

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ ПУНКТІВ

Кузьмич О. Й., Ісаєв О. П., Чуланов П. О., Бондар С. А.
Київський національний університет будівництва і архітектури
E-mail: kuzok@ukr.net, geo_i@ukr.net
chulanov.po@knuba.edu.ua, 10102001@ukr.net

У роботі розглянуто методи визначення похибки положення пунктів в лінійних та кутових мережах. Приведені приклади обчислення положення пунктів за відомими формулами, а також за формулами, наведеними у статті. Доведена необхідність застосування наведених формул при точному визначенні положення пунктів.

Постановка проблеми. Виконання інженерно-геодезичних робіт потребує високої кваліфікації від виконавців, а також точних розрахунків визначення положення геодезичних пунктів.

Огляд попередніх публікацій. Розрахунком точності визначення положення геодезичних пунктів займалися такі вчені як: М. Г. Відусь, С. П. Войтенко, Г. П. Левчук, А. Л. Островський, Р. В. Шульц та ін. При визначенні положення геодезичних пунктів авторами, як правило, не розглядалось питання застосування розгорнутих формул.

Постановка завдання: проаналізувати існуючі методи визначення положення геодезичних пунктів в лінійних і кутових мережах та запропонувати більш точний метод визначення.

Виклад основного матеріалу. Питання точності визначення положення геодезичних пунктів залишається актуальним і в даний час.

Для визначення положення геодезичних пунктів застосовуються мережі лінійні, кутові, лінійно-кутові та GPS мережі. При наявності GPS пунктів застосовуються так звані супутникові мережі. В усіх випадках, незалежно які мережі використовуються, необхідно виконувати розрахунок точності цих мереж і визначати похибки положення пунктів. Відомими вченими розроблені методи попереднього розрахунку точності положення пунктів в роботах [1, 2, 4].

В наведених прикладах визначення точності положення пунктів в лінійних та кутових мережах використовуються аналітичні формули попереднього розрахунку точності.

Як відомо загальна похибка положення геодезичного пункту в мережі визначається за формулою:

$$M = \sqrt{m_l^2 + m_g^2}, \quad (1)$$

де m_l – похибка подовжнього зсуву; m_g – похибка поперечного зсуву.

Розглянемо кутові мережі. Похибка подовжнього зсуву кінцевого пункту в кутовій мережі знаходиться за формулою:

$$m_l = \frac{l \cdot m_\beta}{\sqrt{2}\rho} \sqrt{\frac{2n^2 - 3n + 10}{9n}}, \quad (2)$$

де l – довжина ряду; m_β – с.к.п. вимірювання кутів; n – кількість сторін в довжині l ($l = ns$).

Похибка поперечного зсуву при непарній кількості три кутників в ланцюжку

$$m_g = \frac{l}{\rho} \sqrt{ma^2 + \frac{2}{15} m_\beta^2 \frac{n^2 + n + 3}{n}}. \quad (3)$$

Похибка поперечного зсуву при парній кількості трикутників в ланцюжку мережі знаходиться за формулою:

$$m_g = \frac{l}{\rho} \sqrt{ma^2 + \frac{m_\beta^2}{15} \frac{2n^2 + 5n + 5}{n}} \quad (4)$$

де l – довжина ряду; m_β – с.к.п. вимірювання кутів; n – кількість сторін в довжині l ($l = ns$); ma – с.к.п. визначення дирекційного кута діагоналі, яка визначається за формулою:

$$ma = \frac{mg}{l} \rho. \quad (5)$$

Розглянемо лінійні мережі. Похибка подовжнього зсуву кінцевого пункту в лінійній мережі у вигляді ланцюжка трикутників буде:

$$m_l = \frac{m_s}{2} \sqrt{\frac{N^2 - 1}{N}} \quad (6)$$

Похибка поперечного зсуву кінцевого пункту в лінійній мережі:

$$m_g = \sqrt{\frac{L^2}{2\rho^2} ma^2 + \frac{N-1}{36} (N^2 + N + 48) \cdot ms^2} \quad (7)$$

Похибка передачі дирекційного кута в лінійній мережі у вигляді ланцюжка трикутників буде:

$$m_{ak} = \sqrt{\frac{m_a^2}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{m_s^2}{s^2} \rho^2 \frac{(N-k)k}{N}}, \quad (8)$$

де N – кількість трикутників в ряду; m_a – середня квадратична похибка визначення дирекційного кута; m_s – середня квадратична похибка вимірювання сторони; s – довжина сторони трикутника; k – номер трикутника, до якого передається дирекційний кут.

