

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет інформаційних технологій

Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій

## ДИПЛОМНА РОБОТА

Другий ( Магістерський)

Освітній рівень

Галузь знань 17 Електроніка та телекомунікації

Шифр і назва спеціальності

Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка

Шифр і назва спеціальності

на тему Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM

ДРТР . 20 21062.01.09.ПЗ

Виконав: студент 2 курсу, група ТР<sub>м</sub>-21-1



підпис

Д.О. Шаюк

Ініціали, прізвище

Керівник: д-р техн. наук, проф.



підпис

Ю.М. БОЙКО

Ініціали, прізвище

До захисту допускаю:  
Зав. кафедри телекомунікацій,  
медійних та інтелектуальних  
технологій



підпис

С.К. ПІДЧЕНКО

Ініціали, прізвище

\_05\_ \_\_\_ 12 \_\_\_ 2022 р.

Хмельницький, 2022

Хмельницький національний університет

Факультет інформаційних технологій  
 Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій  
 Освітній рівень другий (магістерський)  
 Галузь знань 17 – Електроніка та телекомунікації  
 Спеціальність 172 – Телекомунікації та радіотехніка  
 Освітня-професійна програма Телекомунікації та радіотехніка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедрою \_\_\_\_\_



« 02 » \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022р.

## ЗАВДАННЯ НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ

Шаюку Дмитру Олександровичу

- 1 Тема роботи: Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM  
керівник роботи Бойко Юлій Миколайович, д.т.н, професор  
Затверджено наказом по університету від «1» липня 2022р. № 83.
- 2 Строк подання студентом роботи на кафедру: 23.11.2022р.
- 3 Вихідні дані (характеристика об'єкта, умов дослідження та ін.)  
Мета роботи: дослідження зміщення частоти і коефіцієнту бітових помилок.  
Об'єкт дослідження: процес передачі і приймання сигналів у системах зв'язку з OFDM.  
Предмет дослідження: методи та засоби корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM.
4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити)  
Основні відомості про зсув частоти в системах зв'язку. Оцінка OFDM-сигналу і зміщення частоти. Баєсовська оцінка доплерівського зміщення частоти. Моделювання зміщення частоти OFDM.

Завдання отримав \_\_\_\_\_



Науковий керівник \_\_\_\_\_





## ЗМІСТ

Вступ.....	5
1 Основні відомості про зсув частоти в системах зв'язку.....	8
1.1 Поняття зсуву частоти в системах зв'язку.....	8
1.2 Математична модель корелятора.....	10
1.3 Вимірювання у кореляторі.....	14
1.4 Інформаційні повідомлення.....	16
1.5 Оцінка параметрів синхронізації в OFDM-системах радіозв'язку.....	18
Висновки до першого розділу.....	26
2 Оцінка OFDM-сигналу і зміщення частоти .....	27
2.1 Алгоритм захоплення несучої частоти OFDM-сигналу.....	27
2.2 Байєсовська оцінка доплерівського зміщення частоти.....	40
2.3 Скорочення розмірності даних.....	42
2.4 Баєсовська оцінка доплерівського зміщення частоти .....	47
Висновки до другого розділу.....	51
3 Похибки зміщення частоти у системах OFDM.....	52
3.1 Вплив похибок синхронізації на завадостійкість.....	52
3.2 Похибки вимірювання доплерівського зміщення частоти .....	57
Висновки до третього розділу.....	66
4 Моделювання зміщення частоти OFDM.....	67
4.1 Оцінка впливу зсуву несучої частоти на якість OFDM сигналу.....	67
4.2 Оцінка різниці моментів приходу сигналу групуванням просторово- рознесених малих комплексів.....	71
Висновки до четвертого розділу.....	86
Висновки.....	87
Перелік джерел посилання.....	88
Додаток А. Презентація.....	90
Додаток Б. Апробація роботи.....	

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Виникає ряд дослідницьких завдань для бездротового зв'язку, включаючи моделювання каналу, компенсацію доплерівського зсуву, оцінку каналу в часі, швидку передачу обслуговування, методи великого та швидкого доступу, адаптивне формування променя та виявлення сигналу. Крім того, додатки та майбутні бачення мобільних телекомунікацій, такі як множинні входи та множинні виходи (massive MIMO), міліметрові хвилі, зв'язок у видимому світлі, що реконфігуруються інтелектуальні поверхні, комунікації зворотного розсіювання і розумно пов'язаний світ також створюють нові відкриті проблеми як для академічних досліджень, так і для інженерної реалізації.

Висока мобільність призведе до доплерівських зрушень, через які канали можуть швидко змінюватися в часі. Доплерівські зрушення можуть зруйнувати ортогональність систем, підносійних. Отже, оцінка та компенсація доплерівських зрушень мають важливе значення.

Найбільш відомим оцінювачем доплерівського зсуву є алгоритм Муса,. Він вимагає, щоб передавач відправив два ідентичні символи, а приймач використовує різницю отриманих сигналів для оцінки CFO, тобто алгоритм Муса використовує той факт, що кожна піднесуча частотної області має однаковий фазово-частотний зсув.

Грунтуючись на алгоритмі Муса, Шмідл і Кокс в 1997 представили ще одну оцінку CFO. Вони розділили частотне зрушення на дробові та цілі кратні, використовували відношення двох ідентичних частин і визначили два символи з конкретним форматом для роздільної оцінки дробового та цілісного кратного частотного зміщення.

У 1999 році Мореллі та Менгалі запропонували алгоритм Мореллі-Менгалі (MM). Передбачається, що передавач передає кілька однакових сигналів, а приймач поділяє отриману інформацію на однакові частини, а потім обчислює автокореляцію між частинами, щоб побудувати лінійну залежність між автокореляцією та зсувом частоти. Після цього усунення частоти оцінюється з

допомогою спеціально розробленого алгоритму найкращої лінійної незміщеної оцінки.

Якщо доплерівський зсув не може бути компенсований або існує різниця між генератором передавача і генератором приймача, канали стануть змінюються в часі. У таких випадках можуть застосовуватися оцінювачі каналу, що змінюються в часі, які переводять багато параметрів каналу в кілька параметрів за допомогою моделей розширення базису (BEM), авторегресійних моделей, моделей обробки сигналів масиву, або використання функції розрідженого каналу.

Відомо, що бездротові канали в тунельних сценаріях рясніють відведеннями, тобто в тунелях на HSR часто існує кілька бездротових шляхів. Нещодавно було виявлено, що якщо базова станція (БС) розташована в середині тунелю, то в обох кінцях тунелю є більше бездротових шляхів, ніж у тунелі. Така особливість викликає наш інтерес та мотивує це дослідження.

Ми досліджуємо проблеми доплерівського зсуву та оцінки каналу. Зокрема, ми створюємо математичну модель системи, використовуємо особливості бездротових каналів у сценаріях тунелів, розробляємо спільне доплерівське зрушення та оцінку каналу та порівнюємо його продуктивність із типовим алгоритмом Муса.

#### **Мета і задачі дослідження.**

Метою роботи є дослідження алгоритмів оцінки неузгодженості частоти гетеродинів та оцінки зміщення за часом сигналів синхронізації. Для досягнення цієї мети поставлені завдання:

- провести огляд методів корекції зсуву частоти в;
- дослідити вплив зміщення частоти на коефіцієнт бітових помилок;
- дослідити кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти.

**Об'єкт дослідження** – процес передачі і приймання сигналів у системах зв'язку.

**Предмет дослідження** – методи та засоби корекції зсуву частоти в системах зв'язку.

**Методи досліджень.** Для вирішення поставлених наукових завдань використовується математичний апарат теорії цифрової обробки сигналів, передачі та приймання сигналів.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

1. Отримала подальший розвиток методика визначення кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями зміщення частоти і затримки.

2. Розроблені методи корекції зміщення частоти в системах зв'язку з OFDM.

**Практичне значення одержаних результатів:**

Схема оцінки зміщення частоти несучої має грубий та точний оцінювач, що працює з різним інтервалом часу вимірювання фази. Це забезпечує високу точність і широкий діапазон роботи.

**Публікації.** Результати дипломної роботи магістра опубліковані в одній статті у науковому журналі «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах».

**Структура та обсяг магістерської атестаційної роботи.** Дипломна робота магістра складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку джерел посилання та додатків. Дипломна робота магістра має загальний обсяг сторінок, з яких основний зміст викладений на сторінках друкованого тексту, містить рисунків та таблиць. Перелік джерел посилання складається з джерел.

# 1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЗСУВ ЧАСТОТИ В СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ

## 1.1 Поняття зсуву частоти в системах зв'язку

Алгоритми пошуку та стеження за сигналами навігаційних систем для наземного користувача викладені у [1]. Реалізація алгоритмів для бортових систем КА у разі використання апаратного та програмного кореляторів – частини апаратури приймальних пристроїв супутникових сигналів для низькоорбітальних КА – викладена у [2]. Висока динаміка польоту КА на орбіті з великим ексцентриситетом і велика дальність до НКА зажадали розробки нових методів та алгоритмів пошуку та стеження радіонавігаційних сигналів з використанням апаратного корелятора. Підвищені вимоги до надійності прийому сигналів змусили відмовитись від алгоритмів пошуку сигналу за апріорним значенням доплерівського зміщення сигналу НКА, що залежить від точності знання орбіти.

Алгоритми пошуку сигналу в кореляторі, наведені в [6], призначені для наземного спостерігача, для якого радіальна швидкість НКА за модулем не перевищує 800 м/с, що відповідає доплерівському зсуву  $\pm 4.5$  кГц. Запропоновані в цій роботі алгоритми призначені для використання радіонавігаційних сигналів на борту навколосемного КА, для якого радіальна швидкість НКА лежить у діапазоні  $\pm 10$  км/с (відповідає доплерівському зсуву  $\pm 55.6$  кГц).

У [8] наводяться алгоритми пошуку сигналу в кореляторі з кроком 500 Гц. У цій роботі наведено алгоритм, що дозволяє збільшити крок пошуку по несучій частоті в 40 разів і довести його до 20.5 кГц.

Приймаючи випромінювану з каналу псевдошумову послідовність (ПШП), приймач навігаційних сигналів здатний виміряти зсув щодо власної опорної ПШП. Це далекомірний вимір без запиту називають кодовим виміром. Псевдодальність прив'язується до шкали часу приймача, що представляє шкалу, яка визначається характеристиками опорного генератора (ОГ) частоти.

Для опису процесу відходу шкали часу ОГ від ідеальної шкали навігаційної системи вводиться параметр розсинхронізації. Цей параметр названий розробниками зсувом фази, що є вдалою назвою. Псевдовипадкова послідовність (ПВП) у приймачі генерується так, що її початок збігається з початком мілісекунди. Розсинхронізація шкал часу  $\varphi$  виявляється у одиницях довжини. Саме наявність невідомого параметра  $\varphi$  вплинуло на внесення у назву далекомірного виміру приставки псевдо.

Шкали часу  $\Delta t_{НКА}$  комплексів ГЛОНАСС та GPS відрізняються від ідеальної шкали всесвітнього координованого часу UTC і, на додаток, ПВП, що генеруються на їхньому борту, відрізняються від генерованої ПШП за ідеальною шкалою. Розбіжність шкал часу відоме і передається у складі інформаційного повідомлення комплексу.

Оскільки період передачі ПВП комплексу ГЛОНАСС і GPS становить 1 мс, виникає неоднозначність вимірювання, що визначається зоною однозначного вимірювання  $\lambda_{ос} = 10^{-3}$  с, де с - швидкість світла.

Вимірне значення псевдодальності  $\psi^{nd}$  пов'язано з положеннями  $r_{ка}$  комплексу в момент приймання сигналу  $t_{прм}$  і  $r_{нка}$  комплексу в момент випромінювання  $t_{випр}$  в інерційній нерухомій системі координат наступним співвідношенням:

$$\left| r_{ка}(t_{прм}) - r_{нка}(t_{випр}) \right| = \psi^{nd} - \varphi + \Delta t_{нка} \cdot c + \lambda_{зн} \cdot n + \Delta \rho + \delta_{nd} \quad (1.1)$$

де  $n$  – ціле число, що визначає зону однозначного виміру,  $\Delta \rho$  – іоносферна затримка [4] сигналу від комплексу в одиницях довжини,  $\delta_{nd}$  - апаратна помилка виміру.

У співвідношенні (1.1) невідомими параметрами є три компоненти вектора положення  $r_{ка}$ , розсинхронізація  $\varphi$  шкал часу та цілу кількість  $n$  зон однозначних вимірів.

Значення роз синхронізації ф шкал часу та часу навігаційної системи є узгоджуваним параметром у співвідношенні (1.1), який можна інтерпретувати як зсув фази ПВП, що генерується в приймачі, щодо ПВП, що випромінюються з борту комплексу на момент прийому.

Розглянемо псевдошвидкість. Швидкісний вимір, заснований на доплерівському ефекті зміни випромінюваної частоти радіосигналу з борту комплексу щодо прийнятої в приймачі, називається псевдошвидкістю. Цей ефект зміни частоти названо на честь австрійського фізика Крістіана Доплера.

Генератор приймача має зміщення частоти щодо його еталонного значення.

Позначимо це зміщення через  $\Delta f$  і будемо його рахувати в одиницях швидкості, тоді вимірне значення псевдошвидкості  $\psi^{nu}$  пов'язане з кінематичними векторами комплексу в момент прийому сигналу  $t_{nrm}$  і НКА в момент випромінювання  $t_{vunp}$  наступним співвідношенням:

$$\psi^{nu} = \frac{(r_{ka}(t_{nrm}) - r_{nka}(t_{vunp}), v_{ka}(t_{nrm}) - v_{nka}(t_{vunp}))}{|r_{ka}(t_{nrm}) - r_{nka}(t_{vunp})|} + \Delta f + \delta_{nc}$$

де  $\delta_{nc}$  – апаратна помилка виміру.

У співвідношенні (1.2) невідомими параметрами є три компоненти вектора положення  $r_{ka}$  три компоненти вектора швидкості  $v_{ka}$  та значення зміщення частоти  $\Delta f$  опорного генератора щодо його еталонного значення.

## 1.2. Математична модель корелятора

Спеціалізований пристрій для обчислення сукупності значень кореляційних функцій, що відповідають певному інтервалу вимірювання часових затримок, називають корелометром [2] або корелятором.

Наведемо математичну модель одночастотного корелятора, опишемо параметри, що управляють, вимірювані параметри, наведемо алгоритми пошуку, захоплення і стеження за радіонавігаційними сигналами ГЛОНАСС і GPS.

Одночастотний корелятор здатний обробляти сигнали радіонавігаційних систем на цивільній частоті зниженої точності ГЛОНАСС та цивільній частоті C/A (Coarse Acquisition) GPS коду. Сучасні корелятори здатні вести прийом навігаційних сигналів різних НКА незалежними каналами.

Корелятор має кілька незалежних каналів для вирішення завдань пошуку, захоплення та стеження за радіонавігаційним сигналом. Корелятор здатний одночасно обробляти сигнали з декількох НКА, прив'язуючи вимірювальну інформацію до шкали часу, що не коригується, визначається ОГ частоти.

Розглянемо керуючі параметри. Гармонійний радіонавігаційний сигнал,  $s_t$ , що приймається в кореляторі у момент часу  $t$  можна подати у вигляді [6]:

$$s_t = A \cdot J_s(t) \cos(2\pi\omega_s t + \varphi_s), \quad (1.2)$$

де  $A$  – амплітуда сигналу,  $J_s$  – модулююча функція,  $\omega_s$  – несуча частота сигналу,  $\varphi_s$  – зміщення фази несучої частоти сигналу.

Модулююча функція  $J$  набуває значення  $\pm 1$ , залежно від коду ПВП та інформаційного коду НКА. Частота зміни символів, що приймаються, визначається піднесучою випромінюваною частотою  $\Omega_0$  0 НКА. Для прийнятої частоти піднесучої справедливо:

$$\Omega = \Omega_0 \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (2.2)$$

де  $\omega_0$  - несуча частота випромінюваного сигналу.

Для цивільного коду стандартної навігаційної точності системи ГЛОНАСС на частоті  $L_1$  визначено такі значення частот випромінюваних сигналів:  $\Omega_0 = 511$  кГц,  $\omega_0 = f_{L1}^{ГЛН} + n_{\text{літер}} \cdot \Delta f_{L1}^{ГЛН}$ ,  $f_{L1}^{ГЛН} = 1602$  МГц,  $\Delta f_{L1}^{ГЛН} = 562,5$  кГц де  $n$  літер (номер частоти) НКА, який набирає цілі значення від  $-7$  до  $6$  [1].

Для цивільного коду навігаційної системи GPS на частоті L1 визначено значення для піднесучої частоти випромінюваного сигналу:

$$\Omega_0 = 1023 \text{ кГц, та несучої частоти } \omega_0 = 1575,42 \text{ МГц [11].}$$

Нехай  $\Delta t$  – тривалість інтервалу накопичення сигналу в кореляторі, тоді час генерації ПВП коду для кореляції, що називається тривалістю епохи, визначається співвідношенням:

$$t_{ep} = \frac{\Omega_0}{\Omega} \Delta t \quad (1.3)$$

Для обробки сигналу корелятор має управління по: несучій частоті  $\Omega$  сигналу; часу початку генерації ПВП  $\tau_{ген}$  і зміщення фази несучої частоти сигналу  $\Phi$ . За заданими значеннями параметрів управління корелятор формує сигнал і здійснює обчислення двох інтегралів:

$$I_{\delta} = \int_0^{t_{ep}} s_t \cdot J(t - \tau_{ген}) \cos(2\pi\omega t + \Phi) dt, \quad (1.4)$$

$$I_{\mathcal{M}} = \int_0^{t_{ep}} s_t \cdot J(t - \tau_{ген}) \sin(2\pi\omega t + \Phi) dt,$$

де  $J$  функція, сформована корелятором та обумовлена модуляцією ПВП та інформаційного коду НКА. Інтеграл  $I_{\delta}$  називають дійсною, а інтеграл  $I_{\mathcal{M}}$  - уявною частиною сигналу. Корелятор фіксує вимірювання у каналі за фактом приходу всіх бітів ПВП на інтервалі  $t_{ep}$  (фіксує епоху).

Поряд з інтегралами (1.4), корелятор обчислює різниці, звані дискримінаторами із затримки, дійсної  $\Delta_{\delta}$  і уявної  $\Delta_{\mathcal{M}}$  частини сигналу між випереджаючою і затриманою ПВП:

$$I_{\delta} = \int_0^{t_{ep}} s_t \cdot (J(t - \tau_{nen} + \Delta\tau) - J(t - \tau_{nen} - \Delta\tau)) \cos(2\pi\omega t + \Phi) dt \quad (1.5)$$

$$\Delta_y = \int_0^{t_{ep}} s_t \cdot (J(t - \tau_{nen} + \Delta\tau) - J(t - \tau_{nen} - \Delta\tau)) \sin(2\pi\omega t + \Phi) dt$$

де  $\Delta\tau$  – величина затримки ПВП. Інтеграл (1.5) використовуються у задачі визначення затримки сигналу  $\tau_{nen} \in [0, \Delta t)$ .

Метою стеження за сигналом НКА з використанням корелятора є таке управління за невідомими параметрами  $\omega$ ,  $\tau_{nen}$ ,  $\Phi$  та  $\Delta\tau$  при закінченні епохи, при якому значенні  $I_M$ ,  $\Delta_{\delta}$ ,  $\Delta_y$  обертаються в нуль [6]. Точність вимірювань псевдодальності та псевдошвидкості визначається якістю підстроювання параметрів керування.

Кодовий вимір псевдодальності визначається параметром управління  $\tau$  за часом початку генерації ПВП та описується співвідношенням:

$$\psi^{n\delta} = c \cdot \tau_{nen} + \lambda_{zn} \cdot n, \quad (1.6)$$

де  $c$  – швидкістю світла.

Нехай  $\omega_{don} = \omega - \omega_0$  є доплерівське зміщення частоти сигналу,

тоді вимір псевдошвидкості описується співвідношенням:

$$\psi^{nc} = \omega_{don} \cdot \lambda, \quad (1.7)$$

де  $\lambda = c / \omega_0$  - довжина хвилі сигналу, що випромінюється. Для НКА ГЛОНАСС та GPS довжина хвилі  $\lambda \approx 19$  см.

Фаза несучої частоти сигналу  $\Phi$  є інтегральним параметром управління за зміщенням фази несучої частоти  $\Delta\varphi_i$  з моменту початку стеження за НКА:

$$\Phi = -\sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i, \quad (1.8)$$

де  $n$  - кількість управлінь по фазі несучої частоти,  $i$  номер епохи початку роботи з радіонавігаційним сигналом.

Час початку генерації ПВП  $\tau_{ген}$  також є інтегральним параметром та визначається співвідношенням:

$$\tau_{ген} = -\sum_{i=1}^n \tau_i \quad (1.9)$$

### 1.3. Вимірювання у кореляторі

Корелятор здатний виміряти кількість повних циклів несучої частоти  $m_{\omega}^i$  та залишок фази несучої частоти  $m_{\varphi}^i$  за час приходу  $i$ -ої епохи. Величини  $m_{\omega}^i$  та  $m_{\varphi}^i$  пов'язані з вимірним значенням  $\omega_{вим}^i$  несучою частотою  $\omega$  на вході приймача на інтервалі  $t_{en}$ :

$$\omega_{вим}^i = \frac{1}{t_{ep}^i} \left( m_{\omega}^i + \frac{1}{2\pi} (m_{\varphi}^i - m_{\varphi}^{i-1}) \right) \quad (1.10)$$

При фіксації епохи корелятор визначає час  $m_{en}$  її приходу у власній шкалі часу і залишок фази піднесучої частоти  $m_{\Omega}$ . Ці величини пов'язані з часом початку генерації ПВП:

$$\tau_{ген} = m_{en} - \frac{1}{2\pi} \frac{m_{\Omega}}{\Omega} \quad (1.11)$$

Для часу  $t_{en}^i$  на  $i$ -оу такті виміру справедливо:

$$t_{en}^i = \left( m_{en}^i - \frac{1}{2\pi} \frac{m_{\Omega}^i}{\Omega^i} \right) - \left( m_{en}^{i-1} - \frac{1}{2\pi} \frac{m_{\Omega}^{i-1}}{\Omega^{i-1}} \right) + \Delta t, \quad (1.12)$$

де  $\Omega^i$  - піднесуча частота на  $i$ -ому такті виміру.

Підставляючи (1.11) в (1.6), отримаємо співвідношення для вимірюваного значення псевдодальності:

$$\psi_{pd} = c \left( m_{en} - \frac{1}{2\pi} \frac{m_{\Omega}}{\Omega} \right) + \lambda_{zn} \cdot n \quad (1.13)$$

Корелятор дозволяє ідентифікувати ПВП, випромінювання якої було почато з НКА у момент часу, який співпадає з цілою секундою бортової шкали цього супутника. Це виконує прив'язку вимірів  $\psi_{pd}$  псевдодальності і  $\psi_{nc}$  псевдошвидкості до шкал часу навігаційних систем ГЛОНАС та GPS. Цілочисельна секунда випромінювання визначається виходячи з прийнятої бітової послідовності інформаційного кадру НКА.

Визначення зони однозначних вимірювань або цілого числа  $n$  відбувається з використанням розв'язку світлового рівняння, в якому знаходиться невідомий час приймання виміру  $t_{nrm}$  (1.1, 1.2), при відомому часі випромінювання  $t_{vunp}$ . Світлове рівняння розв'язується ітераційним методом, при якому на нульовому кроці ітерації  $t_{nrm}^0 = t_{vunp}$ , а на  $i$ -ому кроці ітерації  $t_{nrm}^i = t_{vunp} + \frac{1}{c} \cdot |r_{ka}(t_{nrm}^{i-1}) - r_{nka}(t_{vunp})|$ .

Ітерації продовжуються доти, поки,  $|t_{nrm}^i - t_{nrm}^{i-1}| > \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 10^{-10}$  с. В розв'язку світлового рівняння передбачається наявність апріорно відомого вектора  $r_{ka}$ , тому світлове рівняння розв'язується на етапі розв'язку навігаційної задачі і визначення орбіти КА. Оскільки час разповсюдження сигналу від НКА

$|t_{випр} - t_{нрм}| < 1$ , то ціле  $n$  у співвідношенні (2.13) є спільним для всіх вимірювальних каналів корелятора и визначається початком його роботи і відходом ОГ частоти протягом часу.

#### 1.4. Інформаційні повідомлення

Відповідно до інтерфейсного документа ГЛОНАСС [10] інформаційний рядок приймається в кореляторі протягом 2 тис. епох:

$$\Delta t_{cmp}^{2лн} = \sum_{i=1}^{2000} t_{en}^i \quad (1.14)$$

при тривалості інтервалу накопичення  $\Delta t = 1$  мс.

За час  $\Delta t_{cmp}$  приймається 85 інформаційних біт, при цьому тривалість кожного  $k$ -го біта становить  $\sum_{i=k}^{k+20} t_{en}^i$ . Якщо модулююча функція  $J$  протягом перших

10 епох дорівнює 1, а протягом наступних 10 дорівнює -1, то інформаційний біт дорівнює 1. Якщо модулююча функція  $J$  протягом перших 10 епох дорівнює -1, а протягом наступних 10 епох дорівнює 1, то інформаційний біт дорівнює 0.

Після 85 інформаційних бітів слідує 30 бітів мітки часу тривалістю по 10 епох кожен:  $\sum_{i=k}^{k+10} t_{en}^i$ . Значення 30 бітів мітки часу фіксовані та містять значення

111110001101110101000010010110

Якщо модулююча функція  $J$  протягом перших 5 епох дорівнює 1, а протягом наступних 5 епох дорівнює -1, то біт мітки часу дорівнює 1, а якщо модулююча функція  $J$  протягом перших 5 епох дорівнює -1, а протягом наступних 5 епох дорівнює 1, то біт мітки часу дорівнює 0.

Інформаційний рядок повідомлення НКА GPS [11] приймається в кореляторі протягом 6 тис. епох

$$\Delta t_{cmp}^{GPS} = \sum_{i=1}^{p000} t_{en}^i, \quad (1.15)$$

при тривалості інтервалу накопичення  $\Delta t=1$  мс.

За час  $\Delta t_{cmp}^{GPS}$  приймається 300 інформаційних біт, причому тривалість кожного  $k$ -го біта становить  $\sum_{i=k}^{k+20} t_{en}^i$ . Якщо модулююча функція  $J$  протягом 20 епох дорівнює 1, то інформаційний біт дорівнює 1, і якщо функція  $J$  протягом 20 епох дорівнює  $-1$ , то інформаційний біт дорівнює 0.

В інформаційному повідомленні GPS немає мітки часу, для синхронізації прийому інформаційного кадру використовують 8 перших фіксованих з 24 біт телеметрії, що передаються на початку кожного 300-бітного кадру.

10001011

Знаки дійсної частини сигналу Ід визначають значення модулюючої функції  $J$ , якими визначають значення прийнятих інформаційних бітів. Зазначимо, що прийом може здійснюватися і в інверсному вигляді, це можна визначити тільки прийнявши прямий або інверсний код 30 біт мітки часу для ГЛОНАСС або 8 фіксованих біт телеметрії для GPS.

Для ефективного пошуку радіонавігаційного сигналу за великої динаміки руху щодо НКА корелятор повинен містити пошукову машину. Пошукова машина (ПМ) здатна сприймати впорядкований за зростанням масив значень несучої частоти  $s_{\omega} = \{s_{\omega}^1, \mathbf{K}, s_{\omega}^n\}$ , розмірності  $n$ , для кожного елемента якого шукається сигнал НКА. Також для пошуку сигналів ГЛОНАСС задається літер  $n_{lim}$ , а для GPS – номер НКА від 1 до 32.

ПМ за значеннями масива  $s$ , що задається, у кожній точці частоти проводить кореляційну обробку і обчислює амплітуду, затримку і час фіксації. З цих значень формуються упорядковані за амплітудою масиви  $f_A$ ,  $f_\tau$  і  $f_{en}$ .

Стратегія пошуку сигналу з використанням ПМ ґрунтується на пошуку максимуму амплітуди сигналу  $k = \arg \max(f_A^i)$ , відповідної несучої частоти  $sk$ . Зменшенням інтервалу  $(s_\omega^1, s_\omega^n)$ , досягаються необхідні точності у визначенні  $f$  і  $f_{en}$  для їх використання у визначенні управління по несучій частоті та часу ПСП початку генерації ПСП. Пошук сигналу розбивається на три етапи. На кожному етапі сигнал НКА вважається знайденим в  $k$ -му діапазоні, якщо  $f$ , де  $A_0$  порогове значення амплітуди.

При пошуку радіонавігаційного сигналу першому етапі шукається діапазон частот, у якому може бути НКА. Послідовно перебираються діапазони частот, які перекривають усі можливі значення радіальної швидкості від КА до НКА у діапазоні  $\pm 10$  км/с. Зазначимо, що з наземного користувача цей діапазон становить  $\pm 0.8$  км/с. Кожен діапазон частот, що перебираються, рівномірно покривається масивом  $s$ .

