. Шелестовський, І. Ю. Габрусєва // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2011. – 54, № 3. – С. 138 – 146.

14. Melan, E. Ein Beitrag zur Theorie geschweiss der Verbindungen. / Melan E. // Ingenieur Archiv, – 1932. – 3, № 2. – P. 126 – 128.

15. Рудницький В.Б. Застосування ІТ технологій в механіці деформованого твердого тіла /В.Б. Рудницький, Н.О. Ярецька, В.О. Венгер// Проблеми трибології. – 2017. – № 2 (84). – Хмельницький: ХНУ. – с. 32-40.