Однак при сучасних можливостях обчислювальної техніки і технологій доцільно виконувати розрахунок точності положення пунктів не за наближеними формулами, наведеними вище, а за повними формулами розрахунку точності. Розглянемо мережу.

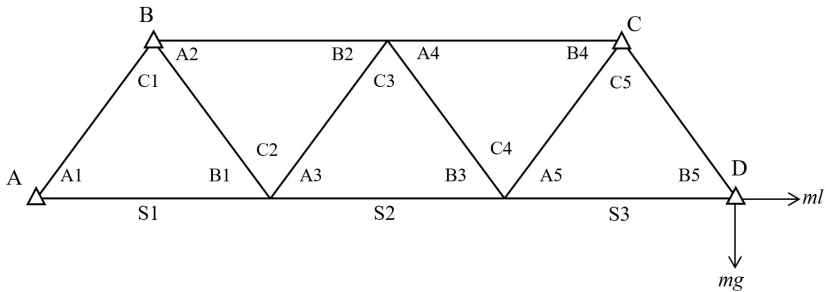


Рис. 1. Схема мережі

Повздовжній зсув мережі визначимо за формулою:

$$m_l = \sqrt{m_{l1}^2 + m_{l2}^2 + m_{l3}^2} \quad (9)$$

В свою чергу, m_{l1} , m_{l2} , m_{l3} буде залежати від точності визначення m_{s1} , m_{s2} , m_{s3} , тому можна записати, що:

$$m_l m_s = \sqrt{m_{s1}^2 + m_{s2}^2 + m_{s3}^2} \quad (10)$$

Для визначення m_s необхідно записати функції визначення сторін, а потім ці функції продиференціювати по вимірним параметрам (кутам).

$$s_1 = b_0 \frac{\sin c_1}{\sin b_1}, \quad (11)$$

$$s_2 = b \frac{\sin A_1 \sin A_2 \sin C_3}{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3}, \quad (12)$$

$$s_3 = b_0 \frac{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \sin A_4 \sin C_5}{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \sin B_4 \sin B_5}, \quad (13)$$

Отримані функції диференціюємо по кутам і після перетворення і скорочення, а також враховуючи, що:

$$m_{L1}^2 = m_{s1}^2, \quad m_{L2}^2 = m_{s2}^2, \quad m_{L3}^2 = m_{s3}^2, \quad (14)$$

$$m_L^2 = m_{s1}^2 + m_{s2}^2 + m_{s3}^2. \quad (15)$$

Отримуємо:

$$\begin{aligned} m_L^2 = & S_1^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (\text{ctg}^2 C_1 + \text{ctg}^2 B_1) + \\ & + S_2^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (\text{ctg}^2 A_1 + \text{ctg}^2 B_1 + \text{ctg}^2 A_2 + \text{ctg}^2 B_2 + \text{ctg}^2 C_3 + \text{ctg}^2 B_3) + \\ & + S_3^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (\text{ctg}^2 A_1 + \text{ctg}^2 B_1 + \text{ctg}^2 A_2 + \text{ctg}^2 B_2 + \text{ctg}^2 A_3 + \text{ctg}^2 B_3 + \\ & + \text{ctg}^2 A_4 + \text{ctg}^2 B_4 + \text{ctg}^2 C_5 + \text{ctg}^2 B_5). \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогічно виконуються розрахунки для всіх елементів куткових, та лінійних мереж. Для цього необхідно записати функцію визначеного елемента, а потім цю функцію диференціювати та виконати перетворення і отримати формулу для розрахунку точності елементів мережі. Маючи складові m_l та m_g знаходимо похибку визначення положення пункту.

Висновки. За виконаним дослідженням встановлено, що точність визначення положення пунктів за формулами для розрахунків наведених в роботах [1, 2, 4] завищена або занижена, порівняно з розрахунком за розгорнутими формулами (3).

Виходячи з наведеного, рекомендується визначати положення геодезичних пунктів при високоточних роботах за повними розрахунками, а не за формулами попереднього розрахунку.

Література

1. Інженерна геодезія: підручник / С. П. Войтенко, Р. В. Шульц, О. М. Самойленко, О. І. Терещук, В. С. Староверов, О. Й. Кузьмич. – Чернігів : НУ «Чернігівська політехніка», 2022. – 700 с.
2. Математичне оброблення геодезичних вимірів : підручник / С. П. Войтенко, Р. В. Шульц, О. Й. Кузьмич, Ю. В. Кравченко ; за ред. С. П. Войтенка. – Київ : Знання, 2015. – 654 с.
3. Кузьмич О. Й. Точність визначення подовженого зсуву мостових опор // Містобудування та територіальне планування. – 2020. – Вип. 3.