### 1.5 Оцінка параметрів синхронізації в OFDM-системах радіозв'язку

Розглянемо математичну модель сигналу за виразом:

$$\dot{S}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{k=N/2-1} \dot{C}_k e^{j2\pi nk/N}, \quad n=0,1,\dots,N-1, \quad \text{де } N - \text{кількість піднесучих; } n - \text{індекс}$$

відліку сигналу у часі;  $k=0,1,\dots,N-1$  - індекс піднесучої;  $C_k = A_k e^{j\varphi_k}$  комплексний елемент бітової послідовності, що передається.

Наведено опис умов цифрового моделювання, визначено параметри сигналів, що використовуються при моделюванні, описані основні блоки цифрової моделі та представлена структурна схема моделювання роботи досліджуваної системи (рисунок 1.1).

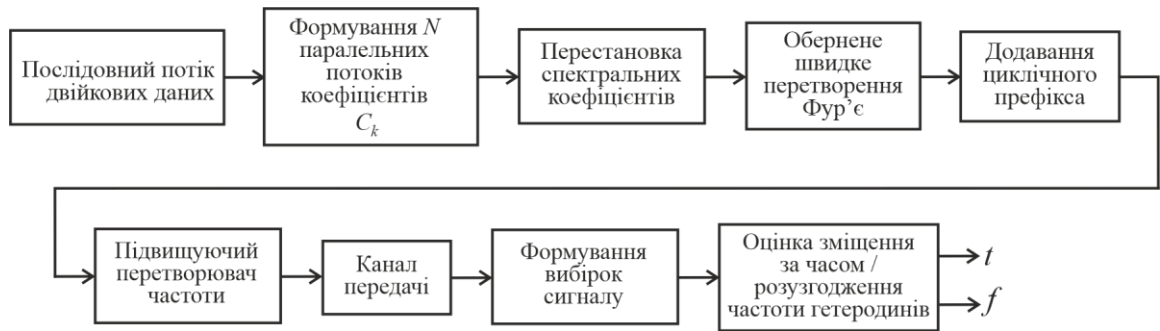


Рисунок 1.1 – Структурна схема моделювання

Параметри багатопроменевого каналу розповсюдження радіохвиль задавалися згідно з рекомендаціями МСЕ.

Розрахунок часу когерентності каналу передачі відбувається за виразом:

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_d^2}}$$

Час когерентності каналу передачі в кілька разів більше тривалості використовуваного сигналу синхронізації.

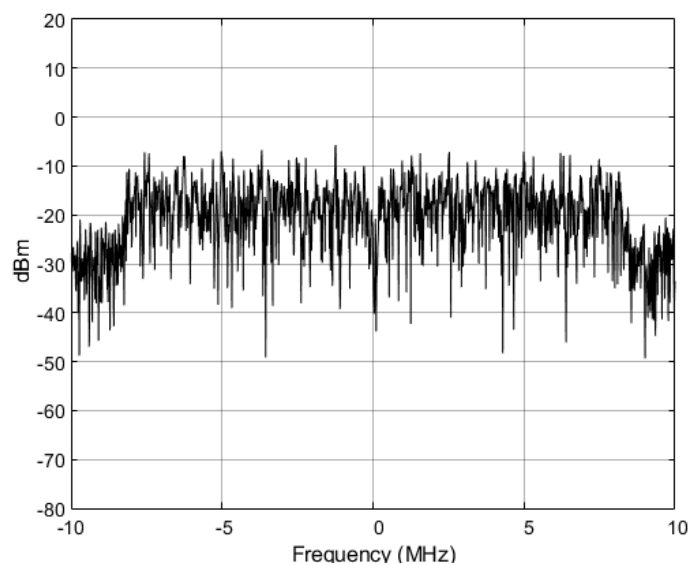


Рисунок 1.2 – Спектр сигналу

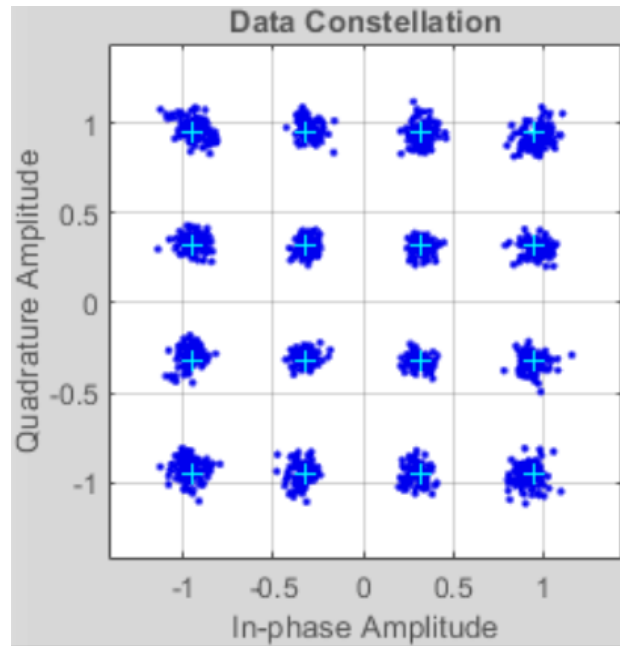


Рисунок 1.3 – Констеляційне зображення сигналу

При помилці оцінки усунення часу прийнятого сигналу, що перевищує тривалість одного відліку дискретизації, елементи сигнального сузір'я відхиляються від справжнього значення пропорційно лінійному фазовому набігу сигналу, набутому внаслідок неправильного вибору меж інтервалу операції ШПФ в області часу. Фазовий набіг, викликаний усуненням прийнятого сигналу за часом, що призводить до обертання сузір'я сигналу можна описати виразом:

$$C_k e^{-j\frac{2\pi km}{N}} = FFT(S_{n-m})$$

де  $FFT$  – оператор прямого ШПФ;  $S_{n-m}$  - дискретна вибірка сигналу, зміщена за часом на  $m$  відліків дискретизації;  $k$  - індекс піднесучої;  $n$  – індекс часового відліку сигналу.

Оцінка зсуву за часом прийнятого сигналу заснована на взаємній кореляції (ВКФ) між частинами сигналу, що повторюються, і оцінці положення максимуму.

Розглянуто алгоритм Шмідла і Кокса в якому пропонується оцінювати положення максимуму розрахункової ВКФ двох частин, що повторюються в часі прийнятого сигналу, згладженої застосуванням операції ковзного підсумовування.

$$M(d) = \frac{|P(d)|^2}{(R(d))^2}$$

Такий алгоритм не складний у реалізації, але пік розрахованої ВКФ не має локального максимуму і є «плато», що збільшує дисперсію оцінки зміщення за часом прийнятого сигналу.

зменшення дисперсії оцінки зміщення за часом сигналу, завдяки використанню модулюючої тренувальної послідовності, заснованої на послідовності Голя - Рудіна - Шапіро. У часовій області сформований сигнал складається з декількох повторюваних частин однакової довжини.

$$\Lambda_\varepsilon(d) = \left( \frac{L}{L-1} \cdot \frac{|P(d)|}{E(d)} \right)^2$$

Такий алгоритм вимагає виконання великої кількості математичних операцій для розрахунку ВКФ між частинами сигналу, що повторюються, із застосуванням операції ковзного підсумовування, що ускладнює його застосування в системах зв'язку реального часу.

Останнім із розглянутих алгоритмів оцінки усунення за часом прийнятого сигналу є алгоритм, запропонований Чоєм. Автор даного алгоритму пропонує використовувати послідовність постійної амплітуди з нульовою автокореляцією як модульовальну тренувальну послідовність. Символ у часовій області являє собою структуру з двох частин, що повторюються, за умови дзеркального відображення і комплексного сполучення другої половини сигналу. Завдяки застосуванню CAZAC послідовності розраховується в аналізованому алгоритмі

ВКФ характеризується максимальною крутістю в максимумах і за наявності багатопроменеві дозволяє оцінити затримки прийнятих відбитих сигналів, що виявляються у вигляді додаткових піків. Для оцінки усунення часу прийнятого сигналу проводиться відбір значень розрахованої ВКФ, які перевищили поріг.

Ця функція є залежністю сумарного рівня значень ВКФ, що перевищили поріг у деякому вікні операції ковзного підсумовування. Оцінка зміщення за часом сигналу з урахуванням значення коригування, відповідного максимуму.

У запропонованому алгоритмі використовується сигнальна конструкція, що складається з двох однакових сигналів.

Уявна та дійсна частини прийнятого сигналу синхронізації після перетворення частоти надходять на блок оцифрування, з виходу якого формуються з частотою дискретизації комплексні відліки прийнятого сигналу. Відліки надходять до блоку накопичення для формування пари масивів комплексних відліків. Для пари отриманих сигналів виконується операція видалення надлишкової інформації, після чого кожного з них обчислюється БПФ. Далі шляхом обчислення ОБПФ від добутку значень масивів, що містять спектральні відліки прийнятих сигналів, розраховується комплексна ВКФ:

$$R_{S1S2}(n) = IFFT(S_{1w}(k) \cdot S_{2w}(k)), k = 0, K, N - 1$$

Оцінка неузгодженості частоти гетеродинів приймача та передавача показано вплив неузгодженості частоти гетеродинів на форму модуляційного сузір'я для значень частоти.

На другому етапі названим «точна» оцінка неузгодженості частоти пропонується виконати компенсацію неузгодженості частоти гетеродинів на значення, отримане при «грубій» оцінці. Далі необхідно оцінити імпульсну характеристику каналу, за якою можна обчислити значення затримок відбитих сигналів і маскувати нулями повторювані частини, спотворені міжсимвольною інтерференцією. «Точна» оцінка проводиться шляхом обчислення різниці фаз у максимумі ВКФ не маскованих частин сигналу, що повторюються.

Розглянемо оцінку неузгодженості частоти гетеродинів. Показаний вплив неузгодженості частоти гетеродинів на форму модуляційного сузір'я для значень зміщення частоти 100 Гц, 200 Гц і 500 Гц. При неузгодженні частоти гетеродинів на значення, що перевищують 2% від інтервалу між піднесучими точки модуляційного сузір'я виходять за межі свого квадранта через порушення ортогональності в сигналі.

Розглянемо алгоритм SCA у якому оцінка неузгодженості частоти гетеродинів обчислюється за допомогою виразу:

$$\Delta\hat{f} = \hat{\phi} / \pi T,$$

де  $\hat{\phi} = \text{angle}(P(d))$  - фаза в точці максимуму з комплексної ВКФ двох половин прийнятого сигналу  $P(d)$ , розрахунок;  $T$  – тривалість сигналу.

Алгоритм Міна, дозволяє провести оцінку неузгодженості частоти гетеродинів у два етапи за прийнятим сигналом, що складається з  $L$  частин, що повторюються в часі. На першому етапі названим «груба» оцінка неузгодженості частоти проводиться розрахунок згідно з формулою:

$$\hat{v} = \frac{L}{2\pi} \sum_{m=1}^H w(m)\varphi(m),$$

де  $w(m)$  - ваговий коефіцієнт;  $\varphi(m)$  - різницю фаз між повторюваними частинами сигналу;  $H$  - параметр, що вибирається меншим або рівним  $L-1$  (оптимальним, за заявою автора, є значення  $H = L/2$ ,  $L$  - кількість частин, що повторюються).

На другому етапі названим «точна» оцінка неузгодженості частоти автор алгоритму пропонує виконати компенсацію неузгодженості частоти гетеродинів на значення, отримане при «грубій» оцінці. Далі необхідно оцінити імпульсну характеристику каналу РРВ, за якою можна обчислити значення затримок

відбитих сигналів і маскувати нулями повторювані частини, спотворені міжсимвольною інтерференцією. «Точна» оцінка проводиться шляхом обчислення різниці фаз у максимумі ВКФ не маскованих частин сигналу, що повторюються.

В алгоритмі Вей Сюя для формування сигналу синхронізації використовується CAZAC послідовність. Автором алгоритму пропонується оцінювати неузгодженість частоти гетеродинів використовуючи один прийнятий OFDM-сигнал (відомий приймальної та передавальної сторонам), що складається з двох однакових частин. ВКФ сигналів, модульованих CAZAC послідовністю, дозволяє за певних значеннях параметрів, що використовуються в алгоритмі, оцінити затримки відбитих сигналів, представлені у вигляді додаткових піків. Після цього, застосовуючи багатоетапну обробку значень фаз у піках ВКФ оцінюється неузгодженість частоти гетеродинів.

Пропонований алгоритм оцінки неузгодженості частоти гетеродинів приймача та передавача використовує сигнальну конструкцію.

Для оцінки неузгодженості частоти гетеродинів проводиться розрахунок комплексної ВКФ двох прийнятих сигналів.

Оцінку неузгодженості частоти сигналів гетеродинів можна записати так:

$$\Delta \hat{f} = \frac{\arctg\left(\frac{\operatorname{Im}(R_{S1S2}(0))}{\operatorname{Re}(R_{S1S2}(0))}\right)}{\pi \cdot T}$$

де  $\operatorname{Im}(R_{S1S2}(0))$  і  $\operatorname{Re}(R_{S1S2}(0))$  уявне та дійсне значення максимуму частотної комплексної ВКФ відповідно;  $T$  - Тривалість одного OFDM-сигналу.

Порівняння результатів цифрового моделювання розглянутих алгоритмів оцінки неузгодженості частоти гетеродинів приймача та передавача.

На основі порівняння результатів моделювання алгоритмів оцінки неузгодженості частоти сигналів гетеродинів приймача і передавача, можна зробити висновок про те, що застосування запропонованого алгоритму, що

використовує конструкцію сигналу синхронізації, дозволяє домогтися найменших значень СКО помилки оцінки при спотвореннях каналу з часом когерентності рівним або більшим за тривалість сигналу синхронізації та швидкості переміщення абонента не менше 60 км/год. Запропонований алгоритм є найпростішим, з погляду реалізації їх у апаратурі, стосовно розглянутим у другому розділі алгоритмам.

Проведемо дослідження запропонованих алгоритмів у лабораторних умовах. Описано структуру та формування сигналу синхронізації, що використовується при проведенні експерименту, наведено методику проведення експерименту в лабораторних умовах та результати експерименту.

В результаті обробки експериментальних даних запропонованими алгоритмами були отримані залежності СКО помилки оцінки зміщення часу прийнятого сигналу і неузгодженості частоти гетеродинів від ВСШ.

Залежності, отримані за допомогою експерименту, мають відхилення від аналогічних залежностей отриманих шляхом цифрового моделювання, які не перевищують 1 нс для залежності СКО помилки оцінки зміщення за часом від ЗСШ і 15 Гц для залежності СКО помилки оцінки неузгодженості частоти гетеродинів приймача і передавача від ОСШ, на підставі чого, можна зробити висновок про правильність моделювання.

Перевищення значень СКО, отриманих за експериментом від значень СКО, отриманих за допомогою моделювання, пояснюється наявністю додаткових похибок, викликаних приймальною та передавальною апаратурою.

Розглянемо опис приймального та передавального обладнання та опис його перевірки на реальній трасі РРВ. Наведено класифікацію експериментальних трас та методику проведення експерименту.

Мета експерименту: отримання експериментальних даних про передані сигнали синхронізації, що пройшли приземний канал РРВ; перевірка запропонованих алгоритмів шляхом порівняння експериментальних значень СКО помилки оцінки із залежностями СКО помилки оцінки, отриманими шляхом цифрового моделювання.

В результаті проведення експериментальних досліджень були отримані масиви експериментальних даних, які містять записи квадратурних складових прийнятих сигналів синхронізації, що пройшли приземний канал РРВ і зареєстрованих за допомогою аналізатора спектра. Дані про експериментальні вимірювання, із зазначенням імені файлу даних, параметрів випромінюваного сигналу і т.д. були об'єднані в єдину базу даних.

Отримані за експериментальними сигналами значення СКО помилки оцінки зміщення за часом прийнятого сигналу не перевищують допустиме значення помилки оцінки рівне 100 і СКО помилки оцінки неузгодженості частоти гетеродинів менше ніж 2% від інтервалу між піднесучими (для заданих параметрів системи значення становить 200 Гц).

### **Висновки до першого розділу**

Алгоритми оцінки зміщення за часом прийнятого сигналу не дозволяють отримати помилку оцінки меншої тривалості відліку дискретизації за наявності частотно-селективних замирань у спектрі прийнятого сигналу від 0 дБ до 10 дБ.

Алгоритми оцінки зміщення за часом прийнятого сигналу синхронізації та оцінки неузгодженості частоти гетеродинів дозволяють отримати прийнятне значення оцінок в діапазоні ВСШ від 0 дБ до 25 дБ.

Алгоритм оцінки зміщення за часом прийнятого сигналу дозволяє зменшити СКО помилки оцінки більш ніж вдвічі і алгоритм оцінки неузгодженості частоти гетеродинів дозволяє зменшити СКО помилки оцінки на 30% стосовно найбільш точного з аналогічних алгоритмів.

Порівняння значень СКО помилки показало незначне відхилення параметра від цифрового моделювання (10 нс для алгоритму оцінки зміщення за часом).

## 2 ОЦІНКА OFDM-СИГНАЛУ І ЗМІЩЕННЯ ЧАСТОТИ

### 2.1 Алгоритм захоплення несучої частоти OFDM-сигналу

Існуючі системи зв'язку розвивалися із впровадженням нових технологій, які можуть інноваційно підвищити їхню продуктивність. Тим часом проблема зміщення несучої частоти (ЗЧН), як і раніше, має значення в цих сучасних системах зв'язку з точки зору досягнення мети підвищення продуктивності в середовищі з нижчим відношенням сигнал-шум (ВСШ). Зокрема, оцінка точного ЗЧН вважалася складною проблемою з ранніх систем мобільного зв'язку. Зсув частоти відбувається через різницю частот генератора на стороні передавача і приймача і ефект Доплера, викликаного мобільністю мобільних терміналів. Таким чином, приймачі неминуче стикаються зі зсувом частоти, і їм необхідно оцінити величину зміщення частоти і компенсувати його. З часом зміщення частоти все більш критично впливає на фази символів, що приймаються, тому невелике зміщення частоти може погіршити продуктивність декодера і знизити надійність всього процесу приймання. Зважаючи на те, що останні системи зв'язку повинні працювати помірно в середовищі з нижчим ВСШ, цю проблему зсуву частоти необхідно серйозно вирішити для підвищення продуктивності в середовищі з нижчим ВСШ.

У роботі [1] запропоновано спільну оцінку часових характеристик та зміщення несучої частоти шляхом створення спільної функції правдоподібності змінних зсувів. [3] запропонували використовувати останню вибірку циклічного префікса для оцінки зміщення залишкової частоти, оскільки в ній відсутні завади.

Інший підхід вимірює, як фази отриманих вибірок відомої послідовності чергуються у часі. Цей підхід може ефективно пригнічувати дисперсію шуму за рахунок використання довгої послідовності.

Репрезентативні схеми використовують послідовність преамбули, яка надається системою з метою синхронізації [1]. Метод, заснований на первинному сигналі синхронізації (PSS) в [4], зіставляє вихідну послідовність PSS і кожену

половину прийнятого сигналу для обчислення повороту фази і оцінки зміщення частоти шляхом розподілу часового інтервалу. [5] показали чудові властивості оцінювача зсуву частоти на основі псевдовипадкової (ПВ) послідовності за допомогою теоретичного аналізу. У роботі [6] запропоновано двоетапний метод, який оцінює частотний зсув з високою точністю, використовуючи ПВ послідовність. [7] також запропонував двоетапний метод для початкової оцінки цілісного зсуву частоти з парною ПВ-послідовністю, а потім для оцінки дробового зсуву частоти з повною ПВ-послідовністю.

У деяких дослідженнях використовується підхід до оцінки ЗЧН за коефіцієнтом підсилення каналу, який може бути отриманий за допомогою контрольних символів, що лежать у частотній ділянці. Цей підхід має потенціал для більш точної оцінки ЗЧН, оскільки коефіцієнт підсилення каналу, що оцінюється частотної області, вільний від інтерференції між символами. [9] використовує пілот-символи для оцінки каналу і порівнює метод "обчислення фази, потім середнього" з методом "спочатку середнє, потім обчислення". [10] запропонували оцінку цілого зміщення частоти шляхом кореляції пілот-сигналів з іншими пілот-сигналами. Крім того, [11] запропонована сліпа оцінка з використанням оцінок мінімальної середньоквадратичної помилки.

У той час як компенсація зміщення частоти досить проста, оцінка зміщення частоти є складною роботою і потребує більш складних алгоритмів. Оцінюючи зсув частоти ми стикаємося з низкою труднощів практично. Більшість оцінювачів зміщення частоти використовують прийнятий сигнал, і шум, що міститься у прийнятому сигналі, ускладнює оцінку оцінювачем точного значення зміщення частоти. (Це стає більш серйозним, коли відношення сигнал-шум низьке.) Крім того, як ми можемо спостерігати з традиційних досліджень, зміщення частоти в основному оцінюється по різниці фаз, вимірної в два різні моменти часу.

Зсув частоти можна спостерігати тільки за кутовою швидкістю, тому оцінювач зміщення частоти в основному вимагає обчислення фаз символу в два

різні моменти. Це потребує більш складного механізму, порівняно з іншими оцінками, які можна виконати за один раз.

Тому розробки оцінювача зміщення частоти необхідно розглянути досить складний і докладний алгоритм і процедуру.

Щоб виконати більш детальну оцінку зміщення частоти, нам необхідно додатково розглянути характеристики цільової системи зв'язку. Насправді засіб оцінки з урахуванням пілот-сигналу зазвичай перевищує засіб оцінки з допомогою даних, і це засіб оцінки з урахуванням пілот-сигналу спирається на структуру кадру системи зв'язку. Крім того, кожна система зв'язку має вимогу до цільової частоти помилок по бітах (BER) у конкретному середовищі ВСШ, і ця вимога залежить від точності оцінки зміщення частоти. В іншому випадку залишковий зсув частоти через недостатню точність оцінювача викличе непередбачені бітові помилки. Зміщення частоти, як правило, оцінюється неточно, коли потужність шуму висока, тому оцінка зміщення частоти повинна бути складнішою, коли системі потрібно більш точна оцінка зміщення частоти.

Таким чином, конструкцію пристрою оцінки зсуву частоти необхідно налаштовувати відповідно до системних вимог та структури кадру.

Розглянемо методологію проектування з метою оцінки зміщення частоти для конкретної цільової системи зв'язку. Приступимо до аналізу точності оцінки зміщення частоти за певного рівня дисперсії шуму. Результат цього чисельного аналізу визначатиме докладні параметри для розробки пристрою оцінки зміщення частоти. На основі аналізу ми розробляємо оцінювач зміщення частоти для цифрового каналу зв'язку, який має відношення до процедури пошуку стільника та має бути декодований у середовищі з нижчим ВСШ. Оцінювач може бути реалізований у формі програмного модему та оцінюємо нашу конструкцію в середовищі реального часу із комерційних eNodeB. Алгоритми захоплення несучої частоти, як правило, засновані на пошуку відомих нерівномірностей у спектрі сигналу [1]. Найпопулярнішим є алгоритм, що мають спеціальні піднесучі, які передаються з підвищеною потужністю. Це є де-маскуючим фактором, тому даний метод не застосовують для спеціалізованих систем зв'язку, його

використання можливе у системах цифрового теле- та радіомовлення, наприклад: DRM, DRM+, DVB-T, DVB-T2, PABIC та ін [1–2].

Суть даного алгоритму полягає в пошуку максимуму сукупного рівня усередненої спектральної щільності потужності сигналу, що приймається в передбачуваних точках розташування відомих пілотних піднесучих. Так відносне усунення частоти може бути представлене у вигляді:

$$\hat{f} = \frac{f_s}{N_{FFT}} \max \left\{ \sum_{i=0}^{N_p} R_{m+P(i)} \right\} \quad (2.1)$$

$$R_m = \left| \sum_{n=0}^{N_{FFT}-1} r_n e^{-j \frac{2\pi}{N_{FFT}} n m} \right|^2 \quad (2.2)$$

де  $r_n$  - відліки прийнятого сигналу,  $f_s$  - частота дискретизації,  $N_{FFT}$  - розрядність дискретного перетворення Фур'є,  $p(i)$  - індекс пілотних піднесучих, а  $m$  - ширина вікна їх пошуку.

Очевидно, що точність, а разом з нею і складність, алгоритму тим вища, чим більша розрядність перетворення Фур'є і чим більший обсяг вибірки для його обчислення. Оптимальне співвідношення цих величин вибирається виходячи з конкретних передбачуваних параметрів експлуатації системи, таких як відношення сигнал/шум та необхідна точність оцінки частоти.

В алгоритм на вхід надходять відліки, які накопичуються у буфері. Після чого над ним виконується швидке перетворення Фур'є (ШПФ) та визначається квадрат його модуля  $S[k]$ . Розрядність БПФ визначає точність алгоритму захоплення частоти за такою формулою  $\Delta f = \frac{f_s}{N_{FFT}}$  і вибирається виходячи з діапазону оцінки передбачуваного алгоритму стеження.

Далі виконується усереднення спектральної щільності потужності сигналу (рис. 2.2) ковзним середнім (3) або експоненціальним усередненням

$$s_{av}[k] = \frac{s_1[k] + s_2[k] + \dots + s_n[k]}{n} \quad (2.3)$$

$$s_{av}[k] = \alpha s_{av}[k] + (1 - \alpha)s[k] \quad (2.4)$$

де  $n$  – величина вікна усереднення;  $\alpha$  – коефіцієнт експоненційного усереднення,  $k = 1, 2, \dots, N_{FFT}$ .

Глибина усереднення вибирається виходячи з передбачуваних найгірших умов зв'язку та необхідного часу входження до синхронізму.

Для вибору фіксованих порогових значень, при пошуку положення частоти несучої, необхідно здійснити нормування, щоб динаміка аналізованого сигналу знаходилася в межах  $[-1, 1]$  незалежно від рівня сигналу та рівня шуму:

$$S_c(k) = S_{av}(k) - \bar{S}(k) \quad (2.5)$$

$$\hat{S}(k) = \frac{S_c(k)}{\bar{S}(k)} \quad (2.6)$$

Для використання фіксованих порогових значень при пошуку пілотних піднесучих необхідно унормувати отриманий усереднений спектр  $S_{av}[k]$ . Для цього спектр попередньо фільтрується фільтром 1-ого порядку з нескінченною імпульсною характеристикою (БІХ) у двох напрямках наступним чином[10]:

$$S_L(m) = \lambda S_L(m-1) + S_{av}(m)(1 - \lambda), \quad (2.7)$$

$$S_R(n) = \lambda S_R(n+1) + S_{av}(n)(1 - \lambda), \quad (2.8)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт БІХ-фільтра.

Далі у нормованому спектрі  $S(k)$  здійснюється пошук частотного положення пілотних піднесучих. Результат пошуку визначається далі. Для того,

щоб амплітуда аналізованого сигналу не залежала від кількості пілотних піднесучих, формулу (1) можна пронормувати так:

$$\hat{f} = \frac{f_s}{N_{FFT}} \max \left\{ \frac{1}{N_p} \sum_{i=0}^{N_p} R_{m+p(i)} \right\} \quad (2.9)$$

Таким чином, за розташуванням пілотних піднесучих встановлюється зміщення несучої частоти  $\Delta f$ .

Тестування алгоритму проводилося для короткохвильового каналу зв'язку відповідно до рекомендацій ITU-R F.1487 [4]. Параметри сигналу були вибрані зі стандарту DRM.

При моделюванні для усереднення спектра використовувалося експоненційне усереднення. Коефіцієнт експоненційного усереднення можна виразити через величину вікна усереднення ковзним середнім  $n$ :

$$\alpha = 1 - \frac{2}{n+1} \quad (2.10)$$

Таким чином, для коефіцієнта  $\alpha = 0,993$  величина вікна усереднення  $n = 284$  символів, що відповідає приблизно 7,5 секунд для тривалості символу 26,6 мс і перевищує в 225 разів період замирань для обуреного короткохвильового каналу зв'язку відповідно до рекомендацій ITU-F .1487 [4]. Метою цієї статті не був оптимальний вибір глибини усереднення залежно від умов зв'язку, тому коефіцієнт  $\alpha = 0,993$  був обраний досить великим і застосовувався для усереднення спектра сигналу як у спокійних, так і в збурених умовах каналу зв'язку відповідно до рекомендацій ITU-R F.1487 .

Критерієм оцінки якості алгоритму захоплення частоти несучої було обрано середньоквадратичне відхилення (СКВ) від заданого зміщення частоти несучої. Результати вимірювання СКО в багатопробному каналі зв'язку при різному відношенні сигнал/шум (ОСШ) та різній кількості пілотних піднесених.

Збільшення кількості пілотних піднесуть у сигналі дозволяє знизити вимоги до ВСШ сигналу приблизно 3 дБ з кожним подвоєнням їх кількості.

Розглянутий алгоритм зберігає свою працездатність у каналах зв'язку навіть за негативного відношення сигнал/шум. Однак деякі піднесучі можуть бути сильно пригнічені, що може призвести до різкого збільшення дисперсії оцінки. Для підвищення стійкості можна збільшити кількість піднесучих у символі або збільшити глибину усереднення спектру.

Збільшення кількості піднесучих сигналу знижує необхідне відношення сигнал / шум на 3 дБ з кожним подвоєнням їх кількості.

Точність та складність розглянутого алгоритму визначається розрядністю перетворення Фур'є та обсягом вибірки для його обчислення. Оптимальне співвідношення цих величин необхідно вибирати виходячи з конкретних умов експлуатації системи.

Ми припускаємо загальну бездротову систему, що складається з базової станції та кількох терміналів. Ми зосередимося на сценарії низхідної лінії зв'язку, де базова станція передає дані на один із терміналів. Через неточність генератора і ефект Доплера несуча частота переданого сигналу відрізняється від несучої частоти на стороні приймача на  $\epsilon$ . Насправді кожен із терміналів грає роль визначенні і компенсації зміщення частоти у процесі прийому. Термінал повинен мати власну схему оцінки зсуву частоти.

$N$  символи частотної області. Позначаючи вибірку в часовій області як  $r[n]$ , термінал може отримувати прийняті символи шляхом перетворення прийнятих вибірок у часовій області символи частотної області за ШПФ. Прийнятий символ частотної області, позначений  $R$ , може бути виражений як:

$$R = \exp(-j2\pi f_c t + \Theta)S + n \quad (2.11)$$

де  $S$  - символ, що передається,  $\Theta$  - поворот фази по коефіцієнту підсилення каналу, а  $n$  - адитивний білий гаусовський шум (AWGN).

Традиційні схеми в основному оцінюють зміщення частоти шляхом вимірювання різниці фаз між символами частотної області або вибірками в часовій області, взятими в два різні моменти.

Схеми в основному вибирають два символи частотної області або вибірки часової області, які мають бути отримані в одній фазі без зміщення частоти. Припускаючи, що підсилення каналу статично, різницю фаз між цими символами або відліками потім визначається зміщенням частоти. Потім термінал може оцінити зміщення частоти шляхом обчислення різниці фаз. Це виходить, якщо просто взяти кореляцію між двома символами чи зразками та отримати кут результату кореляції.

Структура кадру системи зазвичай включає кілька частин, до яких термінал може звертатися для оцінки зміщення частоти. Термінал може оцінити зміщення частоти з оцінки швидкості обертання фази певного статичного символу обертання. Термінал може в основному використовувати символи преамбули та пілот-сигналу, які періодично передаються та чий шаблони та положення кадрів відомі терміналам.

Оцінка на основі преамбули: оцінка [8] використовує симетричні характеристики вибірок преамбули в тимчасовій області, тому фаза результату кореляції по передній і задній половині є постійною. Взнявши кореляцію прямої та зворотної частин відліків преамбули та обчисливши різницю фаз, яка позначається як  $\hat{\Theta}_{\Delta t}$ , ми можемо оцінити кутову швидкість. Це виражається так,

$$2\pi \hat{f}_e = \frac{\hat{\Theta}_{\Delta t}}{\Delta t} = \angle \left( \left[ \sum_{k=0}^{N/2-1} r[k] p^*[k] \right]^* \cdot \left[ \sum_{k=N/2-1}^{N-1} r[k] p^*[k] \right] \right), \quad (2.12)$$

де  $\angle(\cdot)$  вказує фазу, а  $p[k]$  - вибірки у часовій області, перетворені з послідовності преамбули, яка відома терміналам.

Засіб оцінки на основі пілот-сигналу: термінал також може оцінювати кутову швидкість зміни частотної характеристики каналу, позначеному як  $H$ , і це

можна обчислити з прийнятих символів пілот-сигналу. Враховуючи, що часовий інтервал між послідовними пілот-сигналами менший за когерентний час, а в каналі спостерігається плавне завмирання,  $H$  оцінюється як статичне для послідовних пілот-сигналів. [9] використовує цю характеристику та оцінює кутову швидкість, обчислюючи зміну фази  $H$ . Позначаючи  $X_1$  і  $X_2$  послідовними символами пілот-сигналу, виділеними для однієї і тієї ж піднесучої, а  $Y_1$  і  $Y_2$  - прийнятими символами пілот-сигналу.  $H$  у моменти отримання  $Y_1$  та  $Y_2$  оцінюються як

$$H_1 = \frac{Y_1}{X_1}, H_2 = \frac{Y_2}{X_2}. \quad (2.13)$$

Зміну фази можна оцінити шляхом підсумовування зміни фази за піднесучим. Це можна розрахувати так,

$$2\pi \hat{f}_e = \frac{\angle \sum_{i=1}^N H_1^* H_2}{\Delta t}. \quad (2.14)$$

Засіб оцінки на основі ЦП: Крім символів преамбули та пілот-сигналу, термінал також може використовувати СР для оцінки частоти. Ми припускаємо, що базова станція вставляє СР розміру  $L$ , повторюючи хвостові відліки. Зі сигналу в часовій області розміру  $N$  створюється символ розміру  $N+L$  шляхом копіювання  $L$  хвостових відліків. Термінал може очікувати, що початкові  $L$  вибірок у часовій області дорівнюють останнім  $L$  вибіркам у часі. [1] корелює вибірки в часі і хвостової частини наступним чином:

$$2\pi \hat{f}_e = \frac{\sum_{i=1}^L r(k)r^*(k+N)}{\Delta t} \quad (2.15)$$

Кінцева мета полягає в тому, щоб надати загальну методологію проектування надійних схем компенсації ЗЧН, яка по суті включає процедури оцінки ЗЧН, які підходять для конкретної структури системи. Розроблена схема зрештою оцінює ЗЧН  $\hat{f}_e$  на досить точному рівні, щоб система досягла цільового рівня ймовірності успішного декодування в певному середовищі ВСШ. Припускаючи, що системі потрібна цільова ймовірність помилки декодування як  $p_e$ , ми прагнемо спроектувати загальну схему, яка може зрештою і постійно робити  $f_e$  менше за певний рівень з ймовірністю  $1 - p_e$ . Надійність розробленої схеми залежить від дисперсії залишкового ЗЧН  $f_e - \hat{f}_e$  після застосування схеми та вимагає чисельного аналізу  $\hat{f}_e$  для даної оцінки ЗЧН у ймовірній перспективі. Розподіл ймовірностей  $\hat{f}_e$  може дати нам уявлення про ймовірність помилки декодування в даному середовищі ВСШ, і ми можемо перевірити, чи відповідна оцінка ЗЧН викликає помилку декодування з ймовірністю менше, ніж  $P_e$ , чи ні.

На основі спостереження за структурою кадру ми оцінюємо, наскільки точно кожен кандидатний оцінювач ЗЧН може надати  $f_e$ . Залишковий ЗЧН, що генерується розробленою схемою, повинен бути нижчим за поріг  $f_{e,\max}$ , що викликає помилку декодування з ймовірністю  $P_e$ . ( $f_{e,\max}$  та  $P_e$ ).

Помилка оцінки є важливим чинником в оцінці надійності оцінювача. Щоб побачити, наскільки точно конкретний оцінювач ЗЧН забезпечує оцінне значення ЗЧН  $\hat{f}_e$ , необхідно отримати розподіл ймовірностей  $\hat{f}_e$ . Є кілька факторів, що впливають на розподіл ймовірностей  $\hat{f}_e$  в оцінювачі ЗЧН. Одним із важливих факторів є інтервал часу  $\Delta t$ , протягом якого програма оцінки ЗЧН обчислює кутову швидкість. З наведених вище оцінок ЗЧН зазвичай можна виявити, що величина зміни фази розраховується два моменти, а  $f_e$  індукується шляхом нормалізації  $\Delta t$ . Крім того, кожен оцінювач ЗЧН оцінює різницю фаз у формі процесу усереднення для отримання надійної кутової швидкості шумного

середовища. З огляду на ефект зменшення дисперсії шуму ми позначаємо  $\sigma_{n,est}^2$  як дисперсію шуму після процесу оцінки. Ми припускаємо, що оцінювач не гарантує отримання точного результату через шум, а  $\hat{f}_e$  по суті містить помилку  $\Delta f_e$ .

Оскільки певний рівень зміщення частоти безпосередньо призводить до збою декодування, необхідно зменшити максимальну помилку зміщення частоти  $\Delta f_{e,max}$  для виконання критерію максимальної частоти помилок  $P_e$ . Якщо базова станція передає символ  $s$  з енергією символу  $E_s$  у два моменти інтервалу  $\Delta t$ , прийняті символи у два моменти  $r_1$  та  $r_2$  будуть наступними:

$$r_i = e^{j\Theta_i} s + n_i = e^{j\hat{\Theta}} \quad (2.16)$$

де  $\Theta_1$  і  $\Theta_2$  - повороти фаз зі зміщення частоти та каналу. Тут  $n_1$  і  $n_2$  - ефективні складові шуму, які є вихідними даними пристрою оцінки зміщення частоти AWGN, дисперсія яких дорівнює  $\sigma_{n,est}^2$ . Щоб побачити, як шум впливає на фазову перспективу, ефективні складові шуму виражаються в комплексній формі таким чином:

$$n_i = n_{ix} + jn_{iy}; \quad (2.17)$$

де  $j = \sqrt{-1}$ ,  $n_{ix}$  і  $n_{iy}$  - нормальні випадкові величини, дисперсія яких дорівнює  $\frac{\sigma_{n,est}^2}{2}$ . Щоб отримати  $f_e$ , оцінювач зміщення частоти  $f$  встановлюється таким чином, щоб отримати  $\Theta_2 = \Theta_1$  наступним чином:

$$f(r_1, r_2) = \hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1 = \angle(r_1^* r_2) \quad (2.18)$$

Один із способів отримати розподіл ймовірностей  $\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1$  - побачити тангенс. Це вірно, коли компенсація зміщення частоти успішно виконана, так що залишковий зсув частоти майже дорівнює нулю і  $tg(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) \approx \hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1$ . Використовуючи формулу віднімання тангенсу,  $tg(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1)$  повторно виражається з тангенсом  $tg\hat{\Theta}_i$  наступним чином:

$$tg(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) = \frac{tg\hat{\Theta}_2 - tg\hat{\Theta}_1}{1 + tg\hat{\Theta}_2 tg\hat{\Theta}_1} \quad (2.19)$$

$\hat{\Theta}_i$ , який рандомізований за допомогою шумових складових  $n_{ix}$  та  $n_{iy}$ , як показано на рис. 2. На основі моделі одержаних символів тангенси фази прийнятих символів можуть бути отримані наступним чином:

$$tg\hat{\Theta}_i = \frac{\sqrt{E_s} \sin \Theta_i + n_{iy}}{\sqrt{E_s} \cos \Theta_i + n_{ix}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.20)$$

Підставляючи (10), (9) виражається так:

$$tg(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) = \frac{\sqrt{E_s} \sin(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) + \sqrt{E_s} X_1 + X_2}{\sqrt{E_s} \cos(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) + \sqrt{E_s} Y_1 + Y_2} \quad (2.21)$$

$$X_1 = \cos \Theta_1 n_{2y} + \sin \Theta_2 n_{1x} - \cos \Theta_2 n_{1y} - \sin \Theta_1 n_{2x} \quad (2.22)$$

$$Y_1 = \cos \Theta_2 n_{1x} + \cos \Theta_1 n_{2x} + \sin \Theta_2 n_{1y} + \sin \Theta_1 n_{2y} \quad (2.23)$$

$$X_2 = n_{2y} n_{1x} - n_{1y} n_{2x} \quad (2.24)$$

$$Y_2 = n_{2x}n_{1x} - n_{2y}n_{1y} \quad (2.25)$$

Оскільки ефективні шумові члени  $n_{ix}$  і  $n_{iy}$  незалежні,  $X_1$  та  $Y_1$  підкоряються нормальному розподілу, середнє значення та дисперсія якого дорівнюють 0 та  $\sigma_{n,est}^2$  відповідно. Крім того,  $X_2$  та  $Y_2$  еквівалентні кратним двох незалежних нормальних випадкових величин, середнє значення та дисперсія яких дорівнюють 0 і  $X_1$  та  $\sigma_{n,est}^4 / 2$ .

Таким чином, частини чисельника та знаменника (12) мають подібні розподіли ймовірностей, середнє значення яких дорівнює  $\sin(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1)$  і  $\cos(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1)$  відповідно, а дисперсія дорівнює  $E_s \sigma_n^2 + \sigma_n^4 / 2$ . Посилаючись на розподіл відносин двох змінних з [12], середнє значення (12) являє собою відношення середніх значень чисельника і знаменника, яке в кінцевому підсумку виражається як

$$E \left[ \operatorname{tg}(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) \right] = \operatorname{tg}(\Theta_2 - \Theta_1) \approx \hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1; \quad (2.26)$$

і дисперсія може бути отримана як

$$\begin{aligned} \operatorname{Var} \left[ \operatorname{tg}(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) \right] &= \operatorname{tg}^2(\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1) \left( \frac{E_s \sigma_n^2 + \sigma_n^4 / 2}{E_s^2 \sin^2(\Theta_2 - \Theta_1)} + \frac{E_s \sigma_n^2 + \sigma_n^4 / 2}{E_s^2 \cos^2(\Theta_2 - \Theta_1)} \right) = \\ &= \left( \frac{\sigma_n^2}{E_s} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_n^2}{E_s} \right)^2 \right) \frac{1}{\cos^4(\Theta_2 - \Theta_1)} \end{aligned}$$

Тут  $\frac{\sigma_n^2}{E_s}$  є ефективним відношенням сигнал-шум (ВСШ), яке являє собою

ВСШ після оцінки зсуву частоти. Позначимо ефективне ВСШ через  $\operatorname{SNRe}$ .

Оскільки  $\hat{\Theta}_2 - \hat{\Theta}_1 = 2\pi \hat{f}_e \Delta t$ , дисперсія  $\hat{f}_e$  може бути отримана як

$$V[\hat{f}_e] = \left(\frac{1}{2\pi\Delta t}\right)^2 \left(\frac{1}{2SNR_e^2} + \frac{1}{SNR_e}\right) \frac{1}{\cos^4(2\pi f_e \Delta t)} \quad (2.27)$$

(21) показує, наскільки оцінка ЗЧН  $\hat{f}_e$  відхиляється залежно від параметрів оцінювача ЗЧН та сигнального середовища. Результат оцінки ЗЧН сильно різниться, якщо часовий інтервал між двома вимірюваннями фази малий або ефективно відношення низький сигнал-шум. Це означає, що для будь-якого пристрою оцінки зміщення частоти результат оцінки зміщення частоти має тенденцію до невеликих коливань, якщо потужність сигналу, що приймається, велика або засіб оцінки ефективно знижує дисперсію шуму. Також з нього ми можемо дізнатися, що оцінювач зміщення частоти стабільно видає точніші значення і якщо часовий інтервал між вимірами заданий великим. Відзначено, що  $f_e$  сходиться до малого в міру того, як компенсація зміщення частоти виконується послідовно, і можна вважати, що  $\cos(2\pi f_e \Delta t) \approx 1$ . Таким чином, доданок  $\frac{1}{\cos^4(\Theta_2 - \Theta_1)}$  у (21) впливає менше до загальної дисперсії результатів оцінки зміщення частоти.

## 2.2 Байєсовська оцінка доплерівського зміщення частоти

Розглядаються можливості, які з'являються при скороченні розмірності даних в задачах оцінювання параметрів сигналів відомої форми в телекомунікаційних каналах передачі інформації з кодовим ущільненням каналів. Як критерій якості використовується мінімум втрат фішерівської інформації про доплерівське зміщення спектра сигналу, від якої залежить точність оцінки. Це дозволяє сконцентрувати цю інформацію у векторній статистиці невеликої розмірності. Показано, що за рахунок цього можна значно зменшити обсяг обчислень за практичної реалізації байєсівських оцінок.

Байєсовські оцінки параметрів сигналів мають дуже привабливу екстремальну властивість – при квадратичній функції штрафів вони гарантують мінімальну середньоквадратичну помилку. У той же час вони рідко використовуються практично через кілька проблем. По-перше, зазвичай відсутня інформація про апіорний закон розподілу ймовірностей параметра, що оцінюється, яка використовується в алгоритмі оцінювання. Однак цю проблему можна трохи послабити, якщо покласти невідомий розподіл рівномірним у певному інтервалі, який часто можна обмежити, виходячи з розумних міркувань. Наприклад, в оцінці фази сигналу типовим є угода, що вона змінюється в діапазоні від 0 до  $2\pi$ . Іншим прикладом є доплерівське зміщення частоти, яке з'являється в телекомунікаційних каналах передачі інформації з кодовим ущільненням каналів при випромінюванні або прийомі сигналів об'єктом, що рухається. Інтервал змін цього параметра можна оцінити виходячи з граничних швидкостей відомих наземних або повітряних цілей, що рухаються. Припущення про рівномірний закон розподілу дозволяє використовувати байєсівський підхід, як і раніше забезпечуючи мінімальну помилку в цьому окремому випадку, і дещо гірші результати, якщо реальний розподіл відрізнятиметься від нього. Зауважимо, що такий варіант часто використовується як точка відліку при характеристиці властивостей різних евристичних оцінок, що вводяться через простоту їхньої практичної реалізації.

На жаль, іншими, більш серйозними недоліками байєсівських оцінок, що обмежують їхнє практичне застосування, є складність апаратної реалізації у аналоговому варіанті або великий обсяг обчислень при цифровій обробці. Якщо проблема аналогового варіанта важко піддається вирішенню, обсяг цифрових операцій може бути істотно зменшений за рахунок скорочення розмірності оброблюваної вибірки.

Скорочення розмірності даних часто використовується як попередній етап обробки спостережень для спрощення алгоритмів виділення інформації.

Це передбачає знаходження відповідного компактного представлення вихідних даних великої розмірності. Працюючи з даними малої розмірності такі

завдання, як класифікація і розпізнавання, часто виконуються акуратніше. Як наслідок, в результаті виходять результати, що легко інтерпретуються, зі значно меншими обчислювальними витратами.

З погляду математики аналізована проблема полягає в наступному:

Для даного  $N$  – мірного випадкового вектора  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$  потрібно знайти малорозмірне уявлення  $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$  з  $m < N$ , яке зберігає інформаційний зміст вихідних даних відповідно до будь-якого критерію. Серед лінійних методів скорочення розмірності найкращим у сенсі мінімальної середньоквадратичної помилки апроксимації є метод головних компонентів (МГК) або перетворення Карунена - Лоева [1,2,3]. Фактично МГК дає компактне малорозмірне уявлення вихідних даних. У випадку число основних компонент збігається з розмірністю вихідного вектора  $x$ . Але для багатьох практичних завдань кілька перших головних компонентів характеризують більшу частку змін сигналу, тоді як інші можуть бути відкинуті без істотних втрат інформації.

Тут розглядається інший підхід до скорочення розмірності, пристосований до завдань оцінювання параметрів сигналів відомої форми, як це має місце в каналах передачі з кодовим ущільненням. У цьому використовується аналог методу головних компонент, але з іншим критерієм точності уявлення, який безпосередньо з особливостями саме завдань оцінювання параметрів сигналів. Оцінка доплерівського зміщення обрана як приклад, щоб продемонструвати можливість наближення байєсовського підходу до практичного застосування.

### 2.3 Скорочення розмірності даних

Проблема оцінювання або вимірювання, що розглядається тут, може бути сформульована наступним чином: сигнал відомої форми  $s(t, \Theta)$ ,  $0 \leq t \leq T$  спостерігається у присутності адитивного гаусівського шуму  $w(t)$  з нульовим середнім:  $x(t) = s(t, \Theta) + w(t)$ . Цікавий нас у загальному випадку параметр  $\Theta$  є

випадковим з апріорною щільністю розподілу ймовірностей  $p(\Theta)$ . Передбачається, що функція  $p(\Theta)$  відома або може бути задана, наприклад, у вигляді рівномірного розподілу.

Конкретна величина  $\Theta$  повинна оцінюватися за спостереженням. У випадку параметр  $\Theta$  може бути пов'язані з сигналом нелінійно.

Будемо вважати, що в результаті дискретизації  $x(t)$  простір спостережень відповідає набору з  $N$  дискретних значень сигналу, що спостерігається:  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Таким чином, кожен набір може розглядатися як точка в  $N$ -мірному просторі і позначатися вектором-стовпцем  $x = s(\Theta) + w$ , де  $s(\Theta) \in \mathbb{R}^N$  та  $w \in \mathbb{R}^N$  є  $N$ -мірними векторами-стовпцями сигналу та шуму відповідно. Вектор  $w$  має несингулярну ковариационну матрицю  $R_w$ . Тоді щільність розподілу ймовірностей вектора  $x$ :

$$p(x|\Theta) = \left( (2\pi)^N |R_w| \right)^{-1/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} (x - s(\Theta))^T R_w^{-1} (x - s(\Theta)) \right]$$

Для отримання  $m$ -мірного вектора скороченої розмірності  $y$  з  $m < N$  використовуємо лінійне перетворення  $y = Cx$  з матрицею перетворення  $C$ . Потрібно знайти таку матрицю  $C$ , яка гарантує мінімальні втрати в точності оцінювання параметра  $\Theta$  у тому випадку, якщо для його оцінки використовуватиметься вектор  $y$ . На додаток до цих вимогам необхідно знайти уявлення вектора  $x$  у новій координатній системі, в якій компоненти вектора скороченої розмірності є статистично незалежними змінними:  $CRCT^T = I$ , де  $I$ -одинична діагональна матриця. Зручно записати матрицю перетворення у вигляді  $C = AR_w^{-1/2}$ . Тут  $R_w^{-1/2}$  – симетричний квадратний корінь із  $R_w^{-1}$ , тобто.  $R_w^{-1/2} R_w^{-1/2} = R_w^{-1}$ ,  $A^T = (a_1, a_2, \dots, a_m)^T$ ,  $AA^T = I$ . Тоді маємо

$$y = AR_w^{-1/2} x, \quad y \in \mathbb{R}^m.$$

Приступаючи до вирішення цього завдання, нагадаємо, що дисперсія будь-якої незміщеної оцінки параметра визначається нерівністю Крамера - Рао [3]:

$$\sigma_{\Theta}^2 \geq \left( \left[ \frac{\partial \ln p(x|\Theta)}{\partial \Theta} \right]^2 \right)^{-1} = \left( -\frac{\partial^2 \ln p(x|\Theta)}{\partial \Theta^2} \right)^{-1}$$

Нерівність визначена, якщо похідні, що входять до неї, існують і абсолютно інтегруються. Вирази, укладені в круглі дужки, часто називають фішерівською інформацією щодо параметра  $\Theta$  [4]:

$$I(\Theta) = \left[ \frac{\partial \ln p(x|\Theta)}{\partial \Theta} \right]^2 = -\frac{\partial^2 \ln p(x|\Theta)}{\partial \Theta^2}.$$

Підставляючи (1) до (3), маємо:

$$I_N(\Theta) = (s'(\Theta))^* R_w^{-1} s'(\Theta)$$

Тут індекс  $N$  використовується для того, щоб відрізнити розмірність початкового вектора спостережень від редукованої розмірності  $m$ ,

$s'(\Theta) = \left( \frac{\partial s_1(\Theta)}{\partial \Theta}, \dots, \frac{\partial s_N(\Theta)}{\partial \Theta} \right)^T$  вектор-стовпець похідних, зірочка означає

транспонування з комплексним одночасним сполученням.

Фішерівська інформація, що міститься у векторі  $u$  [5]:

$$I_m(\Theta) = \sum_{k=1}^m \left[ a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta) \right]$$

У разі  $m < N$  втрати фішерівської інформації становлять величину:

$$\Delta I(\Theta) = I_N(\Theta) - I_m(\Theta) = (s'(\Theta))^* R_w^{-1} s'(\Theta) - \sum_{k=1}^m [a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta)]^2$$

В загальному випадку вона залежить від конкретного значення  $\Theta$ . Середнє значення втрат фішерівської інформації:

$$\Delta I = E_{\Theta} \left\{ (s'(\Theta))^T R_w^{-1} s'(\Theta) - \sum_{k=1}^m [a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta)]^2 \right\}$$

де  $E_{\Theta}$  означає усереднення по випадковій змінній  $\Theta$ . Необхідна така матриця перетворення (2), яка забезпечить мінімальну величину  $\Delta I$ .

Покажемо, що лінійне перетворення забезпечує з матрицею  $AR_w^{-1/2}$  забезпечує мінімальне значення середніх втрат фішерівської інформації  $\Delta I$ , якщо вектори стовпці  $a_1, a_2, \dots, a_m$  матриці  $A^T$  є ортонормованими власними векторами матриці

$$B = R_w^{-1/2} E_{\Theta} \left\{ s'(\Theta) (s'(\Theta))^* \right\} R_w^{-1/2}$$

відповідними  $m$  найбільшим власним значенням. Крім того,

$$\Delta I_{\min} = \lambda_{m+1} + K + \lambda_N$$

де  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq K \geq \lambda_N$  - ранжовані в порядку убутання власні значення  $B$ .

Перепишемо (3) у такому вигляді:

$$\Delta I = E_{\Theta} \left\{ (s'(\Theta))^* R_w^{-1} s'(\Theta) \right\} - E_{\Theta} \left\{ \sum_{k=1}^m [a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta)]^2 \right\}$$

Перше доданок залежить від векторів  $a_k$ . Отже, мінімальне значення  $\Delta$  виходить у тому випадку, якщо віднімається максимально. Позначимо його  $H(a_1, a_2, \dots, a_m)$ . Змінюючи порядок підсумовування та обчислення математичного очікування, а також враховуючи очевидну рівність

$$\left[ a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta) \right]^2 = a_k^* R_w^{-1/2} s'(\Theta) (s'(\Theta))^* R_w^{-1/2} a_k$$

маємо:

$$H(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{k=1}^m a_k^T \left[ R_w^{-1/2} E_{\Theta} s'(\Theta) (s'(\Theta))^* R_w^{-1/2} \right] a_k$$

Вираз у квадратних дужках є симетричною матрицею:

$$B = R_w^{-1/2} E_{\Theta} \left\{ s'(\Theta) (s'(\Theta))^* \right\} R_w^{-1/2}$$

Враховуючи теорему про власні вектори і власні значення [2], отримуємо, що величина  $H(a_1, a_2, \dots, a_m)$  буде максимальна в тому випадку, якщо  $a_1, \dots, a_m$  є власними векторами матриці  $B$ , відповідними  $m$  найбільшим власним значенням  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$  і

$$\max H(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{k=1}^m \lambda_k$$

З рівності  $R_w^{-1/2} R_w^{-1/2} = R_w^{-1}$  випливає, що слід матриці  $B$  може бути виражений у наступному вигляді:

$$\text{tr} B = E_{\Theta} \left\{ (s'(\Theta))^* R_w^{-1} s'(\Theta) \right\}.$$

З іншого боку,  $\text{tr}B = \sum_{k=1}^m \lambda_k$ . Звідси отримуємо

$$\Delta I_{\min} = \sum_{k=1}^m \lambda_k$$

Отже, втрати фішерівської інформації визначаються сумою власних значень, відповідних відкинутим членам ортогонального ряду.

Грунтуючись на цих результатах, можна стверджувати, що підпростір вихідного простору спостережень, породжений векторами стовпцями  $a_1, \dots, a_m$ , являє собою підпростір з максимальним вмістом фішерівської інформації щодо параметра серед будь-яких інших підпросторів фіксованої розмірності  $m$ . У зв'язку з такими властивостями вектор  $y = AR_w^{-1/2}x$ , можна розглядати як наближену векторну достатню статистику [6]. Зауважимо, що з незалежних відлікових значення вектора спостережень  $x$  варіаційна матриця  $R_w$  є діагональною і матриця перетворення з точністю до константи збігається з матрицею АТ.

## 2.4 Байєсовська оцінка доплерівського зміщення частоти

Для ілюстрації можливого ефекту від скорочення розмірності у завданнях оцінювання параметрів сигналів розглянемо байєсовську оцінку доплерівського зміщення частоти  $f_D$ . Будемо використовувати таку модель:

$$x(t) = s(t, f_D) + w(t)$$

Тут  $s(t, f_D)$  - сигнал відомої форми, що спостерігається в присутності аддитивного гаусівського шуму  $w(t)$  з незалежними відліками та з нульовим

середнім та дисперсією  $\sigma_w^2$ . Момент приходу сигналу відомий, необхідно оцінити частоту доплерів  $f_D$ . Далі використовується поширене припущення, що полягає в тому, що доплерівський ефект через переміщення випромінюючого або відбиває об'єкта моделюється зсувом спектра сигналу. Така модель є вузькосмуговою апроксимацією стиснення або розтягування спектра вздовж частотної осі.

Нехай величина  $f_D$  є випадковим параметром з рівномірною апіорною густиною розподілу ймовірностей  $p_0(f_D)$ ,  $f_D \in [-F; F]$ . Тоді можна використовувати байєсовську процедуру оцінювання. З погляду практичного застосування вона досить складна і потребує великого обсягу обчислень під час цифрової реалізації. Покажемо, що скорочення розмірності даних дозволяє суттєво зменшити цей обсяг. Для конкретності використовуватимемо квадратичну функцію вартості, що гарантує мінімальну дисперсію оцінки [3].

З наведених вище результатів випливає, що при скороченні розмірності даних, що спостерігаються, необхідно максимально забезпечити збереження фішерівської інформації про доплерівське зміщення частоти.

Для кількісної ілюстрації скористаємося тестовим прикладом [3]:

$$s(t, f_D) = \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right) \cos(2\pi(f_0 + f_D)t), \quad 0 \leq t \leq T.$$

При дискретному поданні з незалежними відліковими значеннями

$x_k$ ,  $k = 1, K, N$  маємо вектор-стовпець  $x = s(f_D) + w \in R^N$  з діагональною коварійною матрицею  $R_w = \sigma_w^2$

Байєсовська оцінка ґрунтується на обчисленні апостеріорної щільності розподілу ймовірностей:

$$p(f_D | x) = \frac{p(x | f_D) p_0(f_D)}{\int_{-F}^F p(x | f_D) p_0(f_D) df_D}.$$

Сама оцінка є апостеріорним середнім [3]:

$$f_D(x) = \int_{-F}^F f_D P(f_D | x) df_D$$

Спрощення байєсівської оцінки може бути досягнуто з використанням лінійної матриці перетворення  $A$ , що забезпечує мінімальні втрати фішерівської інформації про доплерівське зміщення. Відповідно (7) вектори стовпці  $a_1, \dots, a_m$  матриці  $A^T$  є ортонормованими власними векторами матриці

$$B = \frac{1}{\sigma^2} E_D \left\{ s'(f_D) (s'(f_D))^* \right\}$$

відповідними  $m$  найбільшим власним значенням. Тут  $s'(f_D)$  - вектор-стовпець похідних сигналу змінної  $f_D$ . Якщо для оцінки замість вихідних даних використовується вектор  $y=Cx$ , байєсовська оцінка визначається тими ж співвідношеннями (11) – (12), де  $x$  замінюється  $y$ .

Результати комп'ютерного моделювання байєсівської оцінки  $f_D$  залежно від відношення сигнал/шум (осш) одночасно з розрахованим кордоном Крамера-Рао (ГКР). 101-мірний і 3-вимірний вектори еквівалентні з точки зору точності оцінювання. У той самий час обчислювальна складність при скороченні розмірності зі 101 до 3 зменшується більш ніж порядок величини [7]. Збереження точності оцінювання алгоритмом Байєса є наслідком збереження фішерівської інформації про доплерівське зміщення. Подальше скорочення розмірності від 3 до 1 призводить до відчутних втрат точності.

Звернімо увагу на той факт, що хоча байєсовська оцінка з квадратичною функцією втрат дає мінімальну помилку, проте з аналізу малюнка видно, що точність оцінювання навіть і в цьому випадку не досягає межі Крамера - Рао. Це

цілком узгоджується з основними положеннями теорії оцінювання [3], з яких випливає, що оцінка байеса є асимптотично ефективною в нелінійних завданнях.

Для каналу FSRF, що використовується в цьому моделюванні, він має 6 шляхів із затримкою [0,1,3,5,7,10] відліків, а середній коефіцієнт посилення для кожного шляху становить [0,6,0,32,0,16 0,11,0,08, 0,04]. Показано загальне моделювання параметрів. Передбачається ідеальне знання каналу та вирівнювання Zero-Forcing. Показано ставлення SINR до індексу піднесе для каналу AWGN, а ставлення  $\text{SINR}_k$  до індексу піднесе для каналу FSRF. В обох симуляціях використовується  $\text{SNR} = 20$  дБ та  $\xi = 0,1$ . У каналі AWGN, SINR для всіх піднесених OFDM однаково, тоді як P-OFDM SINR є функцією індексу піднесе. У каналі FSRF, SINR в OFDM неоднаково для кожної піднесучої, це пов'язано з ефектом компенсації каналу на сигнал із залишками від дисбалансу CFO та IQ. Те саме відбувається з сигналом P-OFDM, де SINR є функцією індексу піднесе з меншим значенням, ніж SINR в каналі AWGN. З цих результатів видно, що наявність дисбалансу CFO і IQ може викликати сильніше зниження BER у разі P-OFDM, коли вся система BER, швидше за все, виходитиме в основному від піднесучої з низький SINR. Результати моделювання для  $\xi = 0,1$ ,  $Q = 0,1$  та  $q = 5^\circ$  для каналу AWGN і для каналу FSRF. У каналі AWGN показано, що кожна піднесе в системі P-OFDM має різні перешкоди, тому деякі піднесучі мають більш високі характеристики BER, ніж інші піднесучі. Це з тим, кожна піднесуча відчуває різний рівень перешкод. Це відповідає тому, що описано. Це відрізняється від системи OFDM, де кожна піднесе відчуває майже однаковий рівень перешкод. У каналі FSRF дві системи мають різні рівні перешкод для кожної піднесучої. Це відповідає тому, що описано, де процес вирівнювання каналу порушено через дисбаланс CFO і IQ. Результати моделювання P-OFDM та OFDM в ідеальних радіочастотних умовах (CFO=0 та IQ=0). На каналі AWGN продуктивність P-OFDM майже така ж, як у OFDM, але у каналу FSRF продуктивність P-OFDM дещо знижується особливо при низькому значенні SNR. Це пов'язано з тим, що вирівнювання каналу в умовах високого шуму пов'язане із загальною системою BER, в якій, ймовірно, переважають піднесучі з низьким

SINR. Результати моделювання ( $Q = 0,05$ ,  $Q = 0,1$ ,  $q = 5^\circ$  та  $q = 10^\circ$ ) для  $\xi = 0,05$  і для  $\xi = 0,1$ . Видно, що чим вище CFO та IQ, тим нижча продуктивність двох систем, як на каналі AWGN, так і на каналі FSRF. Продуктивність P-OFDM на каналі AWGN трохи знижується порівняно із звичайною системою OFDM. Це також стосується каналу FSRF, де продуктивність P-OFDM знижується зі збільшенням дисбалансу CFO та IQ. Це з тим, що значення SINR в P-OFDM коливаються вище проти SINR в OFDM, що зумовлює зниження загального BER системи.

### **Висновки до другого розділу**

Розглянуто розбиття вихідного сигнального простору на підпростір з позицій їх фішерівського інформаційного змісту, від якого залежить точність оцінювання. В основі поданого підходу лежить розв'язання задачі скорочення розмірності даних при оцінюванні параметрів сигналів. Введення критерію, націленого на збереження точності оцінювання при скороченні розмірності, дозволяє виділяти підпростор вихідного сигнального простору, в яких концентрується фішерівська інформація про той чи інший параметр.

Моделювання з використанням тестового сигналу дозволило проілюструвати ефективність такого підходу у значному зменшенні обчислювальної складності байесівської оцінки доплерівського зміщення частоти, що спрощує його практичну реалізацію.

## 3 ПОХИБКИ ЗМІЩЕННЯ ЧАСТОТИ У СИСТЕМАХ OFDM

### 3.1 Вплив похибок синхронізації на завадостійкість

Сигнали з багатопозиційною фазовою маніпуляцією (М-ФМ) завдяки своїм енергетичним та спектральним характеристикам давно та успішно застосовуються для високошвидкісної передачі інформації в багатьох додатках – ряді прийнятих протоколів бездротових мереж IEEE 802.11, системах цифрового супутникового телебачення DVB-S, DVB-S2/ S2X, стільникових мережах CDMA та ін. Найважливішою характеристикою таких систем є їх завадостійкість, яка залежить не тільки від умов поширення радіохвиль в каналі зв'язку, але і від якості роботи складових вузлів самих систем передачі інформації. У роботі проводиться дослідження впливу неточності оцінювання частоти та фази несучої та неточності роботи системи тактової синхронізації на завадостійкість когерентного прийому сигналів М-ФМ. Методами статистичної радіотехніки отримані аналітичні вирази, що дозволяють розрахувати залежність ймовірності бітової помилки від відношення сигнал/шум при різних помилках допоміжних систем приймача. При цьому величини похибок належали або постійними (статична похибка), або динамічними (динамічна похибка), що змінюються. Моделювання динамічних похибок здійснювалося методом Монте-Карло, а самі динамічні похибки покладалися випадковими гауссівськими величинами. Показано, що неточність оцінювання цих параметрів сильно впливає на завадостійкість когерентного прийому сигналу М-ФМ, і зі збільшенням позиційності сигналів цей вплив посилюється. Дано оцінки максимально допустимих похибок аналізованих систем. При прийомі сигналів М-ФМ допустимим значенням усунення частоти опорних коливаний можна вважати величину  $\Delta\omega T_s$  порядку 0.05, допустима неточність оцінки фази несучої залежить від позиційності сигналу і змінюється від  $\pi/36$  –  $\pi/72$  для 2-ФМ до  $\pi/180$  для 32-ФМ, Допустимим часовим зсувом тактових моментів можна вважати величину 3-5% від тривалості тактового інтервалу.

Багатопозиційна фазова маніпуляція (М-ФМ) застосовується для високошвидкісної передачі інформації в багатьох додатках - ряді прийнятих протоколів бездротових мереж IEEE 802.11, системах цифрового супутникового телебачення DVB-S, DVB-S2/S2X, стільникових мережах CDMA характеристикою таких систем є їх завадостійкість, яка залежить не тільки від умов поширення радіохвиль у каналі зв'язку, а й від якості роботи складових вузлів самих систем передачі інформації. Так, у будь-якому когерентному приймачі присутній блок формування опорних коливань і блок тактової синхронізації, які будуються на основі схеми ФАПЧ, що оцінює та компенсує статичні та динамічні зрушення несучої та тактової частот, зумовлені нестабільностями генераторів і умовами поширення радіохвиль, наприклад, за рахунок ефекту Доплера. Однак будь-яка схема ФАПЧ має похибки, які призводять до неточностей формування опорних коливань та тактових імпульсів. Ці неточності викликають додаткові помилки при демодуляції сигналу, які можуть значно погіршити значення ймовірності бітових помилок.

Проведемо дослідження впливу неточностей оцінювання частоти і фази несучої та неточностей роботи системи тактової синхронізації на завадостійкість прийому сигналів М-ФМ.

Сигнал М-ФМ на тактовому інтервалі, що дорівнює тривалості каналного символу  $T_s$ , що несе інформацію про  $k = \log_2 M$  інформаційних бітів, може приймати одне з  $M$  можливих значень:

$$s_i(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_c), \quad \varphi_i = \frac{i2\pi}{M}, \quad T \in [0, T_s]$$

де -  $A_0 = \sqrt{2E_s/T_s}$  амплітуда сигналу;  $E_s = kE_b$  - енергія каналного символу;  $E_b$  - енергія, що припадає на один біт інформації;  $\omega_0$  - несуча частота;  $\varphi_c$  - початкове фазове зміщення сигнального сузір'я сигналу, яке для простоти подальшого викладу та спрощення розрахунків можна прийняти рівним нулю.

Кореляційний прийом сигналу (1) у присутності білого шуму гауса з односторонньої спектральної щільністю потужності  $N_0$  передбачає обчислення інтегралів згортки:

$$I_i = \frac{2A_0}{N_0} \int_0^T x(t)s_{oni}(t)dt$$

За наявності неточності роботи схеми ФАПЧ за частотою та фазою несучої частоти опорні сигнали, що входять до (2), матимуть деяке частотне ( $\Delta\omega$ ) та фазове зміщення ( $\varphi_{зм}$ ) щодо номінальних значень:

$$s_{oni}(t) = \cos\left[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_i + \varphi_{зм}\right]$$

При неточності роботи блоку тактової синхронізації інтеграли згортки (2) матимуть вигляд:

$$I_i = \frac{2A_0}{N_0} \int_{\xi}^{T+\xi} x(t)s_{oni}(t)dt$$

Зауважимо, що зрушення аналізованих параметрів може бути як постійними (статичними), і динамічно змінюються (флуктуації).

У випадку, якщо тактова частота відповідає номінальній, але всі тактові моменти зміщені на однакову величину  $\xi = \xi_1 = \xi_2$  (статичний зсув), у обчисленні інтегралів згортки буде використовуватися реалізація сигналу М-ФМ :

$$x(t) = \begin{cases} A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i), & t \in (\xi, T_s) \\ A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_j), & t \in (T_s, T_s + \xi) \end{cases}$$

і опорні коливання на часовому інтервалі  $t \in (\xi, T_s + \xi)$ .

Якщо значення тактової частоти флюктує навколо свого номінального значення, інтеграли згортки можна представити в наступному вигляді:

$$I_i = \frac{2A_0}{N_0} \int_0^{T_s + \xi} x(t) s_{oni}(t) dt$$

При їх обчисленні використовуються реалізації сигналу М-ФМ:

$$x(t) = \begin{cases} A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i), & t \in (0, T_s) \\ A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_j), & t \in (T_s, T_s + \xi) \end{cases}$$

при  $+\xi$ . Частотні ( $\Delta\omega$ ), фазові ( $\varphi_{zm}$ ) і тактові ( $\xi$ ) зрушення змінюють статистичні параметри розподілів на виходах всіх кореляторів, а, отже, і можливість помилкового прийому символу [1, 2]:

$$P_{es} = 1 - \prod_{i=0}^{M-1} p(I_m - I_i),$$

де  $p(I_m > I_i) = 1 - Q \frac{m_{mi}}{\sqrt{D_{mi}}}$  - ймовірність того, що вихідне значення  $m$ -го

корелятора більше вихідного значення будь-якого іншого  $i$ -го корелятора за умови, що передавався  $m$ -й символ;  $m_{mi}$ ,  $D_{mi}$  - середні значення та дисперсії розподілів комбінацій відповідних напруг на виходах кореляторів.

Імовірність бітової помилки  $P_{eb}$  при досить великому відношенні сигнал/шум з урахуванням кодування Грея можна знайти за формулою [3]:

$$P_{eb} = P_{es} / \log_2 M$$

Розглянемо результати розрахунків. Були проведені розрахунки ймовірностей бітових помилок за методикою, викладеною у [1, 2]. При цьому величини  $\Delta\omega$ ,  $\varphi_{см}$ ,  $\xi$  поклалися або постійними (статична похибка), або динамічно змінюються (динамічна похибка). Моделювання динамічних похибок здійснювалося методом Монте-Карло, а самі динамічні похибки належали гауссівськими випадковими величинами з нульовими середніми та дисперсіями  $D_\omega$  (рад<sup>2</sup>),  $D_\varphi$  (рад<sup>2</sup>),  $D_\xi$ . Спочатку для всіх розподілів були розраховані середні значення  $m_{mi}$  та дисперсії  $D_{mi}$ , що входять до (3).

Розглянемо залежності бітової помилки  $P_{еб}$  за різних значень зміщення частоти опорних коливань щодо номінальної для  $M = 2, 4, 8, 16, 32$ .

Видно, що незначне усунення частоти опорних сигналів ( $\Delta\omega T_s = 0.1$ ) порізно впливає на завадостійкість прийому сигналів М-ФМ. Для 2-ФМ це практично не збільшує ймовірність помилки, а для  $M = 6$  або 32 зниження завадостійкості стає помітним.

Отримані результати дозволяють стверджувати, що при прийомі сигналів М-ФМ допустимими значеннями зміщення частоти опорних коливань можна вважати величину  $T_s$  порядку 0.05.

Розглянемо вплив неточності оцінювання фази несучої. Залежності бітової помилки  $P_{еб}$  за різних значень зміщення фази опорних коливань щодо номінальної для  $M = 2, 4, 8, 16, 32$ .

Для випадкових флуктуацій залежності ймовірності помилки при випадкових флуктуаціях фази опорних коливань. Видно, що при збільшенні позиційності сигналів М-ФМ вплив помилки оцінювання фази несучої на ймовірність бітових помилок зростає. Наприклад, для 2-ФМ середньоквадратична помилка оцінювання фази  $\sigma_{см} = ?$  Отримані результати дозволяють стверджувати, що при прийомі сигналів М-ФМ допустиме значення оцінки фази несучої залежить від позиційності  $M$  і змінюється від  $\pi/36 - \pi/72$  для 2ФМ до  $\pi/180$  для 32ФМ.

Розглянемо вплив неточності роботи блоку тактової синхронізації  $a$ . Для статичного усунення тактових моментів. Залежності бітової помилки  $P_{еб}$  при

різних значеннях статичного зміщення тактових моментів щодо номінального значення (у частках величини  $T_s$ ) для  $M = 2, 4, 8, 16, 32$ . Для випадкових флуктуацій тактових моментів представлено залежність ймовірності помилки при випадкових флуктуаціях тактових моментів.

Проведене дослідження впливу неточності тактової синхронізації дозволило встановити, що зсув тактових моментів, що виникає в цьому випадку, істотно впливає на завадостійкість когерентного прийому сигналу М-ФМ, і зі збільшенням позиційності сигналів цей вплив посилюється. Зауважимо, що у разі однакової помилки у визначенні тактових моментів при прийомі 2ФМ та 4ФМ завадостійкість знижується однаково.

Отримані результати дозволяють стверджувати, що при прийомі сигналів М-ФМ допустимими значеннями тимчасового зміщення тактових моментів можна вважати величину 3-5%. Енергетичний програш щодо випадку ідеальної тактової синхронізації для  $P_{eb} = 10^{-3}-10^{-4}$  досягає величини 0.5 дБ при  $M=2$  і 2 дБ при  $M=32$ .

Вимоги щодо стабільності частоти і фази значно посилюються зі збільшенням позиційності сигналів. Зроблені висновки підтверджуються результатами досліджень інших авторів, наприклад, [4-11].

### **3.2 Похибки вимірювання доплерівського зміщення частоти**

Один з основних параметрів іоносферної радіолінії, що впливають на надійність та завадостійкість роботи радіотехнічних систем, – диференціальний доплерівський зсув між променями. Іоносферний канал поширення – багатопроменевий, нестаціонарний, що має частотно-часову дисперсію, здатну впливати на точність одержуваних оцінок.

В [1] запропонований спосіб одночасного вимірювання доплерівського зміщення частоти і часу групового запізнення кожної моди за допомогою двох сигналів з лінійною частотною модуляцією, при цьому для вимірювання доплерівського зміщення використовуються значення фаз прийнятих сигналів.

Безпосередня реалізація способу вимагає двох ідентичних передавачів та двох приймачів. У [2] розроблено методику реалізації даного способу за допомогою одного передавача і одного приймача за рахунок використання амплітудно-модульованого ЛЧМ сигналу, але в ній не розглянуто вплив шумової складової та частотно-часової дисперсії іоносферного радіоканалу на точність вимірювань.

Проведемо дослідження впливу шуму та частотно-часової дисперсії іоносферного радіоканалу на точність визначення доплерівського зміщення частоти мод поширення за допомогою амплітудно-модульованого ЛЧМ сигналу.

При визначенні доплерівського зміщення частоти, одночасно випромінюються два однакових безперервних ЛЧМ сигнали, один з яких запізнюється на час  $T$  щодо іншого –  $a(t)$  та  $a(t-T)$ , відповідно. Сигнали, що пройшли іоносферу, приймаються на два приймачі, гетеродини яких мають аналогічне часове зміщення відносно один одного. Вимірюються фази сигналів на виході приймачів:  $\varphi_1(t)$  для першого приймача та  $\varphi_2(t-T)$  – для другого.

Величина  $\frac{\varphi_1(t) - \varphi_2(t-T)}{T}$  визначає доплерівське зміщення частоти у час  $t$ .

Для ЛЧМ сигналів існує зв'язок між частотою  $f$  і часом випромінювання сигналу  $t$ :  $f = f_n + \pi \cdot \dot{f} \cdot t$ , де  $\dot{f} = df/dt$  швидкість зміни частоти,  $f_n$  - початкова частота випромінювання. Таким чином, отримуємо безперервну залежність доплерівського усунення частоти від частоти випромінювання.

Існує можливість реалізації цього способу шляхом синтезу двох сигналів за допомогою амплітудної модуляції з придушенням несучої. Дві спектральні складові, що виходять в результаті модуляції, будуть еквівалентні двом сигналам. Розглянемо докладніше цю методику.

Нехай передавач випромінює безперервний амплітудно-модульований ЛЧМ сигнал, який можна уявити так:

$$a_1(t) = a_0 \exp[j(2\pi(f_n + f_m)(t - t_0) + \pi \cdot f(t - t_0)^2)] + a_0 \exp[j(2\pi(f_n - f_m)(t - t_0) + \pi \cdot f(t - t_0)^2)]$$

де  $f_m$  - Модулююча частота;  $a_0$  - амплітуда сигналу;  $t_0$  - час початку випромінювання;  $t_k$  - тривалість випромінювання.

Розглянемо обробку в приймачі прийнятого ЛЧМ сигналу з прикладу другого доданку з (1) -  $a_2(t)$ . Обробка методом стиснення частотної області описується наступними математичними співвідношеннями [3]:

$$A_2(t) = a_{2вих}(t)a^*(t)$$

$$S_2(\Omega) \int_{-\infty}^{\infty} A_2(t)e^{-j\Omega t} dt$$

де  $a^*(t) = \exp[-j(2\pi \cdot f_m(t-t_0) + \pi \cdot f_m(t-t_0)^2)]$  - сигнал гетеродина приймача;  $A_2(t)$  - сигнал різницевої частоти, що відповідає випромінюваному сигналу  $a_2(t)$ ;  $S_2(\Omega)$  - його спектр;  $a_{2вих}(t)$  - сигнал  $a_2(t)$  на виході іоносферної радіолінії (на вході приймача).

При обробці стисненого по частоті ЛЧМ сигналу, сигнал різницевої частоти розбивається на  $N$  елементів тривалістю  $T_e$  з кроком між елементами  $T$ , і кожного елемента виконується перетворення Фур'є [3]. Оскільки при іоносферному зондуванні  $\Delta f_e = f_m T_e = f$  ( $f$  - поточна частота), то кожен елемент сигналу різниці відносять до центральної частоти елемента  $\Delta f_e$ . Відповідно, спектр елемента сигналу можна віднести до цієї частоти.

Передаточну функцію багатопроменевого нестационарного каналу поширення можна представити у вигляді:

$$H(\omega, t) = |H(\omega, t)| \cdot \exp j\varphi(\omega, t) = \sum_{i=1}^m |H_i(\omega, t)| \cdot \exp j\varphi_i(\omega, t)$$

де  $H_i(\omega, t)$  – модуль передавальної функції окремого променя;  $\varphi_i(\omega, t)$  – набіг фази окремого променя в іоносферній радіолінії;  $m$  – кількість мод поширення. Елемент зондувального сигналу займає деяку смугу  $\Delta f_e = \beta T_e$  близько частоти  $f_0$ .

Вважаючи канал квазістаціонарним для невеликих масштабів часу  $\Delta t = t - t_0$ , фази передавальної функції окремого променя, за відсутності частотної дисперсії, можна розкласти в ряд Тейлора за ступенями  $\omega t = 2\pi(f - f_0)$  і  $\Delta t$ , обмежившись лінійними додатками  $H_i(\omega, t)$  вважати постійним:

$$\varphi_i(\omega, t) \approx \varphi_i(\omega_0, t_0) + \varphi'_{it}(\omega_0, t_0)\Delta t + \varphi'_{i\omega}(\omega_0, t_0)\Delta\omega;$$

$|H_i(\omega, t)| = |H_{0i}| = \text{const}$ . Перша похідна за часом пов'язана з доплерівським усуненням частоти  $F_\delta$ , а перша похідна за частотою - з часом запізнення сигналу  $\tau$ . З урахуванням квазістаціонарності і відсутності частотної дисперсії доплерівське зміщення та час запізнення вважаються постійними в смузі частот елемента сигналу за час його тривалості:

$$\varphi'_{it}(\omega_0; t_0) = -2\pi F_{\delta i}(\omega_0; t_0) = -2\pi F_{\delta i} = \text{const}$$

$$\varphi'_{i\omega}(\omega_0; t_0) = -\tau_i(\omega_0; t_0) = \tau_{0i} = \text{const}$$

Окремий елемент різницевого сигналу  $A_2(t)$  протягом  $T_e$  є відрізком гармонійного коливання. Спектр елемента  $S_2(\Omega)$  можна записати у вигляді:

$$S_2(\Omega) = a_0^2 T_e \sum_{i=1}^m |H_{0i}| \exp[j\varphi_i(\omega_0, t_0)] \cdot \text{sinc}\left(\frac{\Omega - 2\pi(\beta\tau_{0i} - F_{\delta i0} + f_m)T_e}{2}\right)$$

$\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ ,  $\omega_0 = 2\pi(f_n - f_m)$ ,  $\varphi_i(\omega_0, \varphi_0)$  - фаза спектральної складової моди.

При поелементній обробці отриманого безперервного ЛЧМ сигналу кожен  $k$ -й різницевий елемент сигналу, відповідний часу  $t_0$ , позначимо  $A_I(t)$ , а кожен  $(k+1)$ -й, відповідний часу  $t_0 + T$ , позначимо як  $A_{II}(t)$ . Задамо зміщення на час  $T$  елемента  $(k+1)$  щодо  $k$ -го елемента як

$$T = \frac{2f_m}{f}$$

У силу амплітудної модуляції в спектрі кожного елемента сигналу, що приймається кожній моді відповідатимуть дві спектральних складових з різницею частот  $2f_m$ . Друга спектральна складова для  $i$ -ї моди  $k$ -го елемента сигналу визначається раніше отриманим виразом (6). Позначимо її  $S_{II,2}(\Omega)$ , а першу спектральну складову для  $i$  моди  $(k+1)$ -го елемента позначимо  $S_{III,2}(\Omega)$ .

У випромінюваному сигналі цієї спектральної складової відповідає перший доданок (1), записане з урахуванням (7):

$$a_{III,1}(t) = a_0 \exp[j(2\pi(f_n - f_m)(t - t_0) - f_n T - f_n T + \pi \cdot f(t - t_0)^2 + \pi \cdot f \cdot T^2)]$$

Для сигналу різниці  $(k+1)$ -го елемента отримаємо:

$$S_{III,1}(\Omega) = a_0^2 T_e \sum_{i=1}^m |H_{oi}| \exp[j\varphi_i(\omega_0, t_0 + T)] \cdot \text{sinc}\left(\frac{\Omega - 2\pi(f_{oi} - F_{oi0} + f_m)T_e}{2}\right)$$

де  $\varphi_i(\omega_0, t_0 + T) = \varphi_i(\omega_0, t_0) + 2\pi f_m \cdot T + 2\pi T F_{oi0}$

спектральної складової окремої моди. При порівнянні виразів (6) та (9) видно, що в обох виразах збігаються амплітуди, а різняться тільки фази. При

цьому у виразі (9)  $\varphi_i(\omega_0, t_0 + T)$  містить доданок  $2\pi f_m \cdot T$ . Якщо значення  $f_m$  і  $T$  вибрати так, щоб добуток  $f_m \cdot T$  був цілим числом, то різниця фаз між спектральними складовими  $S_{ii,1}(\Omega)$  і  $S_{ii,2}(\Omega)$  складе  $2\pi F_{\partial i 0} \cdot T$ .

Зсув  $T$  необхідно вибрати таким чином, щоб  $|\Delta\varphi_i| = |2\pi F_{\partial i 0} T| \in (0, 2\pi)$ . Тоді

$$T \in \left( 0; \frac{1}{2|F_{\partial i 0}|} \right).$$

За іоносферного поширення коротких хвиль зазвичай виконується умова  $F_{\partial i 0} < 10$  Гц. Отже, усунення має бути менше 0,05 с.

Якщо  $\varphi_{iik}$  і  $\varphi_{iik}$  – фази спектральних складових  $S_{ii,2}(\Omega)$  та  $S_{ii}(\Omega)$  для деяких  $k$ -го та  $(k + 1)$ -го елементів різницевого сигналу, відповідно, то доплерівське зміщення частоти для елемента сигналу кожної  $i$ - й моди поширення з центральною частотою  $f_{0k} = f_n + f \cdot T(k - 1/2)$  знаходиться за формулою:

$$F_{\partial ik} = \frac{\varphi_{iik} - \varphi_{iik}}{2\pi \cdot T}$$

Шуми КВ-діапазону. Використання фазових вимірів передбачає велику чутливість до потужності шумів. За даними експериментальних досліджень фонового шуму, записаного з виходу системи стиснення в частотній ділянці в різний час доби протягом року, встановлено такі факти. Має місце некорельованість фаз спектральних відліків шуму: коефіцієнт кореляції для фаз становить трохи більше 0,1, радіус кореляції – менше 0,01 з. Фаза спектральних відліків має розподіл, що підпорядковується переважно рівномірному закону на відрізку  $[-\pi, \pi]$  (більш ніж 85% спектрів). Встановлено також, що значення амплітуд спектральних відліків при зрушенні між елементами аналізу на час  $T$  менше 0,05 с піддаються слабкій зміні – не більше 6%. Це дозволяє вважати відношення сигнал-шум для сусідніх елементів аналізу приблизно однаковими. В

[4] було отримано вираз для похибки, що вноситься випадковою шумовою гармонікою визначення фази спектральної компоненти сигналу:

$$\delta(\varphi) = \operatorname{arctg} \frac{X \sin \varphi}{1 + X \cos \varphi}$$

де  $\varphi$  - випадкова фаза у;  $X$  – відношення шум/сигнал  $N/S$ .

При обчисленні різниці фаз (10) має місце похибка, що є різницею похибок визначення кожної фази:

$$\Delta_{\varphi} = \delta(\varphi_{\text{Пik}}) - \delta(\varphi_{\text{ik}})$$

З урахуванням встановлених властивостей фонового шуму, для різниці похибок було отримано вираз дисперсії похибки  $\Delta_{\varphi}$ :

$$D(\Delta_{\varphi}) = \left(\frac{N}{S}\right)^2$$

Таким чином, точність визначення доплерівського зміщення як середньоквадратичне відношення для вимірних значень визначатиметься так:

$$\sigma(F_{\delta}) = \frac{1}{2\pi \cdot T} \left(\frac{N}{S}\right)$$

Значення точності не залежить від конкретних значень шумових гармонік, що складаються зі спектральними компонентами сигналу, і збільшуватиметься прямопропорційно до збільшення відношення сигнал-шум  $S/N$ . Порівняння точності, оціненої за вказаною формулою, з аналогічними значеннями, отриманими шляхом напівемпіричного моделювання з використанням реальних шумів (точність оцінена).

Як видно між точністю та відношенням сигнал-шум логарифмічна залежність. Точність зростає вдвічі зі збільшенням S/N приблизно 6 дБ, знаючи відношення сигнал–шум, можна визначити точність вимірів. У середньому, точність 0,1 Гц можлива при подоланні порога в 45 дБ.

Вплив часової дисперсії. Для розгляду часової дисперсії квазистаціонарність каналу була порушена додаванням у розкладанні фази доданку з похідною другого порядку за часом, що відповідає швидкості зміни доплерівського зміщення частоти:

$$\varphi_n''(\omega_0, t_0) = -2\pi \frac{\partial F_\vartheta}{\partial t} = -2\pi F_\vartheta'$$

Розглянемо одну пару елементів аналізу: складові амплітудно-модульованого сигналу, що відповідають спектральним гармонікам, що беруть участь у обчисленнях. Для зручності аналітичних побудов припустимо, що вони є ЛЧМ імпульсами дзвоноподібної форми з амплітудними множниками

$$U(t) = \exp\left(\frac{-t^2}{2\pi T_e}\right)$$

з урахуванням зміненої передавальної функції були отримані спектри даних ЛЧМ імпульсів. Для першого елемента:

$$S_{1,2} = M \cdot \exp\left(j\left(\varphi(\omega_0, t_0) + \pi \cdot \tau^2 \cdot \dot{f}\right)\right) \times \\ \times \exp\left(\frac{T_e^2 \left(\Omega - 2\pi \left(\dot{f}\tau - f_m - F_\vartheta\right)\right)^2}{4\left(1 - \pi F_\vartheta' T_e^2\right)}\right)$$

$$\text{де } \omega_0 = 2\pi(f_n - f_m), M = \frac{\sqrt{\pi} |H_0| \cdot t_k}{\sqrt{1 - \pi F'_{\partial t} T_e^2}}$$

Для другого елемента, зміщеного щодо першого на час  $T$ :

$$\begin{aligned} S_{II,2} = & M \cdot \exp\left(j\left(\varphi(\omega_0, t_0) + \pi \cdot \tau^2 \cdot \dot{f}\right)\right) \times \\ & \times \exp\left(j\left(-2\pi t(F_{\partial} - f_m) - \pi \cdot F_{\partial} \cdot T^2\right)\right) \times \\ & \times \exp\left(\frac{T_e^2 \left(\Omega - 2\pi(\dot{f}\tau - f_m - F_{\partial})\right)^2}{4(1 - \pi F'_{\partial t} T_e^2)}\right) \end{aligned}$$

Було проведено імітаційне моделювання, обчислювалися різниці аргументів спектральних відліків, які відповідали зондуєчому сигналу. Досліджувалась помилка визначення доплерівського зміщення через часову дисперсію та втрату потужності  $\delta(S/N)$  через розширення спектру залежно від значення  $F'_{\partial t}$ . Отримані залежності для помилки визначення доплерівського зміщення  $\delta F'_{\partial t}$  та втрати потужності через розширення спектра. Дані отримані для параметрів ЛЧМ зондування ( $f = 100$  кГц/с,  $T_e = 1$  с) та частоті амплітудної модуляції  $f_m = 500$  Гц.

Часова дисперсія слабо впливає безпосередньо на фазові вимірювання, а помилка, що виникає, змінюється за лінійним законом. Більш відчутною буде втрата точності, пов'язана із втратою потужності сигналу. З формули (14) виходить, що при  $F'_{\partial t} = 1$  Гц/с точність зменшиться майже вдвічі. При типових змін доплерівського зміщення в часі  $F'_{\partial t} \cong 0,01-0,1$  Гц / с втрати потужності не перевищать 1,5 Дб, що призведе до зменшення роздільної здатності вимірювання приблизно на 20%. Розглянемо вплив частотної дисперсії.

$$\varphi''_{t\omega}(\omega_0, t_0) = -2\pi \frac{\partial F_{\partial}}{\partial f} = -2\pi F'_{\partial \omega}$$

$$\varphi''_{\omega\omega}(\omega_0, t_0) = \tau'_{\omega}$$

Отримані при новій передавальній функції аналітичні вирази для спектрів дзвонових імпульсів виявилися надзвичайно громіздкими. Математичне моделювання спектрів показало, що похідна за частотою від часу запізнення не впливає на точність визначення доплерівського усунення. Було встановлено, що верхня оцінка похибки фазової різниці при обчисленні зміщення доплерівського за формулою (10) задається наступним співвідношенням  $4\pi\left(\dot{f} \cdot TF'_{\partial\omega}\tau + (F'_{\partial t}T)^2\right)$ .

Для часів запізнення односкачкового поширення сигналу при ЛЧМ зондуванні (100-3000 км) помилка у вимірі доплерівського зміщення, обумовлена виключно частотною дисперсією, складе не більше 0,01 Гц при зміні  $F'_{\partial\omega}$  до  $10^{-6}$ .

### **Висновки до третього розділу**

Проведене дослідження впливу похибок синхронізації приймача, а саме помилок оцінювання частоти і фази несучої та похибок роботи блоку тактової синхронізації на завадостійкість когерентного прийому сигналів М-ФМ дозволило визначити допустимі відхилення цих параметрів від номінальних значень. Так, допустимими значеннями зміщення частоти опорних коливачів можна вважати величину  $\Delta\omega T_s$  порядку 0.05, допустиме значення неточності оцінки фази несучої залежить від позиційності М і змінюється від  $\pi/36 - \pi/72$  для 2ФМ до  $\pi/180$  для 32ФМ, а допустиме значення часового моментів лежить у інтервалі 3–5% від  $T_s$ .

Основний вплив на точність визначення зміщення частоти знадають фонові шуми та завади. Також вплив на точність має викликане дисперсією спектра, яке зменшує потужність сигналу, що приймається в порівнянні з шумом. Для компенсації втрат, пов'язаних із розширенням, необхідно використовувати передавач великої потужності.

## 4 МОДЕЛЮВАННЯ СМІЩЕННЯ ЧАСТОТИ OFDM

### 4.1 Оцінка впливу зсуву несучої частоти на якість OFDM сигналу

Ми припускаємо, що помилка декодування виникає, коли зміщення частоти стає більше, ніж граничне значення  $f_{e,\max}$ . Тоді ймовірність помилки декодування дорівнює ймовірності того, що помилка оцінки зміщення частоти більша ніж  $\Delta f_{e,\max}$ . В деталях,

$$P\left(\left|\hat{f}_e - f_e\right| > \Delta f_{e,\max}\right) = P\left(\hat{f}_e > f_e + \Delta f_{e,\max}\right) \leq P_e / 2$$

Нерівність виконується, якщо  $\Delta f_{e,\max}$  задовольняє наступній умові:

$$\Delta f_{e,\max} \geq Q^{-1}\left(\frac{P_e}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi\Delta t}\right)^2 \left(\frac{1}{2SNR_e^2} + \frac{1}{SNR_e}\right)} \quad (4.1)$$

Для розробки оцінки зсуву частоти (4.1) можна використовувати як критерій задоволення цільового значення системи. Для заданого значення  $\Delta f_{e,\max}$  може бути задоволено, якщо пристрій оцінки зміщення частоти призначений для вимірювання протягом тривалого інтервалу часу та має більш високе значення  $\Delta t$ . Пристрій оцінки зміщення частоти, швидше за все, задовольнятиме (4.1), якщо воно ефективно знижує дисперсію шуму і має більш високе значення  $SNR_e$ .

Крім того, тривіально те, що нерівність, швидше за все, буде виконано, якщо цільова ймовірність помилки декодування  $P_e$  висока або декодер, що використовується в системі, працює краще, тому  $\Delta f_{e,\max}$  велике. Слід зазначити, що вигідно вибрати  $\Delta t$  як велике значення через (4.1), а також вигідно вибрати його як мале значення з урахуванням діапазону оцінки. Якщо оцінювач має дуже маленьке значення  $\Delta t$ , він може оцінити досить велике зміщення частоти.

Порівняння з результатами вимірювання оцінки зміщення частоти. Для оцінки чисельної моделі оцінки зміщення частоти ми провели експеримент із системою реального часу та порівняли нашу чисельну модель із гістограмою результатів вимірювання реального зміщення частоти. Ми використовували два USRP B210 з антенами 3,5 ГГц, стаціонарний ПК та ноутбук для обробки основної смуги частот.

Ми перевірили оцінку ЗЧН на основі преамбули, де  $\Delta t = 33:3$  мкс.

Ми впровадили просте програмне забезпечення обробки основної смуги частот, яке керує стороною передавача для генерації сигналу преамбули, використовуючи M-послідовність як послідовність преамбули, і стороною приймача для повторної оцінки значень ЗЧН за допомогою вказаного вище оцінювача з реальними вибірками сигналу.

Ми зібрали оціночні значення ЗЧН з розподілом системи на стороні приймача за трьома різними позиціями для створення різних середовищ ВСШ. На рис. 4-6 показані гістограми зміщення частоти, отримані з нашої чисельної моделі, і вимірне зміщення частоти у разі трьох різних середовищ ВСШ. З малюнків можна переконатися, що чисельна модель відповідає результатам вимірів щодо різних умов ВСШ. Це доводить, що наш чисельний аналіз оцінки зміщення частоти є дійсним і може використовуватися для оцінки ймовірності оцінок зміщення частоти. Як видно з чисельної моделі, оцінка зміщення частоти сильно змінюється зі зниженням ВСШ. Це вказує на те, що більш детальна оцінка зміщення частоти повинна застосовуватися в середовищі з нижчим ВСШ, якщо системі необхідно точно оцінити зсув частоти та підтримувати продуктивність декодування на високому рівні для середовища з низьким ВСШ. Цього можна досягти, використовуючи оцінювач із вимірюванням фаз для великого інтервалу часу  $\Delta t$  або більшим усередненням для досягнення низького  $\sigma_{n,est}^2$ .

Зсув несучої частоти сигналу може виникати через ефект Доплера при рухомому зв'язку і розбіжності частот опорних генераторів.

У сигналі  $y[n]$  це викликає зсув фази:

$$y[n] = h[n]x[n]e^{j2\pi n\epsilon/N} + w[n],$$

де  $\epsilon = f_\epsilon / \Delta f$  нормоване зміщення частоти несучої, рівне відношенню зсуву частоти несучої  $f_\epsilon$  до відстані між підканалами  $\Delta f$ ;  $h[n]$  - імпульсна характеристика каналу;  $w[n]$  - адитивний білий гайсовий шум (АБГШ);  $N$  - довжина символу у відліках.

Розглянемо вплив зсуву частоти на фазу сигналу у часовій області. Видно, що різниця фаз лінійно зростає з плином часу, а при  $\epsilon > 0,5$  це призводить до того, що різниця фаз перевищує  $\pi$  в межах одного символу, у зв'язку з чим виникає фазова неоднозначність.

Також видно, що зсув частоти на  $\epsilon$  наводить до виникнення міжканальної інтерференції (МКІ) та втрати ортогональності (рис. 2). Це пов'язано з тим, що кожен підканал формується зворотним перетворенням Фур'є, яке має вигляд sinc функції і при зрушенні частоти призводить до виникнення перешкод від сусідніх підканалів. Щоб розглянути, як зсув несучої впливає на якість прийнятого сигналу. Представимо  $\epsilon$  у вигляді двох частин:  $\epsilon_i$  кратної відстані та залишку  $\epsilon_f$ :

$$\epsilon = \epsilon_i + \epsilon_f.$$

При зрушенні несучої частоти на  $\epsilon_i$  не порушується ортогональність і, таким чином, не виникає МКІ, проте це робить демодуляцію неможливою, оскільки неправильно витягується інформація з підканалів.

При дробовому зсуві  $\epsilon_f$  прийнятий сигнал у частотній області може бути записаний:

$$Y[k] = \frac{1}{N} H[k] X[k] \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi\epsilon_f n/N} + \frac{1}{N} \sum_{m=0, m \neq k}^{N-1} H[m] X[m] \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi(m-k+\epsilon_f)n/N} + W[k]$$

З використання наступного виразу та формулу Ейлера виходить:

$$\sum_{n=0}^{N-1} a^n = \frac{1-a^N}{1-a}.$$

Перший член в останньому рядку рівняння являє собою спотворення амплітуди і фази  $k$ -го підканалу внаслідок дробового усунення несучої. Також через зсув на не цілу ширину підканала порушується ортогональність між підканалами і виникає інтерференційна перешкода. Відповідно до центральної граничної теореми МКІ у рівнянні (1) моделюється як гаусовий шум, тому що є результатом додавання  $N$  випадкових величин від кожного підканалу, де  $N$  – кількість підканалів, яке, як правило, велике. Потужність МКІ, що впливає на підканал  $k$ , може бути описана таким виразом:

$$Y[k] = \sigma_A^2 \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\sin^2\left(\pi(m-k+\varepsilon_f)\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{N}(m-k+\varepsilon_f)\right)}$$

Співвідношення  $\sigma_A^2$ , яке є відношенням потужності інтерференційної перешкоди до потужності корисного сигналу.

Оскільки все це призводить до різкого зростання бітової помилки, на виході демодулятора, необхідно визначити максимально можливу допустиму похибку в оцінці та корекції частотного зсуву.

Співвідношення, що дозволяє визначити величину максимального погіршення ВСШ (відношення сигнал/шум)  $\Delta\gamma_{\max}$  для кожного конкретного значення  $\gamma$  в каналі АБГШ при заданій величині  $\varepsilon_f$ :

$$\varepsilon_f < \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{\frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{1}{\Delta\gamma_{\max}}\right)}$$

Навіть невелике  $f$  викликає суттєве погіршення якості прийнятого сигналу.

Крім цього, серйозність таких спотворень викликана ще й тим, що неможливо знизити їх рівень або повністю усунути простим збільшенням потужності передавача, оскільки джерелом перешкод є сам сигнал.

Тому при проектуванні необхідно враховувати максимально допустиме погіршення ЗСШ каналу, спричинене помилками синхронізації.

Серйозність такого роду спотворень викликана ще й тим, що неможливо знизити їхній рівень або повністю усунути збільшенням потужності передавача, оскільки джерелом перешкод є сигнал. Тому при проектуванні необхідно враховувати максимально допустиме погіршення ВСШ каналу, спричинене помилками синхронізації.

#### **4.2 Оцінка різниці моментів приходу сигналу групуванням просторово-рознесених малих комплексів**

Досліджено алгоритм оцінки різниці моментів приходу сигналу просторово-рознесеними малими комплексами. Проведено статистичне моделювання алгоритму оцінки різниці моментів приходу, запропоновано способи підвищення точності оцінки.

В даний час все більше розробляються і застосовуються активні радіолокаційні засоби радіомоніторингу земної поверхні, що розміщуються на комплексах (КА). Однак активне однопозиційне або багатопозиційне радіолокаційне спостереження з використанням комплексів не дозволяє вирішувати специфічні завдання виявлення та визначення координат джерел радіовипромінювання (ДРВ), які можуть бути замасковані або з інших причин недоступні для спостереження радіолокації.

Перспективним напрямом радіомоніторингу та контролю радіоелектронної обстановки Землі є створення пасивної супутникової системи радіомоніторингу із застосуванням комплексів. Дана система дозволить виконувати контроль з метою

виявлення несанкціонованих джерел випромінювання [1, 2], перевірку дотримання технічних обмежень на параметри випромінюючої апаратури, пошук та місцевизначення випромінювачів у випадках аварійних ситуацій, для забезпечення безпеки руху повітряних суден тощо. Окремою сферою застосування подібної системи моніторингу радіовипромінювань є радіорозвідка у випадках військових конфліктів або для боротьби з тероризмом [3].

Космічний сегмент подібної пасивної супутникової системи радіомоніторингу із застосуванням МКА [4] може включати угруповання низькоорбітальних МКА-ретрансляторів (з висотою орбіти близько 1500 км) для реалізації різницево-дальномірною та різницево-доплерівського методу в розподіленій багатопозиційній системі визначення. Також сегмент включає кілька КА на високо-еліптичних орбітах для виконання загального огляду зони моніторингу, вирішення задач виявлення, вибору ДРВ для їх подальшого аналізу, видачі цільовказівок угруповань МКА, обробки даних з МКА та передачі результатів до наземного центру обробки. У наземному центрі вирішуються завдання визначення координат, оптимальної фільтрації, ідентифікації та зав'язування траєкторій. Координати ДРВ обчислюються різницево-дальномірним методом (РДМ) за вимірними різницями моментів приходу сигналу [5, 6]. Завдяки спільній обробці інформації про кожен об'єкт, що отримується в рознесених точках простору, досягається висока точність визначення.

Необхідна похибка обчислення координат ДРВ в подібній системі знаходиться в межах кількох сотень метрів. Це накладає такі обмеження на точність вимірювання різниці моментів приходу [4]:

- середньоквадратична похибка визначення координат МКА-ретрансляторів не повинна перевищувати 25 м;
- середньоквадратична похибка оцінки часу затримки сигналів на МКА-ретранслятор не повинна перевищувати 30 нс.

Значення похибки визначення координат МКА-ретрансляторів можуть бути забезпечені шляхом високоточної їх прив'язки за допомогою космічної радіонавігаційної системи ГЛОНАСС.

Розглянемо завдання забезпечення необхідних значень середньоквадратичної похибки оцінки різниці моментів сигналу приходу МКА-ретрансляторами. Точність вимірювання різниць моментів приходу сигналу в основному буде залежати від факторів:

- відношення сигнал/шум сигналів, що приймаються;
- синхронізації шкали часу у кожному МКА;
- величини доплерівського зсуву частоти сигналу, викликаного рухом МКА.

Сигнал, що приймається, можна записати наступним чином [7]:

$$s(t) = s_{\text{суп}}(t) + n(t)$$

де  $s_{\text{суп}}(t)$  - випромінений ДРВ сигнал;  $n(t)$  - адитивний гаусовий шум.

Така модель сигналу є спрощеною, але в той же час може бути використана при розрахунках космічних систем, тому що при поширенні під великими кутами до горизонту практично відсутні відбиті сигнали, а обурення, викликані впливом каналу поширення, можна ввести в  $n(t)$ .

Визначення різниці моментів приходу і сигналів на МКА-ретранслятори у такому разі може бути обчислено шляхом їхньої взаємно-кореляційної обробки [8]. При цьому оцінка  $\Delta\tau_i^*$  надходження радіосигналу дві просторово-рознесені точки відповідає положенню максимуму модуля взаємно-кореляційної функції (ВКФ) сигналів, прийнятих в цих точках. Таким чином, для сигналів, зареєстрованих двома просторово-рознесеними МКА, можна записати:

$$\Delta\tau_i^* = \max(|R_i(\tau)|)$$

$$R_i(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t) s_2(t + \tau) dt$$

де  $T$  – тривалість запису сигналу;  $s_1(t)$ ,  $s_2(t)$  – нормовані за середньою потужністю сигнали ДРВ, прийняті першим та другим МКА.

Оскільки МКА переміщуються по орбітах з високою швидкістю (при висоті 1500 км радіальна швидкість близько 7 км/с), то спостерігатиметься доплерівське зміщення частоти сигналів, що приймаються.

Доплерівське зміщення частоти, що вноситься за рахунок руху МКА по орбіті, при нерухомому ДРВ описується виразом

$$f_d = f \left( 1 \pm \left( \frac{v_i}{c} \right) \right)$$

де  $f$  – частота сигналу ДРВ;  $v_i$  – швидкість  $i$ -го МКА-ретранслятора;  $c$  – швидкість поширення радіохвиль у вільному просторі.

Оскільки більшість сучасних пристроїв обробки сигналів є цифровими, то запишемо формулу для обчислення взаємно-кореляційної функції дискретних сигналів, що має вигляд

$$R_{12}(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_1(k)x_2(k+j),$$

де  $N$  – кількість відліків сигналів  $x_1(k)$  і  $x_2(k)$ ;  $j$  – зсув одного сигналу щодо іншого.

Розрахунок взаємно-кореляційної функції можна прискорити, використовуючи теорему про кореляцію, яка формулюється так [9]:

$$R_{12}(j) = \frac{1}{N} F_D^{-1} \left[ X_1^*(k) X_2(k+j) \right]$$

де  $X_1(k)$  ,  $X_2(k)$  - швидке перетворення Фур'є (ШПФ) сигналів  $x_1(k)$ ,  $x_2(k+j)$  ;  $F_D^{-1}$  – зворотне швидке перетворення Фур'є;  $N$  – кількість відліків.

Даний підхід вимагає виконання двох прямих ШПФ та одного зворотного ШПФ. Якщо кількість відліків сигналів досить велика, метод швидкого обчислення кореляції дозволяє отримати результат з меншими обчислювальними витратами ніж безпосередній розрахунок.

Для дослідження ступеня впливу різних факторів на точність оцінки різниці моментів приходу сигналів ми проводили математичне моделювання в середовищі MATLAB. Мета моделювання – отримати статистичні характеристики різниць моментів приходу для випадку прийому сигналу від ДРВ двома просторово-рознесеними МКА.

При моделюванні частота ДРВ сигналу вибиралася в діапазоні від 100 МГц до 20 ГГц. Результати були отримані при несучій частоті сигналу 1 ГГц. Моделюючи супергетеродинний приймач, здійснювалося перенесення сигналу на проміжну частоту, що дорівнює 10 МГц. Потім проводилася дискретизація сигналу із частотою взяття відліків, що дорівнює 40 МГц. ВКФ двох сигналів обчислювалася за формулою (6), а різниця моментів приходу сигналів оцінювалася за формулою (7):

$$\Delta\tau_i^* = \frac{R_{12}(j) - N}{f_d}$$

де  $R_{12}(j)$  – взаємно-кореляційна функція сигналів;  $N$  – кількість відліків сигналів;  $f_d$  - частота дискретизації сигналів.

Справжнє значення часу затримки сигналу між двома МКА було встановлено 10 мкс. Огинаюча сигналу сформована за допомогою алгоритму:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left| 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{r} + \frac{(t-1)}{L} - \pi \right) \right| & 0 < t < \frac{r \cdot L}{2} + 1 \\ 1, & \frac{r \cdot L}{2} + 1 \leq t \leq L - \frac{r \cdot L}{2} \\ \frac{1}{2} \left| 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{r} - \frac{(t-1)}{L} - \pi \right) \right| & L - \frac{r \cdot L}{2} < t \end{cases}$$

де  $L$  – тривалість сигналу;  $r$  – коефіцієнт, що характеризує крутість фронту імпульсу. Значенню коефіцієнта  $r$ , що дорівнює нулю, відповідає прямокутний імпульс, рівному одиниці - гаусовий імпульс.

Модель сигналу на виході приймача можна записати так:

$$s(k) = w(k) \sin(2\pi \cdot \Delta f \cdot k \cdot \Delta t) + n(k),$$

де  $w(k)$  - функція огинаючої сигналу;  $\Delta f = f_s - f_g + f_\delta$  - частота сигналу на виході приймача;  $f_s$  - несуча частота сигналу;  $f_g$  - частота гетеродину;  $f_\delta$  - доплерівське зміщення частоти;  $n(k)$  – дельта-корельований гаусовий шум.

Доплерівський зсув частоти вводиться сигнал ДРВ з використанням формули (4).

Зміна швидкості, що призводить до зміщення частоти сигналу ДРВ, вводили у вираз (4) як випадковий процес з рівномірним законом розподілу, в межах від -5 до 5 км/с. Якщо МКА рухається по орбіті у напрямку ДРВ, то швидкість МКА приймає позитивне значення, інакше – негативне.

Досліджено сигнал з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ), частота якого задавалася таким чином:

$$f_i(k) = \Delta f + b \cdot k,$$

де  $\Delta f$  - початкова частота сигналу;  $b = (f_1 - \Delta f) / k_1$ ;  $f_1$  – кінцева частота.

Результати розрахунків середньоквадратичного відхилення (СКО) оцінки різниці моментів приходу сигналів наведено на рис. 2 і 3 (радіоімпульсний сигнал) та рис. 4 та 5 (ЛЧМ-сигнал).

Вплив доплерівського зміщення частоти призводить до погіршення точності оцінки при великих відношеннях сигнал/шум, де має досягатися висока точність оцінки. Відбувається це через зміщення спектрів сигналів, що призводить до згладжування взаємно-кореляційної функції в районі максимуму та зменшення відношення сигнал/шум. В результаті точність оцінки різниці моментів приходу зменшується, а кореляційна обробка перестає бути оптимальною.

Для підвищення точності оцінки різниці між сигналами необхідно зменшити вплив доплерівського зміщення частоти. Усунути доплерівське зміщення частоти одного сигналу щодо іншого можна шляхом оцінки величини зсуву спектра з наступним внесенням цієї поправки в один із сигналів:

$$S(\omega) = S_1(\omega) \cdot S_2(\omega + \Delta\omega_\delta + \Delta\omega_\delta^*),$$

де  $S_1(\omega)$ ,  $S_2(\omega)$  – спектри сигналів;  $\Delta\omega_\delta$  - доплерівське зміщення частоти;  $\Delta\omega_\delta^*$  - оцінка доплерівського зміщення частоти.

Точність оцінки  $\Delta\omega_\delta^*$  визначатиме якість усунення впливу ефекту Доплера.

У літературі [11] активно застосовують методи, що базуються на обчисленні центрів тяжкості спектрів. Таким чином, алгоритм зменшення впливу доплерівського зміщення частоти на точність визначення різниці моментів приходу сигналу має вигляд:

- обчислення центрів тяжкості спектрів прийнятих сигналів

$$\Delta\omega_{um} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} j |z_j|^2}{\sum_{j=0}^{N-1} |z_j|^2},$$

де  $z_j$  - відліки спектра сигналу;

- обчислення величини оцінки зміщення центрами тяжкості спектрів прийнятих сигналів

$$\Delta\omega_{\delta}^* = \omega_{\text{цм1}} - \omega_{\text{цм2}};$$

- зсув спектра одного сигналу щодо другого на різницеву частоту.

Після цього здійснюють обчислення оцінки часу затримки між прийнятими сигналами за формулою (7).

Для підвищення точності оцінки доплерівського усунення частоти необхідно застосувати прийом інтерполяції спектра сигналу шляхом додавання до масиву, що містить спектр сигналу, нульових відліків. Їх число вибиралося таким, щоб довжина масиву збільшилася в ціле число разів  $n$ .

За результатами розрахунків виходить, що збільшувати роздільну здатність за частотою більше ніж у 4–5 разів неефективно, оскільки це приносить додаткового збільшення точності визначення різниці моментів приходу. Усунення ефекту Доплера при досить великих відносинах сигнал/шум (більше 20 дБ) забезпечує точність оцінки різниці моментів приходу 25-30 нс.

Величина доплерівського усунення частоти в пасивних космічних системах, що складаються з МКА на низьких орбітах, може лежати в межах від 0 до 330 кГц. Тому для забезпечення успішного усунення доплерівського зміщення частоти (при збереженні точності вимірювання різниці моментів приходу) необхідно підвищувати роздільну здатність спектра по частоті (тобто збільшувати тривалість реалізації). Це призведе до необхідності збільшення обсягу даних, що передаються.

Зменшити обсяг переданих даних із збереженням точності вимірювання доплерівського зміщення частоти можливо за рахунок використання інтерполяції сигналів, що приймаються.

Показано, що використовуючи простий алгоритм знаходження центрів тяжкості спектрів спільно з інтерполяцією, за рахунок додавання нулів до

реалізації сигналів, можна практично повністю усунути вплив доплерівського зміщення частоти, не збільшуючи при цьому обсяг даних, що передаються.

Таким чином, використовуючи сукупність прийомів, досягнуто необхідної точності визначення різниці моментів приходу сигналу.

Виконаємо оцінку максимальної правдоподібності:

Виконуючи спільну мінімізацію по  $(\varphi, d_{ML}^{\%})$ , яка замінюється двоетапною мінімізацією, оцінка ML для  $d$  має таку ж форму, що у наведеному вище рівнянні  $d_{ML}^{\%} = W^H P^H x$ , всім можливих значень і бути поміченим. Враховуючи далі, що  $PP^H = P^H P = I$ , ми отримуємо

$$\begin{aligned} S(\varphi, d_{ML}^{\%}) &= x^H PP^H (I - PWP^H) PP^H x = \\ &= (P^H x)^H VV^H P^H x = \sum_{i=M}^{N-1} \|x^H P u_k\|^2 \end{aligned}$$

Тут  $V$  таке саме, як визначено в рівнянні, де  $u_k$  - стовпці з  $i = M, \dots, N - 1$ . Отже  $V$  має всі останні  $N-M$  стовпців матриці  $U$ .

Кроки оцінки:

1. Оцінка  $\varphi$  шляхом мінімізації рівняння (4.3.13). Це робиться шляхом перебору різних значень  $\varphi$ ;  $\varphi = 1, 2, \dots, \varphi_{\max}$

де  $\varphi_{\max} = T_b \Delta\omega_{\max}/NFFT$  та  $T_s = T_b/NFFT$

$\varphi_{\max} = T_s \Delta\omega_{\max}$

Потім  $\omega$  вибирається той, який мінімізує наведене вище рівняння,  $\varphi_{ML}$ .  $\Delta\omega_{\max}$  — допустиме максимальне зміщення частоти, зазвичай визначається стандартом мобільної радіосистеми.

2. Вирішіть для оцінки прийнятих даних ML (без інформації про канал), використовуючи:  $d_{ML}^{\%} = W^H P x$ , де  $P = \text{diag}(1 \ e^{j\varphi_{ML}} \ \dots \ e^{j(N-1)\varphi_{ML}})$ .

3. Оцініть  $H_{pilots}$ , використовуючи  $d_{ML_{pilot}}^{\%} = \hat{H} \sum_{i=1}^n X_i Y_i d_{pilot}$ .

4. Інтерполуйте значення  $\hat{H}_{pilots}$ , щоб отримати  $\hat{H}_{data}$ .

5. Потім  $d_{data}$  виходить з  $d_{ML,data} = \hat{H}_{data} d_{data} d_{ML}$ .

Якщо пошук включав кілька локальних мінімумів, спочатку задаємо дозвіл пошуку і шукаємо перший мінімум,  $1$  (між  $0$  і  $!$ ). Потім пошук продовжується, починаючи з  $1$  з інтервалом  $!$  між кожним остаточно відповідного регіону. Потім йдуть кроки з  $2$  по  $5$ , як описано вище.

Примітка: Перший пошук виконується між  $0$  та  $!$  та другий пошук виконується з інтервалом  $!$  між кожним, тому що період мінімумів!

Дослідження структури функції вартості у рівнянні 4.3.13 шляхом побудови графіка значень функції вартості для різних значень  $\rho$  з інтервалами  $0,01$  між діапазонами від  $0$  до  $0,8$  див. малюнки 4.2, 4.3 та 4.4. Вони показують, що вона не сходиться монотонно до глобального мінімуму, проте простежується чітка періодичність виникнення локальних мінімумів.

Крім того, ретельніше дослідження функції вартості виявило більше локальних мінімумів, ніж на рисунках вище. Виникнення цих багатьох локальних мінімумів робить пошук мінімізуючого  $\phi$  дуже дорогим, якщо діапазон пошуку широкий. Це можна проілюструвати, нанісши на графік значення функції вартості для кількох значень  $\rho$  від  $0,01$  до  $0,05$  коли значення  $\rho$  дорівнює  $0,03$ .

На основі наведеного вище критерію ми можемо розробити загальну схему оцінки та компенсації ЗЧН, адаптовану до конкретної системи та забезпечує цільову продуктивність декодування.

Умова (23) показує, чи конкретний засіб оцінки ЗЧН викликає значну помилку ЗЧН і чи не дозволяє система досягти цільової продуктивності декодування. Іншими словами, ми можемо використовувати умову (23), щоб перевірити, як оцінювач ЗЧН може працювати з точки зору продуктивності декодування із заданими системними параметрами  $P_e$  та  $\Delta f_{e,max}$ , коли ми розробляємо загальну схему оцінки ЗЧН системи. Як приклад, тут ми розробляємо схему оцінки та компенсації ЗЧН для декодування є складнішим

завданням з погляду проблеми ЗЧН, та її продуктивність більшою мірою залежить від цього, як вирішується проблема ЗЧН.

Транспортний канал кодує біти системної інформації з допомогою згорткового кодера з повторенням і зрештою генерує 1920 біт. Ці біти модулюються за допомогою квадратурної фазової маніпуляції (QPSK).

Перш ніж розробляти схему оцінки ЗЧН, спочатку необхідно визначити  $P_e$  і  $\Delta f_{e,\max}$ . Ми можемо визначити  $P_e$  як цільову ймовірність з погляду ідентифікації абонентів або цільового коефіцієнта помилок по блоках (BLER), тому ми можемо припустити, що  $P_e = 10\%$ .

Щоб отримати  $\Delta f_{e,\max}$ , припустимо, що помилка декодування виникає, якщо фаза символу спотворюється. Різниця фаз сусідніх символів дорівнює  $\pi/2$ . З урахуванням виявлення з максимальною ймовірністю, прийнятий символ виявляється неправильно, якщо зсув фази через зміщення частоти перевищує  $\pm\pi/4$ . Ця кутова швидкість відповідає  $\Delta f_{e,\max} = 15000 / 64 = 234.4$  Гц. Помилка виявлення символу може бути усунена декодером Вітербі, тому  $\Delta f_{e,\max}$  можна вважати більшим, ніж вищенаведений висновок, тому  $\Delta f_{e,\max} = 300$  Гц.

Засіб оцінки на основі CP надаватиме значення ЗЧН грубо, оскільки воно оцінює різницю фаз, а  $t$  є відносно коротким. З іншого боку, оцінювач на основі CRS надасть більш докладні значення ЗЧН, оскільки часовий інтервал відносно великий. Таким чином ми можемо розглянути можливість використання оцінювача на основі CRS для компенсації залишкового ЗЧН.

Для загальної процедури оцінки та компенсації ЗЧН, необхідно перевірити критерій для можливих оцінок. Права частина (23) відповідає максимальній помилці оцінки зміщення частоти з ймовірністю  $P_e$ , коли ефективне ВСШ дорівнює ВСШе. При заданих значеннях  $\Delta f_{e,\max}$  і  $P_e$  можемо бачити мінімальне ВСШ, у якому оцінки зсуву частоти з урахуванням CP і CRS можуть задовольняти критерію. Це призводить до вибору належного пристрою для оцінки зміщення частоти, яке може задовольнити вимоги. Крім продуктивності декодера, нам

також необхідно враховувати діапазон зміщення частоти, який може оцінити кожен оцінювач-кандидат.

У разі оцінки з більшим  $t$  різниця фаз  $\Theta_2 = \Theta_1 = 2\pi f_e \Delta t$  перевищить  $2\pi$  і зміщення частоти буде оцінено неправильно. Оцінювач може лише обчислити зміщення частоти оцінки з діапазоном  $[-f_s / 2\Delta t - f_s / 2\Delta t]$ .

У разі оцінки на основі СР, яку ми називаємо грубою оцінкою,  $\Delta t$  становить 71,429 мкс, що відносно мало. Ця характеристика дозволяє грубого оцінювача оцінювати великі зміщення частоти, оскільки діапазон оцінки зміщення частоти становить  $[7002:8 \ 7002:8]$  Гц. Однак груба оцінка не підходить для точного визначення зміщення частоти, оскільки максимальна помилка оцінки зміщення частоти для ймовірності 0,1 досить висока. На рис. 8 максимальна помилка оцінки зміщення частоти стає менше, ніж  $f_{e;max}$ , коли ефективне відношення сигнал-шум перевищує 22 дБ. Це означає, що груба оцінка може задовольнити вимоги, якщо ефективне ВСШ більше 22 дБ, і не може задовольнити, якщо низька ВСШ.

Розглянемо двоетапну схема оцінки та компенсації ЗЧН. Оскільки груба та залишкова оцінки мають конфліктні характеристики, нам необхідно розглянути гібридний план, у якому використовуються як груба, так і точна оцінки. Рис. 4.1 ілюструє загальну процедуру запропонованої схеми оцінки та компенсації ЗЧН.



Рисунок 4.1 – Схема оцінки та компенсації зміщення частоти носійної

Запропонована схема оцінює і негайно компенсує ЗЧН у два етапи перед обробкою в частотній області. На початковому етапі оцінюється груба оцінка ЗЧН

грубої компенсації щодо великого ЗЧН. Він також має останній етап оцінки залишкового ЗЧН компенсації залишкового ЗЧН після грубої компенсації ЗЧН.

Груба компенсація ЗЧН працює за допомогою оцінювача з урахуванням СР. Це може бути виконано на початковому етапі з використанням інформації про межі інформаційних блоків, оскільки для цього потрібно знати положення вибірок в часовій області. Як тільки система розпізнає границі блоків за допомогою процесу синхронізації, запропонована схема може вилучати СР і вихідні виборки посту з інформації про синхронізацію кордону. Після обчислення грубого ЗЧН  $f_{e,coarse}$  виконується частотна компенсація.

Залишкова компенсація ЗЧН працює за допомогою засобу оцінки на основі CRS з урахуванням структури кадру як у часовій, так і частотній області. Оскільки блоку оцінки необхідно обробляти символи частотної області, перед цим етапом повинен бути виконаний певний рівень синхронізації в частотній області. (Це досягається грубою компенсацією ЗЧН у запропонованій схемі.) Для оцінки на основі CRS також потрібно знати шаблон, який залежить від ідентифікатора стільника, тому це можна виконати після ідентифікації сигналу синхронізації. Це призводить до того, що залишкова компенсація ЗЧН виконується після грубої компенсації і під час обробки частотної області. На основі ідентифікатора стільника блок оцінки збирає прийняті символи.

Використовуючи нев'язку ЗЧН  $f_e$ ; залишок, частотну компенсацію шляхом множення експоненти; залишку на кожну вибірку і перезапуск початкового етапу обробки частотної області.

За рахунок компенсації ЗЧН у два етапи пропонована схема може більш надійно обробляти ЗЧН у різних середовищах ЗЧН та ВСШ. Оскільки грубий оцінювач може обробляти широкий діапазон ЗЧН, великомасштабний ЗЧН може бути попередньо компенсований. Початковий етап також може стимулювати останню обробку в частотній області, таку як виявлення сигналу синхронізації та збирання символів CRS для оцінки залишкового ЗЧН. Крім того, залишкова оцінка може компенсувати неточність початкової грубої компенсації ЗЧН. Цей

докладний крок може покращити продуктивність декодування, коли відношення сигнал-шум низьке, а декодер сильно впливає невелика кількість ЗЧН.

Хоча засіб оцінки нев'язки може розпізнавати невеликий діапазон ЗЧН, він може працювати добре, оскільки вхідне значення засобу оцінки нев'язки вже одного разу компенсовано великомасштабному масштабі.

Засіб оцінки нев'язки гарантує отримання точних значень ЗЧН, якщо величина помилки на початковому етапі грубої компенсації ЗЧН вбирається у діапазон кошти оцінки нев'язки, тобто  $|f_e - f_{e,coarse}| > 1750$  Гц.

Ми перевіряємо продуктивність декодування для нашої схеми оцінки зсуву частоти на основі випробувального стенду, що діє, в реальному часі. Ми реалізуємо власне обладнання eNodeB (eNB) з використанням програмних модемних систем, які складаються з ПК та радіочастотних (RF) пристроїв. Ми використовуємо USRP B210 для обробки радіочастотного сигналу і використовуємо вихідний код OAI-RAN, як базове програмне забезпечення для обробки низькочастотного сигналу.[13] У разі передачі програмне забезпечення OAI, що працює на ПК, генерує сигнал основної смуги частот PBCH LTE, а USRP B210 генерує радіочастотний сигнал на основі цього сигналу основної смуги частот. У разі прийому програмне забезпечення OAI декодує сигнал базової лінії.

У вихідному коді OAI UE ми реалізували схему оцінки зміщення частоти.

Ми змінили код оцінювача на основі CRS, включений у вихідний код OAI. Оскільки діапазон значень оцінки вхідного каналу сильно різниться, ми вирішили використати 64-бітові змінні для розрахунку внутрішнього твору. Отже, ми можемо знизити значення масштабування, щоб залишкова оцінка могла забезпечити стабільні значення ЗЧН, коли амплітуди прийнятих символів низькі. Ми також змінили оцінку залишкового ЗЧН, тоді як вихідна оцінка на основі CRS.

Слід зазначити, що вихідний код OAI включає оцінювач на основі CRS, і ми використовували цей код для реалізації залишкового оцінювача. (Код OAI спочатку не виконує грубої оцінки зміщення частоти.) Ми завершили реалізацію запропонованої нами схеми, додавши код грубої оцінки.

Ми провели два тестові сценарії; ВЧ-проведення та комерційні сценарії. У сценарії радіочастотної провідності програмне забезпечення OAI відіграє роль eNB, і запропонована схема оцінює частотний зсув сигналу eNB, що генерується програмним забезпеченням OAI. Ми з'єднали eNB та UE за допомогою радіочастотного кабелю, який еквівалентний каналу. Цей сценарій призначений для оцінки продуктивності компенсації зміщення частоти в середовищах з детальним відношенням сигнал/шум.

У комерційному сценарії антена 889 МГц підключена до UE, і запропонована схема оцінює зсув частоти бездротового сигналу, що передається від комерційного eNB LGU+. Цей сценарій призначено для оцінки того, як наша схема оцінки зміщення частоти працює в практичних умовах.

Продуктивність декодера із запропонованою схемою оцінки зсуву частоти при використанні грубої оцінки, залишкової оцінки та обох оцінок. Ми повторили декодування та виміряли частоту помилок за умови, що ідентифікатор осередку фізичного рівня був успішно виявлений. На рис. 12 показано, що зі збільшенням ВСШ частота помилок зменшується, коли зсув становить 700 Гц. Графік лише грубого зміщення 700 Гц завжди знаходиться праворуч від графіка зміщення 700 Гц з тією ж частотою помилок.

У насправді, коли частота помилок становить близько  $10 \times 1$ , виграш ВСШ становить близько 1 дБ. Ці результати показують, що потрібна залишкова оцінка.

З іншого боку, у разі компенсації лише залишку декодування RVCH навряд чи вдається. Залишкова оцінка має менший діапазон зміщення частоти, що оцінюється, якого недостатньо для успішного декодування, що вимагає компенсації великого зміщення частоти.

Крім того, у нас був ще один експеримент із комерційними сигналами eNB. Ми встановили два різні стани ВСШ (високий і низький) і використовували два різні USRP як UE в умовах високого ВСШ.

Для кожних трьох умов ми застосували двоетапний метод, метод лише грубого та метод лише залишкового, щоб виміряти ймовірність успішного декодування, коли USRP виявив ідентифікатор стільники, надісланий eNB.

Як показано, частотні зрушення USRP 1 і USRP 2 різні, що викликано відмінностями властивостей приймачів. Коли зсув частоти малий (USRP 2), декодування РВСН успішно виконується навіть при грубій оцінці в тій же мірі, що і при двоетапному методі. Однак, коли зсув велике (USRP 1), швидкість грубого методу нижче, ніж швидкість двоетапного методу.

### **Висновки до четвертого розділу**

Зсув несучої частоти, кратний відстані між підканалами, робить демодуляцію неможливою, оскільки неправильно витягується інформація з підканалів, а зсув, не кратний відстані між підканалами, призводить до втрати ортогональності та виникнення МКІ, що істотно погіршує якість сигналу.

Оскільки сигнали в космічних системах спостерігаються на тлі дельта корельованого випадкового процесу з нульовим середнім та заданою дисперсією, то найкращу точність оцінки різниці моментів приходу можна забезпечити, використовуючи взаємно-кореляційну обробку сигналів, що призводить до необхідності розміщення на борту МКА системи передачі сигналів.

## ВИСНОВКИ

1. Проведено дослідження системи зв'язку з OFDM у середовищі MATLAB. Проаналізована кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти до 20% відстані між несучими, що приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Дисперсія піднесучих OFDM на вході приймача змінюється за Гаусовим законом.

2. Довжина циклічного префіксу обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю. Розглянута залежність коефіцієнту бітових помилок від відношення сигнал-шум для синхронізованих систем зв'язку з різними зміщеннями частоти і різною величиною початкової затримки відліків потоку даних в каналі зв'язку. З отриманих залежностей можна зробити висновок, що енергетично вигідні режими роботи з меншими зміщеннями частоти. Якщо зміщення частоти виходить за межі смуги утримування кіл синхронізації, відношення сигнал-шум погіршується.

3. Зміщення частоти несучої (ЗЧН) має велике значення для продуктивності декодера в системі мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM), оскільки фазові спотворення символів збільшуються при переході від символу до символу.

### Перелік джерел посилання

1. Minn, H.; Zeng, M.; Bhargava, V.K., "On timing offset estimation for OFDM systems," *Communications Letters, IEEE* , vol.4, no.7, pp.242,244, July 2000
2. Schmidl, T.M.; Cox, D.C., "Robust frequency and timing synchronization for OFDM," *Communications, IEEE Transactions on* , vol.45, no.12, pp.1613,1621, Dec 1997
3. Yong Soo Cho. *MIMO-OFDM Wireless Communications with Matlab / Yong Soo Cho, Jaekwon Kim, Won Young Yang, Chung-Gu Kang.* – John Wiley & Sons, 2010
4. Пятін І.С. Дослідження систем зв'язку з сигналами F-OFDM/ І.С. Пятін, В.Є. Гавронський, В.І. Лужанський, В.О Михальчук // *Вісник ХНУ.* - 2021. - №5. – С. 170-176.
5. Бойко Ю.М. Методика обробки та синхронізації сигналів у програмно-обумовлених радіосистемах з OFDM / Ю.М. Бойко, І.С. Пятін, І.Р. Пархомей // *Вісник ХНУ.* - 2022. - №2. – С. 123-132.
6. J. Boiko, I. Pyatin and O. Eromenko *Analysis of Signal Synchronization Conditions in 5G Mobile Information Technologies // 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET - 2022) Lviv-Slavske, Ukraine February 22-26, 2022*
7. R. van Nee, G. Awater, M. Morikura, H. Takanashi, M. Webster, and K. Halford, "New high-rate wireless LAN standards," *IEEE Comm. Mag.*, vol. 37, pp. 82–88, Dec. 1999.
8. Thomas Keller and Lajos Hanzo, "Adaptive Multicarrier Modulation: A Convenient Framework for Time-Frequency Processing in Wireless Communications," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 88, No. 5, pp. 611-640, May 2000
9. T. M. Schmidl and D. C. Cox, "Robust frequency and timing synchronization for OFDM," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 45, pp. 1613–1621, Dec. 1997.
10. M. Morelli and U. Mengali, "An improved frequency offset estimator for OFDM applications," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 3, pp. 75–77, Mar. 1999.

11. Hyoung-Kyu Song, Young-Hwan You, Jong-Ho Paik, and Yong-Soo Cho, "Frequency-Offset Synchronization and Channel Estimation for OFDM-Based Transmission," IEEE Comm. Lett., vol. 4, No. 3, pp. 95-97, March 2000.

12. Пятін І.С. Підвищення пропускної спроможності мобільних телекомунікацій / І.С. Пятін, Ю.М. Бойко // Проблеми експлуатації та захисту інформаційно-комунікаційних систем : матеріали наук.-практ. конф., (Київ, 7 – 9 черв. 2022 р). – Київ : НАУ, 2022. – С. 95.

13. Бойко Ю.М. Оцінка ефективності канального кодування у телекомунікаціях з OFDM / Ю.М. Бойко, Д.В. Новіков // Вісник ХНУ. - 2021. - №5. – С. 150-159.

14. Гула І.В. Дослідження нейромереж для керування системою software defined radio /І.В. Гула, О. І. Полікаровських//Вісник ХНУ.- 2021. - №6. – С. 31-36.

15. Макаришкін Д. А. Сучасні радіотехнології для зв'язку m2m / Д.А. Макаришкін, М. В. Любарський, В.В. Мішан // Вісник ХНУ. - 2021. - №6. – С. 225-228.

16. Бойко Ю. М. Оцінка впливу зміщення несучих частот на завадостійкість телекомунікацій з OFDM / Ю.М. Бойко. І.С. Пятін, О.М Єрмоєнко, Д.О. Шаюк // Вимірвальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2022. – № 3. – С. 19–26.

ДОДАТОК А

Презентація

# Слайд 1

## Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM

Шаюк Д.О., гр. ТРМ-21-1

Керівник – д.т.н., проф. Бойко Ю.М.

## Слайд 2

**Мета і задачі дослідження.** Метою роботи є дослідження зміщення частоти у системах зв'язку з OFDM і коефіцієнту бітових помилок.

Для досягнення цієї мети поставлені наступні завдання.

- провести огляд методів корекції зсуву частоти в системах з OFDM;
- дослідити вплив зміщення частоти на коефіцієнт бітових помилок;
- дослідити кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти.

**Об'єктом дослідження** є процес передачі і приймання сигналів у системах зв'язку з OFDM.

**Предметом дослідження** є методи та засоби корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM.

## Слайд 3

### **Наукова новизна одержаних результатів :**

1. Отримала подальший розвиток методика визначення кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями зміщення частоти і затримки.
2. Розроблені методи корекції зміщення частоти в системах зв'язку з OFDM.

### **Практичне значення одержаних результатів:**

Схема оцінки зміщення частоти несучої має грубий та точний оцінювач, що працює з різним інтервалом часу вимірювання фази. Це забезпечує високу точність і широкий діапазон роботи.

# Слайд 4

## Структурна схема системи зв'язку з OFDM

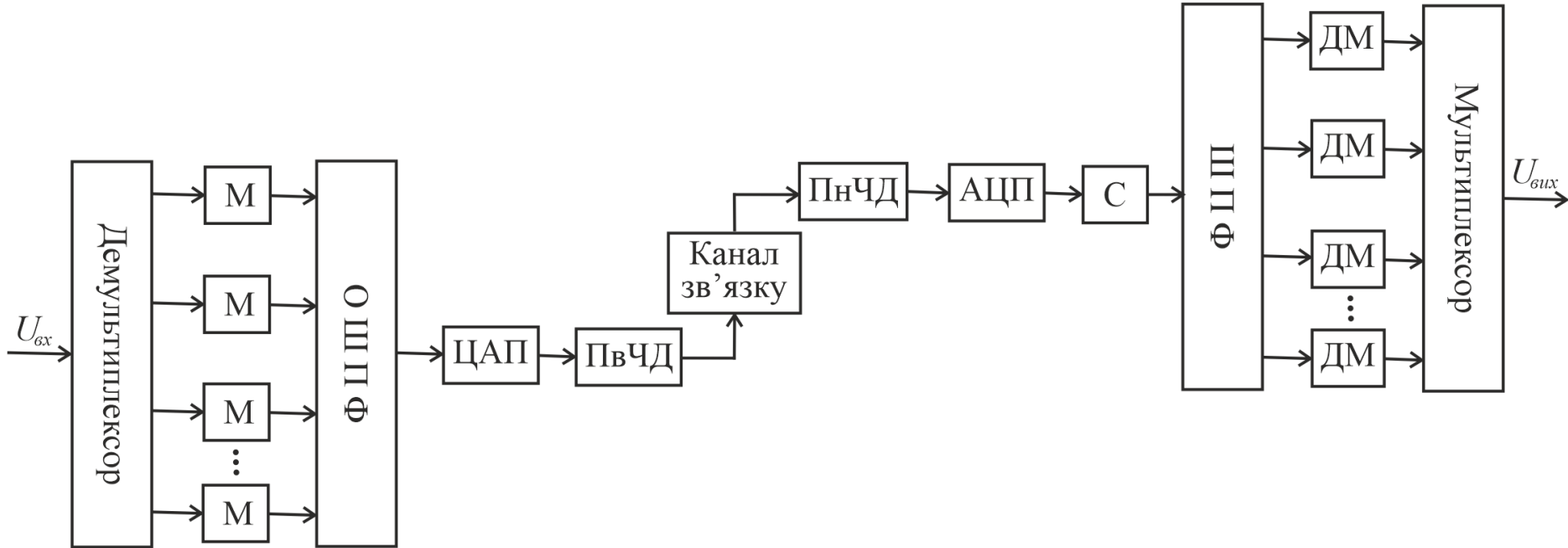


Рисунок 4.1 – Цифрова система зв'язку з OFDM (М – QAM модулятор; ОШПФ – обернене швидке перетворення Фур'є; ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач; ПвЧД – підвищуючий перетворювач частоти дискретизації; ПнЧД – понижуючий перетворювач частоти дискретизації; АЦП – аналого-цифровий перетворювач ШПФ – швидке перетворення Фур'є; С – блок синхронізації; ДМ – QAM демодулятор)

# Сигнал з ортогональним частотним поділом каналів

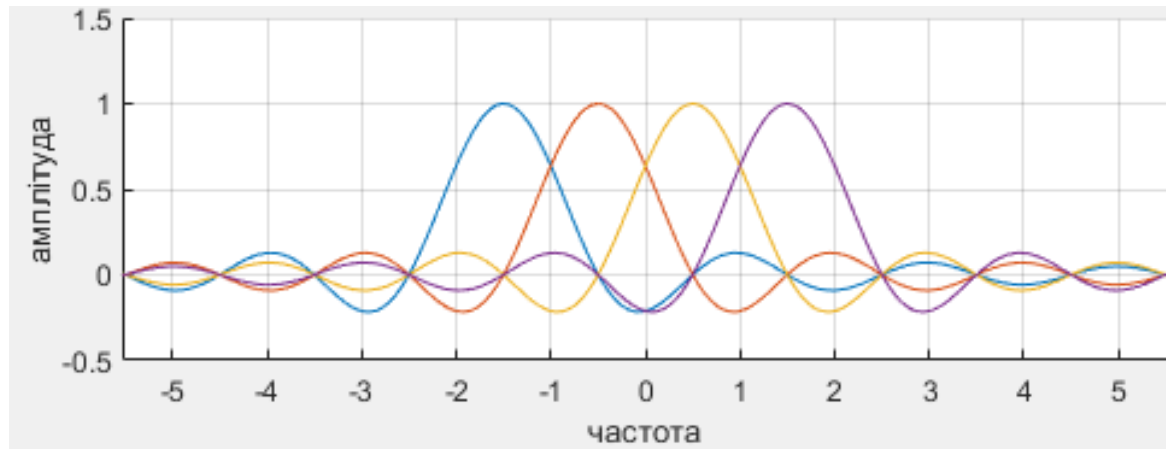
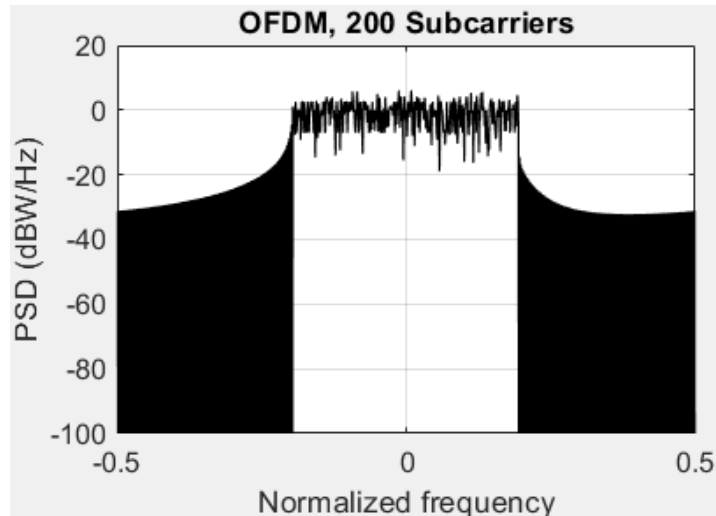


Рисунок 5.1 - Спектр сигналу OFDM

Рисунок 5.2 – Несучі OFDM сигналу в області частоти

## Поняття зміщення частоти

$$\delta = \frac{\Phi_k}{\Delta k}$$

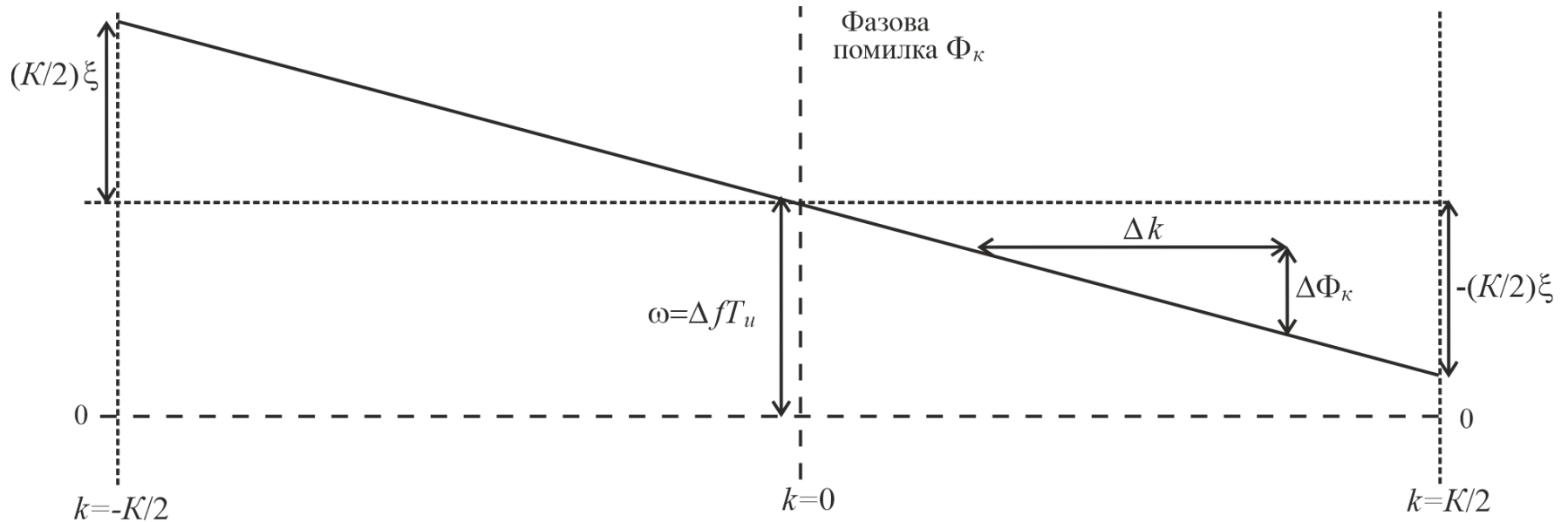


Рисунок 6.1 – Рисунок, що пояснює ефект виникнення зміщення частоти

$\xi$  - зміщення синхронізації відліків

$K$  – кількість піднесучих

$\omega$  – загальна фазова помилка

# Дослідження коефіцієнту бітових помилок

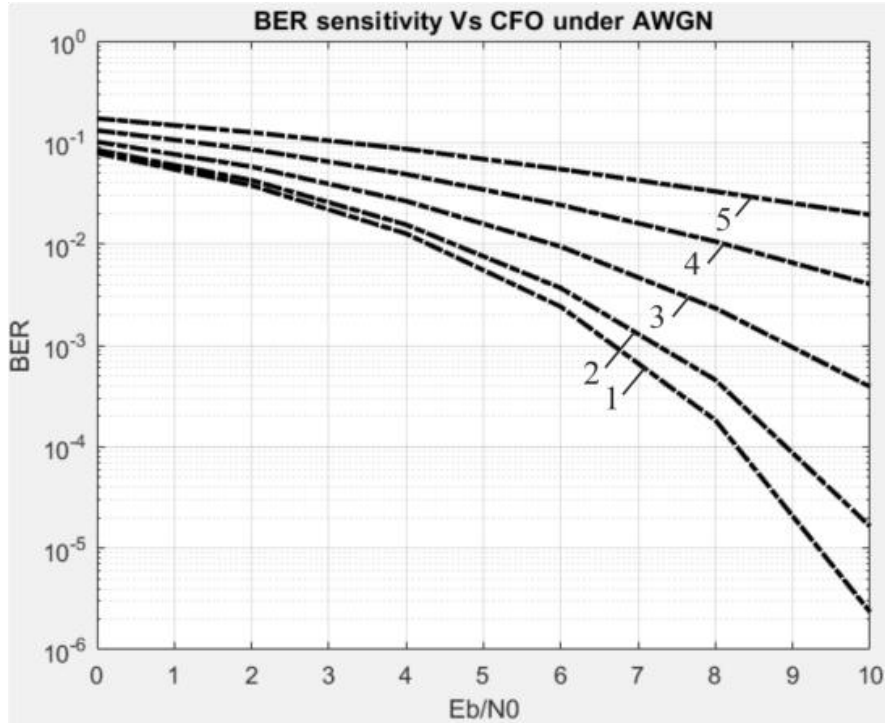


Рисунок 7.1 - Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з ЗЧН (1 – ЗЧН=0; 2 – ЗЧН=0,05; 3 – ЗЧН=0,1; 4 – ЗЧН=0,15; 5 – ЗЧН=0,2)

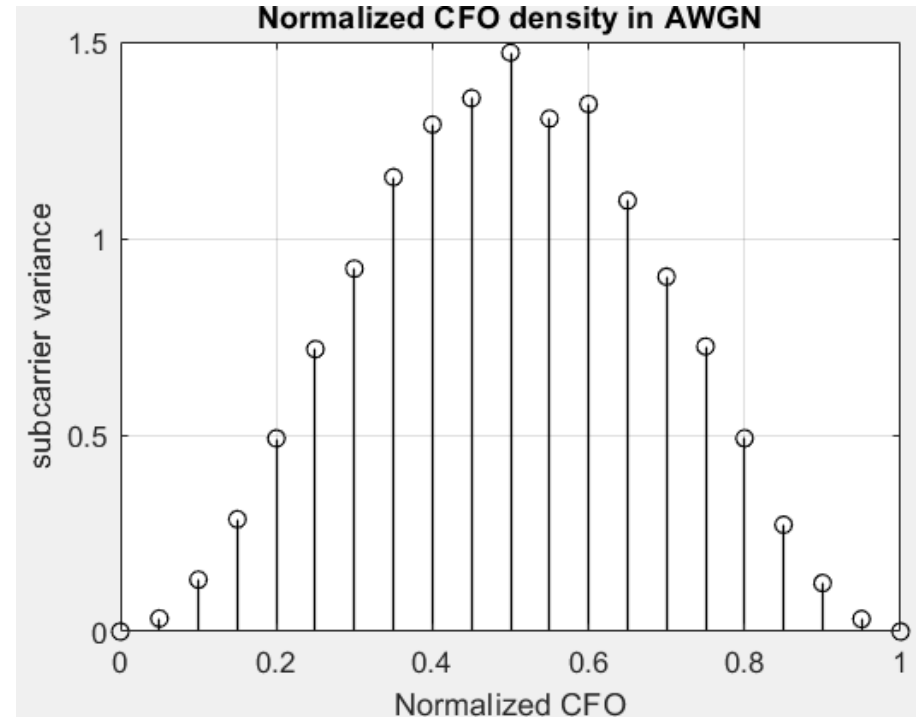


Рисунок 7.2. Залежність дисперсії піднесучих від зміщення частоти

# Слайд 8

## Оцінка та компенсація зміщення частоти

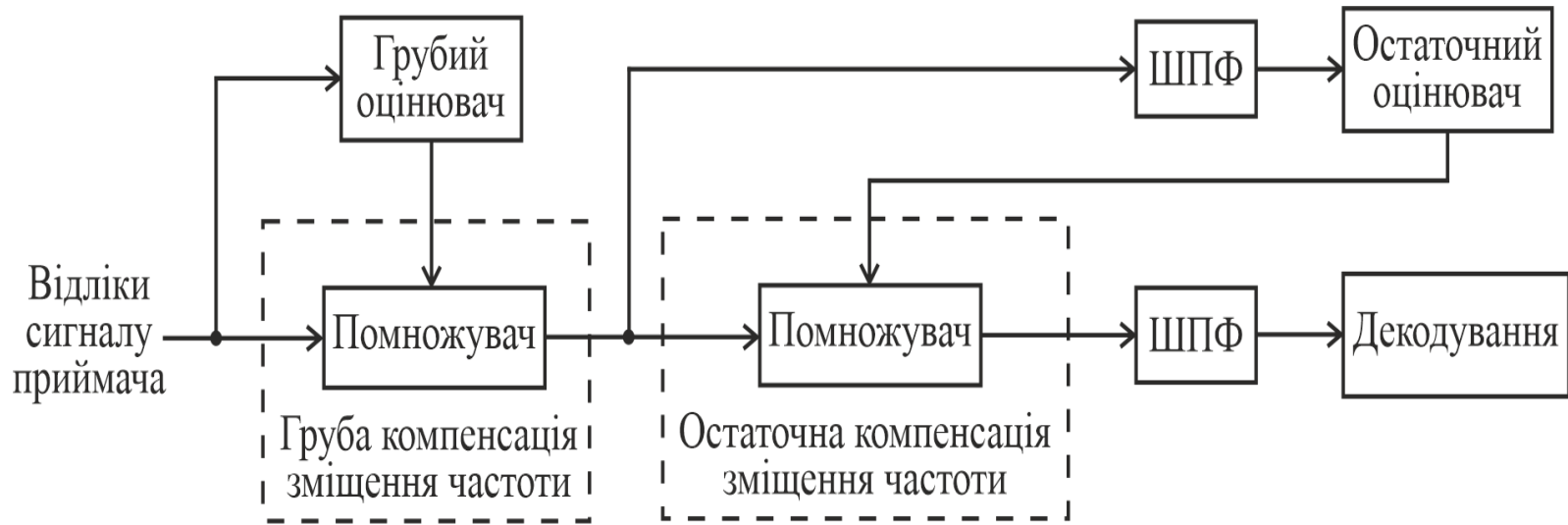


Рисунок 8.1- Схема оцінки та компенсації зміщення частоти несучої

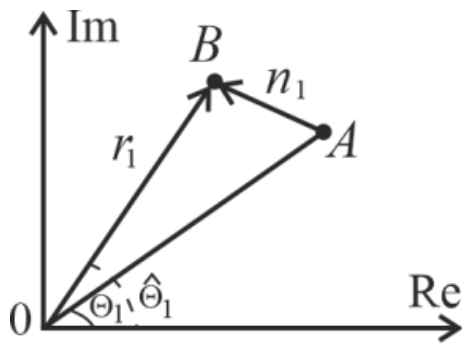


Рисунок 8.2- Діаграма прийнятого символу та ефективного шуму

OFDM сигнал в приймачі

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{M-1} H(k) d_k e^{(j2\pi k/N + \Delta\omega T_s)n} + z(n)$$

$H(k)$  - частотна характеристика каналу

$$r_1 = e^{j\Theta_1} s + n_1 = e^{j\hat{\Theta}_1}$$

## Слайд 9

# Визначення кількості бітових помилок

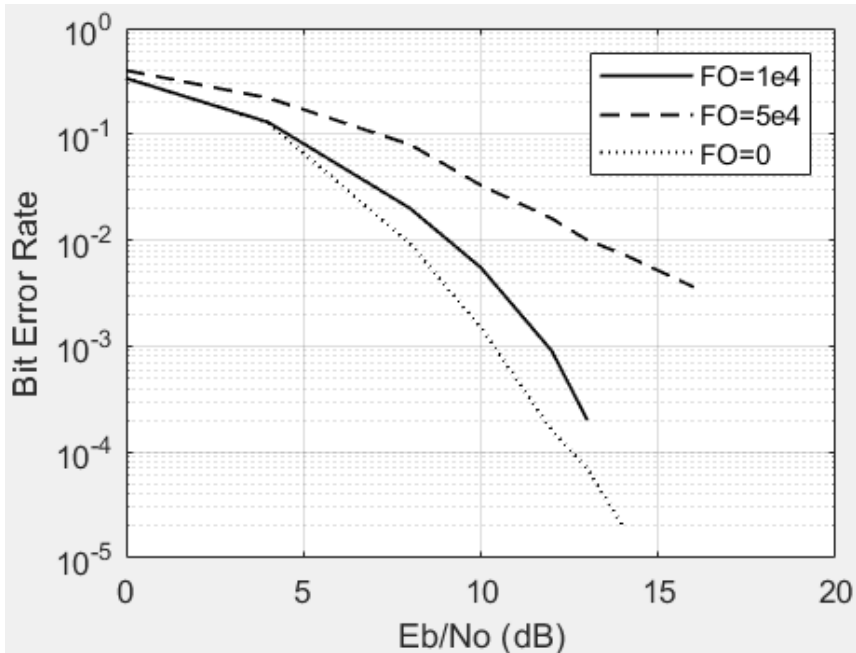


Рисунок 9.1- Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями зміщення частоти (FO)

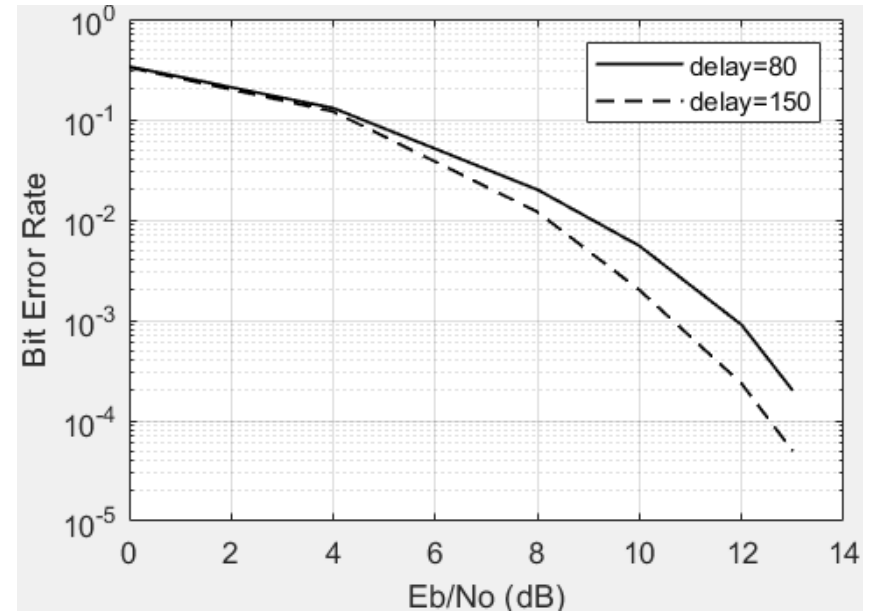


Рисунок 9.2- Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями затримки потоку даних (delay)

# Критерій максимальної правдоподібності

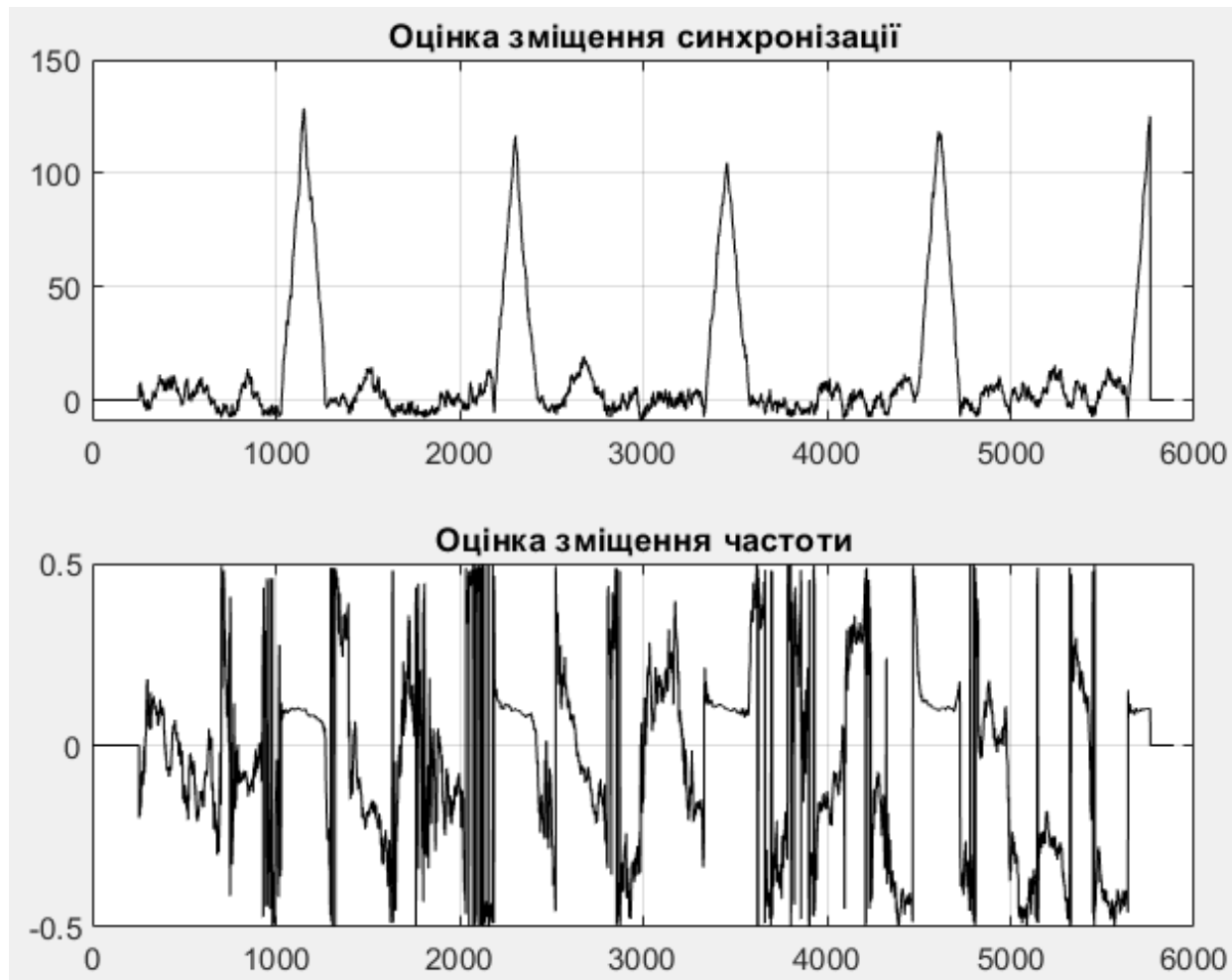


Рисунок 10.1 – Оцінка за критерієм максимальної правдоподібності у Матлаб

## ВИСНОВКИ

1. Проведено дослідження системи зв'язку з OFDM у середовищі MATLAB. Проаналізована кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти до 20% відстані між несучими, що приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Дисперсія піднесучих OFDM на вході приймача змінюється за Гаусовим законом.

2. Довжина циклічного префіксу обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю. Розглянута залежність коефіцієнту бітових помилок від відношення сигнал-шум для синхронізованих систем зв'язку з різними зміщеннями частоти і різною величиною початкової затримки відліків потоку даних в каналі зв'язку. З отриманих залежностей можна зробити висновок, що енергетично вигідні режими роботи з меншими зміщеннями частоти. Якщо зміщення частоти виходить за межі смуги утримування кіл синхронізації, відношення сигнал-шум погіршується.

3. Зміщення частоти несучої (ЗЧН) має велике значення для продуктивності декодера в системі мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM), оскільки фазові спотворення символів збільшуються при переході від символу до символу.

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-3>

УДК 621.396.969.1

ЮЛІЙ БОЙКО

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-0603-7827>

e-mail: [boiko\\_julius@ukr.net](mailto:boiko_julius@ukr.net)

ІЛІЯ ПЯТІН

Хмельницький політехнічний фаховий коледж національного університету «Львівська політехніка»

<https://orcid.org/0000-0003-1898-6755>

e-mail: [ilkhmel@ukr.net](mailto:ilkhmel@ukr.net)

ОЛЕКСАНДР ЄРЬОМЕНКО

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0001-5110-3761>

[yeromenko\\_s@ukr.net](mailto:yeromenko_s@ukr.net)

ДМИТРО ШАЮК

Хмельницький національний університет

e-mail: [D380919237912@gmail.com](mailto:D380919237912@gmail.com)

## ОЦІНЮВАННЯ ВПЛИВУ ЗМІЩЕННЯ НЕСУЧИХ ЧАСТОТ НА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ З OFDM

*В роботі наведено результати досліджень синхронізації у телекомунікаціях з OFDM. Здійснена оцінка впливу зміщення частоти на коефіцієнт бітових помилок методом математичного моделювання у середовищі MATLAB. Встановлено, що фазові спотворення символів збільшуються при переході від символу до символу. Проаналізована кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти. Визначено, що зміщення частоти до 20% відстані між несучими приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Передбачається, що результати роботи будуть корисними при вирішенні проблем синхронізації у сучасних телекомунікаціях з OFDM.*

*Ключові слова: система OFDM, зміщення несучої частоти, дисперсія піднесучих, циклічний префікс.*

JULIY BOIKO, OLEKSANDER EROMENKO, DMYTRO SHAYUK

Khmelnytskyi National University

ILYA PYATIN

Khmelnytskyi Polytechnic, Professional College by Lviv Polytechnic National University

## ESTIMATION THE EFFECT OF CARRIER FREQUENCY OFFSET ON THE NOISE IMMUNITY OF TELECOMMUNICATIONS WITH OFDM

*OFDM signal transmission is widely used in wireless communication systems Wi-Fi, WIMAX, LTE, digital television systems DVB-T, DVB-T2, and others. Advantages of OFDM: resistance to channel delays, equalization in the frequency domain, reduced sensitivity to frequency-sampling fading, and efficient implementation. Disadvantages of OFDM: loss of spectral efficiency due to higher side lobes; strict requirements for synchronization. Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) provides high-speed data transmission by dividing wideband modulated carrier signals into many modulated narrowband subcarriers. To avoid intersymbol interference (ISI), individual subcarriers must be orthogonal to each other. The OFDM modulator works with a high-speed serial stream of symbols consisting of many parallel low-speed streams. Each orthogonal low-speed stream is transmitted over a relatively uniform channel with minimal MFIs and can be easily aligned. The purpose of the work is the study of synchronization in OFDM communication systems, the assessment of the effect of frequency shift on the bit error rate in the MATLAB environment. Carrier Frequency Offset (CFO) is of great importance to the performance of the decoder in an OFDM system because the phase distortion of symbols increases from symbol to symbol. Two receiver uncertainties with respect to an OFDM symbol are considered. Uncertainty in the arrival time of the OFDM symbol. Uncertainty of the carrier frequency, which arises due to the difference of local dynamism in the transmitter and receiver and leads to a shift in the frequency domain. The effect of the frequency shift is to shift the frequency characteristics of the channel, which leads to a loss of orthogonality between the subcarriers. For the effective operation of the OFDM system, a frequency accuracy of 1-2% of the distance between the carriers is required. Maximum likelihood estimation is used for samples with minimal variance and large size. The dependence of the dispersion of subcarriers on the frequency shift at the receiver input was investigated. From the obtained dependence, it can be concluded that the dispersion of OFDM subcarriers varies according to the Gaussian law. The length of the cyclic prefix is chosen based on the maximum possible frequency shift, at the boundaries of which the dispersion of the subcarriers is zero.*

*Keywords: OFDM system, carrier frequency shift, subcarrier variance, cyclic prefix*

### Постановка проблеми у загальному вигляді

#### та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Зсув частоти несучої (ЗЧН) має велике значення для продуктивності декодера в системі мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM), оскільки фазові спотворення символів збільшуються при переході від символу до символу. Відомі засоби оцінки CFO мають різні характеристики з точки зору точності та діапазону оцінок, і для того, щоб приймач мав задовільну

продуктивність декодера необхідно використовувати належний засіб оцінки [1-4]. ЗЧН виникає в системі LTE через розбіжність частот сигналу, що приймається, і гетеродину в приймачі. Причина цього зсуву викликана доплерівським зсувом, що призводить до інтерференції між несучими та міжсимвольною інтерференцією (МСІ), коли його продуктивність погіршується зі збільшенням частоти помилок по бітах (BER). Будь-яка помилка синхронізації призводить до фазового зсуву загасання каналу

Метою роботи є дослідження синхронізації у системах зв'язку з OFDM, оцінка впливу зміщення частоти на коефіцієнт бітових помилок за допомогою математичного моделювання у середовищі МАТЛАБ.

### Аналіз досліджень та публікацій

Мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM) забезпечує передачу даних з високою швидкістю за рахунок поділу широкосмугових модульованих несучих сигналів на багато модульованих вузькосмугових піднесучих [4, 5]. Для передачі OFDM використання вузькосмугових піднесучих знижує чутливість до частотно-вибіркових завмирань. У бездротовому зв'язку використовують формат модуляції OFDM з кількома несучими. Для підтримки високих швидкостей передачі даних у системах з однією несучою потрібна широка смуга пропускання та, отже, коротка тривалість символів [6, 7]. Проходження широкосмугової несучої через частотно-вибірковий багатопроменевий канал погіршує сигнал, оскільки імпульсна характеристика каналу охоплює кілька символів у часі і робить сигнал вразливим до міжсимвольної інтерференції (МСІ) [8-10]. Для уникнення МСІ, окремі піднесучі повинні бути ортогональними одна одній. Модулятор OFDM працює з високошвидкісним послідовним потоком символів, що складається з багатьох паралельних низькошвидкісних потоків. Кожний ортогональний низькошвидкісний потік передається через відносно рівномірний канал з мінімальною МСІ і може бути легко вирівняний [5].

### Виклад основного матеріалу

На рис. 1 приведена структурна схема системи зв'язку з OFDM. Вхідний сигнал надходить на демультимплексор, який формує сигнали піднесучих. Інформація для кожної піднесучої піддається QAM модуляції [1, 2, 4, 5].

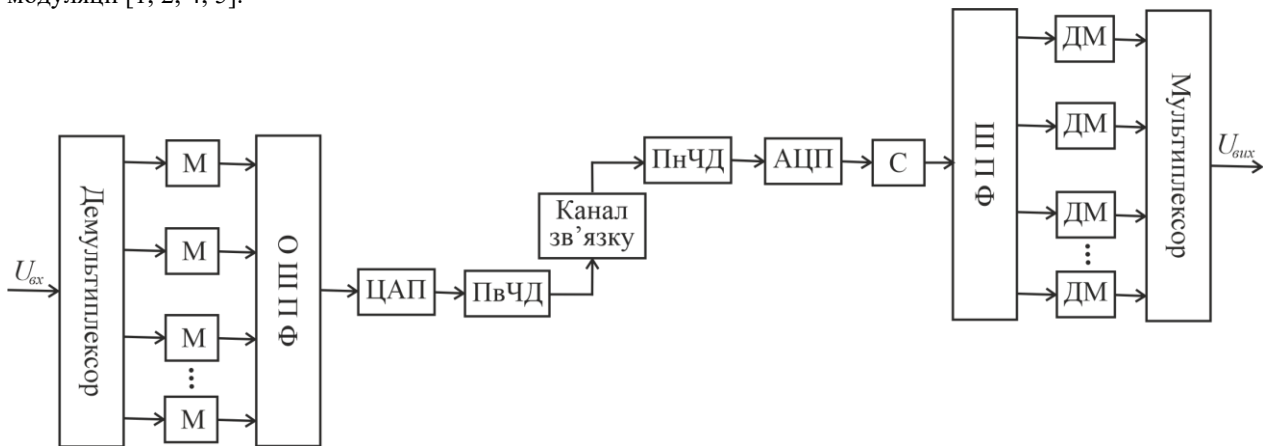


Рис. 1. Цифрова система зв'язку з OFDM (М – QAM модулятор; ОШПФ – обернене швидке перетворення Фур'є; ЦАП – цифро-аналоговий перетворювач; ПвЧД – підвищуючий перетворювач частоти дискретизації; ПнЧД – понижуючий перетворювач частоти дискретизації; АЦП – аналого-цифровий перетворювач ШПФ – швидке перетворення Фур'є; С – блок синхронізації; ДМ – QAM демодулятор)

Цифровий сигнал в області часу створюється за допомогою оберненого швидкого перетворення Фур'є (ОШПФ) [4, 5]. Цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП) створює аналоговий сигнал, який далі перетворюється з підвищенням частоти дискретизації і передається в канал зв'язку. Спектр сигналу на виході передавача приведений на рис. 2.

Сигнал на вході приймача представляє собою згортку переданого сигналу з імпульсною характеристикою багатопроменевого каналу зв'язку згідно виразу:

$$y(t) = \sum_i h_i x(t - \tau_i) + v(t),$$

де  $h_i$  - комплексний коефіцієнт затухання  $i$ -го променю;  $\tau_i$  - затримка розповсюдження  $i$ -го променю;  $v(t)$  - білий шум.

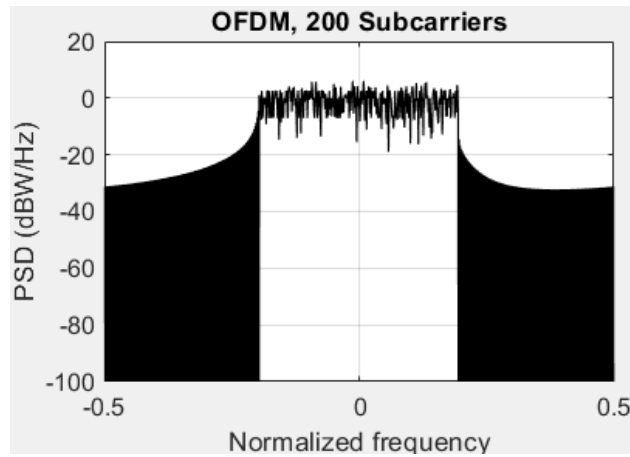


Рис. 2. Спектр сигналу OFDM

У приймачі понижуючий перетворювач частоти переводить сигнал OFDM в смугу модулюючих частот. Аналого-цифровий перетворювач (АЦП) перетворює сигнал в цифрову форму і передає його в блок ШПФ. Блок ШПФ розмірністю  $N$  перетворює сигнал з області часу в масив піднесучих з QAM модуляцію, на виході якого сигнал має вигляд:

$$Y = XH + V,$$

де  $Y = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}]^T$  - вектор прийнятого сигналу;  $X = \text{diag}(X_0, X_1, \dots, X_{N-1})$  - матриця з переданим сигналом у головній діагоналі;  $H = [H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]^T$  - вектор частотної характеристики каналу;  $V = [V_0, V_1, \dots, V_{N-1}]^T$  - вектор білого шуму з нульовим математичним очікуванням.

Для подальшої обробки приймач має оцінити частотну характеристику каналу зв'язку [11-13].

#### Модель передавання сигналів

Розглянемо передачу комплексних чисел  $x_k$ , взятих із деякого сузір'я сигналів (рис. 1).

Дані  $x_k$  модулюються на  $N$  піднесучих за допомогою зворотного дискретного перетворення Фур'є (ЗДПФ), а останні  $L$  вибірок копіюються і поміщаються як преамбула (циклічний префікс) для формування символу OFDM  $s_k$ . Цей вектор даних послідовно передається каналом з дискретним часом, імпульсна характеристика якого коротше  $L$  відліків. Циклічний префікс видаляється в приймачі, сигнал  $r_k$  демодулюється за допомогою дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Вставка циклічного префіксу дозволяє уникнути МСІ та зберігає ортогональність між тонами, що призводить до наступного співвідношення між входом і виходом:

$$y_k = h_k x_k + n_k, \quad k = 0, K, N-1, \quad (1)$$

де  $h_k$  - загасання в каналі на  $k$ -й піднесучій;  $n_k$  - адитивний білий Гаусовий шум. Не зважаючи на втрату потужності передачі та пропускну здатності, пов'язану з префіксом, проста корекція каналу для структури підканалу (1) є перевагою використання циклічного префіксу.

Нехай канал не дисперсійний і на сигнал  $s(k)$ , який передається, впливає тільки адитивний білий Гаусів шум (AWGN)  $n(k)$  (тобто  $h_k = 1, \forall k \in (0, K, N-1)$ ).

Розглянемо дві невизначеності у приймачі щодо поточного символу OFDM. Невизначеність у часі надходження символу OFDM моделюється як затримка імпульсної характеристики каналу, тобто  $\delta(k - \Theta)$ , де  $\Theta$  - цілочисельний невідомий час надходження символу. Невизначеність несучої частоти, що виникає через різницю гетеродинів у передавачі та приймачі, призводить до зсуву в частотній області. Така поведінка моделюється як комплексне мультиплікативне спотворення прийнятих даних в області часу  $e^{j2\pi\epsilon k/N}$ , де  $\epsilon$  - різниця частот генераторів передавача та приймача, позначену часткою відстані між несучими. Отримані дані:

$$r(k) = s(k - \Theta) e^{j2\pi \varepsilon k / N} + n(k). \quad (2)$$

Розглянемо переданий сигнал  $s(k)$ . Це ДПФ даних  $x_k$ , що є білим шумом. Отже,  $s(k)$  є лінійною комбінацією незалежних однаково розподілених випадкових величин. Якщо число піднесучих досить велике, то з центральної граничної теореми ми знаємо, що  $s(k)$  апроксимує складний Гаусів процес, дійсна і уявна частини якого незалежні. Цей процес, однак, перестав бути білим, оскільки поява циклічного префіксу призводить до кореляції між деякими парами відліків, віддалених один від одного на  $N$  відліків. Отже,  $r(k)$  також не є білим процесом, але через свою ймовірнісну структуру він містить інформацію про зміщення часу  $\Theta$  і зміщення несучої частоти  $\varepsilon$ . Це дозволяє одночасну оцінку цих параметрів з урахуванням  $r(k)$ .

Розглянемо чутливість до зміщення часу та частоти. Синхронізатор не може розрізнити фазові і частотні зміщення, що вносяться каналом і зсуви, що вносяться затримками синхронізації символів.

У системах зв'язку, де оцінка каналу виконується безперервно, помилки синхронізації можуть бути виправлені еквалайзером. Помилка синхронізації призводить до фазового зсуву загасання каналу  $h_k$ .

Ефект зсуву частоти полягає у зміщенні частотних характеристик каналу, що призводить до втрати ортогональності між піднесучими. Відношення сигналу до завади (SIR) обмежено знизу значенням:

$$SIR \geq \frac{1}{0,6\pi^2 \varepsilon^2}.$$

Для ефективної роботи системи OFDM необхідна точність частоти 1-2% від відстані між несучими.

Зміщення частоти визначається як різниця між номінальною частотою та фактичною вихідною частотою і позначається як  $\Delta f_c$ . Сигнал OFDM, що генерується передавачем, позначається як  $s(t)$ , а  $y(t)$  є сигналом, що приймається приймачем, тоді:

$$s(t) = e^{j\omega t} x(t), \\ y(t) = e^{j(\omega - \hat{\omega})t} x(t).$$

Зміщення частоти визначається виразом:  $\Delta\omega = \omega - \hat{\omega} = 2\pi f_c$ .

Тоді прийнятий сигнал має фазовий зсув, рівний:

$$y(nT) = e^{j\Delta\omega nT} x(nT), \\ \varphi(n) = \Delta\omega nT.$$

Частотна характеристика кожного підканалу дорівнює нулю на частотах інших піднесучих, тобто підканали не повинні заважати один одному. Ефект зсуву частоти є перетворенням цих частотних характеристик, що призводить до втрати ортогональності між піднесучими і веде до завад між несучими (ЗН).

Існує кілька алгоритмів оцінки каналу, наприклад, лінійна інтерполяція першого та другого порядків, лінійна мінімальна квадратична помилка (LMSE) та метод максимальної правдоподібності (ML). Розглянемо метод МП для оцінки як зміщення частоти (CFO), так і каналу кожного користувача в системах OFDMA.

### Оцінка максимальної правдоподібності (МП)

Відомо, що оцінка МП ефективна для вибірок з мінімальною дисперсією і великим розміром [1]. Якщо шум каналу  $z(n)$  є Гаусовим, кращі результати дає оцінка максимальної правдоподібності. Однак, оцінки МП можуть бути чутливими до початкових значень, а також можуть бути дуже спотворені для невеликих вибірок.

Під час процедури МП-оцінки зсуву частоти в OFDM ми припускаємо, що тільки перші  $M$  з  $N$  піднесучих в символі OFDM використовуються як інформаційні піднесучі. Символи, що відповідають останнім  $N - M$  піднесучим, рівні нулю. Модель сигналу OFDM із дискретним часом визначається виразом:

$$s(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{M-1} d_k e^{j2\pi nk/N} \quad (3)$$

де  $n=0,1,\dots,N-1$  і кожен  $d_k$  використовується для модуляції піднесучої  $e^{j2\pi nk/N}$ .  
Модель сигналу OFDM у матричній формі має вигляд:

$$s = Wd,$$

де  $d = [d_0, \dots, d_{M-1}]^T$  - вектор символів.

За наявності каналу з дисперсією в області часу, адитивним шумом та зміщення несучої частоти, сигнал OFDM у приймачі може бути записаний у вигляді:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{M-1} H(k) d_k e^{(j2\pi k/N + \Delta\omega T_s)n} + z(n) \quad (4)$$

де  $H(k)$  – частотна характеристика каналу, що відповідає піднесучій  $k$ ,  $z(n)$  – адитивний Гаусовий шум,  $T_s$  – період символу QAM, тобто частота дискретизації, а  $\Delta\omega$  – зміщення частоти.

Фазовий зсув  $\varphi$  визначається наступним чином:  $\varphi = \Delta\omega T_s$ , тоді  $\varphi$  і  $\Delta\omega$  відрізняються тільки постійним скаляром, тому оцінка  $\Delta\omega$  еквівалентна оцінці нормованого фазового зсуву  $\varphi$ .

Модель прийнятого сигналу у матричній формі визначається виразом:

$$x = PWHd + z, \quad (5)$$

де  $H$  представляє собою діагональну матрицю розміру  $M \times M$  з діагональним елементом, рівним  $H(k)$ , а матриця  $P$  враховує фазовий зсув через зміщення частоти і визначається виразом:

$$P = \text{diag} \left( 1 e^{j\varphi} \dots e^{j(N-1)\varphi} \right) \quad (6)$$

Якщо позначити оцінений прийнятий символ як  $\hat{d}$ , то  $\hat{d} = Hd$ ,

$$x = PWH\hat{d} + z \quad (7)$$

Припускаючи, що  $z$  є комплексною Гаусовою величиною з коваріаційна матрицею  $\sigma^2 I$ , функція правдоподібності від  $\varphi$  і  $\hat{d}$  визначається виразом:

$$L(\varphi, \hat{d}) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^N} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{\sigma^2} (x - PWH\hat{d})^H (x - PWH\hat{d}) \right\} \quad (7)$$

Таким чином, оцінка максимальної правдоподібності для  $\varphi$  і  $\hat{d}$  визначається виразом:

$$\left( \varphi_{ML}, \hat{d}_{ML} \right) = \arg \max \ln L(\varphi, \hat{d}) \quad (8)$$

#### Експериментальні дослідження

Проведемо дослідження системи зв'язку за рис. 1 у середовищі MATLAB. Частота дискретизації сигналу 20 МГц. Модуляція - QPSK [9]. Параметри середовища передачі: зміщення частоти  $10^4$ ; зміщення фази  $15^\circ$ ; початкова затримка потоку даних 80 відліків. У приймачі також виконуються наступні операції: - відновлення синхронізації – визначається початок кожного фрейму. Використовується відома преамбула в прийнятому фреймі, знайдена за допомогою взаємної кореляції. Функція взаємної кореляції даних передавача і приймача має визначену відстань між піками, що дозволяє їх ідентифікувати. Використовується нормована висота піку та мінімальна кількість необхідних піків для пошуку можливого збігу преамбули;

- відновлення несучої частоти – оцінка частоти виконується шляхом обчислення різниці фаз між половинами довгої частини преамбули. Ця різниця фаз потім перетворюється на зсув частоти;

- вирівнювання в частотній області. Оскільки оцінка частоти може бути неточною, на рівні піднесучої символу OFDM буде мати місце додаткове зміщення фаз. Крім зміщення фаз, загасання каналу також впливає на сигнал, що приймається. Обидва ці спотворення коригуються еквалайзером у частотній області. Еквалайзер має два рівні, які використовують як преамбулу, так і дані пілот-сигнали. По-перше, отримане корисне навантаження вирівнюється за допомогою відводів, згенерованих з отриманих довгих вибірок преамбули. Потім пілотні піднесучі витягуються та інтерполюються по частоті для отримання повної оцінки каналу;

- демодуляція QAM – відтворює переданий сигнал кожної піднесучої, який потім мультиплексується для отримання початкового потоку даних.

Проведемо дослідження кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум (рис. 3) для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти несучої (ЗЧН) від 0 до 0,2, тобто до 20% відстані між несучими.

Розглянемо дисперсію піднесучих OFDM сигналу на вході приймача. Залежність дисперсії піднесучих від зміщення частоти зображена на рис. 4.

З отриманих результатів можна зробити висновок, що зміна зміщення частоти від 0 до 20% відстані між несучими приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Дисперсія піднесучих OFDM змінюється за Гаусовим законом. Довжина циклічного префіксу обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю.

Розглянемо залежність коефіцієнту бітових помилок від відношення сигнал-шум для синхронізованих систем зв'язку з різними зміщеннями частоти і різною величиною початкової затримки відліків потоку даних в каналі зв'язку, що приведено на рис. 5 та рис. 6.

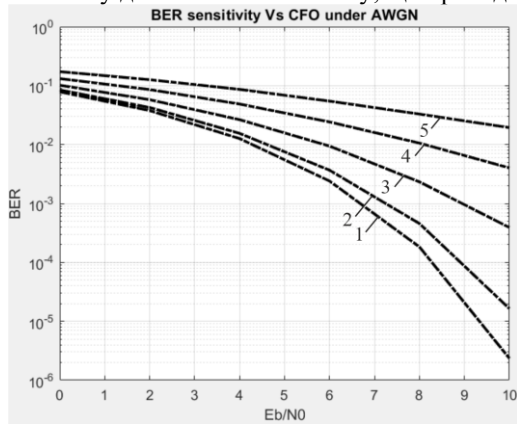


Рис. 3. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з ЗЧН (1 – ЗЧН=0; 2 – ЗЧН=0,05; 3 – ЗЧН=0,1; 4 – ЗЧН=0,15; 5 – ЗЧН=0,2)

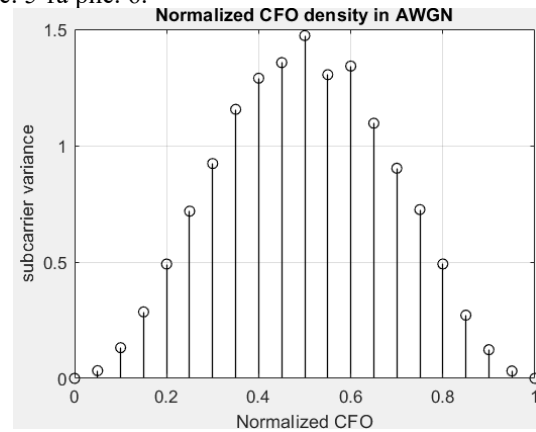


Рис. 4. Залежність дисперсії піднесучих від зміщення частоти

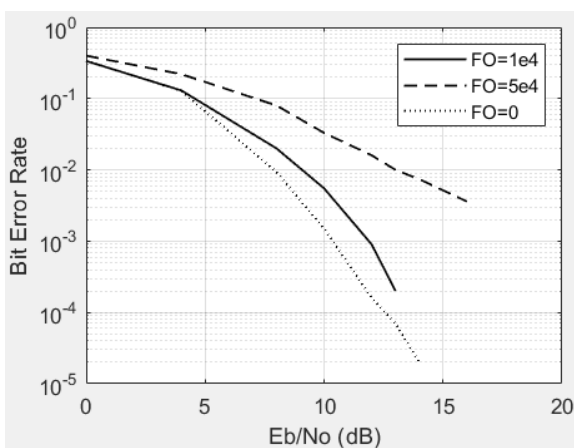


Рис. 5. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями зміщення частоти (FO)

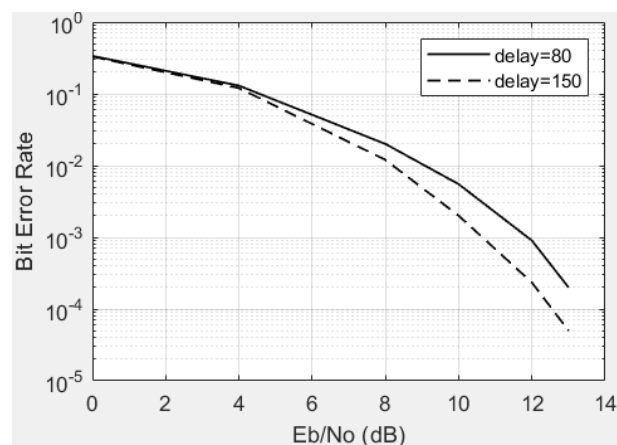


Рис. 6. Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями затримки потоку даних (delay)

З отриманих залежностей можна зробити висновок, що енергетично вигідні режими роботи з меншими зміщеннями частоти. Якщо зміщення частоти виходить за межі смуги утримування кіл синхронізації, відношення сигнал-шум погіршується.

### Висновки з даного дослідження

#### і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Проведено дослідження системи зв'язку з OFDM у середовищі MATLAB. Проаналізована кількість бітових помилок від відношення сигнал-шум для системи зв'язку з нормованим зміщенням частоти до 20% відстані між несучими, що приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Дисперсія піднесучих OFDM на вході приймача змінюється за Гаусовим законом. Довжина циклічного префіксу обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю. Розглянута залежність коефіцієнту бітових помилок від відношення сигнал-шум для синхронізованих систем зв'язку з різними зміщеннями частоти і різною величиною початкової затримки відліків потоку даних в каналі зв'язку. З отриманих залежностей можна зробити висновок, що енергетично вигідні режими роботи з меншими зміщеннями частоти. Якщо зміщення частоти виходить за межі смуги утримування кіл синхронізації, відношення сигнал-шум погіршується.

### Література

1. Minn H. On timing offset estimation for OFDM systems /H. Minn, M. Zeng, V.K. Bhargava //Communications Letters, IEEE. – 2000. -Vol.4, no.7. - P.242 – 244.
2. Schmidl T.M. Robust frequency and timing synchronization for OFDM /T.M. Schmidl, D.C. Cox //Communications, IEEE Transactions on. – 1997. - Vol.45, no.12. - P.1613 – 1621.
3. Cho Y. S. MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB /Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C-G. Kang. – John Wiley & Sons, 2010. – 544 p.
4. Пятін І.С. Дослідження систем зв'язку з сигналами F-OFDM/ І.С. Пятін, В.С. Гавронський, В.І. Лужанський, В.О. Михальчук // Вісник Хмельницького національного університету. – 2021. - №5. – С. 170-176.
5. Бойко Ю.М. Методика обробки та синхронізації сигналів у програмно-обумовлених радіосистемах з OFDM /Ю.М. Бойко, І.С. Пятін, І.П. Пархомей //Вісник Хмельницького національного університету. - 2022. - №2. – С. 123-132.
6. Boiko J., Pyatin I., Eromenko O. Analysis of Signal Synchronization Conditions in 5G Mobile Information Technologies //2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). – IEEE, 2022. – С. 01-06.
7. Prasad R. OFDM for Wireless Communications Systems. London: Artech House, Inc., 2004, P. 292.
8. Berkman L. Designing a system to synchronize the input signal in a telecommunication network under the condition for reducing a transitional component of the phase error / L. Berkman, O. Tkachenko, O. Turovsky, V.Fokin, V. Strelnikov // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Т. 1. – № 9-109. – С. 66–76.
9. Бойко Ю. М. Аналіз ефективності цифрових методів модуляції/демодуляції в системах зв'язку та передачі інформації [Текст] / Ю. М. Бойко, Н. М. Своринь // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2011. – № 1. – С. 103-110.
10. Туровський О. Л. Оцінка можливостей підвищення ефективності роботи системи синхронізації радіотехнічного пристрою в ході стеження за несучою частотою / О. Л. Туровський //Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2020. – № 1. – С. 116–122.
11. Козловський В. В. Синтез складного розімкнутого зв'язку в системі синхронізації при умові мінімізації дисперсії фазової помилки в ході стеження за несучою частотою /В. В. Козловський, О. Л. Туровський //Вісник Хмельницького національного університету. – 2020. – С. 162 -168.
12. Shengli Z. OFDM Basics. OFDM for Underwater Acoustic Communications /Z. Shengli, W. Zhaohui. - USA: Wiley Telecom, 2014. P. 23–38.
13. Бойко Ю. Transmission of control information in 5G broadband telecommunication systems /Ю. Бойко, І. П'ятін, Л. Карпова, І. Пархомей //Адаптивні системи автоматичного управління. – 2021. – Т. 1. – № 38. – С.82–95.

### References

1. Minn H. On timing offset estimation for OFDM systems /H. Minn, M. Zeng, V.K. Bhargava //Communications Letters, IEEE. – 2000. -Vol.4, no.7. - P.242 – 244.
2. Schmidl T.M. Robust frequency and timing synchronization for OFDM /T.M. Schmidl, D.C. Cox //Communications, IEEE Transactions on. – 1997. - Vol.45, no.12. - P.1613 – 1621.
3. Cho Y. S. MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB /Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C-G. Kang. – John Wiley & Sons, 2010. – 544 p.
4. Pyatin I.S. Research communication systems with F-OFDM signals / I. S. Pyatin, V. Ye. Havronskiy, V. I. Luzhanskiy, V. O. Mykhalchuk // Herald of Khmelnytskyi national university. – 2021. – № 5. – S. 170-176.
5. Boiko J. Signal processing and synchronization technique in software-defined radio systems with OFDM /J. Boiko, I. Pyatin, I. Parkhomey // Herald of Khmelnytskyi national university. - 2022. - №2. – S. 123-132.
6. Boiko J., Pyatin I., Eromenko O. Analysis of Signal Synchronization Conditions in 5G Mobile Information Technologies //2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). – IEEE, 2022. – С. 01-06.
7. Prasad R. OFDM for Wireless Communications Systems. London: Artech House, Inc., 2004, P. 292.
8. Berkman L. Designing a system to synchronize the input signal in a telecommunication network under the condition for reducing a transitional component of the phase error / L. Berkman, O. Tkachenko, O. Turovsky, V.Fokin, V. Strelnikov // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 1. – no 9-109. – pp. 66–76.
9. Boiko J. Analiz cifrovich metodiv modulyacii/demodulyacii v sistemach zv'yazku ta peredachi informacii / J. Boiko, N. Svorin // Herald of Khmelnytskyi national university. – 2011. – № 1. – S. 103-110.
10. Turovsky O. Evaluation of possibilities to improve work efficiency systems of synchronization of a radio technical device during

carrier frequency tracking / O. Turovsky // *Measuring and computing devices in technological processes*. – 2020. - № 1 – S. 116–122.

11. Kozlovskiy V. V. Synthesis of a complex interconnected relationship in the synchronization system under the minimization of phase error dispersion during discontinuation / V. V. Kozlovskiy, O. L. Turovskiy // *Herald of Khmelnytskyi national university*. – 2020. – S. 162–168.

12. Shengli Z. OFDM Basics. OFDM for Underwater Acoustic Communications /Z. Shengli, W. Zhaohui. - USA: Wiley Telecom, 2014. P. 23–38.

13. Boiko J. Transmission of control information in 5G broadband telecommunication systems /J. Boiko, I. Piatin, L. Karpova, I. Parkhomei // *Adaptyvni systemy avtomatichnoho upravlinnia*. – 2021. – T. 1. – № 38. – S. 82–95.

## Anti-Plagiarism v-15.257

Максимальное совпадение с одним документом 2.0%

Словари проверки: en\_US, ru\_RU, ua\_UA. Ошибок в документах: 8%

ID: 108906 Название: Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM Добавлено в БД: 2022-12-02 Авторы: Шаюк Дмитро Олександрович Руководители: Бойко Юлій Миколайович Консультанты: Оponentы:	Документ		Суммарное совпадение по Базе Данных	
	Символы	Лексемы	Символы	Лексемы
	98149	1510	1758 (2%)	25 (2%)

### Источник плагиата

ID	Описание	Наличие плагиата в документе	
		Символы	Лексемы



Ім'я користувача:  
Kafedra TMIT KhNU

ID перевірки:  
1013152287

Дата перевірки:  
02.12.2022 12:47:02 EET

Тип перевірки:  
Doc vs Internet + Library

Дата звіту:  
02.12.2022 12:51:20 EET

ID користувача:  
100005657

Назва документа: Шаюк ТРм-21

Кількість сторінок: 86 Кількість слів: 19155 Кількість символів: 135357 Розмір файлу: 1.46 MB ID файлу: 1012908910

## 3.95% Схожість

Найбільша схожість: 2.08% з джерелом з Бібліотеки (ID файлу: 1005736099)

0.87% Джерела з Інтернету

98

Сторінка 88

3.39% Джерела з Бібліотеки

107

Сторінка 88

Завідувачу кафедри телекомунікацій,  
медійних і інтелектуальних технологій ХНУ  
Підченку Сергію Костянтиновичу  
здобувача вищої освіти, студента Шаюка Дмитра  
Олександровича, факультету інформаційних  
технологій, 2-го курсу, група ТРм-21-1

### ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про дотримання академічної доброчесності в Хмельницькому національному університеті» від 26.09.2020 (зі змінами від 26.11.2020), згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на плагіат оповіщений (а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї магістерської дипломної роботи виконаної за темою «Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM» для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (Unicheck та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

28.11.2022

дата



підпис

## Рецензія опонента

на дипломну роботу студента Шаюка Д.О. за темою:  
«Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM»

Передача сигналів OFDM широко застосовується у бездротових системах зв'язку Wi-Fi, WIMAX, LTE, системах цифрового телебачення DVB-T, DVB-T2, та інших. Мультиплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM) забезпечує передачу даних з високою швидкістю за рахунок поділу широкосмугових модульованих несучих сигналів на багато модульованих вузькосмугових піднесучих. Причина зсуву частоти викликана доплерівським зсувом, що призводить до інтерференції між несучими та міжсимвольною інтерференцією (МСІ), коли продуктивність погіршується зі збільшенням частоти помилок по бітах (BER).

Наукова новизна полягає у визначенні кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум системи OFDM з різними значеннями зміщення частоти і затримки..

Перший розділ присвячений вивченню основних відомостей про зсув частоти в системах зв'язку. Зсув частоти несучої впливає на продуктивність декодера, оскільки фазові спотворення символів збільшуються при переході від символу до символу.

Другий розділ присвячений оцінці OFDM-сигналу і зміщення частоти. Оцінка максимальної правдоподібності ефективна для вибірок з мінімальною дисперсією і великим розміром

Третій розділ присвячений дослідженню похибок зміщення частоти у системах OFDM. зміна зміщення частоти від 0 до 20% відстані між несучими приводить до погіршення відношення сигнал-шум на 7 дБ. Дисперсія піднесучих OFDM змінюється за гаусовим законом. Довжина циклічного префікса обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю. Розглядаються дві невизначеності у приймачі щодо символу OFDM. Невизначеність у часі надходження символу OFDM. Невизначеність несучої частоти, що виникає через різницю гетеродинів у передавачі та приймачі і призводить до зсуву в частотній області. Ефект зсуву частоти полягає у зміщенні частотних характеристик каналу, що призводить до втрати ортогональності між піднесучими. Для ефективної

роботи системи OFDM необхідна точність частоти 1-2% від відстані між несучими. Оцінка максимальної правдоподібності використовується для вибірок з мінімальною дисперсією і великим розміром.

Четвертий розділ присвячений моделюванню зміщення частоти OFDM. Розглянута залежність коефіцієнту бітових помилок від відношення сигнал-шум для синхронізованих систем зв'язку з різними зміщеннями частоти і різною величиною початкової затримки відліків потоку даних в каналі зв'язку. З отриманих залежностей можна зробити висновок, що енергетично вигідні режими роботи з меншими зміщеннями частоти. Якщо зміщення частоти виходить за межі смуги утримування кіл синхронізації, відношення сигнал-шум погіршується.

За змістом робота є закінченою, викладення матеріалу послідовне і логічне. Наведені у роботі формули, моделі та висновки мають достатнє обґрунтування та пояснення. Мова викладення роботи є технічно грамотною та зрозумілою.

Серед недоліків роботи можна відмітити не повний аналіз методів корекції зсуву частоти в середовищі Матлаб.

В цілому, магістерська робота виконана на сучасному науково-технічному рівні і заслуговує оцінку «*відмінно*», а Шаюк Д.О. – присвоєння кваліфікації магістра з спеціальності «Телекомунікації та радіотехніка».

Доцент кафедри телекомунікацій та медійних  
і інтелектуальних технологій, к.т.н., доц.



Карпова Л.В.

## ВІДГУК

*на дипломну роботу студента Шаюка Д.О.*

*«Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM»*

Актуальність дипломної роботи обумовлена ефектом виникнення зміщення частоти в системі OFDM через розбіжність частот сигналу, що приймається, і гетеродина в приймачі. Причина цього зсуву викликана доплерівським зсувом, що призводить до інтерференції між несучими та міжсимвольній інтерференції, коли продуктивність системи погіршується зі збільшенням частоти помилок по бітах (BER). Будь-яка помилка синхронізації призводить до фазового зсуву загасання каналу.

Перший розділ присвячений вивченню основних відомостей про зсув частоти в системах зв'язку. Проходження широкопasmової несучої через частотно-вибірковий багатопроменевий канал погіршує сигнал, оскільки імпульсна характеристика каналу охоплює кілька символів у часі і робить сигнал вразливим до міжсимвольної інтерференції.

Другий розділ присвячений оцінці OFDM-сигналу і зміщення частоти. Розглядаються дві невизначеності у приймачі щодо символу OFDM. Невизначеність у часі надходження символу OFDM. Невизначеність несучої частоти, що виникає через різницю гетеродинів у передавачі та приймачі і призводить до зсуву в частотній області. Ефект зсуву частоти полягає у зміщенні частотних характеристик каналу, що призводить до втрати ортогональності між піднесучими. Для ефективної роботи системи OFDM необхідна точність частоти 1-2% від відстані між несучими. Оцінка максимальної правдоподібності використовується для вибірок з мінімальною дисперсією і великим розміром.

Третій розділ присвячений похибкам зміщення частоти у системі OFDM. Розглянуто чутливість до зміщення часу та частоти. Синхронізатор не може розрізняти фазові і частотні зміщення, що вносяться каналом і зсуви, що вносяться затримками синхронізації символів.

Четвертий розділ присвячений моделюванню зміщення частоти OFDM. Досліджена залежність дисперсії піднесучих від зміщення частоти на вході приймача. З отриманої залежності можна зробити висновок, що дисперсія піднесучих OFDM змінюється за гаусовим законом. Довжина циклічного префікса обирається за величиною максимально можливого зміщення частоти, на границях якого дисперсія піднесучих дорівнює нулю.

Результати дипломної роботи опубліковані у журналі «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах».

Дипломна робота магістра виконана на високому науково-технічному рівні і заслуговує оцінку «відмінно», а Шаюк Д.О. – присвоєння кваліфікації магістра з спеціальності «Телекомунікації та радіотехніка».

Доктор техн. наук, проф.



Бойко Ю.М.

**РІШЕННЯ КАФЕДРИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ, МЕДІЙНИХ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ  
ТЕХНОЛОГІЙ**

**ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ**

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: **Метод корекції зсуву частоти в системах зв'язку з OFDM**

Автор: **Шаюк Д.О.**

Спеціальність: **172 Телекомунікації та радіотехніка**

Науковий керівник: **д.т.н., професор Бойко Ю.М.**

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом (далі – зазначаються підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту.	<b>відповідає</b>
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи (далі – зазначаються детальні та аргументовані підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої та електронної версії роботи	-
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	-
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	-
5	Інше:	-

**Підтвердження: Виявлені запозичення не є плагіатом так як відносяться до термінологічних та загальноживаних типових фраз і складають 3.95%**

02.12.2022

Дата

Підпис керівника

Підпис завідувача кафедри